KLASSZIUKS FIZIKA LABORATÓRIUM

Fajhő mérése

jegyzőkönyv

Mérést végezte:
Koroknai Botond

Neptun kód:
AT5M0G

Mérés időpontja:
2023.03.08

Jegyzőkönyv leadásának időpontja:
2023.03.17

Tartalomjegyzék:

1 A mérés célja

A mérés során az 1-es számú alumínium minta fajhőjét határozzuk meg, beejtéses és melegítéses módszerrel. A mérés során egy elektromos izoperibol kaloriméteret használunk, és a mérést két féle képpen végezzük el:

- Beejtéses módszer: Termosz segítségével az előre felfűtött mintát a kaloriméterbe ejtjük.
- Együttfűtéses módszer: A kaloriméteret és az edényébe található mintát közösen fűtjük.

2 A mérőeszközök

- Alumínium minta: 4.7661 g $\pm$ 0.00005 g
- Digitális mérleg
- Izoperibol kaloriméter
- Termosz
- Számítógépes mérő- és kiértékelő program.

3 A kaloriméter kalibrációja

Először is a kaloriméter vízértékét (C_p) valamint a hőátadási tényezőt (α) szerettem volna meghatározni. Hogy felírhassuk a kaloriméterben a hőmennyiség időegységre vonatkozó változását két képletet hívunk segítségül:

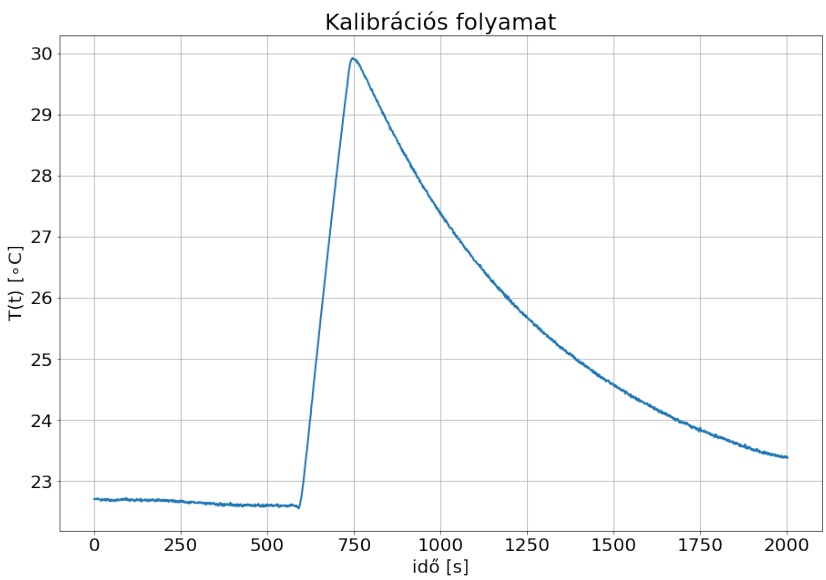
$$Q = cm\Delta T_m = C_m \Delta T_m \tag{1}$$

$$\dot{Q}_k = -\alpha(T - T_0) \tag{2}$$

Ezt követően már felírhatjuk a

$$C_p \frac{dT}{dt} = -\alpha(T - T_0) + \dot{Q}_s(t) \tag{3}$$

egyenletet, ahol $\dot{Q}_s(t)$ azt a hőteljesítményt jelöli, amit kívűlről viszünk be valamilyen módon. A kalibrálás során (1.ábra) fűtőfeszültséget kapcsolunk a kalormiéterre, ezzel fűtve azt, majd hagyjuk, hogy visszahűljön.



1. ábra

Ha a 3-as számú differenciálegyenletet elkezdjük átalakítani, akkor eljutunk az

$$T(t) = \frac{\dot{Q}_R}{\alpha}(1 - e^{-\beta t}) + T_0$$

alakhoz, ami lényeges, mert azt mondhatjuk, hogy a fűtés bekapcsolásától kezdődően elég kicsi t értékekre a hőmérséklet az idővel lineárisan növekszik. Még tovább alakítva az egyenletet:

$$T(t) \approx \frac{U^2}{R}\frac{1}{C_p}t + T_0$$

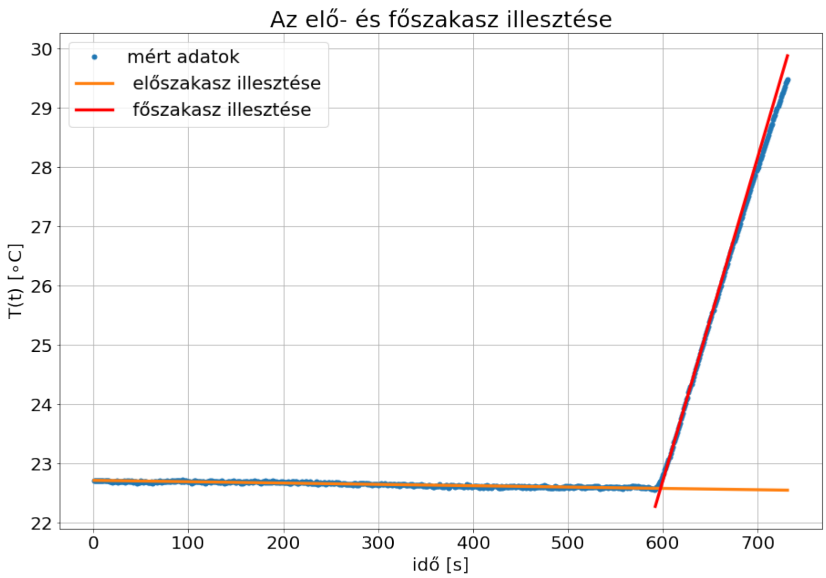
Ebből a meredekség:

$$m = \frac{U^2}{R}\frac{1}{C_p}$$

A vízértékre átalakítva és a bázisra illesztett meredekséggel korrigálva.

$$C_p = \frac{U^2}{R \cdot (m_{fo} - m_{elo})}$$

3.1 Vízérték



2.ábra

	$m_{elo}\left[\frac{°C}{s}\right]$	$m_{fo}\left[\frac{°C}{s}\right]$
illesztett érték:	-0.000226	0.0546
hiba:	$3 \cdot 10^{-6}$	0.0002

A fűtést túl sokáig hagytam bekapcsolva, így túllépte a 2-3 fokot, ezért az illesztést az egyenes elejére koncentráltam, hogy valóban a lineáris szakasz paramétereit kapjam meg.
A vízérték számoláshoz felhasznált egyéb paraméterek:

	U[V]	R[Ω]
érték	2.7236	4.60
hiba	0.0002	0.01

Behelyettesítve a képletbe az értékeket:

$$C_p = 29.433 \pm 0.571 \frac{J}{°C} \tag{4}$$

Így relatív hibája: :

$$\frac{\Delta C_p}{C_p} = \left(2\frac{\Delta U}{U}\right) + \left(\frac{\Delta R}{R}\right) + \left(\frac{\Delta m_{fo}}{m_{fo}}\right) + \left(\frac{\Delta m_{elo}}{m_{elo}}\right) = 0.019 = 1.9\% \tag{5}$$

3.2 Hőátadási tényező

Következő lépésben a hőátadási tényezőt határoztam meg, ehhez a mérés utószakaszára több különböző exponenciális illesztést végeztem.
Az exponenciális egyenlethez úgy jutunk el, ha a 3-as egyenletből kiszedjük a fűtő feszültségéhez tartozó tagot:

$$C_p \frac{dT}{dt} = -\alpha(T - T_0) \tag{6}$$

Melynek megoldása:

$$T(t) = (T_s - T_0)e^{-\beta t} + T_0$$

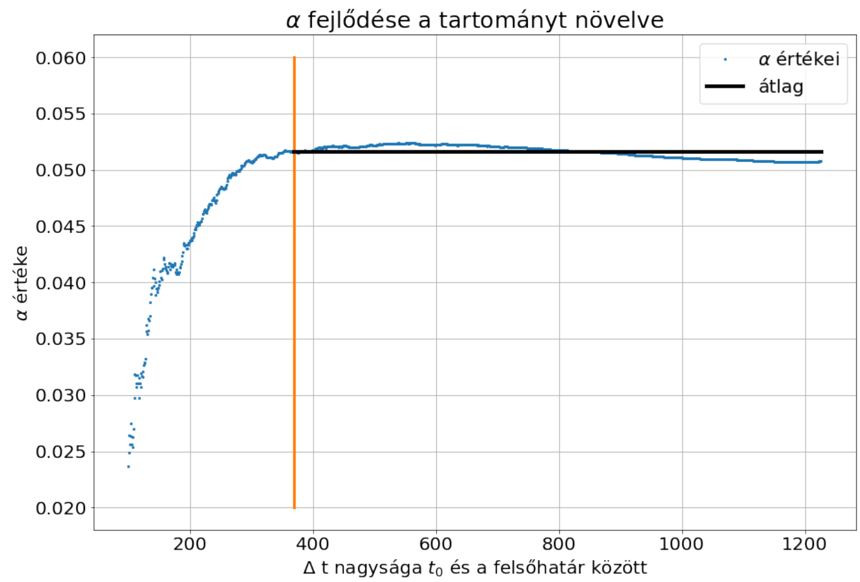
ahol T_s a kikapcsoláskor érvényes hőmérséklet. β paraméter meghatározásához a

$$T(t) = T_b e^{-\beta t} + T_{out} \tag{7}$$

függvényt kell illesszük, ahonnan:

$$\alpha = \beta C_p \tag{8}$$

A tankönyv javaslatára több illesztést végeztem, ehhez segítségül írtam egy függvényt, amivel léptettem az illesztés felsőhatárát, így keresve annak optimális értékét:



3.ábra

Megvártam míg nagyjából beáll egy egyensúlyi értékre (narancssárga vonal), α értékének, az így kijelölt intervallum átlagát vettem, hibája pedig a következő:

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = \frac{\Delta\beta}{\beta} + \frac{\Delta C_p}{C_p} \tag{9}$$

Ahol β hibája az illesztések β értékeinek átlag empirikus szórása, C_p értékét, és hibáját pedig már az előző számolásokban meghatároztuk.

β paraméter értéke és hibája így:

$$\beta = (0.0017518 \pm 7 \cdot 10^{-7}) \frac{1}{s} \tag{10}$$

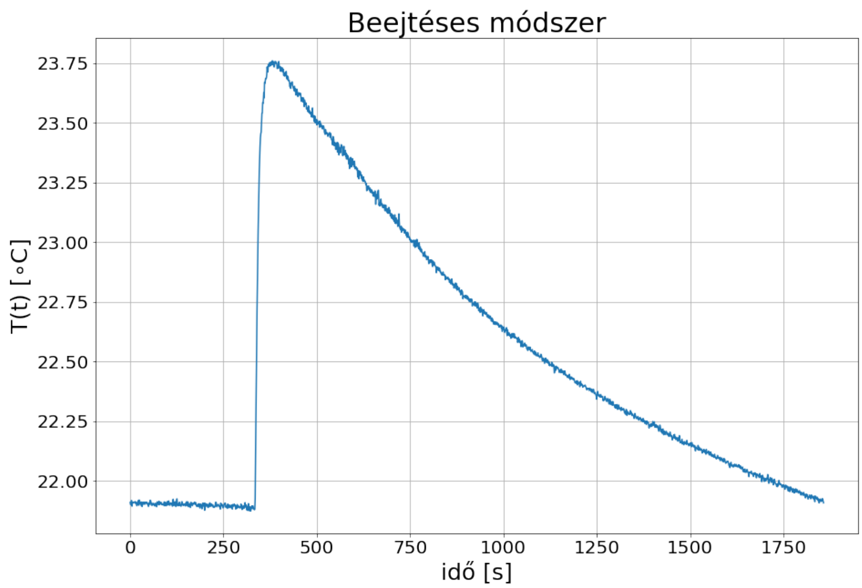
Ebből kifolyólag a hőátadási tényező:

$$\alpha = 0.052 \pm 0.001 \left[\frac{W}{^{\circ}C}\right] \tag{11}$$

A hibaszámítás:

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = \frac{\Delta\beta}{\beta} + \frac{\Delta C_p}{C_p} = 0.019 = 1.9\% \tag{12}$$

4 Beejtéses módszer



4.ábra

Beejtés esetében a mintából a kaloriméterbe áramló hőmennyiséget kell tekinteni, mivel idővel kiegyenlítődnek, így C_m hőkapacítása egy integrálással meghatározható:

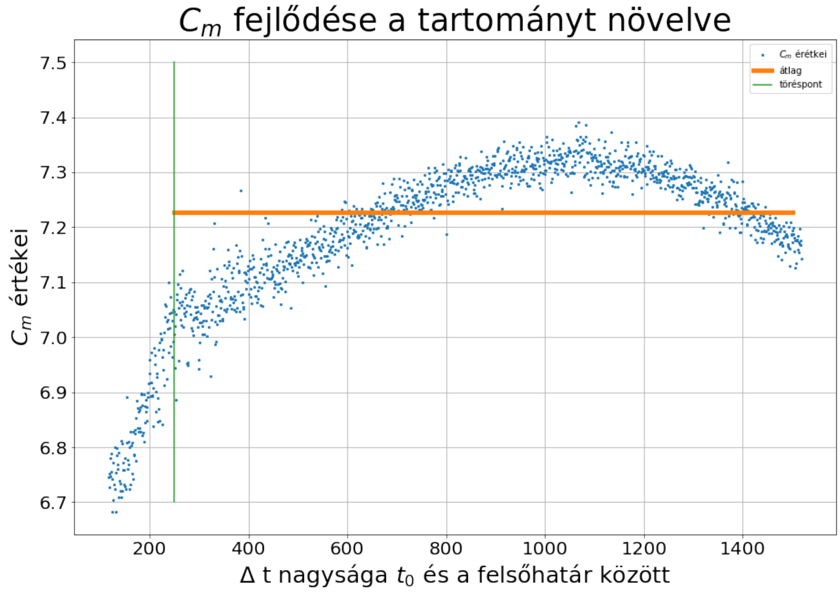
$$C_m(T_m - T(t)) = C_p(T(t) - T_0) + \alpha I(t) \tag{13}$$

ahol $I(t) = \int_{t_0}^{t} (T(t) - T_0)dt$.

Itt hasonlóan jártam el mint az α paramáter meghatározása esetében, azaz egy rövid függvény segítségével elvégeztem a numerikus intergrálást, a Q kiszámolását, majd a C_m értékének kiszámolását is.

Továbbá követtem a tankönyv utasításait, és kiérétkeléshez olyan felsőhatárokat válaszottam, amik már bőven a lecsnegő szakaszban helyezkednek el (töréspont utáni).

A C_m értékének az így kiválaszott adatok átlagát veszem, és a hibáját szintén az átlag empirikus szórásának képletével határozzuk meg.



5. ábra

A megfelelő számolásokat elvégezve C_m értéke és hibája:

$$C_m = 7.228 \pm 0.003 \ \frac{J}{°C} \tag{14}$$

Innen a fajhőt a következő képlet alapján kapjuk:

$$c = \frac{C_m}{m} = 1516.54 \pm 0.65 \ \frac{J}{kg \cdot° C} \tag{15}$$

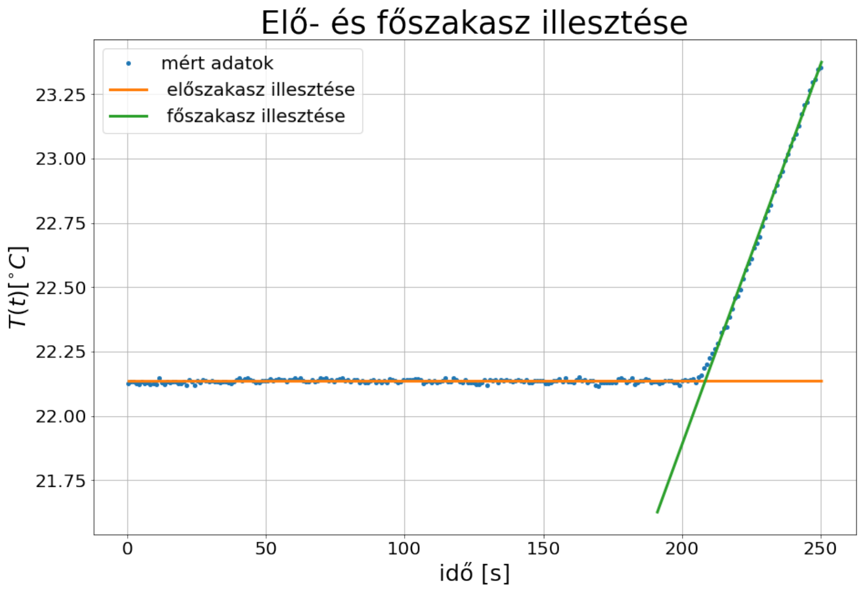
A hibát hibaterjedéssel adtam meg:

$$\Delta c = c \left(\frac{\Delta C_m}{C_m} + \frac{\Delta m}{m} \right) \tag{16}$$

5 Együttfűtéses módszer

Ebben az esetben a kalibrálásnál használt módszert tudjuk alkalmazni, azaz első lépésben elvégzem az elő- és főszakasz illesztését a mért adatokra.
Majd meghatározom a rendszer közös hőkapacítását, végül az imént meghatározott mennyiség és a kalibráció során kiszámolt vízérték különbségeként meghatárzom a minta hőkapacítását is.

	m_{elo} $\left[\frac{°C}{s}\right]$	m_{fo} $\left[\frac{°C}{s}\right]$
illesztett érték:	$2 \cdot 10^{-6}$	0.0296
hiba:	$8 \cdot 10^{-6}$	0.0002



6. ábra

A közös hőkapacítás számoláshoz felhasznált egyéb paraméterek:

	U[V]	R[Ω]
érték	2.1745	4.60
hiba	0.0003	0.01

Eredményül:

$$C_k = 34.7287 \pm 0.3104 \ \frac{J}{°C} \tag{17}$$

Hibája:

$$\Delta C_k = C_k \left(\left(2\frac{\Delta U}{U} \right) + \left(\frac{\Delta R}{R} \right) + \left(\frac{\Delta m_{fo}}{m_{fo}} \right) + \left(\frac{\Delta m_{elo}}{m_{elo}} \right) \right) = 0.3104 \tag{18}$$

A minta fajhőjét a következő összefüggés alapján határoztam meg:

$$C_k = C_m + C_p \rightarrow C_m = C_k - C_p \tag{19}$$

Tehát meghatároztam a minta és a kaloriméter közös hőkapacítását, majd kivontam belőle az üres kaloriméterét.

$$C_m = 5.2956 \pm 0.1501 \ \frac{J}{°C} \tag{20}$$

Hibája:

$$\Delta C_m = C_m \left(\left(\frac{\Delta C_k}{C_k} \right) + \left(\frac{\Delta C_p}{C_p} \right) \right) = 0.1501 \tag{21}$$

Végül pedig elosztjuk a minta tömegével:

$$c_m = 1111.097 \pm 31.502 \ \frac{J}{°C \cdot kg} \tag{22}$$

6 A fajhő klasszikus elmélet szerinti várható értéke

Állandó térfogaton felírhatjuk, hogy:

$$\Delta U = nC_v\Delta T \tag{23}$$

De a rendszer belső energiájának megváltozására még azt is felírhatjuk, hogy:

$$\Delta U = \frac{f}{2}nR\Delta T \tag{24}$$

Ha a két egyenletet egyenlővé tesszük egymással, akkor azt kapjuk, hogy:

$$C_V = \frac{f}{2}R$$

Ami az anyag állandó térfogaton vett moláris hőkapacítása. Most osszuk le a moláris tömeggel és megkapjuk a fajlagos hőkapacítást:

$$c = \frac{f}{2}\frac{R}{M}\left[\frac{J}{kg \cdot K}\right] \tag{25}$$

Vegyük az : $R = 8.3144\ \frac{J}{mol \cdot K}$ értéket, és az alumínium moláris tömegét: $M_{al} = 26.9815\ \frac{g}{mol}$-nak, és f szabadsági fok értékét: $f = 6$-nak.
A fajhő elméleti értékére így $c = 924.46\ \frac{J}{kg \cdot K}$ -ot kapunk.

7 Az edény anyagának diszkutálása

Véleményem szerint azért célszerű a kaloriméter edényét vörösrézből készíteni, mert a réz jó hővezetésének, és alacsony hőkapacításának köszönhetően a fűtőfeszültség által leadott hőt gyorsan és kevés veszteséggel továbbítja a minta felé, valamint az edény aljára szerelt hőmérő is gyors és pontos méréseket tud végezni.

8 Előnyök és hátrányok

Mindkét módszernek megvannak a maga előnyei, de sajnos a hátrányai is mely számos hibát vonz magával. A beejtéses módszer esetében például külön mérőeszköz méri a kaloriméter és a termosz hőmérsékletét, és semmi nem garantálja, hogy a két hőmérő ugyan olyan hibával rendelkezik. Fontos még kiemelni, hogy a beejtés pillanatának környékén felnyítjuk az edényt, így hőcsere történhet a környezettel. Pozítívumként viszont azt említeném meg, hogy ezzel a módszerrel fűtőfeszültség nélkül végezzük a mérést, így annak bizonytalanság, valamint az edény fűtésének hőveszteség kiesik a képből.

Az együttfűtéses mérésnél szinte pont az ellenkezőket mondhatjuk el. Az ilyen típusú mérés során zárt rendszerrel dolgozunk, egy hőmérőt használunk, de megjelennek például a feszültség ingadozásból eredő hibák.

9 Diszkusszió

A kaloriméter kalibrálását sikeresnek mondhatom, hisz a vízértéket sikerült 1.9% -os hibával meghatároznom, így az α paraméter értékét szintén kicsi hibával tudtam kiszámolni. Hiába sikerült mind a két módszerrel kis hibával rendelkező fajhőt meghatároznom, a klasszikus elmélet szerint meghatározott fajhő mindkét esetben a hibahatáron kívül esik. Többszöri ellenőrzést és újraszámolást követően úgy gondolom, hogy valószínűleg a tömeg mérésénél vétettem hibát.