

Reaktorfizikai mérések

# **I. Termikus Neutronfluxus Mérés**

Asztalos Bogdán, Kadlecik Ármin, Körtefái Dóra

Mérés dátuma: 2020.03.10.

# 1. Bevezetés

A mérés célja a BME Tanreaktor termikus neutronfluxusának mérése. Ez kétféle módszerrel történik, először egy Dy-Al ötvözetből készült huzal besugárzásából mért  $\beta$ -spektrumból következtetünk a neutronfluxus eloszlására. A másik módszer során egy csupasz és egy Cd-vel borított arany-fóliát sugárzunk be, melyek aktivitás arányából az abszolút fluxus meghatározható.

## 2. A mérés leírása

### 2.1. Dy-Al huzal besugárzása

A mérés során egy 800 mm hosszú Dy-Al ötvözetből készült huzalt sugárzunk be a reaktor E6 zónájában. A Dy abszorpciós hatáskeresztmetszete a termikus neutronokra nagy, és csak azokra (ezt az állítást a későbbiekben részletesebben megvizsgáljuk). Az alumínium ötvözésre azért van szükség, mert a Dy önmagában túl rideg, és nem lehetne huzalt gyártani belőle. A besugárzás ideje 6 perc, 1 kW-os reaktorteljesítmény mellett, ezután a huzal 20 percig pihentető zónában van, hogy az  $^{27}\text{Al}(n, \gamma)$  reakcióban keletkezett  $^{28}\text{Al}$  nagy része elbomoljon (ennek felezési ideje körülbelül 2 perc).

A huzal eloszlását ezután egy léptetőmotorral ellátott szcintillációs detektorral mérjük. Ez  $\Delta l = 5$  mm lépésköz széles ablakokban tudja „letapogatni” a huzalból érkező beütésszámot, így készítve térbeli eloszlást. A lépésközt úgy kell ehhez hangolni, hogy mindig új rész essen az érzékeny ablakba, és ne is fedjen át korábban mért régióval. Egy ablak mérési ideje  $t_m = 10$  s. A 800 mm hosszú huzal teljes mérése ilyen beállítások mellett 1600 s, a Dy felezési ideje viszont  $T_{1/2}^{\text{Dy}} = 2.334$  óra [1]. Mivel ezek összemérhetők, ez azt jelenti, hogy jelentős mennyiségű Dy fog elbomlani a mérésre váró ablakokban, mire a detektor odaér, ezért a mért adatokon bomláskorrekciót kell végezni. A felezési időből a bomlásállandó:

$$\lambda^{\text{Dy}} = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}^{\text{Dy}}}. \quad (1)$$

A bomlástörvényből következik, hogy a mért  $N$  beütésszámból a bomláskorrigált  $N_0$  beütésszám:

$$N_0 = N \cdot e^{\lambda^{\text{Dy}} \cdot \Delta t}, \quad (2)$$

ahol  $\Delta t$  a detektor indításától számított eltelt idő. Ez az első ablakra definíció szerint nulla, így az első ablak a referenciapont a bomláskorrekcióhoz.

#### 2.1.1. A várt eloszlás alak

Mivel a reaktor hasáb alakú, azt a Descartes-koordinátákban felírt Helmholtz-egyenlet jellemzi:

$$\Delta\Phi + B^2\Phi = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} + B^2\Phi = 0, \quad (4)$$

ahol  $B^2$  a görbületi paraméter. A megoldást szorzat alakban keressük:  $\Phi(x, y, z) = \alpha(x)\beta(y)\gamma(z)$ . Ezt behelyettesítve azt kapjuk, hogy:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial^2\alpha}{\partial x^2} + \frac{1}{\beta} \frac{\partial^2\beta}{\partial y^2} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial^2\gamma}{\partial z^2} + B^2 = 0. \quad (5)$$

Ez az egyenlet csak úgy teljesülhet, ha az összes parciális derivált tag külön-külön egy (konvenció szerint negatív) konstans, és ezen konstansok összege éppen  $B^2 = -B_x^2 - B_y^2 - B_z^2$ . Ez így összesen 4 egyenlet. A huzal geometriájának megfelelően a  $z$  irányt kiválasztva:

$$\frac{d^2\gamma}{dz^2} + B_z^2\gamma = 0. \quad (6)$$

Ennek az egyenletnek az általános megoldása trigonometrikus:

$$\gamma(z) = A \cdot \sin(B_z \cdot z) + C \cdot \cos(B_z \cdot z). \quad (7)$$

Peremfeltételünk, hogy szimmetrikus tartományon szimmetrikus megoldást várunk, ezért  $A = 0$  triviálisan. A  $C$  együtttható azonban nem normálható. A peremfeltétel az, hogy a tartomány határán ( $a$ ) a megoldás csengjen le, azaz  $C \cdot \cos(B_z \cdot a) = 0$ . Mivel a  $C = 0$  fizikailag nem releváns megoldás, ezért a koszinusznak kell eltűnnie, mely esetben  $C$  tetszőleges.

Az eredmény, azaz a szabadon normálható fluxus fizikai jelentése az, hogy a reaktor bármekkora teljesítményen kritikussá tehető, hiszen  $|\Phi|$  nem számít, azaz a reaktor teljesítménye bármekkora lehet, a fluxuseloszlás alakja nem fog változni.

A peremfeltételből  $B_z = \frac{\pi}{2a}$ -t meghatározva a várt fluxusalak:

$$\gamma(z) = C \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2a} \cdot z\right). \quad (8)$$

### 2.1.2. A mért eloszlás

Fontos megjegyezni, hogy a huzalból általunk detektált eloszlás nem egyenlő a keresett fluxus eloszlással. Utóbbi a reaktor neutronzónáját jellemzi, míg mi a huzalból származó hozamot mérjük, ami a Dy valamilyen típusú  $\beta$ -spektrumának felel meg. Emellett a detektornak is van egy ismeretlen hatásfoka, a huzalnak pedig egy ismeretlen önárnyékolási tényezője.

Amennyiben a reaktor homogén, a mért eloszlás arányos lesz a keresett fluxus eloszlással, így annak alakját kezelhetjük kvalitatív eredményként, azonban az arányossági tényezőben rengeteg egyéb ismeretlen paraméter játszik szerepet.

## 2.2. Abszolútfluxus-mérés

Az abszolútfluxus-mérése során a reaktor teljesítménye  $P = 10$  kW, a besugárzás ideje pedig pár másodperc. Csőpostán egy-egy arany és diszprózium fóliapár kerül besugárzásra. A pár egyike egyszerű alumínium borításban van csupaszon, a másik viszont Cd-borítást kapott<sup>1</sup>. Ennek lényege, hogy a Cd a Dy-hoz hasonlóan erős neutron abszorber. Ekkor az egyes fóliák aktivitása:

$$A_{\text{csupasz}} = A_{\text{termikus}} + A_{\text{gyors}}, \quad (9)$$

$$A_{\text{Cd}} = 0 + A_{\text{gyors}}. \quad (10)$$

Ebből következik, hogy a termikus neutronok általi aktivitás:

$$A_{\text{termikus}} = A_{\text{csupasz}} - A_{\text{Cd}}. \quad (11)$$

A fóliák beütésszámából az aktivitás meghatározható, melyből a termikus neutronfluxus kiszámolható.

A detektor egy összetett műszer, mely áll egy  $\beta$ -detektorból, egy  $\gamma$ -detektorból, és egy koincidencia számlálóból, mellyel így három mennyiséget tudunk mérni:  $n_\beta$ ,  $n_\gamma$  beütésszámokat és az  $n_{ko}$  koincidenciák számát. Ezekre az alábbi összefüggések igazak [1]:

$$n_\beta = \eta_\beta \cdot A, \quad (12)$$

$$n_\gamma = \eta_\gamma \cdot k_\gamma \cdot A, \quad (13)$$

$$n_{ko} = \eta_\beta \cdot \eta_\gamma \cdot k_\gamma \cdot A, \quad (14)$$

ahol  $\eta$  a  $\beta$  és  $\gamma$  detektorok hatásfokai,  $k_\gamma$  a  $\gamma$ -vonal frekvenciája,  $A$  a másodpercenkénti bomlások száma a fóliában, azaz az aktivitás. Ez alapján levezethető, hogy:

$$A = \frac{n_\beta \cdot n_\gamma}{n_{ko}}. \quad (15)$$

---

<sup>1</sup>A fóliák távolsága legalább 3 cm, hogy a csupasz „kellően csupasz legyen”, és a két minta ne zavarja egymást.

Figyelembe kell venni továbbá a  $\beta$  detektor  $\gamma$  érzékenységet. Ehhez egy  $\beta$ -abszorbens réteget helyezünk a fólia fölé, majd megismételjük a mérést: az ekkor mért  $\beta$  beütések tisztán félreazonosított  $\gamma$ -k lesznek, ezzel kapjuk meg  $n_{\beta\gamma}$ -t.

Egy másik szükséges korrekció még a véletlen koincidenciák száma:

$$n_{rnd} = 2\tau n_{\beta} n_{\gamma}, \quad (16)$$

ahol  $\tau$  a koincidenca műszer feloldási ideje, ami egyenlő az áramkör bemenetén megjelenő jelek idejeinek összegével, mely ebben az esetben  $\tau = 0.5 \mu\text{s}$ -nek tekinthető [1]. Ezt figyelembe véve, az aktivitás:

$$A [\text{Bq}] = \frac{(n_{\beta} - n_{\beta\gamma}) \cdot (n_{\gamma} - h_{\gamma})}{n_{co} - n_{rnd} - n_{\beta\gamma,co}}, \quad (17)$$

ahol  $h_{\gamma}$  a háttérből mért  $\gamma$ ,  $n_{\beta\gamma,co}$  pedig az árnyékolt mérés során mért koincidenciák száma.

Azonban, a 12. egyenlet alapján látható, a véletlenszerű koincidenciák száma akkor lesz összemérhető az igaziakkal, ha az  $A = \frac{1}{2\tau}$  feltétel igaz. A mi esetünkben ehhez  $0.51 \text{ MBq}$  aktivitás lenne szükséges. Mivel a használt forrás aktivitása ennél több nagyságrenddel kisebb, ezért ez egy elhanyagolhatóan kicsi faktor.

A kiszámolt aktivitásból következik a termikus neutronfluxus  $t_b$  besugárzási idő után[1]:

$$\Phi = \frac{1}{N_T \sigma_{v,act}(T_n) G} \frac{e^{\lambda t_b}}{1 - e^{-\lambda t_b}} [A_{csupasz}(t_b) - A_{Cd}(t_b)], \quad (18)$$

ahol  $N_T$  a target nukleonok száma:

$$N_T = \frac{m\alpha L}{A}, \quad (19)$$

ahol  $m$  a minta tömege,  $A$  az izotóp tömegszáma,  $\alpha$  az izotóp természetes előfordulása, valamint  $L = 6.02 \cdot 10^{23}$ . Az aranyaknak egy stabil természetes izotópja van, a  $^{197}\text{Au}$  természetes előfordulása pedig  $100\%$  [2].

Ezenkívül a 18. egyenletben a  $\sigma_{v,act}$  az aktivációs hatáskeresztmetszet, melynek kiszámítási módja:

$$\sigma_{v,act}(T) = \sigma_0 \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\frac{293 \text{ K}}{T}}. \quad (20)$$

A BME reaktorára ez a mennyiség:

$$\sigma_{v,act} = 86.82 \text{ barn}. \quad (21)$$

Emellett szükség van még a  $G$  önárnyékolási együtthatóra:

$$G = \frac{1 - 2E_3(d \cdot \Sigma_t)}{d \cdot \Sigma_t}, \quad (22)$$

ahol  $d$  a detektor vastagsága,  $\Sigma_t$  a detektor makroszkopikus totális hatáskeresztmetszete,  $E_3(x)$  pedig a harmadrendű exponenciális-integrál függvény. Az általunk használt detektorhoz az önárnyékolási együtthatót:

$$G = 0.94 \pm (3\%) \quad (23)$$

közelítjük.

### 2.2.1. Statisztikus hibák

Amennyiben a beütésszámok a Poisson-eloszlást követik, akkor az  $n_{rnd}$  elhanyagolása után a 17. egyenlet statisztikus hibája [1]:

$$\Delta A = \sqrt{(n_{\beta} + n_{\beta\gamma}) \left( \frac{n_{\gamma} - h_{\gamma}}{n_{co} - n_{\beta\gamma,co}} \right)^2 + (n_{\gamma} + h_{\gamma}) \left( \frac{n_{\beta} - n_{\beta\gamma}}{n_{co} - n_{\beta\gamma,co}} \right)^2 + (n_{co} + n_{\beta\gamma,co}) \left( \frac{(n_{\beta} - n_{\beta\gamma})(n_{\gamma} - h_{\gamma})}{(n_{co} - n_{\beta\gamma,co})^2} \right)^2}. \quad (24)$$

A termikus neutronfluxus standard relatív hibája a 18. egyenlet alapján:

$$\delta \Phi = \frac{\Delta \Phi}{\Phi} = \sqrt{\left( \frac{\Delta M}{M} \right)^2 + \frac{\Delta A_{csupasz}^2 + \Delta A_{Cd}^2}{(A_{csupasz} - A_{Cd})^2}}. \quad (25)$$

### 2.2.2. Szisztematikus hibák

A termikus neutronfluxus statisztikus hibáját  $1-2\%$  nagyságrendben várjuk, azonban a szisztematikus hibákat nehezebb kiküszöbölni, melyek nagyságrendje a  $10\%$ -ot is elérheti. Ezek miatt végül nem beszélhetünk pontos, numerikus neutron fluxus mérésről. Helyette annak egy közelítő meghatározását tudjuk elérni, ami nagyon erősen függ a számolások során tett feltevéseinktől és különböző feltételektől.

## 3. Eredmények

### 3.1. Dy-Al huzal mérése

A mérés során a programnak meghatározott ROI a (13; 513) csatornaszám tartomány volt. A mért adatok és a számolt bomláskorrekció utáni adatok láthatóak az 1. ábrán. Látható, hogy ahogy haladunk az egyre nagyobb hossz felé és ezzel telt az idő, egyre jelentősebb a korrekció mennyisége.

Az elméletben levezetett 8. egyenlet alapján a (250; 550) mm tartományra illesztett illesztett görbe egyenlete:

$$y(x) = C \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2a} \cdot x + b\right) + d, \quad (26)$$

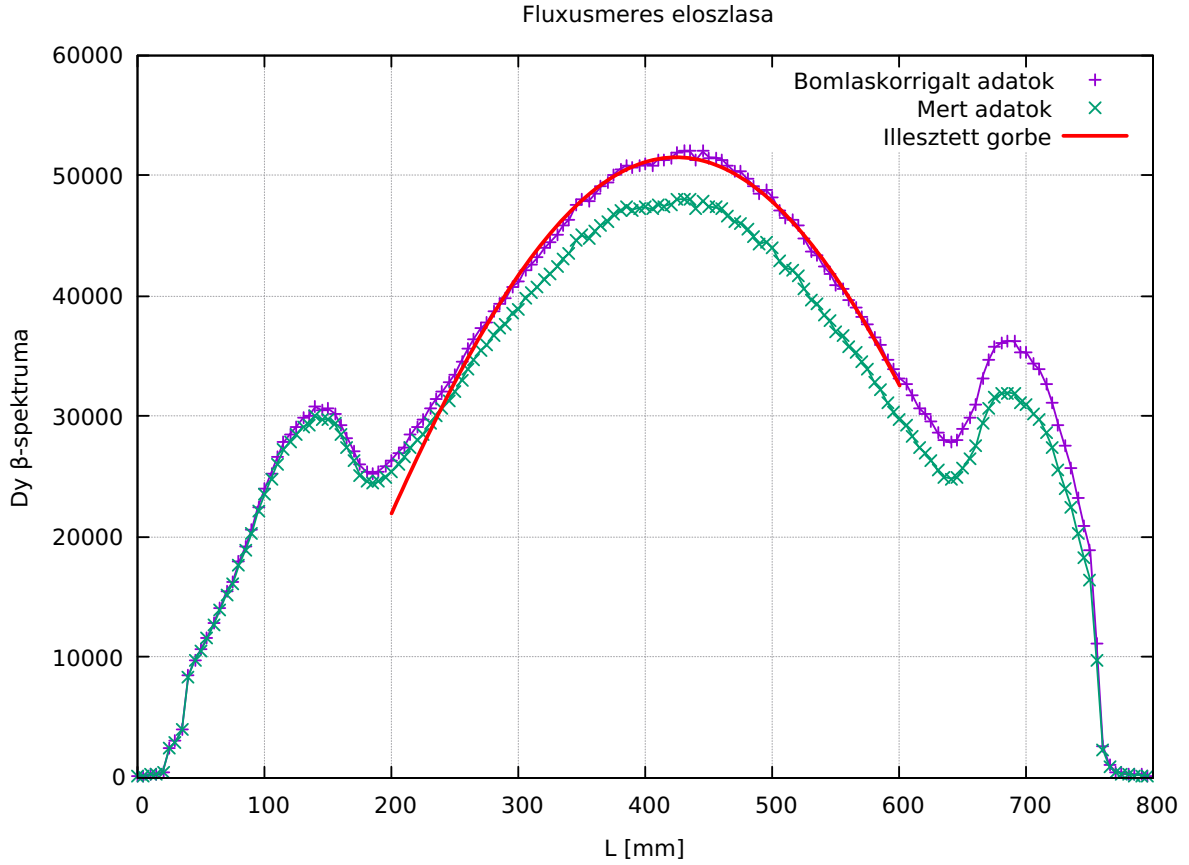
az illesztési paraméterek pedig:

$$a = (311.265 \pm 98.3) \frac{1}{\text{mm}} \quad (27)$$

$$b = -2.14078 \pm 0.6757 \quad (28)$$

$$C = 51483.5 \pm 3.084 \cdot 10^4 \quad (29)$$

$$d = 0.400276 \pm 3.09 \cdot 10^4 \quad (30)$$



1. ábra: A mért beütésszám-eloszlás és a csupasz (250;550) mm-es tartományra illesztett koszinusz görbe.

## 3.2. Abszolútfluxus-mérés

### 3.2.1. Mérési adatok

A deketorból leolvasott adatok láthatóak az 1. táblázatban. A fóliák egyéb szükséges adatai:

$$m^{\text{Au}} = (5.47 \pm 0.16) \text{ mg}, \quad (31)$$

$$m^{\text{Dy}} = (16.26 \pm 0.49) \text{ mg}, \quad (32)$$

$$t_b^{\text{Au}} = 40 \text{ s}, \quad (33)$$

$$t_b^{\text{Dy}} = 10 \text{ s}, \quad (34)$$

Az adatokra a 2. egyenletnek megfelelően bomlaskorrekciót kell számolni a Dy és Au bomlásállandóival a kiolvasási időnek megfelelően, a besugárzás befejezésének idejét (9:44) referenciának választva. Ezeket elvégezve a korrigált adatok láthatóak a 2. táblázatban.

A bomlaskorrigált adatokból a véletlen koincidenciák elhanyagolása után a 17. egyenlet alapján az aktivitások a 33. egyenletben feltüntetett besugárzási idők után:

$$A_{\text{Au,csupasz}} = (3.3812 \pm 0.0471) \cdot 10^6 \text{ Bq}, \quad (35)$$

$$A_{\text{Au,Cd}} = (5.22303 \pm 0.19518) \cdot 10^5 \text{ Bq}, \quad (36)$$

$$A_{\text{Dy,csupasz}} = (5.3521 \pm 0.3799) \cdot 10^7 \text{ Bq}, \quad (37)$$

$$A_{\text{Dy,Cd}} = (2.0973 \pm 6.5926) \cdot 10^6 \text{ Bq}, \quad (38)$$

ahol a hiba a 24. egyenlet alapján lett számolva. A kapott nagyságrend alapján látható, hogy a fóliák 20 perces pihentetése a besugárzás után valóban szükséges intézkedés.

| Minta              | $n_{\text{ko}}$ | $n_{\beta}$ | $n_{\gamma}$ | Kiolvasás ideje |
|--------------------|-----------------|-------------|--------------|-----------------|
| Háttér             | 5               | 45          | 1387         | -               |
| Dy(Cd)             | 2               | 5541        | 1403         | 10:23           |
| Dy(Cd)+árnyék      | 6               | 46          | 1486         | 10:27           |
| Dy(csupasz)        | 196             | 1021262     | 8785         | 10:30           |
| Dy(csupasz)+árnyék | 12              | 1127        | 8715         | 10:33           |
| Au(csupasz)        | 5681            | 270380      | 72159        | 10:37           |
| Au(csupasz)+árnyék | 16              | 2331        | 73169        | 10:40           |
| Au(Cd)             | 801             | 40537       | 11636        | 10:43           |
| Au(Cd)+árnyék      | 3               | 353         | 11879        | 10:46           |

1. táblázat: Az abszolútfluxus-mérés adatai. A dektor feszültsége 1 kV volt. A besugárzás befejezésének időpontja 9:44.

| Minta              | $n_{\text{ko}}$ | $n_{\beta}$ | $n_{\gamma}$ |
|--------------------|-----------------|-------------|--------------|
| Dy(Cd)             | 2.425           | 6720.824    | 1701.735     |
| Dy(Cd)+árnyék      | 7.423           | 56.910      | 1838.449     |
| Dy(csupasz)        | 246.114         | 1282386.024 | 11031.215    |
| Dy(csupasz)+árnyék | 15.293          | 1436.330    | 11107.026    |
| Au(csupasz)        | 5735.033        | 272951.649  | 72845.321    |
| Au(csupasz)+árnyék | 16.160          | 2354.431    | 73904.517    |
| Au(Cd)             | 809.485         | 40966.435   | 11759.267    |
| Au(Cd)+árnyék      | 3.033           | 356.930     | 12011.276    |

2. táblázat: Az bomláskorrigált beütésszámok.

### 3.3. A fóliák aktivitás aránya

Hasonlítsuk össze a fóliapárok aktivitás arányát:

$$\frac{A_{\text{Au,csupasz}}}{A_{\text{Au,Cd}}} = 0.154 \quad (39)$$

$$\frac{A_{\text{Dy,csupasz}}}{A_{\text{Dy,Cd}}} = 0.039 \quad (40)$$

Láthatjuk, hogy az arany esetében a csupasz és Cd-vel bevont fóliák közt egy nagyságrenddel nagyobb az arányos különbség, mint Dy esetén. Ebből is látható, hogy a Dy valóban csak termikus neutronokra érzékeny, és a Dy-huzal mérése során felesleges lett volna egy Cd borítású huzal a gyors neutronok kezelésére.

### 3.4. Abszolút-fluxus számolása az Au fóliapárból

A fluxus kiszámításához szükség van a mintában található target atomok számára, melyet a 19. egyenlet alapján számítunk ki a minták tömege, az izotópok tömegszáma és előfordulási aránya alapján:

$$N_T^{\text{Au}} = 4.943 \cdot 10^{16}. \quad (41)$$

$$(42)$$

Mivel a számolás során csak a tömegmérés hibája ismert, ezért a target nukleonok számának hibáját is  $\sim 3\%$ -ra tehetjük. A kiszámolt aktivitásokból, a target nukleonok számából és a megadott adatokból az abszolút-fluxus a 18. egyenlet alapján:

$$\Phi = (2.3805 \pm 0.0831) \cdot 10^{-8} \frac{\text{Bq}}{\text{barn}}, \quad (43)$$

ahol az eredmény hibája a 25. egyenletből 3.5%-nak adódik, de tudjuk, hogy a 2.2.2. fejezetben tárgyalt szisztematikus hibák miatt az eredmény csak a feltevéseinknek megfelelő közelítések erejéig pontos.

## 4. Összefoglalás

Összességében sikeresen megvizsgáltuk a Dy-huzal beütésszám eloszlása alapján a fluxus eloszlást, és a kapott eredmény jól illeszkedik az elméletből levezethető alakra (a csupasz tartományon).

Az abszolútfluxus-mérése során az Dy-fóliapár aktivitás arányából láthattuk, hogy a huzal mérése során szükségtelen lett volna a Cd borítás, mivel a Dy valóban a termikus neutronokra érzékeny.

Az arany fóliapár vizsgálatával meghatároztuk az abszolút-fluxust a szisztematikus hibák erejéig. Ezek közül a legfontosabbak:

- Az önárnyékolási tényező nehezen számolható mennyiség. Ennek oka egyrészt az, hogy a 22. képlet csak közelítő (különösen a kadmiumborítású fólia esetében), másrészt bonyolult kiszámítani a képletben szereplő hatáskeresztmetszetet.
- Csak számításból ismerjük a képletekbe helyettesítendő neutronspektrumot, az arány hatáskeresztmetszét csak véges pontossággal ismerjük.
- A bomlási állandókat csak véges pontossággal ismerjük. Ennek hatása azonban legfeljebb ezrelékes nagyságrendű (pl. a  $^{198}\text{Au}$  felezési ideje [1] alapján:  $2.6948 \pm 0.0012$  nap). További pontatlanság, hogy az aktiválási tényező feltételezi, hogy az aktiválás kezdetén a minta pillanatszerűen kerül a besugárzási pozícióba, majd onnan vissza.

Végeredményben látjuk, hogy a neutronfluxust numerikusan csak közelítőleg tudtuk meghatározni, mely eredmény erősen függ a kiértékelésben tett feltevésektől.

## Hivatkozások

[1] Mérésleírás

<http://atomfizika.elte.hu/haladolabor/docs/NeuFluxEN.pdf>

<https://fizipedia.bme.hu/index.php/>

Termikus\_neutronfluxus\_meghatározása\_aktivációs\_módszerrel

[2] <https://hu.wikipedia.org/wiki/Diszprózium>

[https://hu.wikipedia.org/wiki/Arany\\_\(kémiai\\_elem\)](https://hu.wikipedia.org/wiki/Arany_(kémiai_elem))