

Yet Another Math for DS Course

Домашка №1

Матрицы и операции с ними (классная группа)

Добро пожаловать в первую домашку. Я попытался расположить задачи по возрастанию сложности. Кроме ручной части у домашки есть ещё и кодовая часть. Её можно [найти в репозитории](#).

Решение работы нужно сдать в виде pdf-файла. Решения должны быть оформлены на листочке аккуратным почерком либо затеханы на компьютере. Если у вас плохой почерк, домашка должна быть затехана. Затехать домашку можно в overleaf, typora, colab или другом любом удобном для вас сервисе.

Задача 1 (5 баллов). Вычислите максимально рациональным способом:

$$A^2 + AB + BA + B,$$
$$A = \begin{pmatrix} 47 & 59 \\ -23 & 21 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -42 & -59 \\ 22 & -20 \end{pmatrix}.$$

Задача 2 (10 баллов).

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

1. Найдите след матрицы A
2. Найдите определитель матрицы A
3. Найдите обратную к A матрицу
4. Найдите ранг матрицы A

Задача 3 (5 баллов). Среди данных векторов из \mathbb{R}^n найдите базис системы и выразите остальные векторы через базисные.

$$v_1 = (2, -1, 3, 5), v_2 = (4, -3, 1, 3), v_3 = (3, -2, 3, 4), v_4 = (4, -1, -15, 17).$$

Задача 4 (10 баллов). Найдите все матрицы X такие, что $AX = XA$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 5 (5 баллов). При преобразовании СЛАУ мы используем три элементарных преобразования:

- (I) прибавляем к i -ой строке j -ой умноженной на число;
- (II) меняем i и j -ую строки местами;
- (III) умножаем i -ую строку на неотрицательное число.

1. Каждое из этих преобразований можно задать в виде матрицы. Запишите эти матрицы.
2. Найдите для каждой матрицы обратную.
3. Найдите определитель каждой матрицы.

Задача 6 (5 баллов). Пусть в матрице A взяли вторую строку и к ней добавили две первые строки. Что при этом произойдет с матрицей A^{-1} ?

Задача 7 (10 баллов). Дайте развернутые ответы на следующие вопросы

1. Как изменится определитель порядка n , если у всех элементов изменить знак на противоположный?
2. Как изменится определитель порядка n , если первый столбец поставить на последнее место, а остальные сдвинуть на 1 влево?
3. Может ли быть 7 линейно независимых многочленов степени не более 5 каждый?
4. На какую матрицу и с какой стороны нужно домножить матрицу A размера 3×5 , чтобы прибавить второй столбец к третьему с коэффициентом 2?

Задача 8 (10 баллов). У Морфеуса есть матрица A . Он построил матрицу алгебраических дополнений \hat{A} и хочет найти её определитель $\det \hat{A}$ и ранг $\text{rk}(\hat{A})$.

Помогите ему. Выразите обе величины через $\det A$ и $\text{rk}(A)$.