

# Káosz (Chua áramkör)

## jegyzőkönyv

---



Mérést végezte:  
Koroknai Botond (AT5M0G)

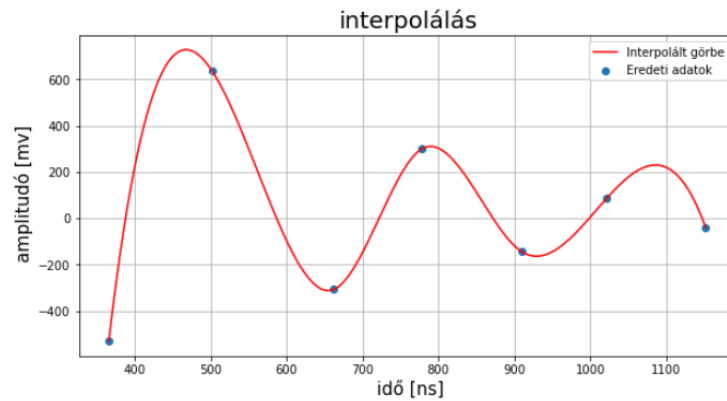
Mérés időpontja:  
2023.09.28

Jegyzőkönyv leadásának időpontja:  
2023.10.5

# 1 Ismerkedés a kapcsolással

## 1.1 A lineáris elemek karakterisztikája

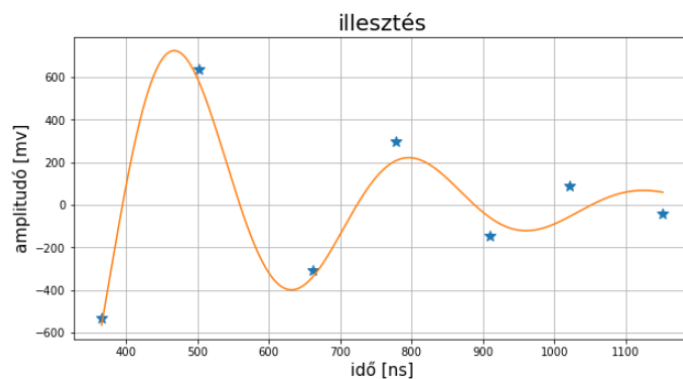
Ezen feladat során nehézségekbe ütköztem, mivel kevés pontot tudtam rögzíteni, így eleinte az illesztés szóba se jöhetett. Ezek után megpróbáltam a meglévő pontok segítségével kiokoskodni a paramétereket, azonban túl pontos eredményre így sem jutottam. Végül az ötletem az volt, hogy a meglévő pontok segítségével elvégzek egy interpolációt.



Majd egy

$$y(t) = A \cdot e^{-\gamma t} \cdot \cos(\omega t + \phi)$$

alakú modellt illesztettem rá, ahol az eddig meghatározott értékeket, mint p0 paraméterek adtam meg.



	A	$\gamma$	$\omega$	$\phi$
érték:	-3990.244	0.00361	0.01912	12.86
hiba:	67.983	0.00003	0.00003	0.013

Mint láthatjuk az illesztés nem sikerült a legtökéletesebben. Az illesztés alapján a sajátfrekvencia:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 0.03 \text{ Hz}$$

Illetve a csillapítási tényező:

$$\gamma = 0.00361$$

## 1.2 A nem lineáris elem

Itt a feladat a negatív ellenállás karakterisztikájának meghatározása volt különböző frekvenciák mellett. A rögzítés alatt sajnálatos módon az oszcilloszkóp képének rögzítését értettem, így utólag az alapján próbáltam meg a lehető legpontosabban újrakonstruálni a karakterisztikákat.

### 1.2.1 Karakterisztika 2kHz-en



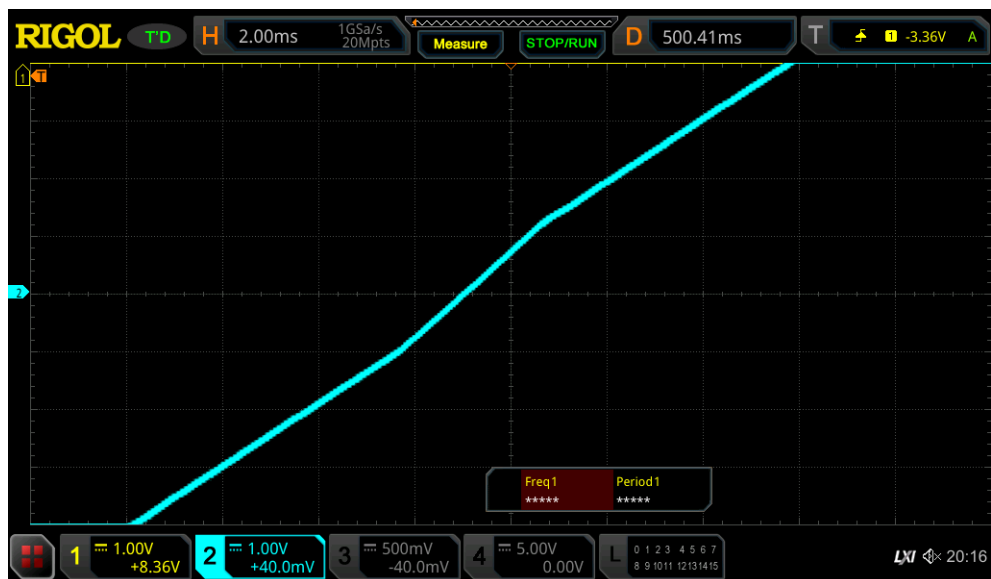
1. ábra: A karakterisztika megjelenítése oszcilloszkópon

Ebből a rekonstruált jel:



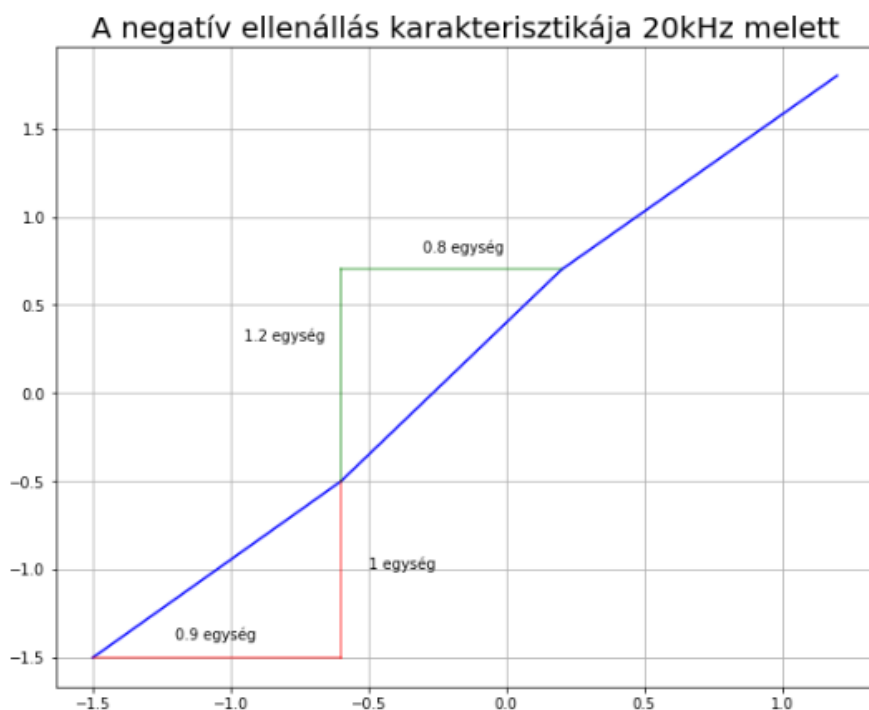
A két oldalsó szakasz meredeksége így 1 egység, míg a középső szakaszon 1.5 egység. Hogy vizsgáljam a negatív ellenállás karakterisztikájának frekvenciafüggőségét a következő felvételt szándékosan egy nagyon eltérő frekvencián, 20kHz-en készítettem el.

### 1.2.2 Karakterisztika 20kHz-en



2. ábra: A karakterisztika megjelenítése oszcilloszkópon

Ebből a rekonstruált jel:



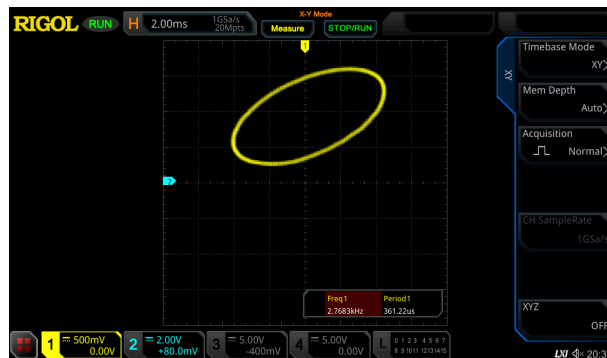
A középső szakasz meredeksége most is 1.5 egység lett, azonban a külső szakaszon 1.1 egység. Mint a képen is látszik, a jel elcsúszott az origóból ezzel nehezítve a leolvasásokat, így ezt a 0.1 tizedes különbséget inkább leolvasási hibának vettem.

**Konklúzió:** Összeségében kimondhatom, hogy a karakterisztika frekvencia független.

## 2 Áramkör működéseinek különböző fázisai

A feladat során 4 különböző tartományt kellett azonosítani.

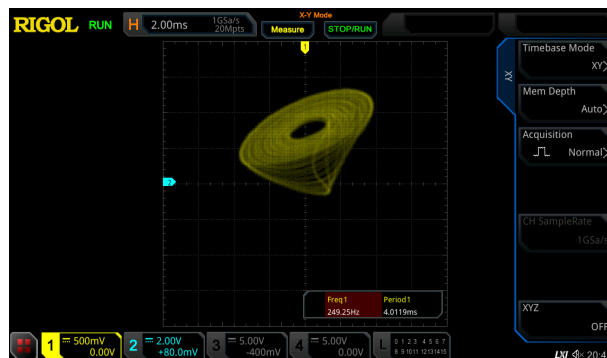
### Periódikus



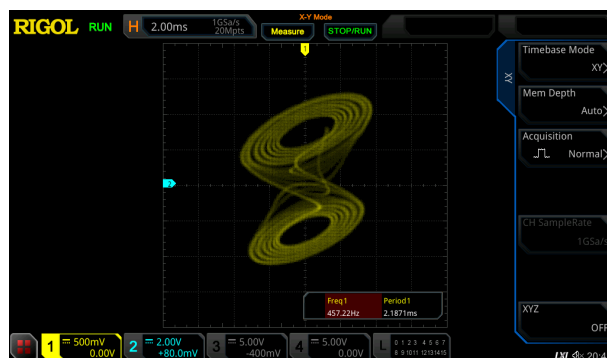
### Periódus kettőződés



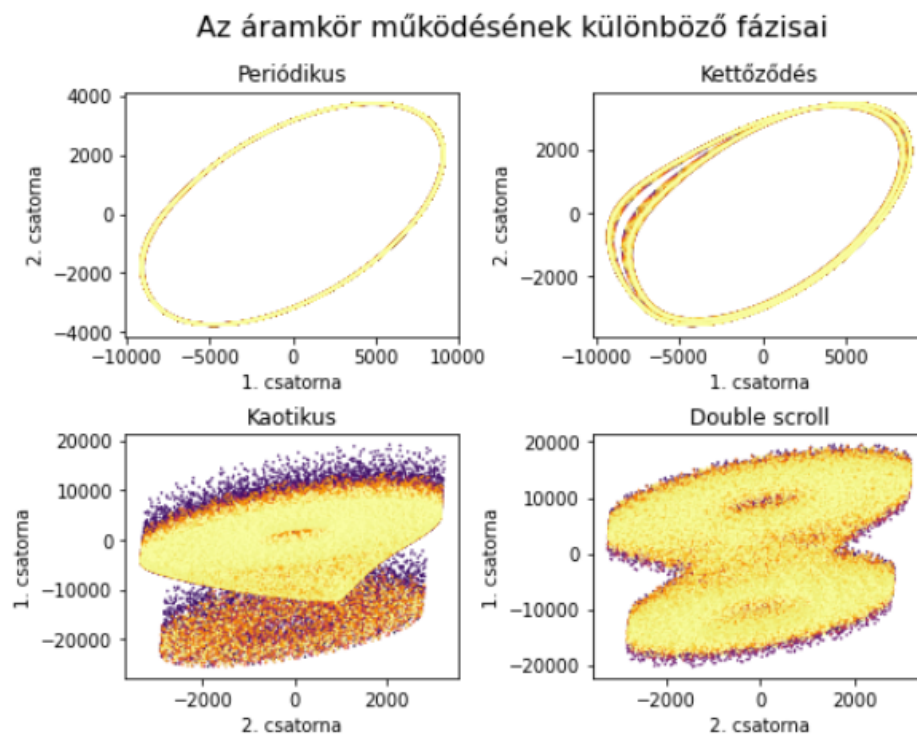
### Kaotikus



### Double-scroll

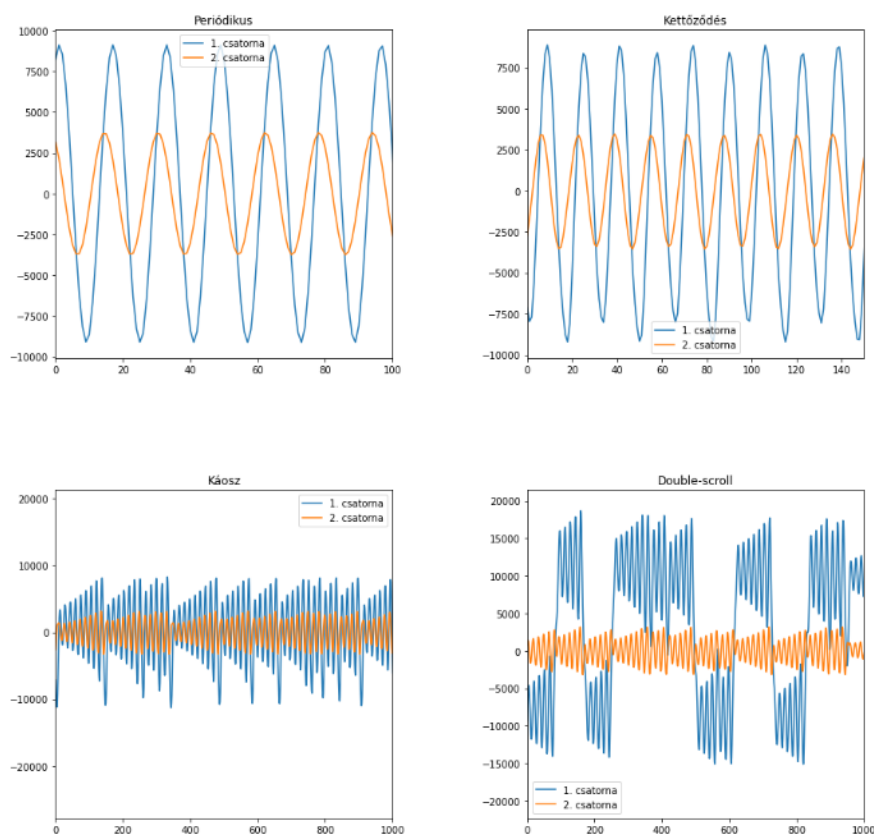


A hozzájuk tartozó hangfelvételeket is megvizsgáltam:



A kaotikus állapot beállítása nem sikerült teljesen tökéletesre, már a double-scroll folyamatra jellemző jelalakba kezdett átfolyni.

Egy alternatív szemléltetés lehet még esetleg ha a hullámok alakját nem egymás függvényében, hanem külön-külön ábrázolom:



## 2.1 Bifurkációs pontok felvétele

A feladat során azt kellett megvizsgálnom, hogy teljesül-e a Feigenbaum-féle összefüggés.

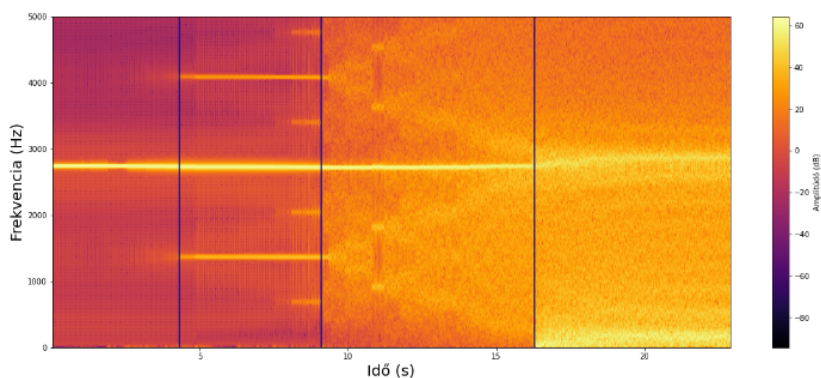
$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{R_k - R_{k-1}}{R_{k+1} - R_k} = \delta \approx 4,6692\dots$$

Ehhez megróbáltam szabadszemmel lekövetni az első három bifurkációs pont megjelenését, és a hozzájuk tartozó ellenállás értékeket a DVM segítségével feljegyeztem.

$R_1$	$1.874 \text{ k}\Omega$
$R_2$	$1.862 \text{ k}\Omega$
$R_3$	$1.859 \text{ k}\Omega$

Ezen értékeket a képletbe behelyettesítve  $\delta \approx 4.0$  körüli értéket kaptam. A  $\delta$  irodalmi értékét ezzel egész pontosan megközelítettem, természetesen akadtak kisebb nagyobb hibák leolvasás közben, hisz a pontok pontos megjelenését szinte lehetetlen volt leolvasni. Ezzel a feladat másik kérdésére, miszerint "Hanyadik rendig tudom szemmel követni a bifurkációs pontokat?" is választ adtam. A harmadik pontot követően teljesen elvesztettem az újabb pontok kialakulásának pillanatát.

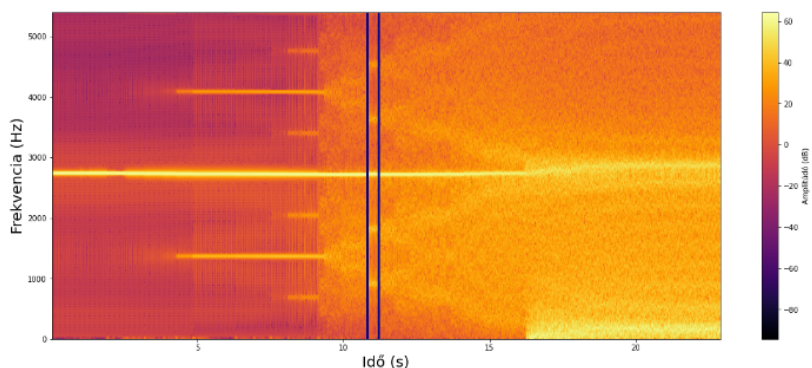
## 2.2 Bifurkációs diagramm



A bifurkációs diagramm felvételéhez elindítottam egy hangfelvételt és közben a kontroll paramétert szépen lassan folyamatosan állítottam. A kék vonalak az új állapotokba lépés időpontjait jelölik, segítségével szépen elkülöníthetjük a négy legfontosabb tartományt. A szebb ábra érdekében a frekvenciát 5000 Hz-ig korlátoztam, mert a következő feladatban, ahol a frekvencia spektrumot vizsgáltam, úgy találtam, hogy ez a frekvenciatartomány számunkra a legérdekesebb.

**Miért mozdul ki a rendszer a triviális fixpontjából?** Az  $R_k$  kontroll paramétert változtatgatva egyszer csak elérünk egy olyan kritikus értéket, ami az áramkör nem lineáris elemeit arra készteti, hogy megváltoztassák a rendszer dinamikáját, míg nem kaotikus viselkedés fog bekövetkezni.

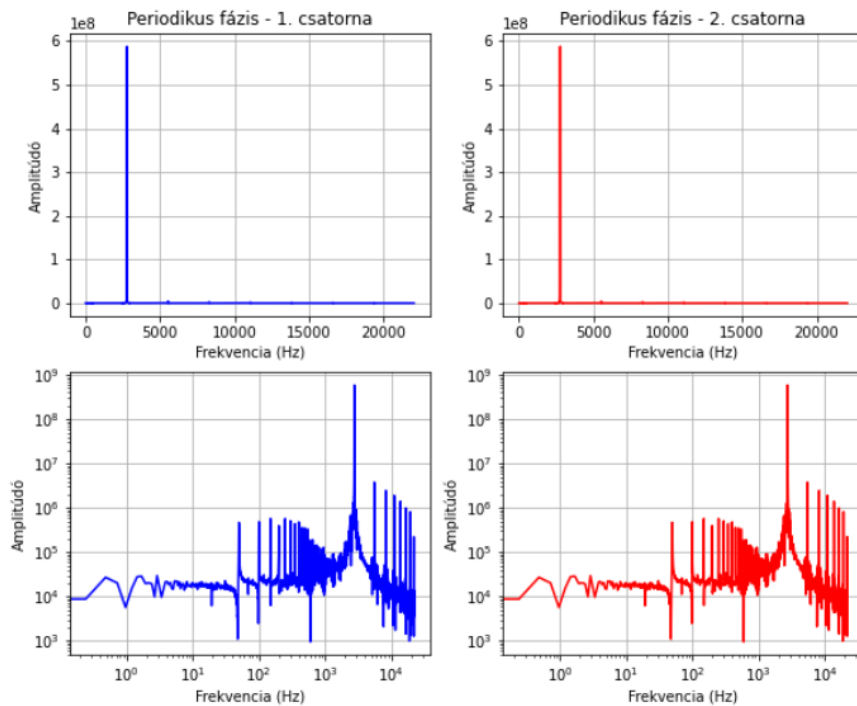
**Mit tapasztal, követi a kaotikus tartományt újabb periodikus szakasz?** Igen egy nagyon rövid szakaszra ismét periodikus viselkedést mutat az áramkör, ezt talán tekinthetjük intermittens viselkedésnek is:



## 2.3 Spktrum elemzése

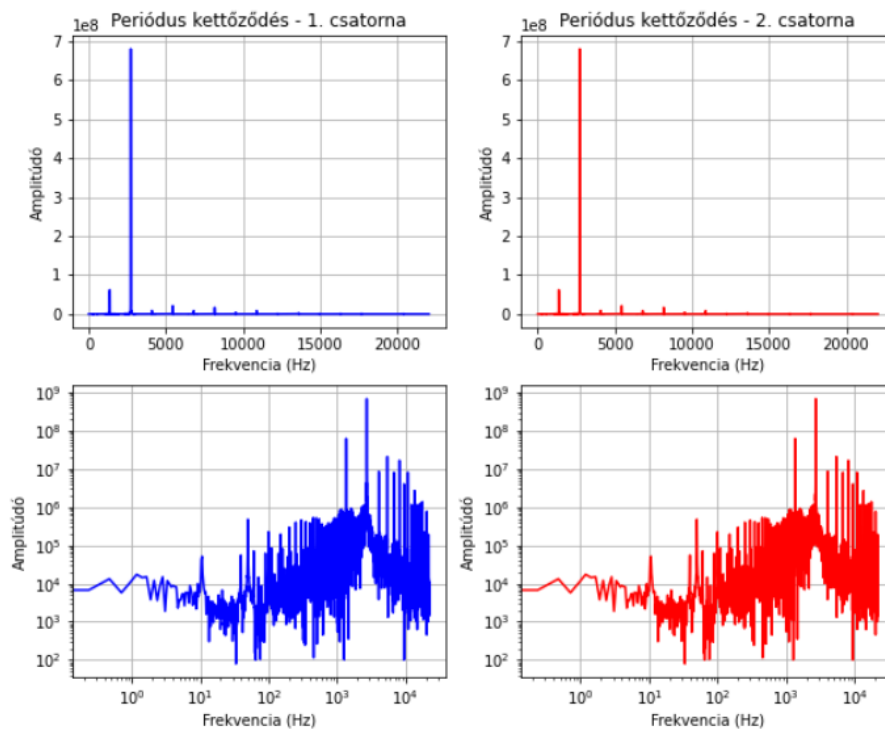
Minden állapotban mindkét csatornát megvizsgáltam, valamint az eltérő nagyságrendek miatt logaritmikusan skálázva is ábrázoltam őket.

### Periodikus fázis



Ebben az esetben nagyon szépen kirajzolódik, hogy melyik a domináns frekvencia.

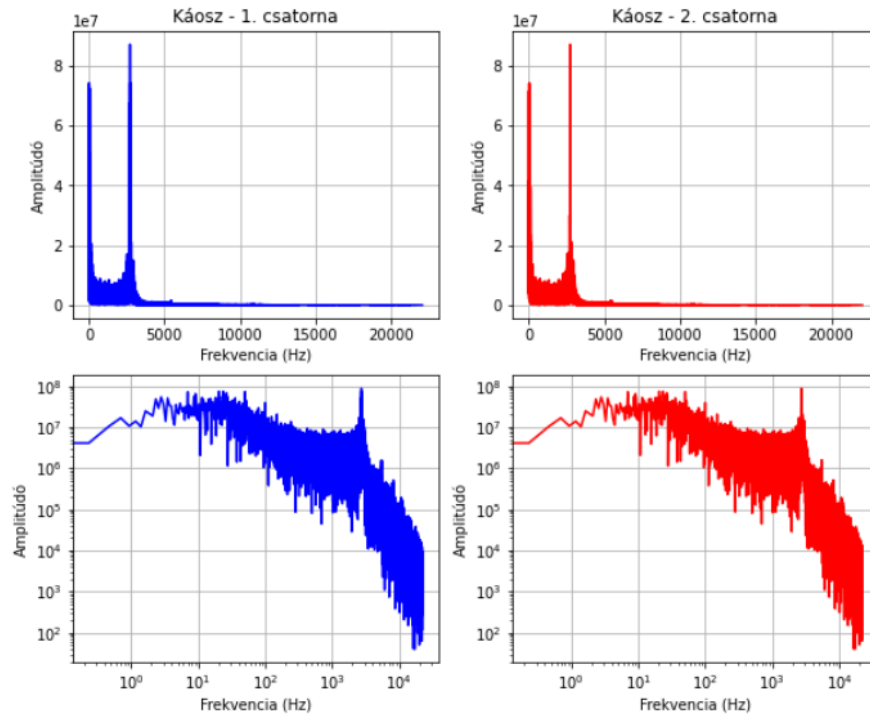
### Periódus kettőződés:



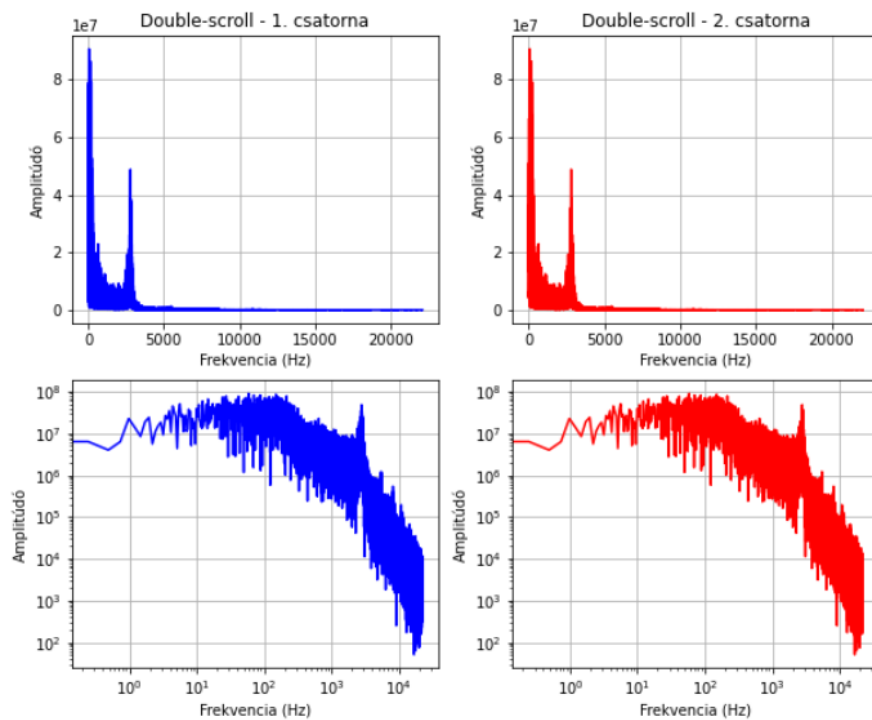
A sok felharmónikus közepette, itt is egyértelmű a két domináns frekvencia.



## Kaotikus:



## Double-scroll:

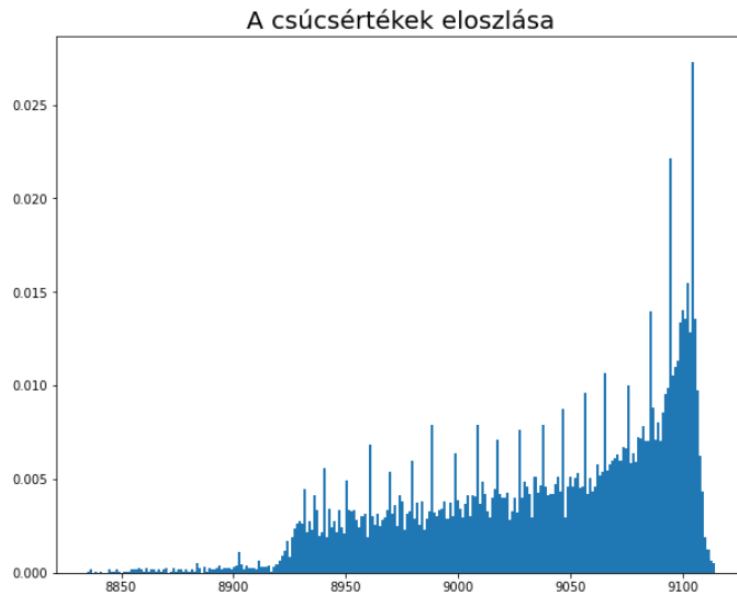


A korábban említett probléma, ami már a hangfájlok vizsgálatánál is felmerült, mely szerint nem a kaotikus állapot már a double-scroll folyamatra jellemző karakterisztikákat mutat ismét láthatóvá válik.

## 2.4 Az információs entrópia viselkedése

Először is a `scipy.signal.find_peaks` függvény segítségével megkerestem a csúcserőtekeket és felvettem az eloszlásukat, majd a  $H = -\sum_{i=1}^{bins} p_i \log_2 p_i$  képlet segítségével kiszámoltam a hozzájuk tartozó információs entrópiát. Az egyszerűség kedvéért a binek számát minden esetben 250-re állítottam.

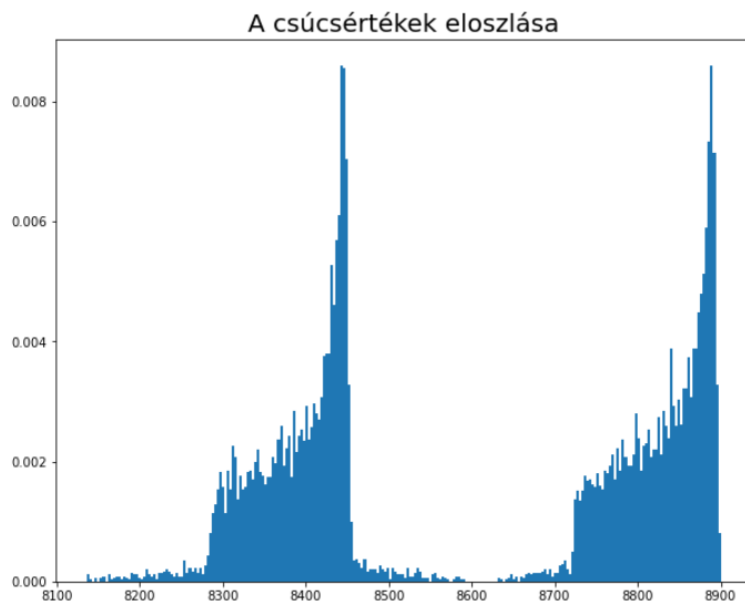
**Periodikus:**



A hozzátartozó információs entrópia értéke:

$$H = 6.65$$

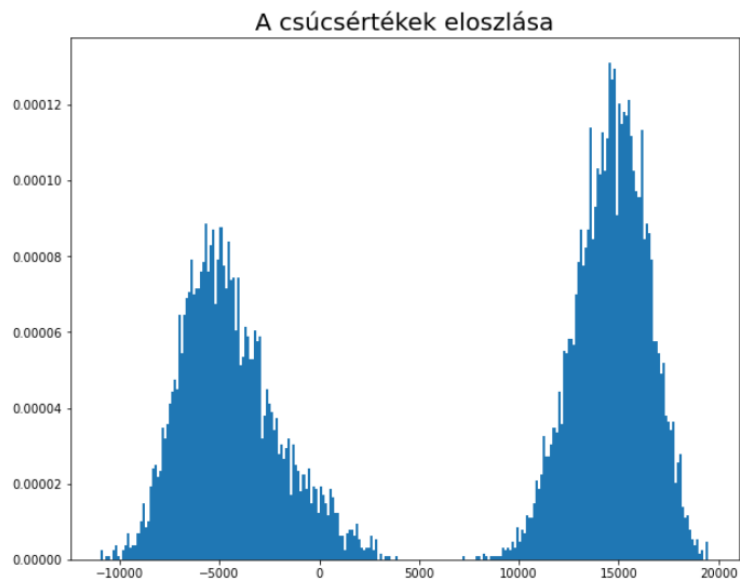
**Periódus kettőződés:**



A hozzátartozó információs entrópia értéke:

$$H = 2.794$$

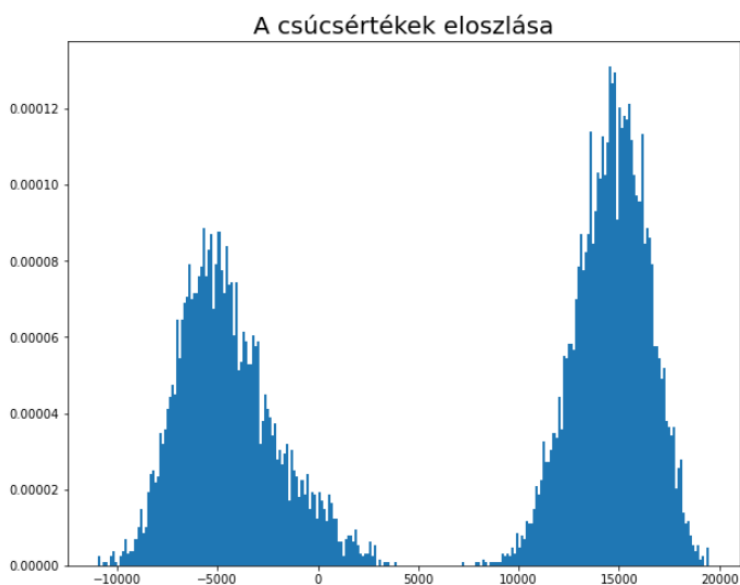
**Kaotikus:**



A hozzátartozó információs entrópia értéke:

$$H = 0.115$$

**Double-scroll:**



A hozzátartozó információs entrópia értéke:

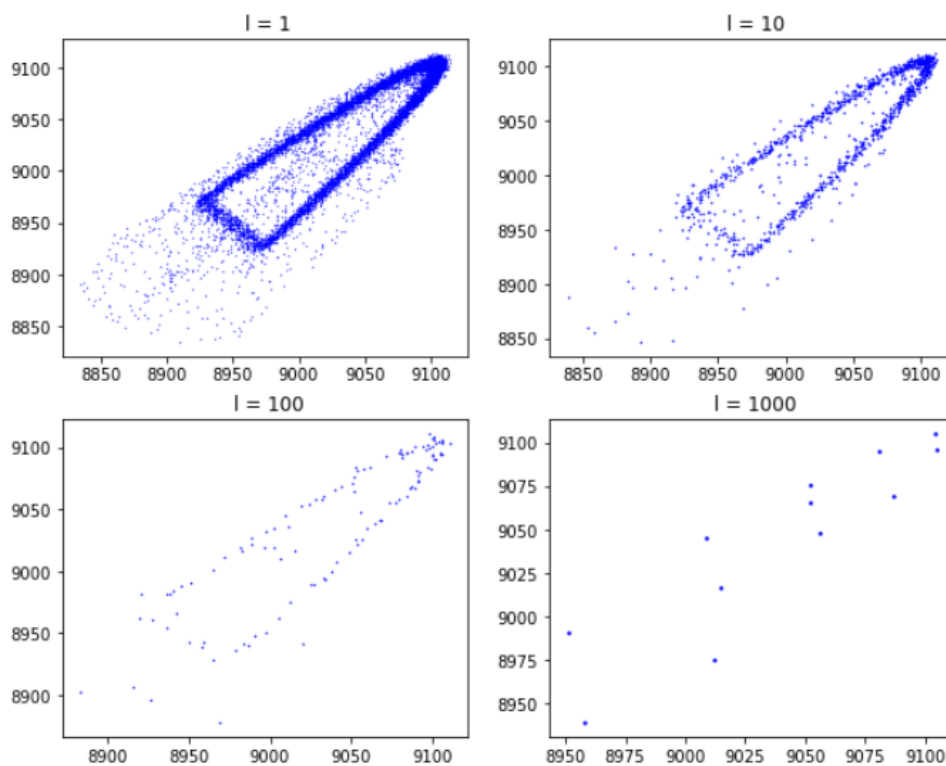
$$H = 0.115$$

Itt ismét nem tudtam különbséget tenni a kaotikus és Double-scroll folyamatok között. Ezt leszámítva összeségében a tapasztalataim azok voltak, hogy minél kaotikusabb egy rendszer, annál kisebb értéke lesz az információs entrópiának.

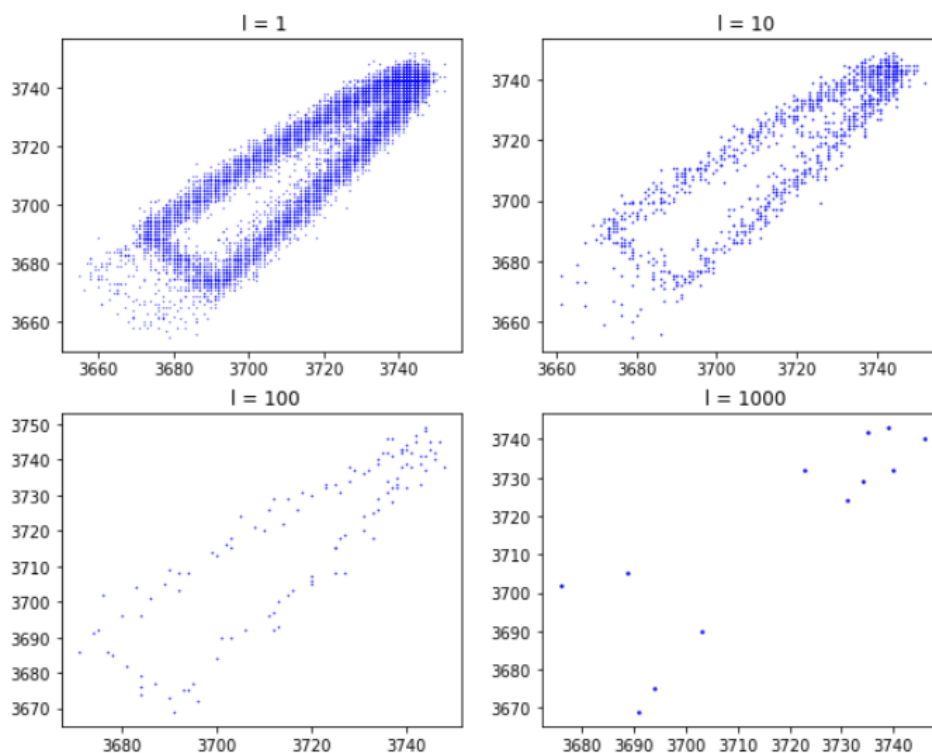
### 3 Attraktor

**Periodikus:** A periodikus rendszer Poincare-leképezésbeli attraktora mindkét csatornán, különböző  $l$  eltolások mellett.

#### 1. csatorna

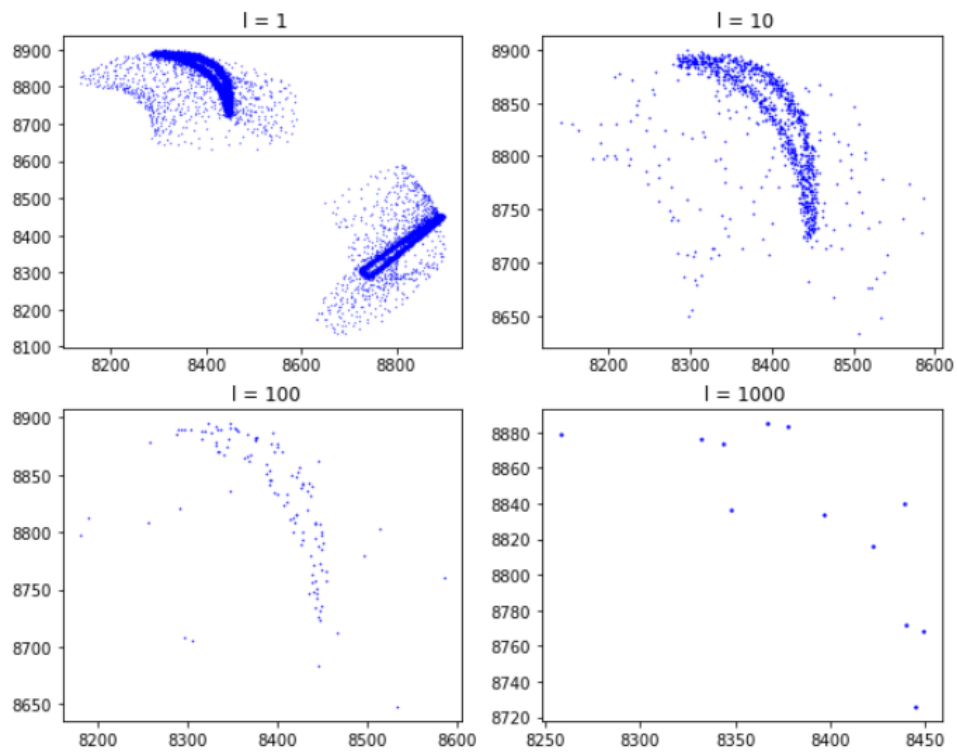


#### 2. csatorna

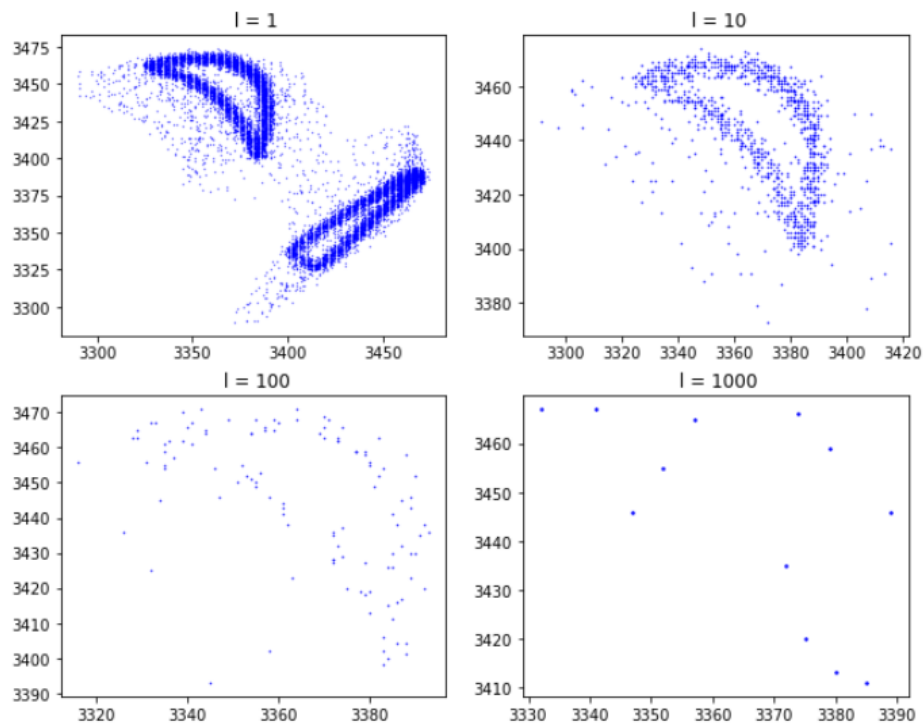


**Peródus kettőződés:** A vártan megfelelően két különböző attraktor jelenik meg, az egyik pont az előző periodikus rendszeré.

## 1. csatorna

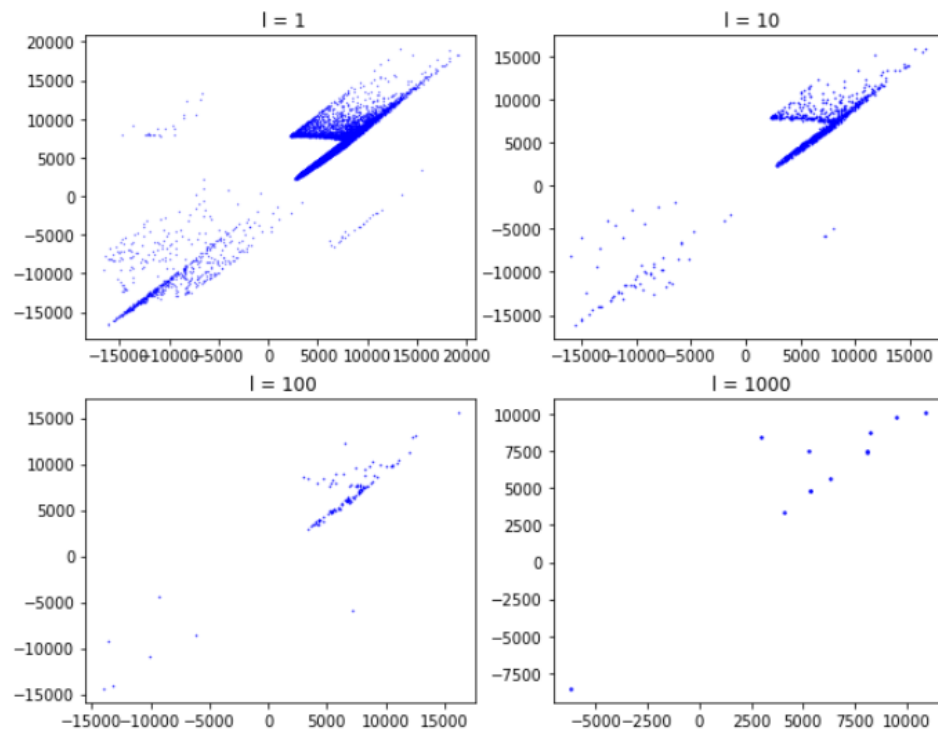


## 2. csatorna

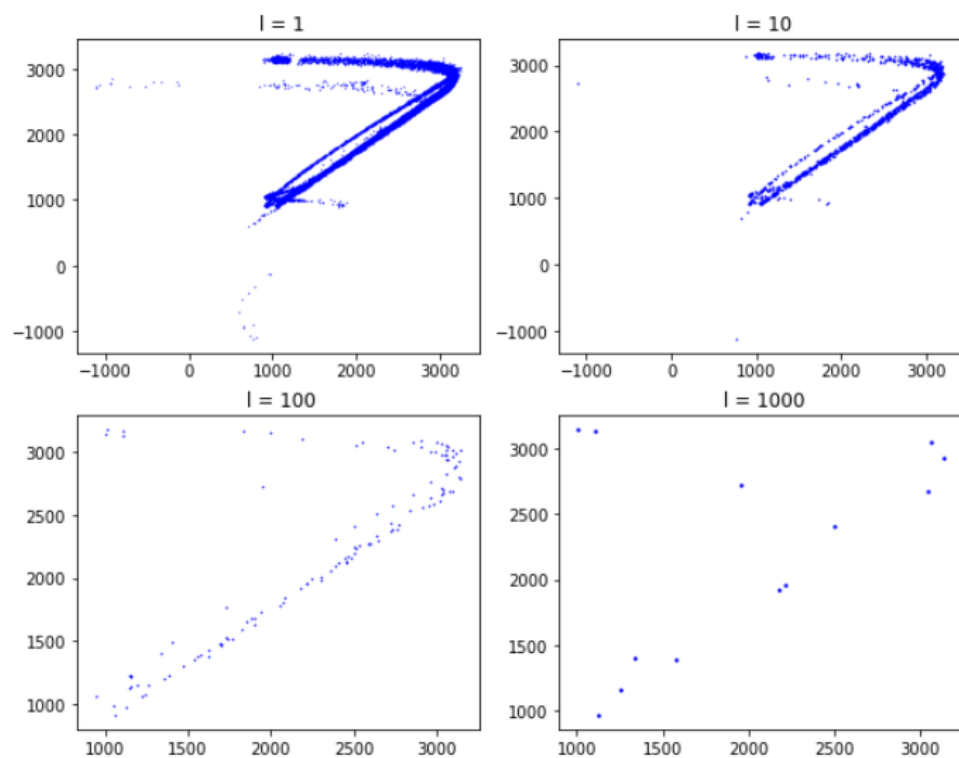


**Káosz:** Ebben az esetben olyan, mintha az előző két alakzat valamilyen összemosódását venné fel.

### 1. csatorna

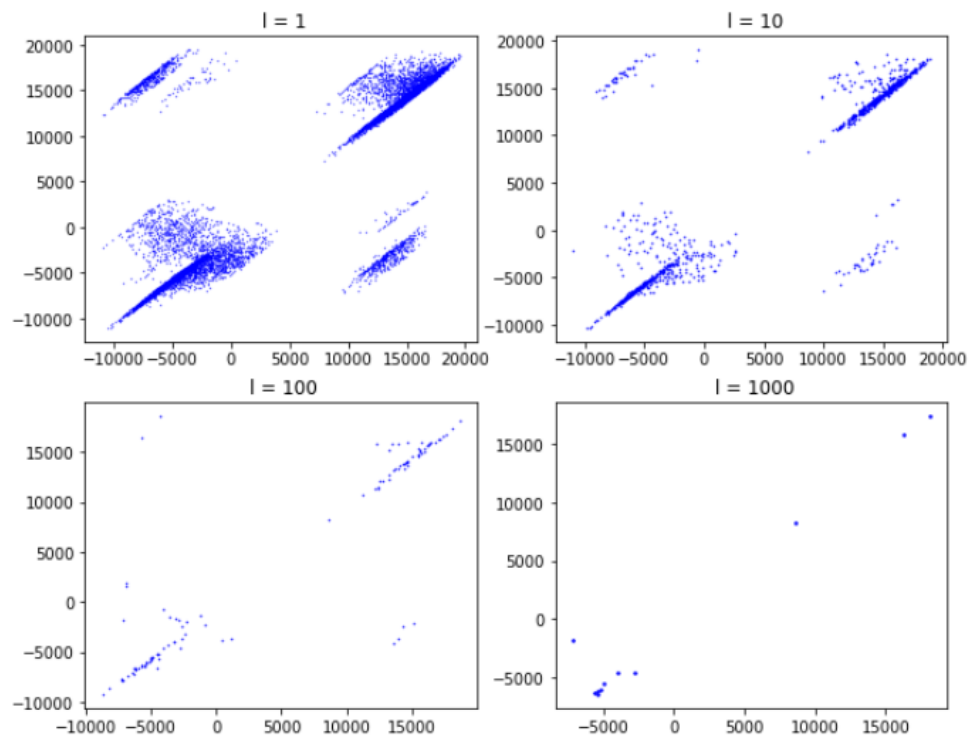


### 2. csatorna

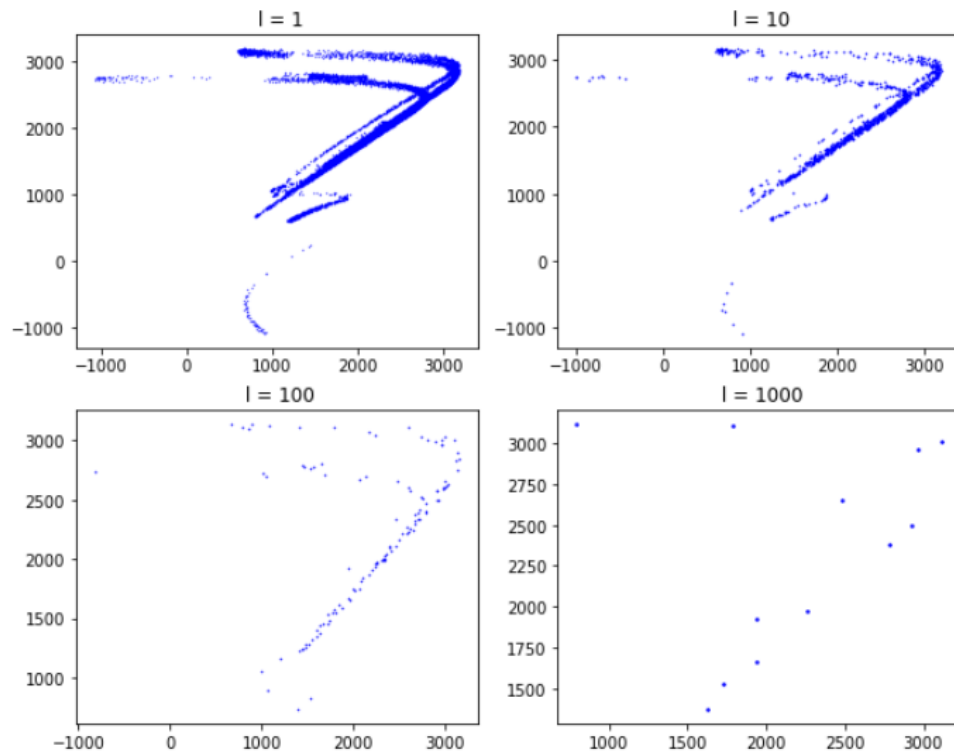


**Double-scroll:** Ebben az esetben az első csatornán számos különböző cluster megjelenik, míg a második csatorna megint csak a kaotikus viselkedés alakzatát veszi fel, vélhetően a korábban diszkutált pontatlan mérés miatt.

### 1. csatorna



### 2. csatorna



A tapasztalatom  $l$  lépéshossz növelését követően az, hogy egyre letisztultabb képet kapok, kiszűrődnek a pontok szórásai. Természetesen egy adott érték felett nincs értelme tovább növelni  $l$  hosszát, mert elveszik

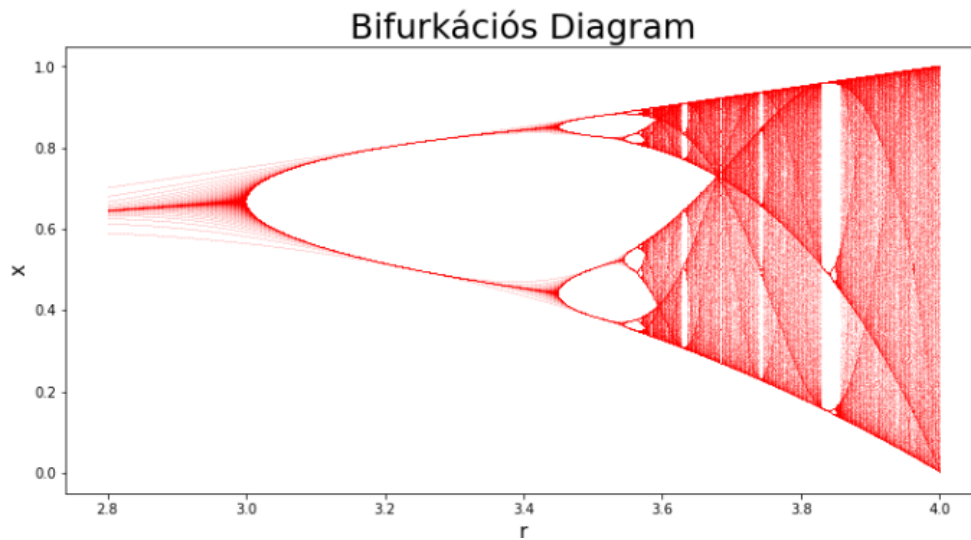
az információ az atraktorról kapcsolatban. Tökéletes példa erre az ábrám, az  $l = 1000$ -es ábránál már szinte semmi nem kivethető.

## 4 A logisztikus leképezés vizsgálata

A logisztikus leképezés iteratív formulájának segítségével:

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n)$$

Legyártottam a kívánt függvényt, mely meghatározza a logisztikus leképezés első  $N$  lépését, majd ábrázoltam.



Ezt követően  $x$  értékeit megvizsgálva láttam, hogy azok ingadoznak, majd kb 15-20 lépés után belállnak, így ezeket minden új  $r$  érték beállítása után kiszűrtem.

