EXAMEN PARCIAL MMI

Lunes 8 de Febrero de 2016

Las notas se publicarán el jueves día 11 a las 18 horas. La revisión se efectuará el viernes día 12 a las 16 horas en el aula 7. No es obligatorio asistir.

Para el examen **solo** se emplearán **papel y bolígrafo**. Cada ejercicio se resolverá en **UNA HOJA DISTINTA**.

El examen dura 3 horas. Una vez comenzado, no se podrá salir en los primeros 45 minutos.

---

1. Halla todos los números reales x que satisfacen
$x^3(x^6-62)(x+3)^2<0$.

Find all real numbers x such that $x^3(x^6-62)(x+3)^2<0$.

2. Determina si la sucesión $a_{n+1}=a_n\left(\dfrac{n}{n+7}\right)$, $a_1=7$, es convergente o no.

Determine if the sequence $a_{n+1}=a_n\left(\dfrac{n}{n+7}\right)$, $a_1=7$, is convergent or not.

3. Estudia la convergencia de la serie y calcula su suma, si es posible,

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n(n+1)(n+2)}.$$

Study the convergence of the following series and, if possible, compute it:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n(n+1)(n+2)}.$$

4. Calcula los lmites laterales en 0 y estudia la continuidad :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{1/x}}{1+e^{1/x}}, \text{ si } & x < 0, \\ 1, \text{si } & x = 0, \\ \dfrac{1-\sqrt{1+x^2}}{x^2}, \text{ si } & x > 0. \end{cases}$$

Compute the lateral limits at 0 and study the continuity of:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{1/x}}{1+e^{1/x}}, & \text{si } x < 0, \\ 1, & \text{si } x = 0, \\ \dfrac{1-\sqrt{1+x^2}}{x^2}, & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

5. Dibuja la gráfica de

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}.$$

¿Qué es mayor π^e o e^π ?

Draw the graph of

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}.$$

¿Which is the greatest number π^e or e^π ?

6. Halla el punto de la parábola $x^2 = 4y$, de abscisa no negativa, cuya distancia al punto $(0,3)$ sea mínima.

Determine the non-negative abscissa point of $x^2 = 4y$ such that the distance with $(0,3)$ is minimum.

7. Da una estimación del error máximo cometido al aproximar la función $f(x) = e^x$ en $[0,8;\ 1,2]$ mediante la función

$$g(x) = e\left(1 + (x-1) + \frac{(x-1)^2}{2}\right).$$

Give an estimation of the error done by approximating the function $f(x) = e^x$ in $[0,8;\ 1,2]$ by the function:

$$g(x) = e\left(1 + (x-1) + \frac{(x-1)^2}{2}\right).$$

8. Calcula

$$\int \frac{x}{x^2 - 7x + 13} dx.$$

Compute

$$\int \frac{x}{x^2 - 7x + 13} dx.$$

9. Determina la convergencia o divergencia de las integrales:

$$\int_0^{100} \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + 2\sqrt[4]{x} + x^3} \quad \text{y} \quad \int_{\frac{\pi}{2}}^{\infty} \frac{\text{sen } x}{x^2} dx.$$

Determine the convergence or divergence of the following integrals:

$$\int_0^{100} \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + 2\sqrt[4]{x} + x^3} \quad \text{y} \quad \int_{\frac{\pi}{2}}^{\infty} \frac{\text{sen } x}{x^2} dx.$$

10. Calcula el volumen del sólido obtenido por rotación alrededor del eje OX de la función $y = a\cosh(\frac{x}{a})$ para $x \in [-a, a]$.

Compute the volume of the solid obtained by rotating around OX the function $y = a\cosh(\frac{x}{a})$ for $x \in [-a, a]$.

EXAMEN PARCIAL MMI

Viernes 8 de Febrero de 2013

1. Demuestra por inducción que

$$\sum_{k=1}^{n} k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

2. Se considera la sucesión (x_n) definida por $x_1 = \sqrt{3}$, $x_{n+1} = \sqrt{3 + x_n}$ para $n \geq 1$.

a) Demuestra que (x_n) es monótona creciente y acotada superiormente.

b) Calcula $\lim x_n$.

3. Estudia la convergencia de las series

$$\text{a)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2^n}, \qquad \text{b)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2+2}.$$

4. Representar gráficamente la función $f(x) = |x| + |x-1| - |1-2x|$.
¿Es continua? Hallar $f^{-1}\left(\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]\right)$.

5. Demuestra que la ecuación

$$\frac{x^2+3}{x-1} + \frac{x^4+5}{x-2} = 0$$

tiene al menos una solución en el intervalo $(1, 2)$.

6. Un rectángulo tiene dimensiones a y b. ¿Cuál es el área del mayor rectángulo circunscrito a éste? Es decir, los vértices del rectángulo dado están sobre los lados del rectángulo pedido.

7. Halla el polinomio de Taylor de grado n, centrado en $x = 1$, de la función $f(x) = e^x$.

8. Escribe como integral y calcula

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{4n^2 - k^2}}.$$

9. Calcula por partes la integral

$$\int \operatorname{arcsen} x\, dx$$

10. Calcula el volumen del cuerpo engendrado por la rotación en torno al eje OX de la gráfica de la función $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$, $x \in [0, 1]$.

Las notas se publicarán el jueves 14 a las 10 horas. La revisión se efectuará el lunes 18 a las 14 horas en el aula 13. No es obligatorio asistir.

Para realizar el examen solo se emplearán papel y bolígrafo. Cada ejercicio se resolverá en una cara de un folio.

El examen dura 3 horas. Una vez comenzado, no se podrá salir del aula en los primeros 45 minutos.

EXAMEN PARCIAL MMI

Jueves 9 de Febrero de 2012

1. Si $0 < a < b$ son números reales, prueba que se verifica:

$$\frac{a+b}{2} < \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$

2. Calcula el siguiente límite: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^{n+1}+3^{n+1}}{2^n+3^n}$

3. Estudia la convergencia de las series

$$\text{a)} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2-1}} \qquad\qquad \text{b)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$$

4. Dibuja la gráfica de la función $f(x) = \dfrac{2}{\sqrt{x}} - \dfrac{1}{x}$

5. Si f es derivable en $[0,+\infty)$ y $\lim_{x\to+\infty} f'(x) = A$, calcula $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{f(2x)-f(x)}{x}$

6. Demuestra que si $x > 0$, entonces es

$$1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} \leq \sqrt{1+x} \leq 1 + \frac{x}{2}$$

7. Deriva la función F, definida en $[0,1]$ del siguiente modo

$$F(x) = \int_{x^2}^{x} \sqrt{1-t^2}\,dt$$

8. Calcula el límite siguiente

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{k\sqrt{n^2-k^2}}{n^3}$$

9. Calcular la integral

$$\int_0^1 x^3 \sqrt{(1-x)^5}\,dx$$

10. Estudia la convergencia y halla, si es posible, la integral impropia

$$\int_0^{+\infty} x e^{-x^2}\,dx$$

Las notas se publicarán el martes 14 a las 15 horas. La revisión se efectuará el miércoles 15 a las 14 horas en el aula 7. No es obligatorio asistir.

Para realizar el examen solo se emplearán papel y bolígrafo. Cada ejercicio se resolverá en una cara de un folio.

El examen dura 3 horas. Una vez comenzado, no se podrá salir del aula en los primeros 45 minutos.

EXAMEN PARCIAL MMI

Viernes 11 de Febrero de 2011

1.- Demuestra por inducción que: $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{2^n}\geq 1+\frac{n}{2}$.

2.- Relaciona el límite: $\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+.....+\frac{1}{n+n})$ con la integral $\int_1^2 \frac{1}{x}dx$; calcula el límite anterior.

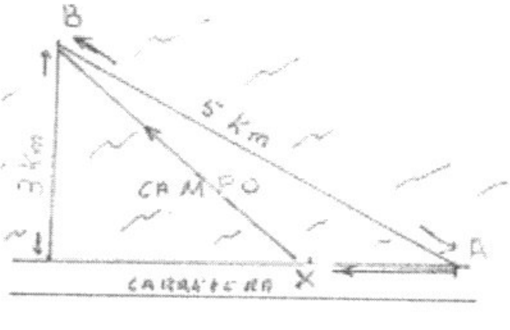
3.- Calcula la suma de: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n+3}}{3^n}$.

4.-Estudia la convergencia de la serie: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\lg n}{2n^3-1}$. ($\lg x$ es la función logaritmo neperiano).

5.-Si $\alpha<\beta$, prueba que la ecuación $\frac{x^2+1}{x-\alpha}+\frac{x^6+1}{x-\beta}=0$ tiene al menos una solución en el intervalo (α,β).

6.- Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la curva $f(x)=x^3\operatorname{sen}x+1$ por el punto $(\pi,1)$.

7.- Observa el plano. Se quiere ir del punto A al B. Se puede ir por el campo a la velocidad $V_{cam}=6km/h$ o por la carretera (a velocidad $V_{Car}=10km/h$) y el campo. Encuentra x, en el cuál hay que desviarse, para que el tiempo usado en el trayecto sea mínimo. ¿Cuánto tiempo es éste?



8.- Calcula la siguiente primitiva $\int\frac{1}{1+e^x}dx$

9.- Halla los extremos relativos de la función: $F(x)=\int_0^{\lg x}\operatorname{arc\,tg}(t)dt$. (**Observación:** el rango de la $\operatorname{arc\,tg}x$ es $(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$).

10.- Obtener el polinomio de Taylor de grado tres centrado en $x=0$ de la función $f(x)=\operatorname{arc\,tg}x$.

La revisión del examen se efectuará el día 23 a las 15 horas en el aula 6. No es obligatorio asistir a la revisión.

Observaciones: Para realizar el examen solo se emplearán papel y bolígrafo. Cada pregunta se resolverá en una cara de un folio y todas las preguntas se contestarán por orden.

El examen dura 3 horas. Uno vez comenzado, no se podrá salir del aula antes de 45 minutos.