

[WAD, 24.01.19] drzewa Huffmana

Zakoduj poniższe ciągi znaków

1. abbcaaaccddabbca
2. 145213211122235412
3. zxcvvxzcxcvzxcxczvx

policzymy ciąg pierwszy ręcznie, pozostałe w całości za pomocą programu

- **krok 1:** występowanie poszczególnych znaków

b: 4/16
d: 1/16
a: 6/16
c: 5/16

- **krok 2:** zastosowanie algorytmu

Tworzenie drzewa zaczynamy od “dołu”. Dwa znaki o najmniejszej częstotliwości występowania łączymy i sumujemy ich prawdopodobieństwa. Nadajemy im też zera i jedyne. Potem postępujemy podobnie, znowu znajdujemy dwie gałęzie o najmniejszym prawdopodobieństwie wystąpienia i nadajemy im zera oraz jedyne. Czynność powtarzamy do momentu, gdy nie zostanie nam jedyna gałąź. Aby odczytać kody poszczególnych znaków - przechodzimy przez drzewo od góry do dołu.

a :	6/16					6/16			10/16 1
c :	5/16					5/16	1		6/16 0
b :	4/16	1				5/16	0		
d :	1/16	0							

a :	0	b :	101	c :	11	d :	100
-----	---	-----	-----	-----	----	-----	-----

• **wynik:**

a: 0
b: 101
c: 11
d: 100

przedstawienie binarne trzech ciągów znaków

Encoding `abbcaaaccddabbca` using Huffman Algorithm.

```
{'b': "101", 'd': "100", 'a': "0", 'c': "11"}  
0 101 101 11 0 0 0 11 11 11 100 0 101 101 11 0
```

Encoding `145213211122235412` using Huffman Algorithm.

```
{'3': "1011", '4': "100", '5': "1010", '1': "0", '2': "11"}  
0 100 1010 11 0 1011 11 0 0 0 11 11 11 1011 1010 100 0 11
```

Encoding `zxcvvxzcxcvzxcxczvx` using Huffman Algorithm.

```
{'v': "01", 'x': "11", 'z': "00", 'c': "10"}  
00 11 10 01 01 11 00 10 11 01 00 11 10 11 10 00 01 11
```

Sprawność kodowania powyższych ciągów

Sprawność kodowania wynosi: $\eta = \frac{H}{H_m} 100\%$. Czym są H i H_m ?

H to *entropia*, którą liczymy z następującego wzoru:

$$H = - \sum_{m=1}^M p_m \log_2 p_m$$

Gdzie p_m to prawdopodobieństwo wystąpienia (dla naszego ciągu a ma prawdopodobieństwo równe $\frac{6}{16}$).

H_w to *oczekiwana ilość bitów*, którą liczymy z następującego wzoru:

$$H_w = \sum_{m=1}^M b_m p_m$$

Gdzie ponownie p_m to prawdopodobieństwo wystąpienia a b_m to długość kodu (dla naszego ciągu a ma długość kodu równą 1).

Policzmy najpierw ręcznie te wartości dla naszego ciągu abbcaaaccddabbca.

- entropia:

$$\begin{array}{cccc} a : 6/16 & b : 4/16 & c : 5/16 & d : 1/16 \\ 0 & 101 & 11 & 100 \end{array}$$

$$H = - \sum_{m=1}^M p_m \cdot \log_2 p_m$$

$$H = - \left(\frac{6}{16} \cdot \log_2 \frac{6}{16} + \frac{4}{16} \cdot \log_2 \frac{4}{16} + \frac{5}{16} \cdot \log_2 \frac{5}{16} + \frac{1}{16} \cdot \log_2 \frac{1}{16} \right) \approx 1,805$$

obliczenia
są trudne
więc skomputowałem
z WolframAlpha

link do Wolframalpha, który wylicza entropię:

[https://www.wolframalpha.com/input/?i=-\(\(6/16\)*log2\(6/16\)+\(4/16\)*log2\(4/16\)+\(5/16\)*log2\(5/16\)+\(1/16\)*log2\(1/16\)\)](https://www.wolframalpha.com/input/?i=-((6/16)*log2(6/16)+(4/16)*log2(4/16)+(5/16)*log2(5/16)+(1/16)*log2(1/16)))

- oczekiwana liczba bitów oraz sprawność kodowania:

$$\begin{array}{cccc} a: & 6/16 & b: & 4/16 & c: & 5/16 & d: & 1/16 \\ & 0 & & 101 & & 11 & & 100 \end{array}$$

$$H_w = \frac{6}{16} \cdot 1 + \frac{4}{16} \cdot 3 + \frac{5}{16} \cdot 2 + \frac{1}{16} \cdot 3 = \frac{31}{16}$$

$$\eta = \frac{1,805}{\frac{31}{16}} \cdot 100\% = \frac{1,805}{30} \cdot 16 \cdot 100\% =$$

$$\approx 93,1613\%$$

Pozostałe ciągi policzone maszynowo

Różnice wynikają z ograniczenia pamięci.

```
Encoding `abbcaaaccddabbca` using Huffman Algorithm.  
{'b': "101", 'd': "100", 'a': "0", 'c': "11"}  
0 101 101 11 0 0 0 11 11 11 100 0 101 101 11 0  
Encoding finished, with efficiency 93.16317587495566%
```

```
Encoding `145213211122235412` using Huffman Algorithm.  
{'3': "1011", '4': "100", '5': "1010", '1': "0", '2': "11"}  
0 100 1010 11 0 1011 11 0 0 0 11 11 11 1011 1010 100 0 11  
Encoding finished, with efficiency 95.09775004326939%
```

```
Encoding `zxcvvzxcvzxcxczvx` using Huffman Algorithm.  
{'v': "01", 'x': "11", 'z': "00", 'c': "10"}  
00 11 10 01 01 11 00 10 11 01 00 11 10 11 10 00 01 11  
Encoding finished, with efficiency 98.74687506009636%
```