KLASSZIUKS FIZIKA LABORATÓRIUM

Hangfrekvenciás mechanikai rezgések vizsgálata

jegyzőkönyv

Mérést végezte:
Koroknai Botond

Neptun kód:
AT5M0G

Mérés időpontja:
2023.05.10

Jegyzőkönyv leadásának időpontja:
2023.06.02

Tartalomjegyzék:

1 A mérés célja: **2**

2 A mérőeszközök: **2**

3 Fontos összefüggések **2**

4 Mérési adatok kiértékelése: **3**
4.1 A - minta geometriai adatai: 3
4.2 14 -es minta geometriai adatai: 3
4.3 Sajátfrekvencia: 3
4.4 Young-modolusz - B minta 4
4.5 Rezonanciagörbe: 4

5 A frekvencia hosszfüggése: **5**

6 Diszkusszió: **6**

1 A mérés célja:

A mérés során különböző anyagok rugalmas tulajdonságait vizsgáltam. Ilyen például a minta sajátfrekvenciája, Young - modolusza, a rezonanciagörbe, és a frekvencia hosszfüggésének vizsgálata.

2 A mérőeszközök:

- A - minta
- 14 - es minta
- Satu
- Gerjesztő elektromágnes
- Oszcilloszkóp
- Tolómérő
- Feszültséggenerátor
- Feszültségmérő
- Analitikai mérleg

3 Fontos összefüggések

Mintára ható erő:

$$F(t) = a\cos(\omega_g t) + b\sin(2\omega_g t) \tag{1}$$

ahol ω_g a gerjesztő frekvencia.
Felharmónikusok frekvenciája:

$$\frac{\nu_i}{\nu_0} = \left(\frac{\mu_i}{\mu_0}\right)^2 \tag{2}$$

ahol ν_i az i. sajátfrekvencia, μ pedig a $\cosh(\mu)\cos\mu + 1 = 0$ egyenlet zérushelyei.

Mivel a rezonanciafrekvenciák a módusállandó négyzetével (k_i^2) arányosak, vagyis $\nu_i = mk_i^2$, így k_2^i függvényében ábrázolva ν_i-t egy origón átmenő egyenest várunk. Melynek meredeksége:

$$m = \frac{1}{2\pi l^2}\sqrt{\frac{EI}{\rho S}} \tag{3}$$

Ahol E a minta Young - modolusza, ρ a sűrűsége valamint S a minta keresztmetszete.
Hosszfüggés:

$$\nu \sim \frac{1}{l^2}$$

$$\nu = \frac{1}{l^2}\frac{\mu_i^2}{2\pi}\sqrt{\frac{EI}{\rho S}}$$

Melyet átrendezve:

$$E = \frac{m^2 \cdot 4\pi^2 \cdot l^4 \cdot S \cdot \rho}{I} \tag{4}$$

ahol I a test másodrendű nyomatéka, jelen esetben: $I = \frac{ab^3}{12}$, m pedig az előbbiekben definiált meredekség.

4 Mérési adatok kiértékelése:

4.1 A - minta geometriai adatai:

1. D - a minta szélessége: (15.06 ± 0.005) mm
2. h_1 a rezgőrész vastagsága: (1.99 ± 0.005) mm
3. h_2 a befogott rész vastagsága: (10.02 ± 0.005) mm
4. l_1 a rezgőrész hossza: (79.99 ± 0.005) mm
5. l_2 a megvastagított rész hossza: (20.01 ± 0.005) mm
6. m_A a minta tömege: (14.6456 ± 0.00005) g

Ezek alapján a minta sűrűsége:

$$\rho_A = (2703 \pm 24.02)\ \frac{kg}{m^3}$$

A hiba:

$$\Delta\rho_A = \rho_A \cdot \left(\frac{\Delta m_A}{m_A} + \frac{\Delta V_A}{V_A}\right)$$

A minta másodrendű nyomatéka:

$$I_A = (9.8 \pm 0.8) \cdot 10^{-6}\ m^2$$

A hiba:

$$\Delta I = I \cdot \left(\frac{\Delta a}{a} + 3 \cdot \frac{\Delta b}{b}\right)$$

4.2 14 -es minta geometriai adatai:

1. D - a minta szélessége: $(14.98 \pm 0.005)\ mm$
2. h a minta vastagsága: $(3.01 \pm 0.005)\ mm$
3. l a minta hossza: $(100 \pm 0.005)\ mm$
4. m_{14} a minta tömege: $(39.8553 \pm 0.00005)\ g$

Ezek alapján a minta sűrűsége:

$$\rho_{14} = (8839 \pm 18.086)\ \frac{kg}{m^3}$$

Valamint a minta másodrendű nyomatéka:

$$I_{14} = (37.18 \pm 0.9) \cdot 10^{-6}\ m^2$$

A hibaszámítást az "A" minta esetén végzett hibaszámításnál feltüntetett képletek alapján végeztem.

4.3 Sajátfrekvencia:

A feladat során "A" minta első négy sajátfrekvenciáját kellett megkeresnem, és összehasonlítani a képlet által számolt értékekkel:

felharmónikus sorszáma	mért ν [Hz]	mért ν fele [Hz]	számolt ν [Hz]	számolt ν fele [Hz]	δ h [%]
0	253.081	126.9	-	-	-
1	1610.125	815.145	1608.361	804.181	0.11
2	4512.932	2253.365	4514.651	2257.3255	0.04
3	8886.154	4456.734	8879.954	4439.977	0.07

1. ábra

Az 1-es ábra kapcsán érdemes megemlítenem, hogy a kevert jelölés ellenére k, minden esetben ugyan úgy a módusokat jelöli, mint μ.

	meredekség	tengelymetszet
érték	73.54	-11.26
hiba	0.12	8.45

4.4 Young-modolusz - B minta

A (4) - es képlet, valmint az imént kapott illesztés meredekségével meghatározhattam a minta Young - modoluszát.

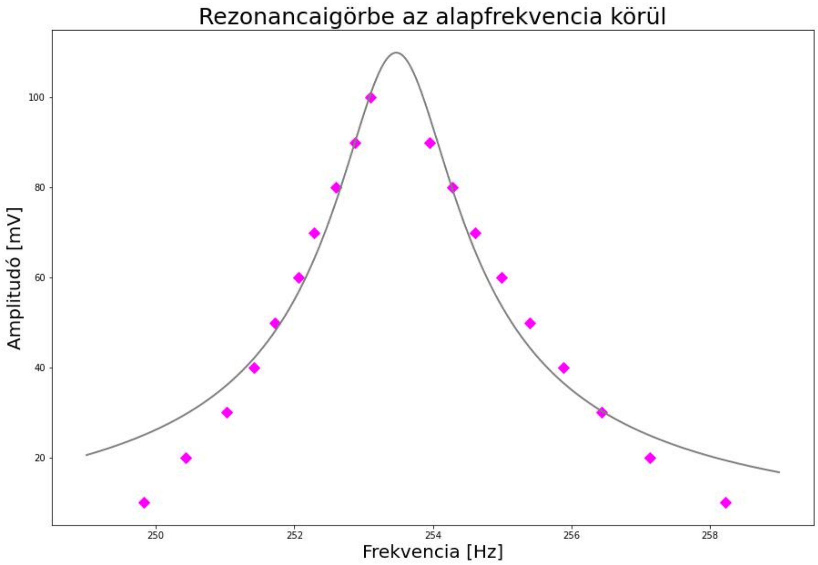
$$E = (7.2 \pm 1.36) \cdot 10^{10} Pa \tag{5}$$

A hiba:

$$\Delta E = E \cdot \left(2 \cdot \frac{\Delta m}{m} + 4 \cdot \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta S}{S} + \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta I}{I}\right) \tag{6}$$

4.5 Rezonanciagörbe:

A [mV]	ν_1 [Hz]	ν_2 [Hz]
100	253.10	253.10
90	252.88	253.96
80	252.60	254.28
70	252.29	254.61
60	252.06	254.99
50	251.72	255.4
40	251.42	255.89
30	251.02	256.44
20	250.43	257.13
10	249.83	258.22



Az illesztés egyenlete:

$$y = \frac{67208.6}{2\sqrt{(x(-254.32) + \kappa^2)^2 + \kappa^2(-254.32 + x)^2}} \tag{7}$$

Az illesztés alapján:

$$\kappa = -254.32$$

és

$$\Delta\nu = \frac{\kappa}{\pi} = -80.95\ Hz$$

Mint láthatjuk az ábrán ezek helytelen adatok, hisz az adatokat megvizsgálva két szomszédos frekvencia átlagos távolsága:

$$\Delta\nu = 0.47\ Hz$$

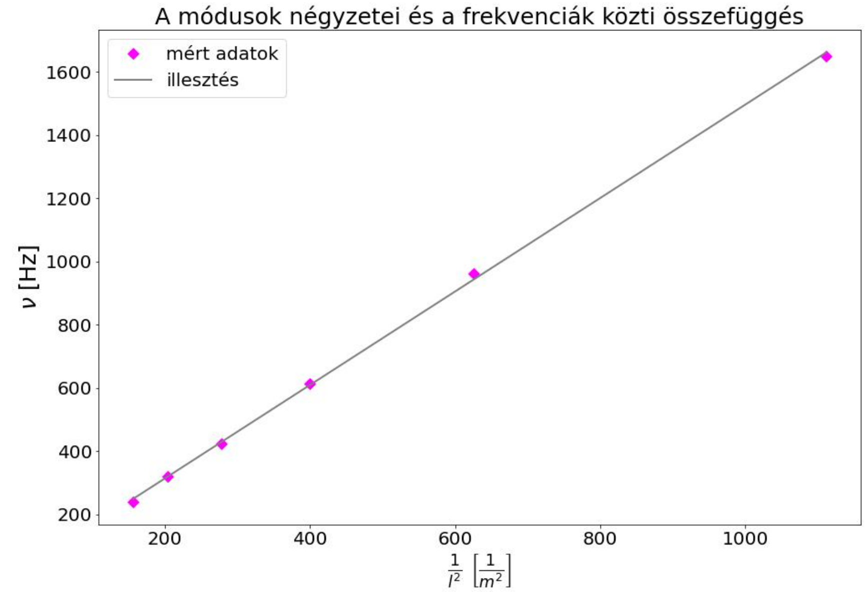
Mely alapján:

$$\kappa = \pi \cdot \Delta\nu = 1.46$$

5 A frekvencia hosszfüggése:

Rezgő rész hossza [cm]	Rezonanciafrekvencia: ν [Hz]
8	239
7	320.73
6	424.043
5	614.83
4	963
3	1650.850

	meredekség $\left[\frac{Hz}{m^2}\right]$	tengelymetszet ν [Hz]
érték	1.48	18.25
hiba	0.016	9.25



A meredekség segítségével a Young - modoluszt ismét meghatározhatjuk

$$E = (11.2 \pm 0.42) \cdot 10^{10} Pa \tag{8}$$

A hibát a (6) - os képlet alapján számoltam.

6 Diszkusszió:

Bizonyos részméréseket sikeresnek mondhatok, de sajnos nem mindegyiket. A rezonanciagörbe mérése és illesztése elég pontatlan lett. Ezt leszámítva sikerült belátni a frekvencia fordított arányosságát a rezgő rúd hosszának négyzetével, valamint a sajátmódusok négyzetével fennálló arányosságát.