

# Pozitron annihiláció vizsgálata

jegyzőkönyv

---



Mérést végezte:  
Iharosi Péter (A5YF3U)  
Koroknai Botond (AT5M0G)

Mérés időpontja:  
2023.11.28

Jegyzőkönyv leadásának időpontja:  
2023.12.12

## **Tartalomjegyzék:**

<b>1</b>	<b>Mérés célja és rövid leírása</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Mérőeszközök</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Mérési adatok kiértékelése</b>	<b>2</b>
<b>4</b>	<b>Diskusszió</b>	<b>9</b>
<b>5</b>	<b>Források</b>	<b>9</b>

## 1 Mérés célja és rövid leírása

A mérés során a célunk az volt, hogy a plüssmaciban található "daganatot" ( $^{22}\text{Na}$  izotópok), elektron-pozitron annihiláció segítségével sikeresen lokalizáljuk. Megtalálásukhoz a beütések számát vizsgáltuk az energia függvényében, ami pedig a feszültséggel arányos. A megfelelő feszültség érték beállítása után a mozgatható detektor segítségével meghatározhatjuk, a koincidencia szögfüggését, melyek segítségével megkereshetjük a válaszgyeneseket. 3-3 ilyen vonal meghatározását követően pedig már az izotópok helyét is megtudjuk.

## 2 Mérőeszközök

- számítógép és Excel táblázat
- fólia
- fonál
- szögmérő
- detektorok

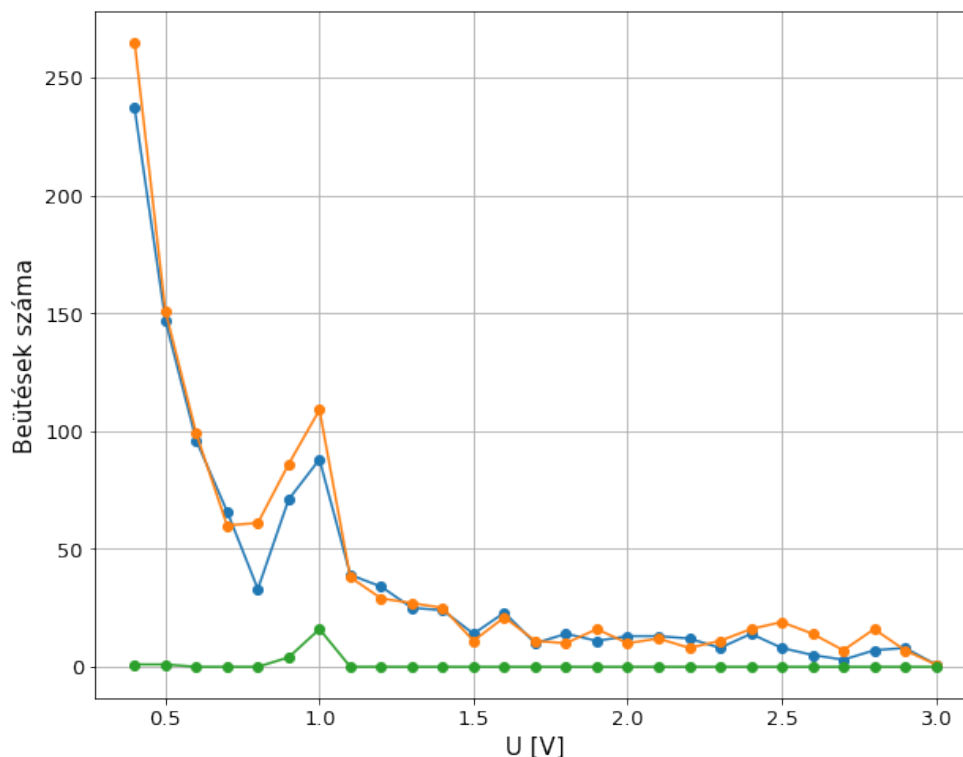
## 3 Mérési adatok kiértékelése

A beteg maci bekerült a műanyag dobozába, mi pedig a dobozra egy fóliát helyezve körberajzoltuk a maci körvonalát. Az első feladatunk a nátrium izotóp fotoenergia-spektrumának megmérése volt, amit 0.4 V és 3 V között mértünk 0.1 V-os ugrásokkal és 12 másodperces mérésidővel.

U [V]	Sc1	Sc2	Koinc
0.4	237	265	1
0.5	147	151	1
0.6	96	99	0
0.7	66	60	0
0.8	33	61	0
0.9	71	86	4
1.0	88	109	16
1.1	39	38	0
1.2	34	29	0
1.3	25	27	0
1.4	24	25	0
1.5	14	11	0
1.6	23	21	0
1.7	10	11	0
1.8	14	10	0
1.9	11	16	0
2.0	13	10	0
2.1	13	12	0
2.2	12	8	0
2.3	8	11	0
2.4	14	16	0
2.5	8	19	0
2.6	5	14	0
2.7	3	7	0
2.8	7	16	0
2.9	8	7	0
3.0	1	1	0

táblázat 1: Beütések száma az egyes detektorokban és a koincidencia fotonok

A mérési adatokat vizualizáltuk, ahogy az excel táblázatban is láthattuk. A nátrium izotóp 511 keV energiájú



Ábra 1: Fotoenergia-spektrum

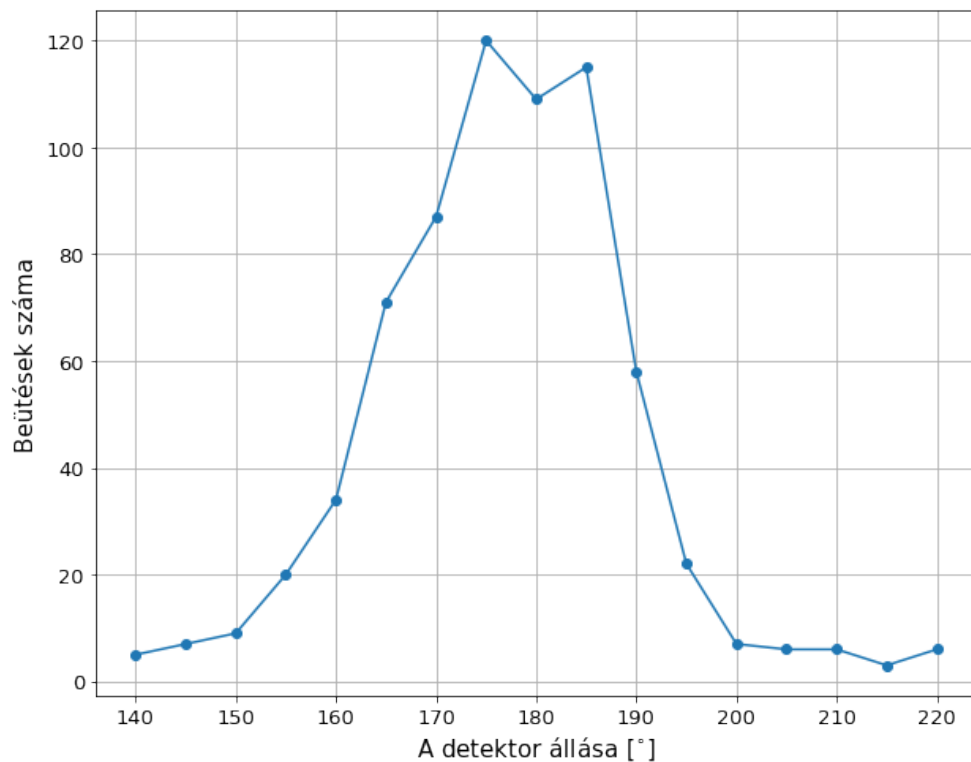
annihilációs vonala 1V-nál található, mint ahogy látjuk az ábra alapján, így a laborvezető utasítására a mérési szűrőhatárt 0.8 V-ra állítottuk, míg a mérést idejét 1 perce növeltük. A következő mérés során a mozgatható detektor szögét 140-220/25 fok között állítva elindítottuk a mérést és feljegyeztük az egyes detektorokban mért beütések számát, illetve a koincidenciák számát. A mérést macit különböző állásokba forgatva háromszor ismételtük meg.

#### Első mérés:

táblázat 2: Az adatok táblázatos formában.

D.szög	Sc1	Sc2	Koinc
140	1835	1977	5
145	1899	2158	7
150	1905	2094	9
155	1821	2017	20
160	1821	2121	34
165	1843	2118	71
170	1827	2131	87
175	1831	2151	120
180	1815	2011	109
185	1782	2047	115
190	1829	2084	58
195	1853	2090	22
200	1861	2143	7
205	1810	2074	6
210	1738	2134	6
215	1827	2131	3
220	1798	2129	6

táblázat 3: Első állapothoz tartozó mérési eredmények

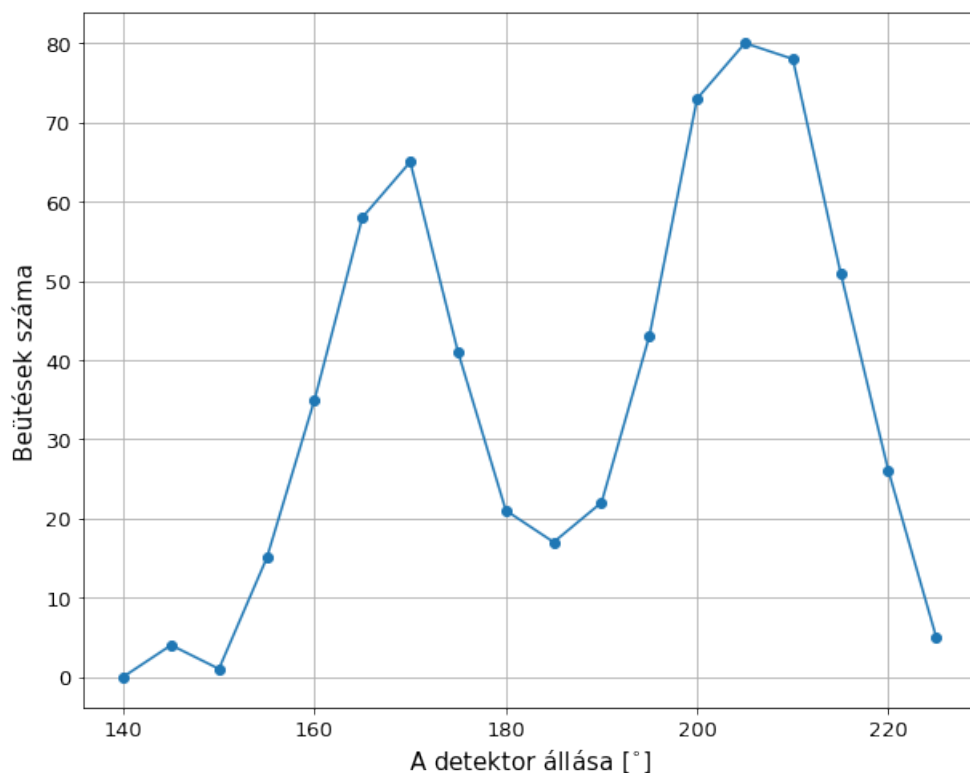


Ábra 2: Koncidenciák száma a szög függvényében - első állapot

Az ábráról, valamint a táblázatból is leolvashatjuk, hogy a legmagasabb csúcs a  $175 \pm 3^\circ$ -nál volt található, ezért visszaállítottuk a detektort ebbe a pozícióba és egy kifeszített fonál segítségével meghúztuk az első válaszegyenest. A csúcs hibája a következő képpen adódott, először is az ábrát jobban szemügyre véve az is elképzelhető, hogy nem a valódi csúcst találtuk meg, mert az a két lokális maximum között helyezkedik el. Mivel öt fokként változtattuk a detektor szögét, így ez  $2.5^\circ$  hibát jelent. Másodszor a szögmérő pontatlanságát is figyelembe kell venni, ezért a legkisebb beosztás felének megfelelő, azaz  $0.5^\circ$ -os hibát is rászámoltunk még. Ezt követően a mérésvezető elfordította a macit és megkezdte a második mérést.

D.szög	Sc1	Sc2	Koinc
140	1793	2017	0
145	1868	2113	4
150	1925	2007	1
155	1872	2055	15
160	1871	2020	35
165	1795	2060	58
170	1831	2052	65
175	1792	2056	41
180	1877	2094	21
185	1770	2031	17
190	1818	1959	22
195	1810	2028	43
200	1782	2015	73
205	1831	1930	80
210	1754	2030	78
215	1776	2014	51
220	1739	2046	26
225	1809	2087	5

táblázat 4: A második állapothoz tartozó eredmények



Ábra 3: Koncidenciák száma a szög függvényében - második állapot

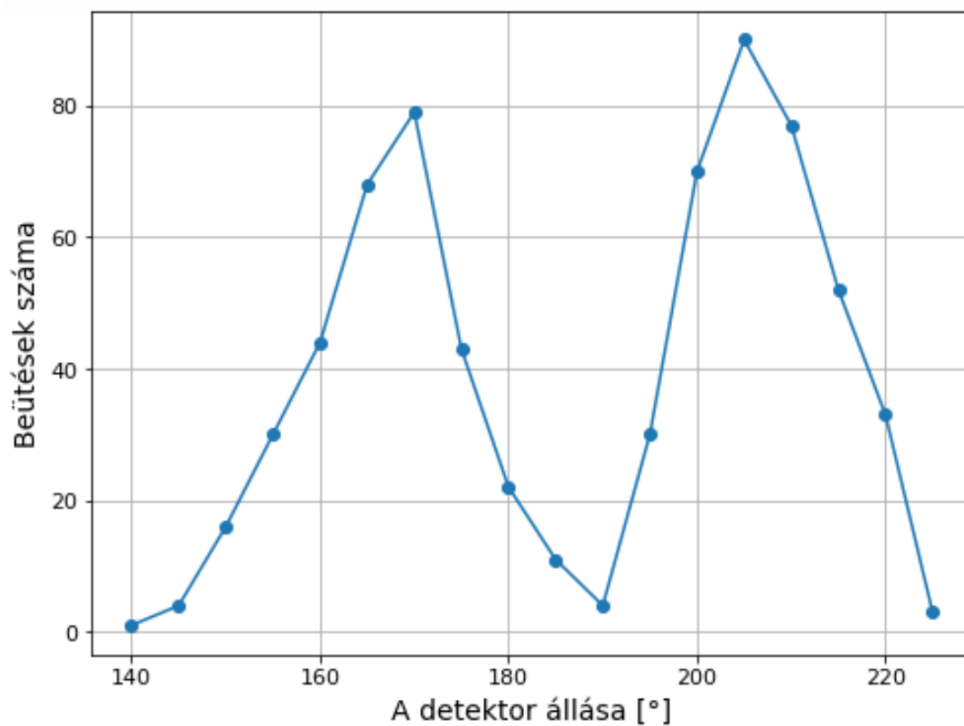
A méréshez tartozó legmagasabb csúcsok:  $170 \pm 3^\circ$  és  $205 \pm 3^\circ$ -nál voltak találhatóak. Ebben az esetben is mindkét csúcshoz tartozó szögérthez visszaállítottuk a detektorunkat és egy-egy válasz egyenest húztunk meg.

Ezután a mérésvezető ismét elforgatta a macit, és harmadszorra is végimentünk a vizsgált szögtartományon. Ismét két csúcsot mértünk, és az ezekből adódó két válasz egyenessel már be lehetett azonosítani a két "tumor" helyét.

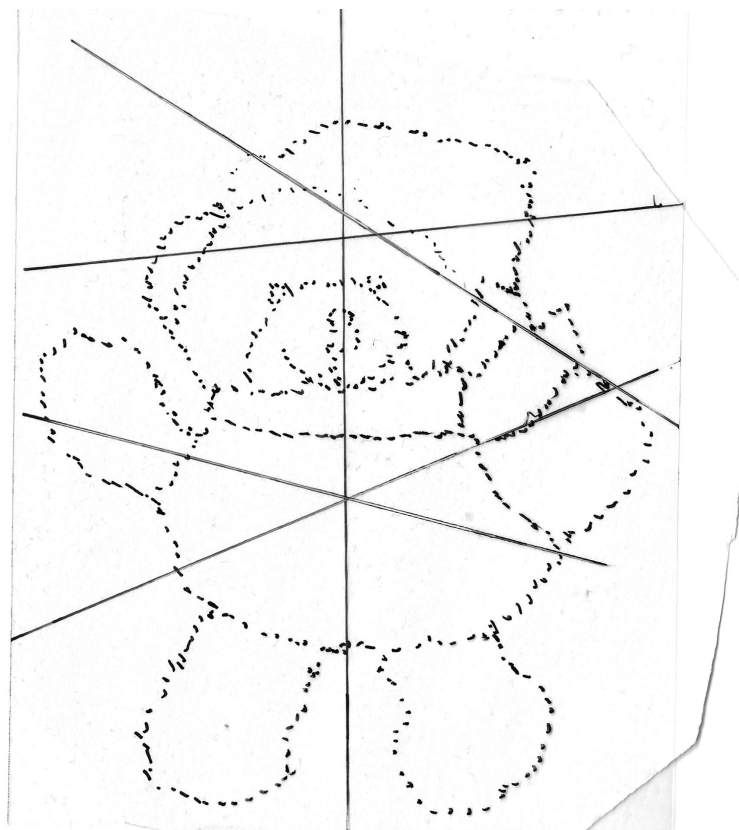
D.szög	Sc1	Sc2	Koinc
140	1809	1890	1
145	1860	1963	4
150	1836	2013	16
155	1873	1962	30
160	1787	1910	44
165	1842	1929	68
170	1919	1979	79
175	1864	1908	43
180	1852	1981	22
185	1853	2002	11
190	1859	1903	4
195	1905	1946	30
200	1856	1940	70
205	1943	1963	90
210	1848	1912	77
215	1910	1928	52
220	1966	2058	33
225	1913	2014	3

táblázat 5: A harmadik állapothoz tartozó eredmények

A harmadik méréshez tartozó legmagasabb csúcsok:  $170 \pm 3^\circ$  és  $205 \pm 3^\circ$ . (Pusztán a véletlen műve, hogy pont ugyanezen szögeknél voltak a második állásban mért csúcsok is.) Az így összesen kapott öt válasz egyenessel már beazonosítható a két  $^{22}\text{Na}$  minta (kétdimenziós) helye a maciban. Az eredmény az 5-ös ábrán látható. A két  $^{22}\text{Na}$  minta helyét a képen koordinátákkal is meg kell adni. Ehhez a kép alsó oldalát tekintjük x tengelynek.



Ábra 4: Konkidenciák száma a szög függvényében - harmadik állapot



Ábra 5: A maci felülnézeti vázlatos képe, rajta a válaszegyenesekkel

lynek, bal oldalát  $y$  tengelynek, bal alsó sarkát pedig origónak. A koordináták egysége az egyszerűség kedvéért a pixel lesz. Viszonyítási alapként: a kép mérete  $1750 \times 1910$  pixel. Mivel a válaszegyenesek metszéspontjai nem illeszkednek tökéletesen (még a maci mellkasán lévő ponton sem, bár annak a pontossága igen jól sikerült), ezért mindkét "tumor" helyéhez három pont tartozik az ábrán. A GIMP képszerkesztő segítségével megkapjuk a maci fején lévő metszésponthoz tartozó  $P_1$ ,  $P_2$  és  $P_3$ , illetve

a mellkasán lévő metszésponthoz tartozó  $P_4$ ,  $P_5$  és  $P_6$  pontok pixelkoordinátáit. A kapott számokat kiátlagolva kapjuk meg a végeredményt, a  $P_{fej}$  és  $P_{mellkas}$  pontok koordinátáit, és azok empirikus szórását.

$x_1$	810	$y_1$	1435
$x_2$	805	$y_2$	1380
$x_3$	885	$y_3$	1390
$x_4$	810	$y_4$	780
$x_5$	815	$y_5$	775
$x_6$	820	$y_6$	775

táblázat 6: A hat metszéspont pixelkoordinátái

A 6-os táblázatban láthatóak a mért pixelkoordináták. Az értékek 5-ös kerekítéssel vannak feltüntetve, ahogy a kép méretét is ilyen kerekítéssel adtuk meg fentebb. Az átlagolás során az ebből adódó hiba remélhetőleg eltűnik, valószínűleg az empirikus szórás fog dominálni, legalábbis  $P_{fej}$  hibájánál bizonyosan. A 7-es táblázatban láthatóak az eredmények.

	Érték	Hiba
$x_{fej}$	833	45
$y_{fej}$	1402	29
$x_{mellkas}$	815	5
$y_{mellkas}$	777	3
Pont	Pozíció	$\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$
$P_{fej}$	(833, 1402)	54
$P_{mellkas}$	(815, 777)	6

táblázat 7: A  $^{22}\text{Na}$  minták koordinátái és azok hibái

## Hibabecslés a szögmérési pontosságból

A metszéspontok hibáira becslést teszünk a szögmérés bizonytalanságából is. A válaszegyenesek meredeksége nem feleltethető meg egyszerűen a detektor  $180^\circ$ -tól mért szögeltéréssel. Azt találtuk, hogy a  $170^\circ$  és  $205^\circ$ -hoz tartozó válaszegyenesek a második és a harmadik állásban is  $17^\circ$  és  $18^\circ$  közötti szöget zárnak be egymással, ami a két detektor-állás közötti szökülönbség fele. Ezért éltünk a durva közelítéssel, hogy a  $\pm 3^\circ$ -os szögmérési bizonytalanság  $\pm 1,5^\circ$ -os bizonytalanságot ad a válaszegyenesek meredekségébe. A második és a harmadik mérésnél felvett két-két válaszegyenesnek páronként megkerestük a metszéspontjait. (Ezeket az 5-ös ábrán akkor láthatnánk csak, ha az ábra jobbra folytatódna.) Ezután minden egyeneshez felvettünk két-két olyan egyenest, amelyek a metszésponton áthaladnak, meredekségük pedig  $\pm 1,5^\circ$ -kal tér el az eredeti egyenestől. Így minden válaszegyenes két "hibahatár-egyenes" közé fogtunk, melyeken kívül a szögmérési pontosság alapján ezen durva becslés szerint biztosan nem lehet a valódi válaszegyenes.

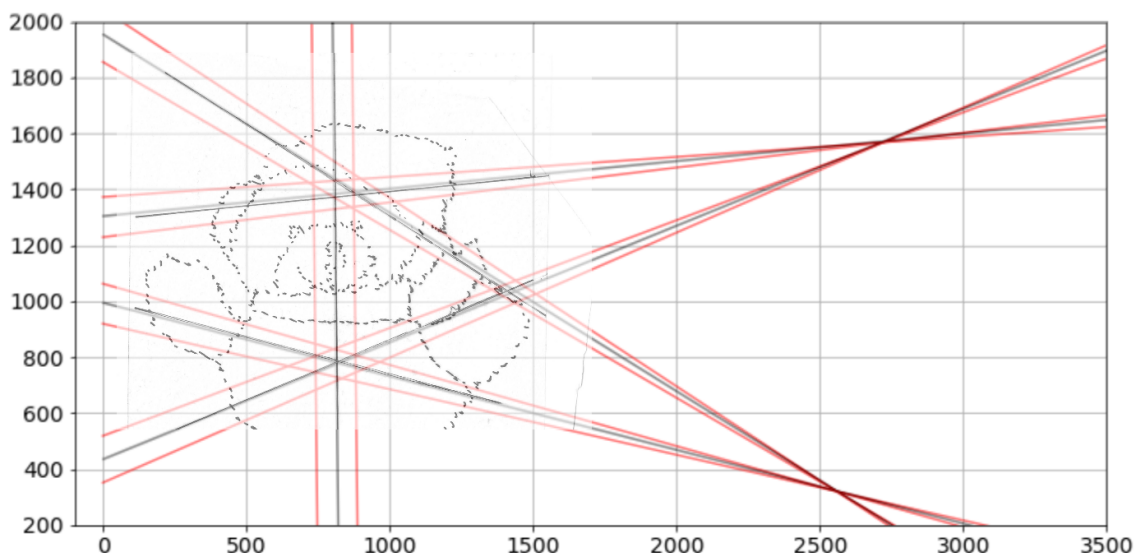
Az első mérésnél felvett egyetlen válaszegyenesnél nem volt viszonyítási alapot adó metszéspont, ezért azt pusztán eltoltuk az x tengely mentén mindkét irányba egy olyan önkényes értékkel, mely a többi válaszegyenesre kapott hibákkal azonos nagyságrendű.

	Érték	Hiba
$x_{fej}$	833	95
$y_{fej}$	1402	70
$x_{mellkas}$	815	90
$y_{mellkas}$	777	55, 5
Pont	Pozíció	$\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$
$P_{fej}$	(833, 1402)	118
$P_{mellkas}$	(815, 777)	106

táblázat 8: A  $^{22}\text{Na}$  minták koordinátáinak hibái a szögmérési pontosságból becsülve

Eredményül kaptunk mind  $P_{fej}$ , mind  $P_{mellkas}$  értékre újabb tizenkettő-tizenkettő metszéspontot. Ezeknek empirikus szórását számoltam ki a 7-es táblázatban lejegyzett átlagok körül. A mért válaszegyenesek metszéspontjait nem számoltam bele, de ezzel legfeljebb túlbecsülhettem a hibát. A kapott eredmények a 8-as táblázatban láthatóak.

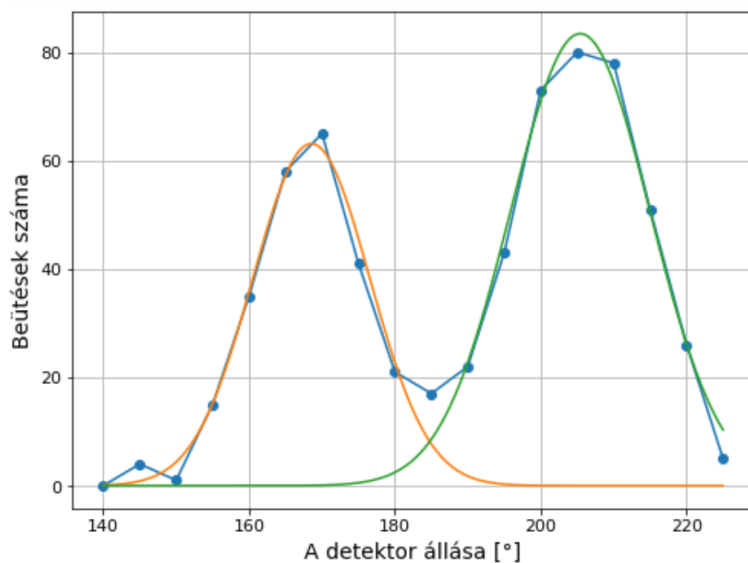




Ábra 6: A szögmérési bizonytalanságból becsült hibahatár-egyenesek (piros) és a mért válasz egyenesek (fekete). (Az x és y tengelyek rendre az x és y pixelkoordinátáknak felelnek meg).

### A koncentráció és a térbeli kiterjedés

Nem áll módunkban becslést tenni a mintákban ("tumorokban") lévő  $^{22}\text{Na}$ -koncentrációra, sem a minták térbeli kiterjedésére. Azt azonban megbecsülhetjük, hogy az egyik minta koncentrációja és kiterjedése hogyan aránylik a másik mintához. Feltesszük, hogy a második és harmadik mérésnél felvett csúcsokra Gauss-görbéket illesztve, az illesztett görbék amplitúdója a hozzá tartozó mintában lévő  $^{22}\text{Na}$ -koncentrációval, szórása pedig a minta kiterjedésével lesz arányos.

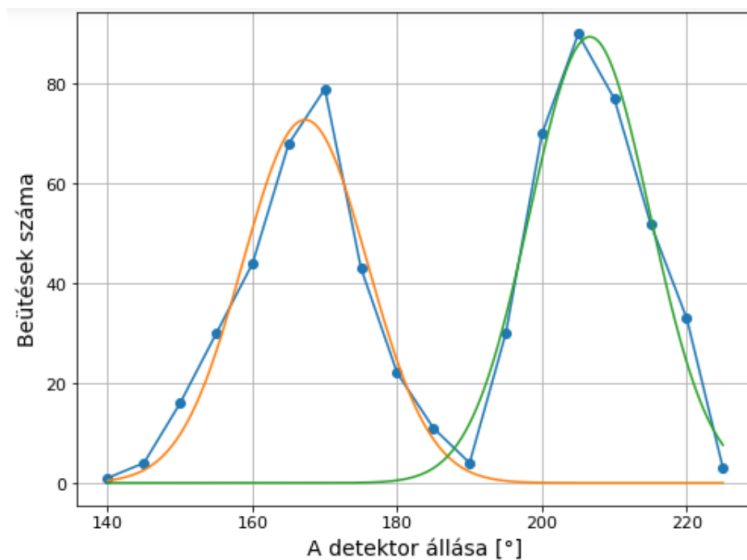


Ábra 7: A második mérésnél felvett csúcsokra illesztett Gauss-görbék

	$A_{170}$	$A_{205}$	$\sigma_{170}$	$\sigma_{205}$	$A_{205}/A_{170}$	$\sigma_{205}/\sigma_{170}$
2. mérés	63,1	83,4	8	9,6	1,33	1,2
3. mérés	72,8	89,4	8,6	8,3	1,23	0,97

táblázat 9: Az illesztések eredménytáblázata

A 9-es táblázatban láthatóak az illesztések eredményei. A két mérés nem ad egységes eredményt arra nézve, hogy melyik "tumor" a nagyobb. A görbék amplitúdóinak arányai már egységesebbek, így azt meg tudjuk becsülni, hogy a maci mellkasi részébe helyezett mintában nagyobb a sugárzó izotóp koncentrációja.



Ábra 8: A harmadik mérésnél felvett csúcsokra illesztett Gauss-görbék

## 4 Diszkusszió

A felvett válaszgyeneselek segítségével viszonylag jó pontossággal meghatároztuk a "tumorok" helyét, egyik koordináta hibája sem haladta meg az öt százalékot. Ha azonban a szögmérési hibát is beleszámítjuk az eredmény bizonytalanságába, akkor már kevésbé pontos a kapott érték, az x koordináta hibája tíz százalék fölé kúszik.

## 5 Források

- Mérésleírás
- [https://moodle.elte.hu/pluginfile.php/1634509/mod\\_resource/content/1/Eloadas\\_09.pdf?lang=hu](https://moodle.elte.hu/pluginfile.php/1634509/mod_resource/content/1/Eloadas_09.pdf?lang=hu)