Δομές Δεδομένων σε C

Μάθημα 8:

Δένδρα - Σωροί

Δημήτρης Ψούνης

Περιεχόμενα Μαθήματος

Α. Θεωρία

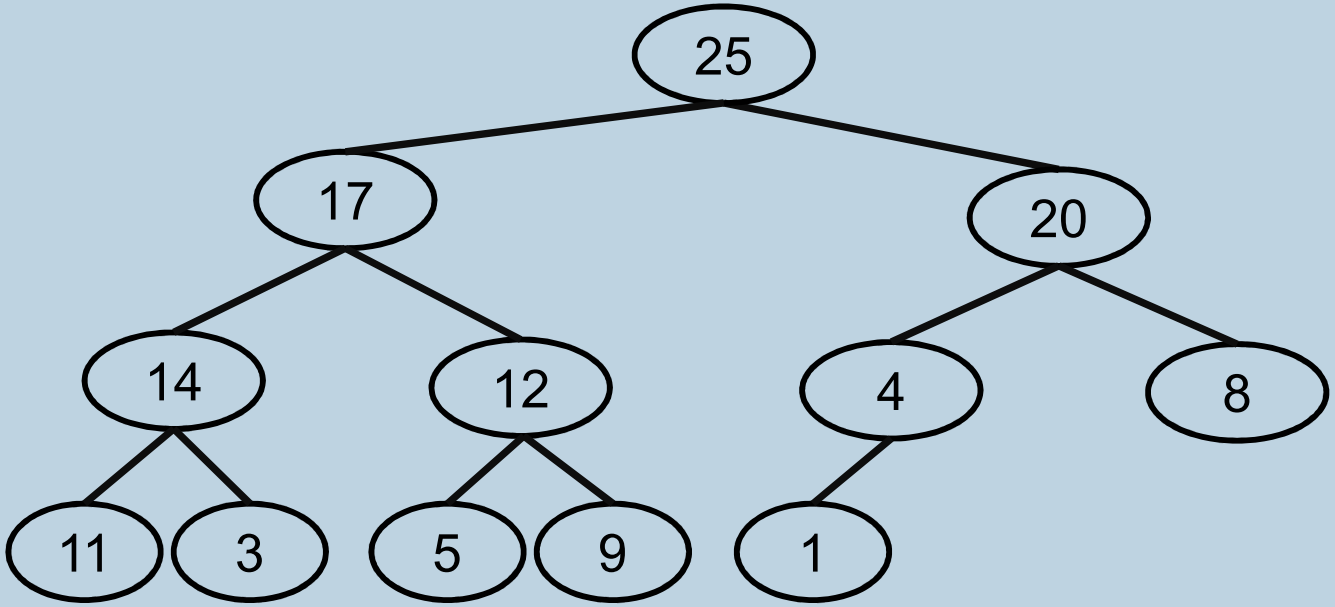
1. Δένδρο - Σωρός

1. Ορισμός Δένδρου - Σωρού

Το **«Δένδρο - Σωρός Μεγίστων» (heap)** είναι ένα πλήρες δυαδικό δένδρο στο οποίο:

- Κάθε κόμβος έχει τιμή μεγαλύτερη από τα παιδιά του.

Παράδειγμα Δένδρου - Σωρού:



Σωρός που αποθηκεύει αριθμούς

Παρατήρηση: Αντίστοιχα ορίζεται το δένδρο – σωρός ελαχίστων

Α. Θεωρία

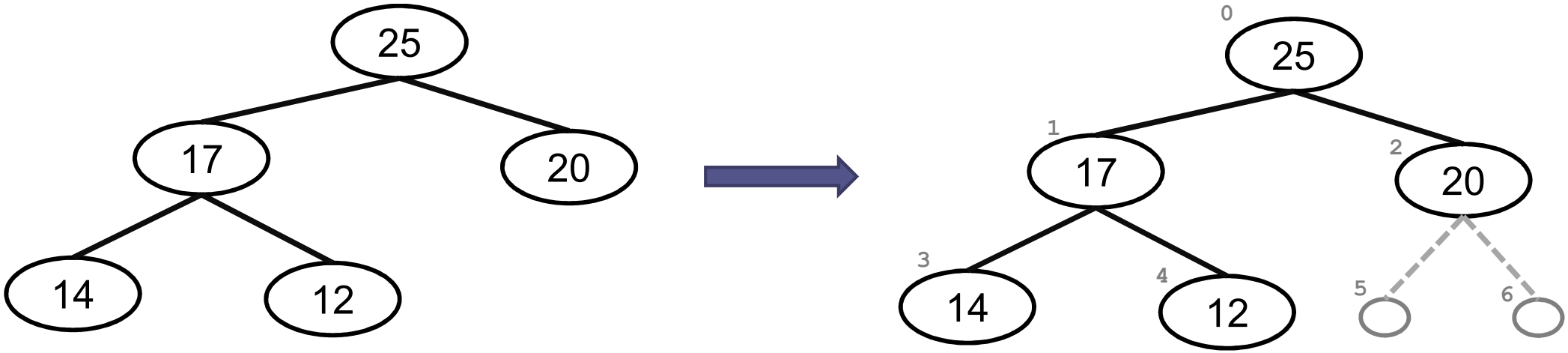
1. Δένδρο - Σωρός

2. Βασικές Πράξεις και Αναπαράσταση

Οι **βασικές πράξεις** σε ένα δένδρο-σωρό είναι:

- **Αρχικοποίηση** του σωρού (**HEAP_init**)
- **Εισαγωγή** ενός στοιχείου στο δένδρο (**HEAP_insert**)
- **Διαγραφή** της ρίζας του δένδρου (**HEAP_delete**)

Παρατήρηση: Επειδή το Δένδρο-Σωρός είναι Πλήρες προτιμάμε (λόγω ευκολίας πράξεων) την συνεχόμενη αναπαράσταση του δένδρου.



Σημαντικές παρατηρήσεις:

- Ο πατέρας του v είναι ο $(v-1)$ DIV 2
- Το αριστερό παιδί του v είναι $2*v+1$
- Το δεξί παιδί του v είναι $2*v+2$

data =

0	1	2	3	4	5	6
25	17	20	14	12		

Α. Θεωρία

1. Δένδρο - Σωρός

3. Υλοποίηση σε C: Δηλώσεις

Οι **δηλώσεις** σε C είναι οι ακόλουθες:

- Ο κόμβος του δένδρου είναι μία δομή (struct) με τα εξής στοιχεία:
  - Ένας πίνακας (data) με τα στοιχεία του δένδρου (σε τύπο δεδομένων που ορίζουμε).
  - Το πλήθος των στοιχείων του δένδρου (N)

```
/* heap.h : Dilwseis dendrou-swrou */

#define TRUE 1
#define FALSE 0
#define MAX_SIZE 31

typedef int elem;           /* typos dedomenwn dendrou*/

struct heap_tree{           /* Dendro-Swros */
   elem data[MAX_SIZE];     /* dedomena */
   int N;                   /* plithos stoixeiwn */
};

typedef struct heap_tree HEAP; /* Sinwnimo tou swrou */
```

Α. Θεωρία

1. Δένδρο - Σωρός

4. Υλοποίηση σε C: Αρχικοποίηση

Η αρχικοποίηση γίνεται θέτοντας το πλήθος των στοιχείων του δένδρου ίσα με το 0.

```
/* HEAP_init(): arxikopoiei to dendro */
void HEAP_init(HEAP *heap)
{
   heap->N=0;
}
```

Προσοχή:

- Πάντα προτού ξεκινάμε την χρήση του δένδρου θα πρέπει να καλούμε μία φορά αυτήν τη συνάρτηση!

Α. Θεωρία

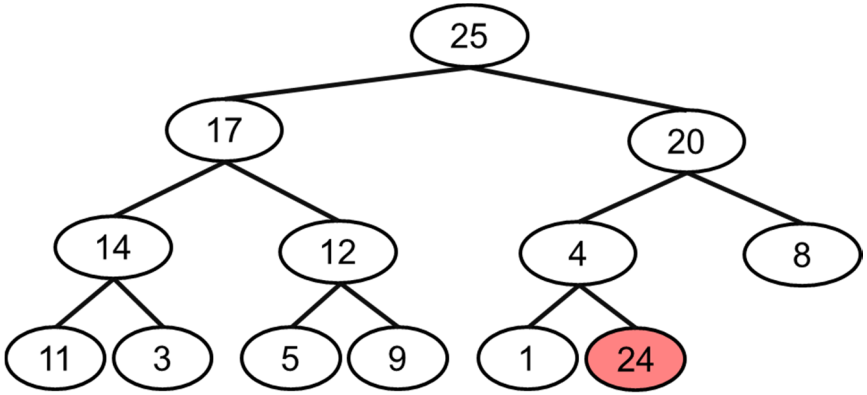
1. Δένδρο - Σωρός

5. Υλοποίηση σε C: Εισαγωγή Κόμβου

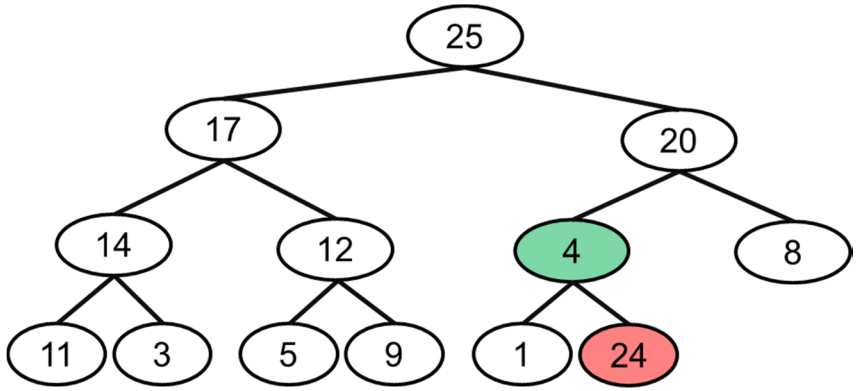
Η συνάρτηση «Εισαγωγή» εισάγει έναν νέο κόμβο:

1. Θέτει τον κόμβο στην επόμενη θέση του πίνακα
2. Ανταλλάσσει τη θέση με το γονέα του όσο έχει μεγαλύτερη τιμή από αυτόν.

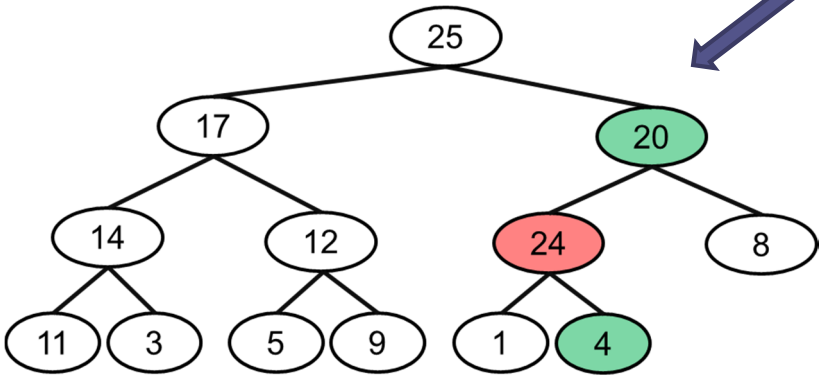
Παράδειγμα: Το 24 στην επόμενη θέση:



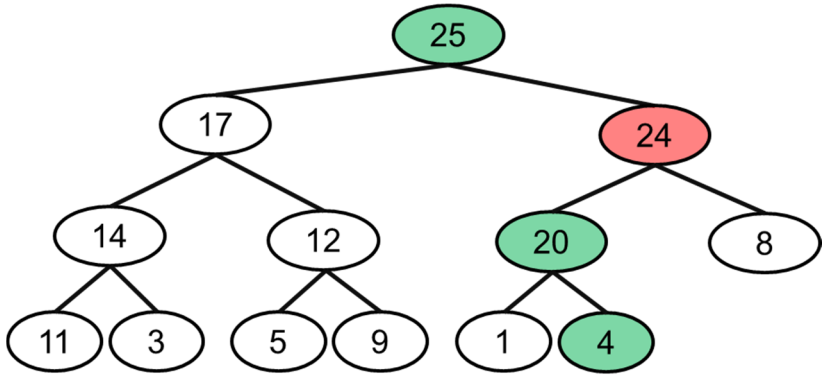
Το 24 > 4, γίνεται ανταλλαγή:



Το 24 > 20, γίνεται ανταλλαγή:



Το 24 < 25, ΤΕΛΟΣ εισαγωγής



Α. Θεωρία

1. Δένδρο - Σωρός

5. Υλοποίηση σε C: Εισαγωγή Κόμβου

```
/* HEAP_insert(): Eisagei to stoixeio x
                          sto dentro-swros heap */
int HEAP_insert(HEAP *heap,elem x)
{
   int posParent, posCurrent;
   elem temp;

   /* An xwraei sto swro */
   if (heap->N == MAX_SIZE)
      return FALSE;

   /* 1. Eisagwgi tou neou komvou */
   heap->data[heap->N]=x;
   heap->N ++;
```

Α. Θεωρία

1. Δένδρο - Σωρός

5. Υλοποίηση σε C: Εισαγωγή Κόμβου

```
   /* 2. Antimetathesi me to gonea
         efoson vrei mikroteri timi */
   posCurrent=heap->N - 1;
   while (posCurrent>0)
   {
      posParent=(posCurrent-1)/2;
      /* 2.1 Exei megaliteri timi apo gonea. Antimetathesi. */
      if (heap->data[posCurrent] > heap->data[posParent])
      {
         swap(&heap->data[posCurrent],&heap->data[posParent]);
         posCurrent=posParent;
      }
      /* 2.2 Pire tin oristiki tou thesi. Diakopi */
      else
         break;
   }

   return TRUE;
}
```

Α. Θεωρία

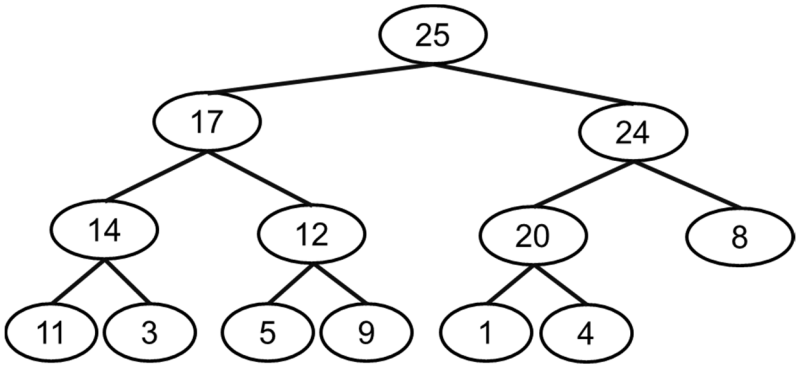
1. Δένδρο - Σωρός

6. Υλοποίηση σε C: Διαγραφή Κόμβου

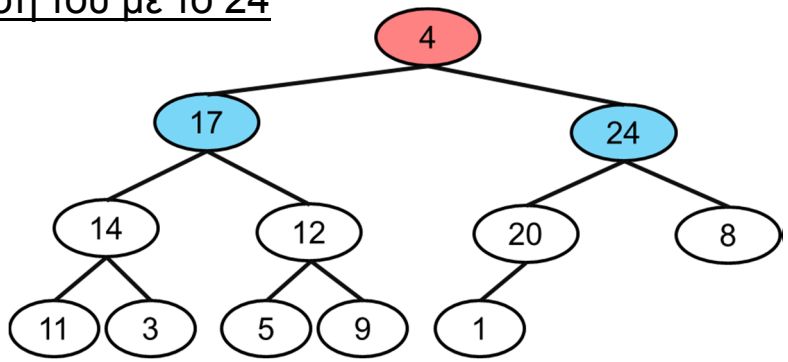
Η συνάρτηση «Διαγραφή» διαγράφει τη ρίζα (μέγιστο στοιχείο του δένδρου):

1. Αποθηκεύει την τιμή της ρίζας. Θέτει το τελευταίο στοιχείο του πίνακα στη ρίζα.
2. Επαναληπτικά, αν το στοιχείο έχει μικρότερη τιμή από κάποιο παιδί του, τότε ανταλλάσσει τη θέση με το μεγαλύτερο από τα δύο παιδιά του.

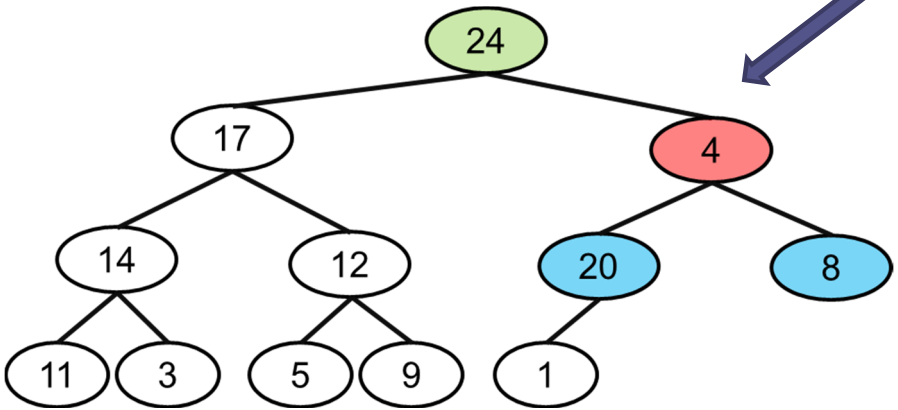
Παράδειγμα: Απομακρύνεται το 25.



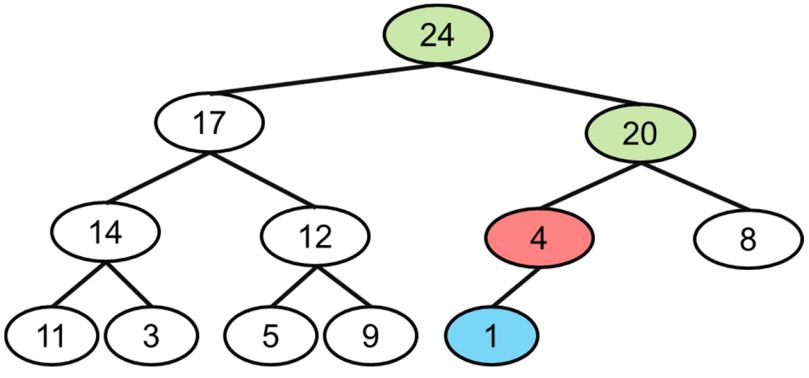
Το 4 παίρνει τη θέση του 25: Ανταλλάσσει την θέση του με το 24



Το 4 ανταλλάσσει την τιμή του με το 20



Το 4 είναι μεγαλύτερο από τα παιδιά του. ΔΙΑΚΟΠΗ



Α. Θεωρία

1. Δένδρο - Σωρός

6. Υλοποίηση σε C: Διαγραφή Κόμβου

```
/* HEAP_delete(): Diagrafei ti riza tou dendrou */
int HEAP_delete(HEAP *heap,elem *x)
{
   int posCurrent, posLeft, posRight, pos;
   elem temp;

   /* An o swros einai adeios */
   if (heap->N == 0)
      return FALSE;

   /* 1. Sigkratisi (epistrofi) tis rizas */
   *x=heap->data[0];

   /* 2. Topothetisi tou teleutaiou stoixeiou sti riza */
   heap->data[0]=heap->data[heap->N - 1];
   heap->N --;
```

Α. Θεωρία

1. Δένδρο - Σωρός

6. Υλοποίηση σε C: Διαγραφή Κόμβου

```
/* 3. Antallagi me to megalitero twn paidiwn toy */
posCurrent=0;
while(posCurrent<heap->N)
{
   posLeft=2*posCurrent+1;
   posRight=2*posCurrent+2;

   if (posLeft >= heap->N)
      posLeft=-1;
   if (posRight >= heap->N)
      posRight=-1;

   /* 3.1. Den exei paidia */
   if (posLeft==-1 && posRight==-1)
      break;
```

Α. Θεωρία

1. Δένδρο - Σωρός

6. Υλοποίηση σε C: Διαγραφή Κόμβου

```
/* 3.2. Exei mono aristero paidi */
else if (posLeft!=-1 && posRight==-1)
{
   if (heap->data[posCurrent] < heap->data[posLeft])
   {
      swap(&heap->data[posCurrent],&heap->data[posLeft]);
      posCurrent=posLeft;
   }
   else
      break;
}
```

Α. Θεωρία

1. Δένδρο - Σωρός

6. Υλοποίηση σε C: Διαγραφή Κόμβου

```
        /* 3.3. Exei dyo paidia */
        else // posLeft!=-1 && posRight!=-1
        {
            /*3.3.1 Eyresi tou megaliterou apo ta dyo paidia */
            if (heap->data[posLeft] < heap->data[posRight])
                pos=posRight;
            else
                pos=posLeft;

            /*3.3.2 Antimetathesi an einai mikrotero */
            if (heap->data[posCurrent] < heap->data[pos])
            {
                swap(&heap->data[posCurrent],&heap->data[pos]);
                posCurrent=pos;
            }
            else
                break;
        }
    }
}
```

Α. Θεωρία

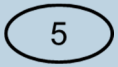
1. Δένδρο - Σωρός

7. Ο αλγόριθμος ταξινόμησης HeapSort

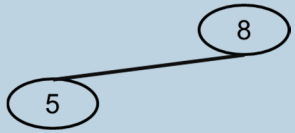
Ο αλγόριθμος HeapSort χρησιμοποιεί τη δομή δεδομένων Σωρού, ώστε να ταξινομήσει μια ακολουθία δεδομένων: Αρχικά, τα δεδομένα εισάγονται στο σωρό.

Παράδειγμα: πίνακας [5, 8, 14, 12, 7, 16, 13, 15]

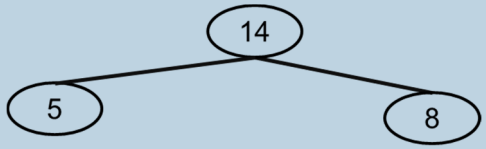
Εισαγωγή του 5



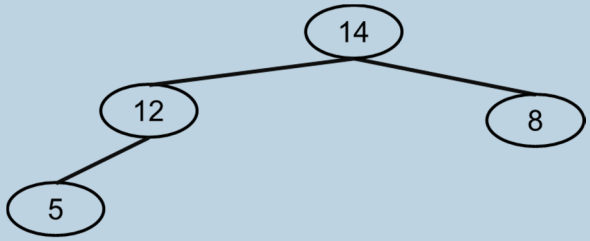
Εισαγωγή του 8



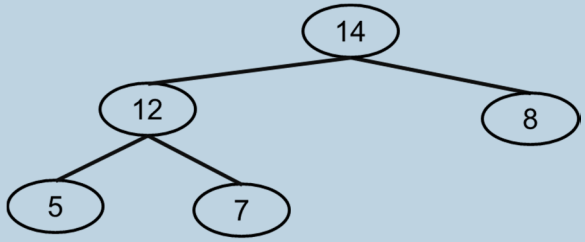
Εισαγωγή του 14



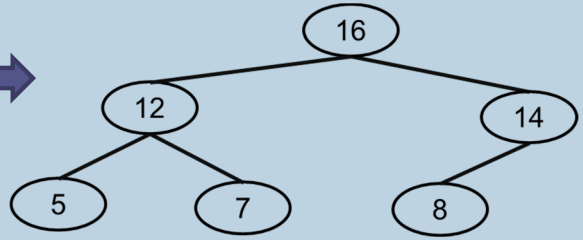
Εισαγωγή του 12



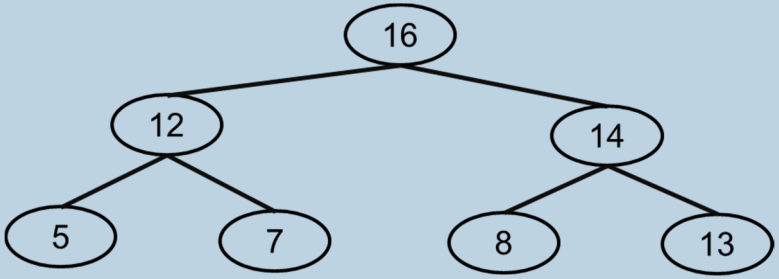
Εισαγωγή του 7



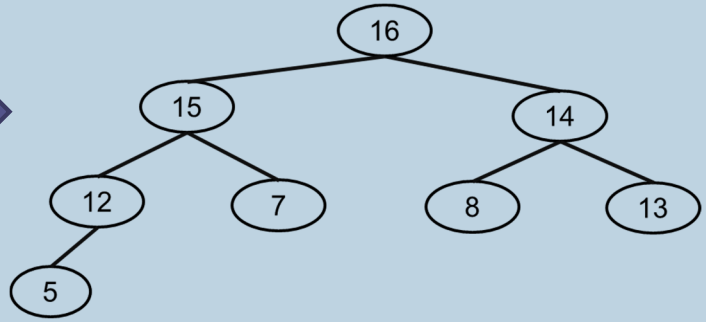
Εισαγωγή του 16



Εισαγωγή του 13



Εισαγωγή του 15



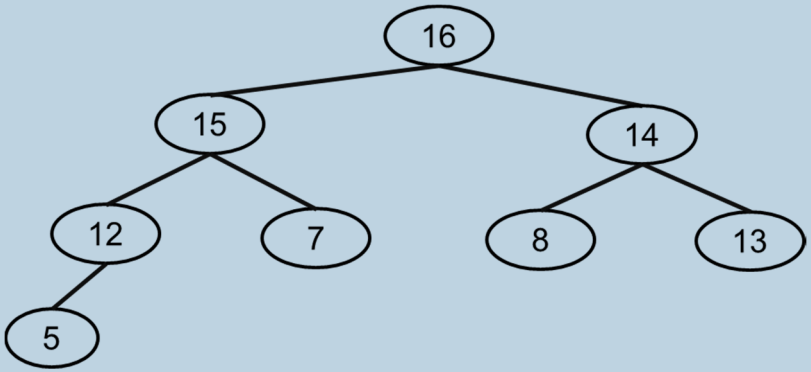
Α. Θεωρία

1. Δένδρο - Σωρός

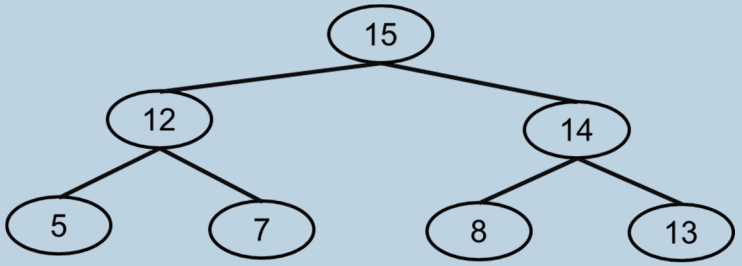
7. Ο αλγόριθμος ταξινόμησης HeapSort

Έπειτα με διαδοχικές διαγραφές διαγράφονται τα δεδομένα από το σωρό. Έτσι προκύπτει η ακολουθία των δεδομένων σε φθίνουσα σειρά.

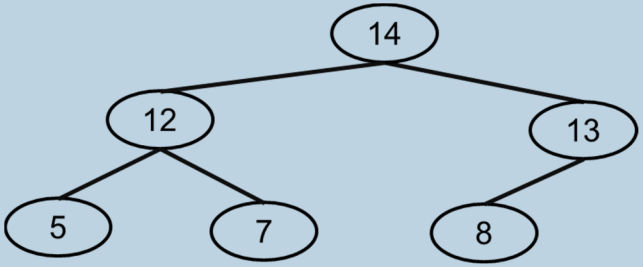
Διαγραφή ρίζας: **16**



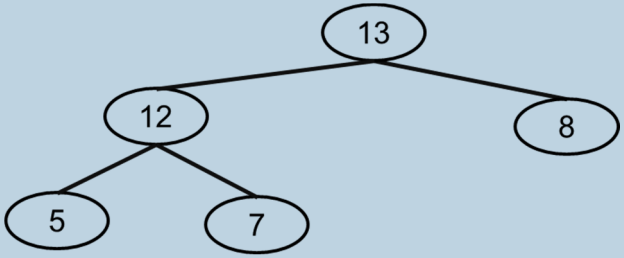
Διαγραφή ρίζας: **15**



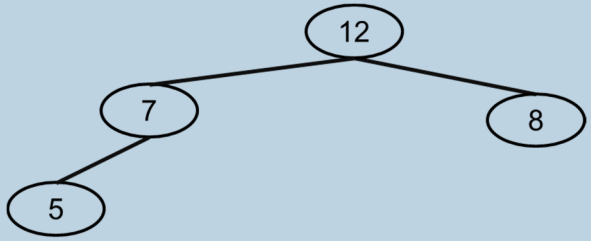
Διαγραφή ρίζας: **14**



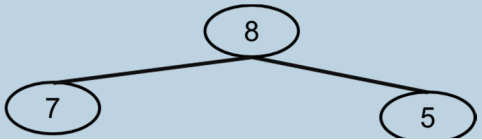
Διαγραφή ρίζας: **13**



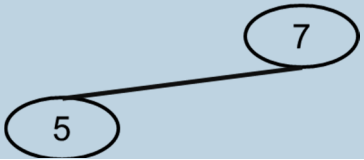
Διαγραφή ρίζας: **12**



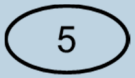
Διαγραφή ρίζας: **8**



Διαγραφή ρίζας: **7**



Διαγραφή ρίζας: **5**



Β. Ασκήσεις

Εφαρμογή 1: Μελέτη Προγράμματος

- Μελετήστε το project heap.dev στο οποίο υλοποιούνται οι βασικές πράξεις του δένδρου-σωρού που μελετήσαμε στο μάθημα.

Β. Ασκήσεις

Εφαρμογή 2: Δομές Δεδομένων «με το χέρι»

Δίνεται η ακολουθία δεδομένων «5 8 3 2 1 6 9 7»

1. Εισάγετε τα δεδομένα σε μία στοίβα.

2. Εξάγοντας τα δεδομένα από τη στοίβα, εισάγετέ τα σε ένα δυαδικό δένδρο αναζήτησης.

Β. Ασκήσεις
Εφαρμογή 2: Δομές Δεδομένων «με το χέρι»

3. Δώστε την προδιατεταγμένη διαδρομή του δυαδικού δένδρου αναζήτησης.

4. Εισάγετε τα δεδομένα σε ένα σωρό ελαχίστων με σειρά την προδιατεταγμένη διαπέραση.

Β. Ασκήσεις
Εφαρμογή 3: Δένδρο-Σωρός Ελαχίστων

- Τροποποιήστε το πρόγραμμα ώστε να υλοποιεί ένα δένδρο-σωρό ελαχίστων.