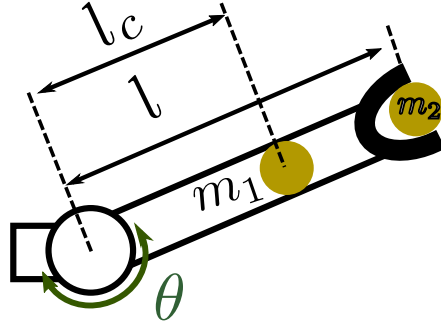


Τμήμα Β

Θεωρείστε το δυναμικό σύστημα ρομποτικού βραχίονα μίας περιστροφικής άρθρωσης του σχήματος:



$$h\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + \alpha \cos \theta = u, \quad \text{με } h = J + m_2 l^2 \quad \text{και} \quad \alpha = (m_1 l_c + m_2 l)g \quad (1)$$

όπου J η αδράνεια του συνδέσμου, $m_1 = 2 \text{ kg}$, η μάζα του συνδέσμου με κέντρο βάρους σε απόσταση l_c από την άρθρωση, $g = 9.8 \text{ m/s}^{-2}$ η επιτάχυνση της βαρύτητας, b ο συντελεστής τριβής στην άρθρωση, $l = 0.5 \text{ m}$ το μήκος του συνδέσμου, u η ροπή ελέγχου και m_2 η μάζα του φορτίου. Για τις παραμέτρους του ρομπότ που δεν δίνονται τιμές εκτιμάται ότι βρίσκονται εντός των παρακάτω ορίων: $0.1 < J < 0.5$, $0.05 < l_c < 0.45$, $0.001 < b < 0.01$ και το φορτίο $0 < m_2 < 2$. Μας ενδιαφέρει να ελέγξουμε το σύστημα αυτό έτσι ώστε να παρακολουθήσουμε μια είσοδο αναφοράς $\theta_d(t)$ με ακρίβεια στην μόνιμη κατάσταση, χωρίς υπερύψωση και με χρόνο αποκατάστασης 0.4 sec .

I) Σχεδιάστε ένα νόμο ελέγχου με χρήση της μεθόδου επανασχεδίασης *Lyapunov* ώστε να επιτύχετε τον στόχο ελέγχου για οποιαδήποτε αρχική τιμή της κατάστασης παρά τις αβεβαιότητες των παραμέτρων. Οπου χρειαστεί χρησιμοποιείτε τις παρακάτω εκτιμήσεις για τις τιμές των άγνωστων παραμέτρων, $\hat{J} = 0.12$, $\hat{m}_2 = 0.24$, $\hat{l}_c = 0.44$ και $\hat{b} = 0.005$.

Προσομοιώστε την απόκριση του συστήματος ελέγχου και αποτυπώστε γραφικά τις αποκρίσεις για την θέση, ταχύτητα, τα σφάλματα θέσης και ταχύτητας καθώς και την τροχιά σφάλματος στο φασικό επίπεδο για τις περιπτώσεις (α) $\theta_d(t) = 0$ και (β) $\theta_d(t) = \frac{\pi}{2} \cos(\pi t)$ και (γ) $\theta_d(t) = \frac{\pi}{2} \cos(2\pi t)$ Θεωρείστε τις αρχικές τιμές $\theta(0) = \frac{\pi}{4}$, $\dot{\theta}(0) = 0$. Απεικονίστε την είσοδο ελέγχου και σχολιάστε τα αποτελέσματά σας. Επιπλέον χρησιμοποιείτε την παρακάτω ομαλή μορφή προσέγγισης της συνάρτησης προσήμου $\text{sgn}()$ του ελεγκτή σας

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|}, & |x| \geq \epsilon \\ \frac{x}{\epsilon}, & |x| < \epsilon \end{cases}$$

όπου ϵ μια μικρή θετική τιμή. Σχολιάστε την επίδραση της χρήσης της παραπάνω συνάρτησης και της τιμής του ϵ στο σήμα ελέγχου και στα σφάλματα παρακολούθησης.

Τέλος, προσομοιώστε το σύστημα χωρίς το επιπλέον σήμα ελέγχου που αντιμετωπίζει τις αβεβαιότητες και σχολιάστε τα σφάλματα παρακολούθησης που έχετε στην περίπτωση αυτή.

Υπόδειξη για *MATLAB*: για την προσομοίωση με την ύπαρξη συνάρτησης προσήμου $\text{sgn}()$ χρησιμοποιείτε την *ode23* με *options = odeset('RelTol', 1e-6, 'AbsTol', 1e-3)*.

II) Το δυναμικό σύστημα του ρομπότ μπορεί να γραφεί γραμμικά ως προς τις άγνωστες σταθερές παραμέτρους:

$$h\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + a \cos \theta = \mathbf{Z}(\ddot{\theta}, \dot{\theta}, \theta)^T \mathbf{Y}$$

όπου \mathbf{Y} το διάνυσμα των σταθερών άγνωστων παραμέτρων του συστήματος και $\mathbf{Z}(\ddot{\theta}, \dot{\theta}, \theta)$ το διάνυσμα παλινδρόμησης. Προσδιορίστε τα $\mathbf{Z}(\ddot{\theta}, \dot{\theta}, \theta)$ και \mathbf{Y} .

Καθώς η κατάσταση του συστήματος (θέση ταχύτητα) είναι μετρήσιμη αλλά όχι η επιτάχυνση έχει προταθεί η εξής εναλλακτική θεώρηση που μειώνει τον βαθμό του συστήματος. Ορίζεται νέα ταχύτητα αναφοράς $v_r = \dot{\theta}_d - \lambda \tilde{\theta}$ όπου λ θετική σταθερά με $\tilde{\theta} = \theta - \theta_d$ το σφάλμα παρακολούθησης θέσης. Αποδείξτε ότι το σήμα ελέγχου:

$$u = \mathbf{Z}(\dot{v}_r, v_r, \theta)^T \hat{\mathbf{Y}} - ds$$

όπου $s = \tilde{\theta} + \lambda \tilde{\theta}$ είναι το συνδυασμένο σφάλμα παρακολούθησης, $d > 0$ σταθερά ελέγχου και $\hat{\mathbf{Y}}$ είναι η εκτίμηση του διανύσματος παραμέτρων \mathbf{Y} καταλήγει σε ένα πρωτοβάθμιο γραμμικό ως προς s σύστημα κλειστού βρόχου με είσοδο που εξαρτάται από το σφάλμα εκτίμησης:

$$h\dot{s} + (b + d)s = \mathbf{Z}(\dot{v}_r, v_r, \theta)^T (\hat{\mathbf{Y}} - \mathbf{Y})$$

α) Για την περίπτωση που είναι γνωστό το διάνυσμα \mathbf{Y} είναι προφανές ότι το s θα συγκλίνει εκθετικά στο μηδέν. Αποδείξτε ότι και το σφάλμα θέσης $\tilde{\theta}$ και ταχύτητας $\dot{\tilde{\theta}}$ συγκλίνουν στο μηδέν.

β) Για την περίπτωση που δεν είναι γνωστό το \mathbf{Y} βρείτε ένα νόμο προσαρμογής $\dot{\hat{\mathbf{Y}}}$ των παραμέτρων έτσι ώστε το συνδυασμένο σφάλμα s να συγκλίνει στο μηδέν και όλα τα σήματα του συστήματος κλειστού βρόχου να είναι φραγμένα.

γ) Προσομοιώστε το σύστημα κλειστού βρόχου με αρχικές τιμές $\theta(0) = \frac{\pi}{2}$, $\dot{\theta}(0) = 0$ και με αρχικές τιμές για τις προσαρμοζόμενες παραμέτρους τις εκτιμώμενες που δίνονται στο μέρος (I).

Αποτυπώστε γραφικά τις αποκρίσεις της θέσης, της ταχύτητας, του σφάλματος θέσης και ταχύτητας, του συνδυασμένου σφάλματος, των προσαρμοζόμενων παραμέτρων και της εισόδου ελέγχου για τις περιπτώσεις (i) $\theta_d(t) = \frac{\pi}{2} \cos(\pi t)$ και (ii) $\theta_d(t) = \frac{\pi}{2} \cos(2\pi t)$. Σχολιάστε τα αποτελέσματά σας. Συγκλίνουν οι παράμετροι στις πραγματικές τιμές τους;

Για την προσομοίωση του συστήματος χρησιμοποιείτε για όλα τα ερωτήματα τις παρακάτω πραγματικές, άγνωστες για την σχεδίαση του ελεγκτή τιμές των παραμέτρων του συστήματος $J = 0.15$, $m_2 = 1.4$, $l_c = 0.3$ και $b = 0.009$