Karol Kosoń

Zadanie 11

Zadanie 11

Rozważmy równanie

$$(x^2 - 1)\sinh^3 x = 0. \tag{1}$$

Stosując algorytm siecznych oraz algorytm oparty o trzypunktową interpolację odwrotną proszę znaleźć rozwiązania równania (1), startując, odpowiednio, z dwóch i trzech losowych punktów z przedziału (0,1). W przypadku metody siecznych punkty początkowe mają być dwoma z trzech punktów początkowych dla algorytmu opartego o iterację odwrotną. Miejsce zerowe proszę wyznaczyć z dokładnością 10^{-8}. Zadanie należy powtórzyć dla kilkunastu różnych zestawów punktów początkowych. Proszę przedystkutować otrzymane wyniki.

Metodę siecznych oparłem o ten wzór:

$$x_3 = \frac{f(x_1)x_2 - f(x_2)x_1}{f(x_1) - f(x_2)}.$$

Wyliczam kolejne miejsca zerowe i przesuwam punkty. Iteracja działa dopóty, dopóki różnica otrzymanych miejsc zerowych jest większa od epsilona.

Metodę interpolacji odwrotnej oparłem o ten wzór:

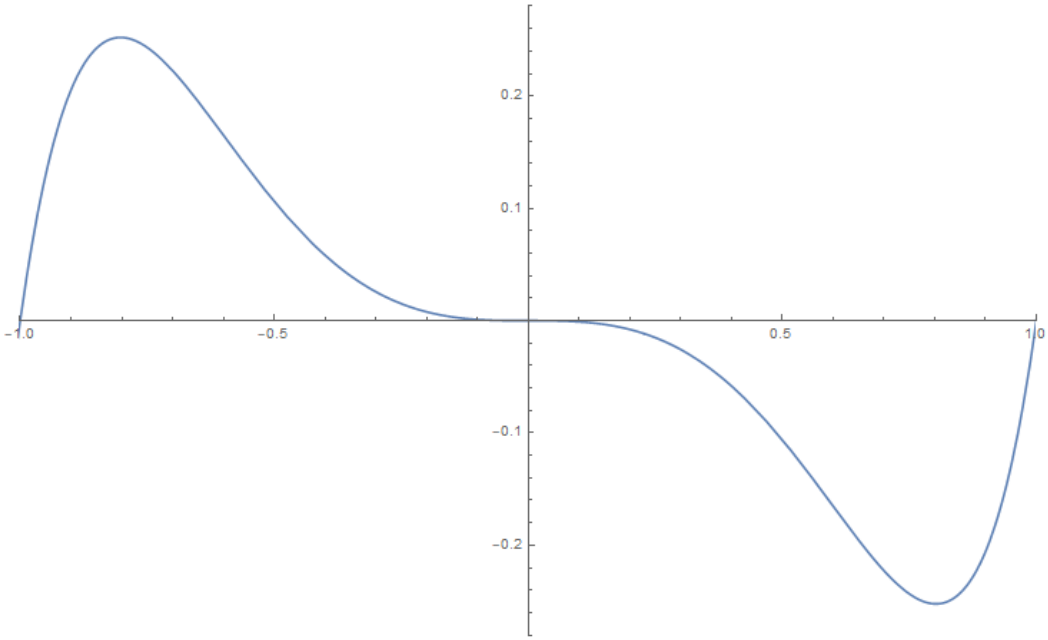
$$x_{n+1} = \frac{f_{n-1}f_n}{(f_{n-2} - f_{n-1})(f_{n-2} - f_n)}x_{n-2} + \frac{f_{n-2}f_n}{(f_{n-1} - f_{n-2})(f_{n-1} - f_n)}x_{n-1} + \frac{f_{n-2}f_{n-1}}{(f_n - f_{n-2})(f_n - f_{n-1})}x_n,$$

Wyliczam, kolejne x-y i wyznaczam wartości funkcji w tym punkcie. Po każdej iteracji punkty się przesuwają zgodnie z wyliczonym x-em.

```
In[17]:= f = (x^2 - 1) * Sinh[x]^3
                    sinus hiperbol
Out[17]= (-1 + x^2) Sinh[x]^3

In[38]:= Plot[f == 0, {x, -1.1, 1.1}, PlotRange → {{-1, 1}, {-0.28, 0.28}}]
         wykres                      zakres wykresu
```

Out[38]=



Widzimy na powyższym wykresie, że funkcja (1), ma miejsca zerowe w –1, 0 i 1. Dla naszego przedziału (0,1), otrzymamy jedynie rozwiązania dla 0 i 1. Trzeba byłoby przesunąć punkty początkowe bliżej -1.

Odpowiedź na pytanie z maila:

Czasami wylądujemy w jedynce, ponieważ możemy wybrać takie punkty początkowe, że poprowadzenie siecznej przez nie coraz bardziej zacznie nas zbliżać do 1, ponieważ do następnej iteracji wybieramy dwa ostatnie punkty(w takim wypadku będzie to x2 oraz miejsce zerowe siecznej). Iteracja musi w takim razie dać wynik 1.

Co do błędu w metodzie siecznych, nie wiem. Punkty, które wrzucam do algorytmu są losowane losowo. Możliwe, że przy losowaniu tych punktów nastąpiło jakieś załamanie programu. Próbowałem raz jeszcze u siebie i po ok 40 odpaleniach programu błąd się nie powtórzył. Zbieżność metody siecznych wynosi ok. 55 iteracji, natomiast interpolacji ok. 10.

Kilka losowych wyników (generuję 3 losowe liczby zmiennoprzecinkowe i wrzucam je do funkcji):

Metoda siecznych	**Metoda interpolacji odwrotnej**
Ilość iteracji: 58 Miejsce zerowe jest w: 0.0000000253226192	Ilość iteracji: 10 Miejsce zerowe jest w: -0.0000000000000562

x1 = 0.5758792560435270 x2 = 0.4248290608752654 x3 = 0.6259301927061427

Metoda siecznych	**Metoda interpolacji odwrotnej**
Ilość iteracji: 54 Miejsce zerowe jest w: 0.0000000241318722	Ilość iteracji: 8 Miejsce zerowe jest w: 0.0000000002787713

x1 = 0.9667610530586732 x2 = 0.0886938297602785 x3 = 0.4674769562983312

Metoda siecznych	Metoda interpolacji odwrotnej
Ilość iteracji: 56 Miejsce zerowe jest w: 0.0000000267810923	Ilość iteracji: 8 Miejsce zerowe jest w: 0.0000000019546426

x1 = 0.2767600208878331 x2 = 0.2732764646752162 x3 = 0.3814048135566547

Metoda siecznych	Metoda interpolacji odwrotnej
Ilość iteracji: 10 Miejsce zerowe jest w: 0.9999999999999983	Ilość iteracji: 9 Miejsce zerowe jest w: -0.0000000000338307

x1 = 0.8967579570118142 x2 = 0.6424417345050917 x3 = 0.2092605280733018

Metoda siecznych	Metoda interpolacji odwrotnej
Ilość iteracji: 56 Miejsce zerowe jest w: 0.0000000251032760	Ilość iteracji: 9 Miejsce zerowe jest w: 0.0000000229935867

x1 = 0.2067569248409741 x2 = 0.8270243694200294 x3 = 0.1231883853316253

Metoda siecznych	Metoda interpolacji odwrotnej
Ilość iteracji: 56 Miejsce zerowe jest w: 0.0000000290784181	Ilość iteracji: 10 Miejsce zerowe jest w: -0.0000000000004729

x1 = 0.8267548614306165 x2 = 0.1961896387842436 x3 = 0.9510441003139336

Metoda siecznych	Metoda interpolacji odwrotnej
Ilość iteracji: 58 Miejsce zerowe jest w: 0.0000000246446886	Ilość iteracji: 9 Miejsce zerowe jest w: -0.0000000335831454

x1 = 0.4467527970889363 x2 = 0.5653549086141190 x3 = 0.7788998148305807

Metoda siecznych	Metoda interpolacji odwrotnej
Ilość iteracji: 53 Miejsce zerowe jest w: -0.0000000255459981	Ilość iteracji: 7 Miejsce zerowe jest w: -0.0000015297217824

x1 = 0.7567517653837575 x2 = 0.7499375435290567 x3 = 0.6928276720889042

Metoda siecznych	Metoda interpolacji odwrotnej
Ilość iteracji: 57 Miejsce zerowe jest w: 0.0000000261937434	Ilość iteracji: 8 Miejsce zerowe jest w: 0.0000000522255630

x1 = 0.3067466049952184 x2 = 0.6728507176380840 x3 = 0.2624669583805217

Dołożyłem również punkty blisko –1, żeby udowodnić, że metoda działa:

Metoda siecznych	Metoda interpolacji odwrotnej
Ilość iteracji: 7 Miejsce zerowe jest w: -1.0000000000000000	Ilość iteracji: 12 Miejsce zerowe jest w: -0.0000000000011477

x1 = -0.9600000000000000 x2 = -0.7600000000000000 x3 = -0.6500000000000000

KOD:

```
#include <iostream>
#include <iomanip>
#include <cmath>
#include <cstdlib>
#include <ctime>

using namespace std;

const double epsilon = 0.00000001;


double f(double x)
{
  return (x*x - 1)*(sinh(x)*sinh(x)*sinh(x));
}


double secantMethod(double x1, double x2){
    double f1, f2, f3, x3, tmpX3;

    int i = 0;

    while(1)
  {
      f1 = f(x1);
      f2 = f(x2);
      x3 = (f1 * x2 - f2 * x1)/( f1 - f2);
```

```
    f3 = f(x3);

   if(f1 == f2 )
   {
    cout << "Złe punkty startowe, f1 = f2\n";
    break;
   }

   if(abs(x3 - tmpX3) <= epsilon) break;
   cout << "W x3 = "<< x3 << ", f(x3) = " << f3 << endl;
   x2 = x1;
   x1 = x3;
   tmpX3 = x3;

   i++;
  }

   cout << "Ilość iteracji: " << i << endl;

   return x3;
}

   double InverseInterpolation(double x1, double x2, double x3){
      double x0, y;
      double tmpX = 0;
      double x[] = {x1, x2, x3};
      double fx[] = {f(x1), f(x2), f(x3)};
      int i = 0;

      while(1){
         i++;
```

```
        x0 = (x[0]*fx[1]*fx[2])/((fx[0] - fx[1] * (fx[0] - fx[2]))) + (x[1]*fx[0]*fx[2])/((fx[1] - fx[0] * (fx[1] - fx[2])))
        + (x[2]*fx[0]*fx[1])/((fx[2] - fx[0] * (fx[2] - fx[1])));
        x1 = x2;
        x2 = x3;
        x3 = x0;
        y = f(x0);
        x[0] = x1;
        fx[0] = f(x1);
        x[1] = x2;
        fx[1] = f(x2);
        x[2] = x0;
        fx[2] = f(x0);
        cout << "W x = "<< x0 << ", f(x) = " << f(x0) << endl;

        if(abs(x0 - tmpX) <= epsilon){
           cout << "W x = "<< x0 << ", f(x) = " << f(x0) << endl;
           i++;
           break;
        }

        // if(abs(f(x0)) <= epsilon){
        //     cout << "W x = "<< x0 << ", f(x) = " << f(x0) << endl;
        //     i++;
        //
        //     break;
        // }

        tmpX = x0;
    }
    cout << "Ilość iteracji: " << i << endl;
```

```
    return x0;
  }

  double fRand(double fMin, double fMax)
  {
  double f = (double)rand() / RAND_MAX;
  return fMin + f * (fMax - fMin);
  }


int main()
{

 double x0,f0,f1,f2;
 double value;
 srand(time(0));

 double x1 = fRand(0,1);
 double x2 = fRand(0,1);
 double x3 = fRand(0,1);

 // double x1 = -.96;
 // double x2 = -.76;
 // double x3 = -.65;

    cout << setprecision(16)     // 8 cyfr po przecinku
         << fixed;               // format stałoprzecinkowy

  cout << "x1 = " << x1 << " x2 = " << x2 << " x3 = " << x3 << endl;
  value = secantMethod(x1, x2);
```

```
    cout << "Miejsce zerowe jest w: " << value << endl;
    value = InverseInterpolation(x1, x2, x3);
    cout << "Miejsce zerowe jest w: " << value << endl;


  return 0;
}
```