

**厦门大学《 线性代数 》课程试卷**

**信息 学院**  **系 2018 年级 大类 专业**

**学年学期：**181901**主考教师：**线性代数教研组**A卷(√)B卷()**

**注：AT表示矩阵A的转置矩阵，A\*表示矩阵A的伴随矩阵，E是单位矩阵，|A|表示方阵A的行列式，r(A)表示矩阵A的秩**

1. **单项选择题（每小题2分，共20分）**

**1．二次型 的规范形是（ ）B 【二次型】**

**（A） （B）**

**（C） （D）**

**2．设向量组，，，则向量组（ ）C**

**（A）时，线性无关 （B）线性无关。**

**（C），且时，线性无关 （D）线性相关。**

**3. A,B均是n阶正交阵,若|A|+|B|=0，则A+B必为（ ）D**

**（A） 初等阵 （B）正交阵；**

**（C） 对称阵 （D）奇异阵**

**4. 设二次型，其中，，则为正定二次型的充分必要条件是（ ） D【正定二次型】**

**（A）的负惯性指数是0 （B）存在正交 矩阵，使得**

**（C）的秩为 （D） 存在可逆矩阵，使得**

**5. 设=（X为非零向量），P为可逆矩阵，则（ ）D**

1. **的特征值为，其对应特征向量为**

**（B）的特征值为，其对应特征向量为**

**（C）的特征值为，其对应特征向量为**

**（D）的特征值为，其对应特征向量为**

**6. 已知向量组****线性无关，则向量组（ ）C**

**（A）****线性无关**

**（B）****线性无关**

**（C）** **线性无关**

**（D）****线性无关**

**7. 设方阵的行列式，则中（ ）（C）**

**（A）必有一列元素为0。**

**（B）必有两列对应成比例。**

**（C）必有一列向量是其余向量的线性组合。**

**（D）任一列向量是其余列向量的线性组合。**

**8. 设为4×3矩阵，是非齐次线性方程组的三个线性无关的解，为任意常数，则的通解为（ ）.C**

**（A）**  **（B）** 

**（C）**  **（D）** 

**9．如果（ ），则阶矩阵与矩阵相似。C**

**（A）**

**（B）**

**（C）与有相同的特征值，且个特征值各不相同**

**（D）与有相同的特征多项式**

**10. 下列向量集合按向量的加法和数乘运算构成R上一个向量空间的是（ ）A**

**（A）Rn中，分量满足的所有向量**

**（B）Rn中，分量是整数的所有向量**

**（C）Rn中，分量满足的所有向量**

**（D）Rn中，分量满足可取任意实数的所有向量**

**二 填空题（15分）：**

**1．已知****线性无关，****，则**\_\_\_1或2\_\_\_**.**

**2．设A为n阶矩阵，|A|0，为A的伴随矩阵，E为n阶单位矩阵，若A有特征值，则+E必有特征值\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.**

**3．设R4的一组基为，令，则子空间的维数为 .3**

**4. 设线性方程组 有非零解，则参数应满足条件 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ .**

**5.** 设是三维向量空间的一组基，则由基到基的过渡矩阵为 . 

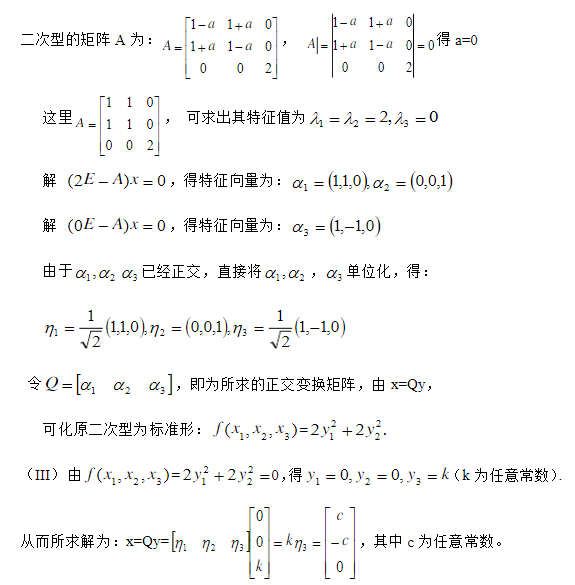
**三 计算题（50分）：**

**1、已知二次型的秩为2（15分）**

**（1）求a的值**

**（2）求正交变换，把化成标准形**

**（3）求方程的解**



**2、设矩阵** [相似对角化]

**（1）求a,b的值；**

**（2）求可逆矩阵P,使 为对角矩阵**

答案：

(I)





(II) 因为,易见B的特征值：1，1，5

而得A的特征值: 1, 1, 5

而 ，由



得基础解系：

对 ，由



得基础解系：

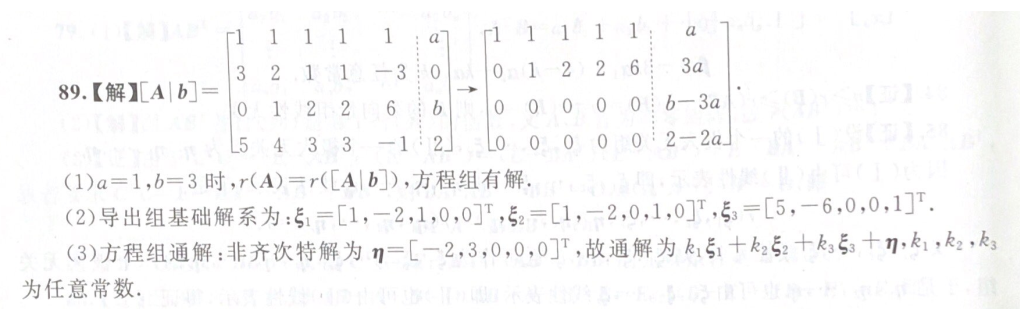
令 ，有

**3、已知线性方程组（15分）**

**(1)为何值时，方程组有解；**

**(2)方程组有解时，求出方程组的导出组的基础解系；**

**(3)方程组有解时，求出方程组的全部解.**



**4、已知，判断A是否正定，并求正定矩阵B，使得。（10分）**

解：，因为A的特征值，全大于0，故A是正定矩阵。

求出A的特征向量，依次为，，

经 施密特正交化，得，，

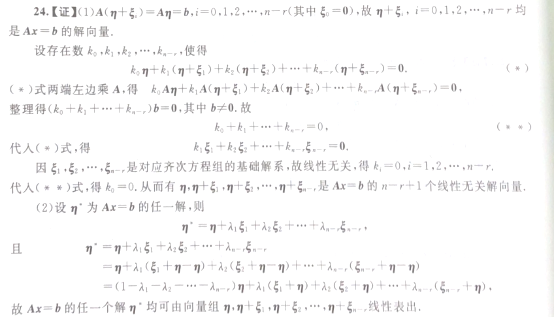
令，则C是正交矩阵，且，

则。

令，则B对称且与合同，故B是正定矩阵（或由B的特征值全大于0，得B正定），并满足，其中为所求。

**四 证明题（15分）：**

**1.（5分）已知是的一个特解，是对应齐次方程组的基础解系。证明：是的个线性无关解向量；**

****

**2．（5分）设为对称矩阵，证明当充分大时，是正定矩阵。**

证明：因为为对称矩阵，可对角化，存在可逆矩阵，使得

*，*所以的特征值为，，，当充分大时，它们全大于零，所以是正定矩阵。

**3.（5分） 设为3维列向量，为的转置，若矩阵相似于，证明**

证明1：因为相似于，根据相似矩阵有相同的特征值，得到的特征值为2，0，0，而是一个常数，是矩阵的对角元素之和，则

证明2：因为相似于，根据相似矩阵有相同的特征值，得到的特征值为2，0，0

又由于，为矩阵的非零特征值，即