

Projekt z „Metod numerycznych”

Zadanie 3

Aproksymacja profilu wysokościowego

Mateusz Stencel

188676

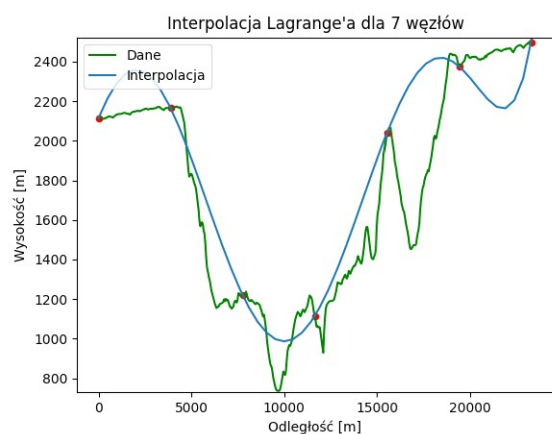
Wstęp

Celem zadania było zaimplementowanie metod interpolacyjnych Lagrange’a oraz funkcji sklejanych trzeciego stopnia do obliczania profilów wysokościowych. Interpolacja jest estymacją wartości badanej funkcji w obszarach między punktami, których wartości są znane. Implementacje algorytmów wykonano w języku Python, korzystając z wiedzy z wykładu oraz Internetu. Do weryfikacji działania metod użyto 3 z podanych przykładowych profili. Jedną z metod interpolacji jest interpolacja Lagrange’a. Polega ona na znalezieniu globalnego wielomianu, który przechodzi przez wszystkie zadane punkty. Kolejnym przykładem metody interpolacyjnej jest interpolacja funkcjami sklejanymi trzeciego stopnia. Jest to metoda interpolacji lokalnej czyli interpolacji między poszczególnymi węzłami z użyciem wielomianów niskiego stopnia a następnie sklejenie ich w rozwiązanie.

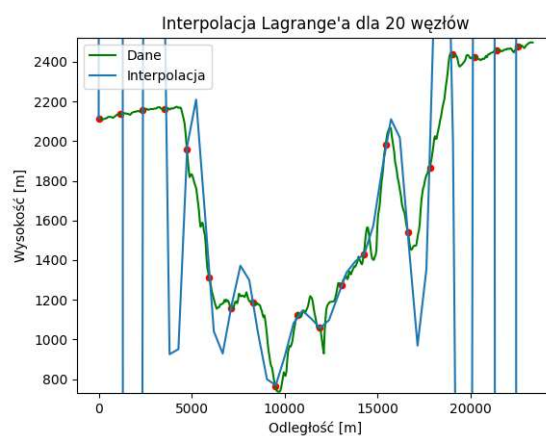
Realizacja

Na wykresach poniżej przedstawiono rezultaty obu metod interpolacji dla różnej ilości węzłów. Wszystkie węzły są równo od siebie oddalone.

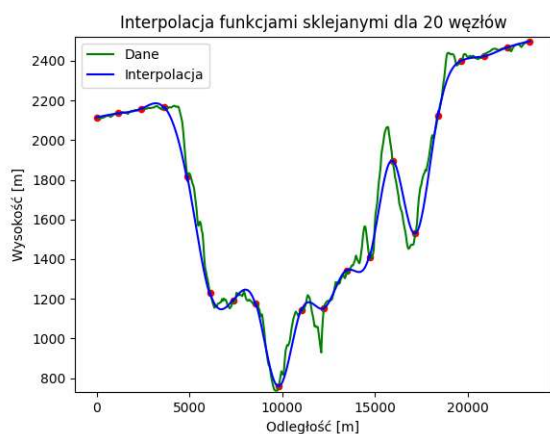
Dane: „Wielki Kanion Kolorado”



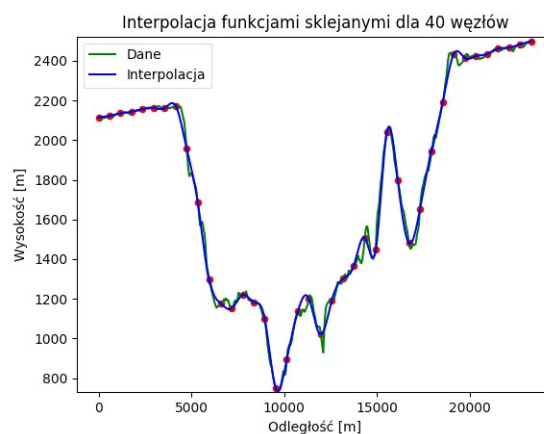
Rys. 1.



Rys. 2.

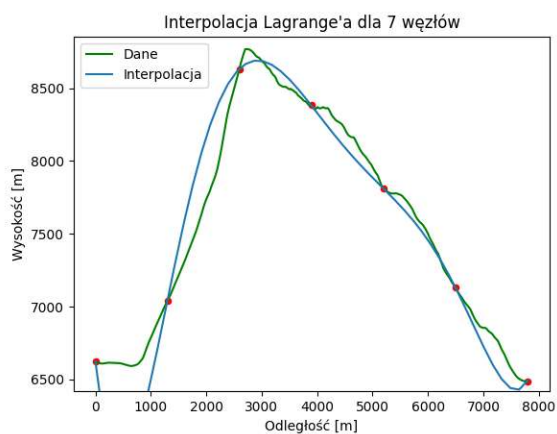


Rys. 3.

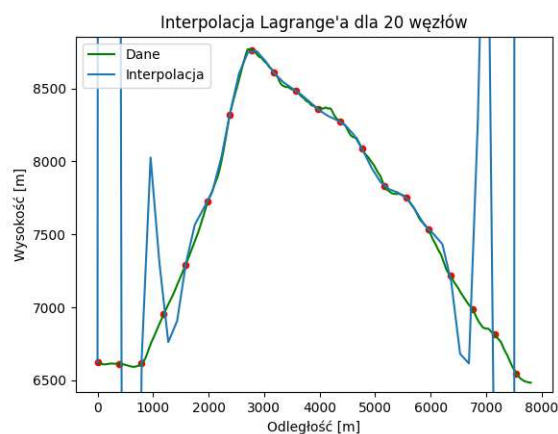


Rys. 4.

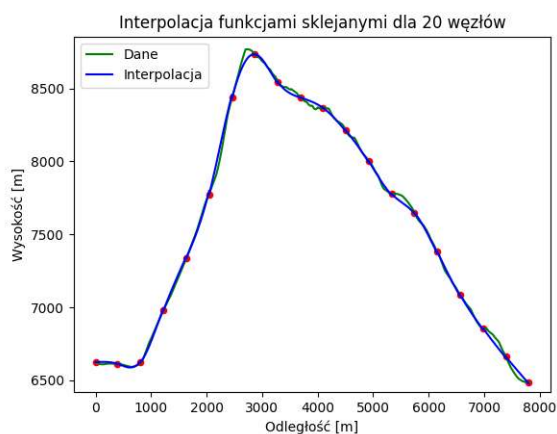
Dane: „Mount Everest”



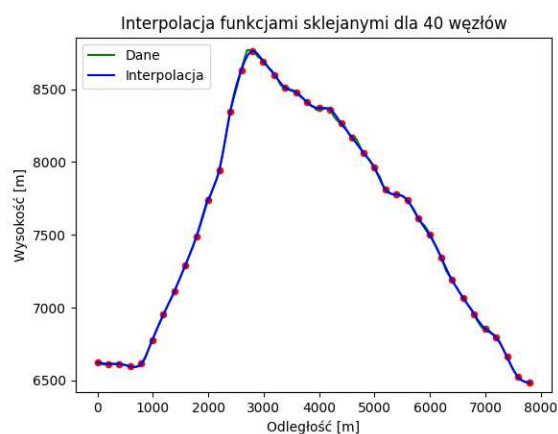
Rys. 5.



Rys. 6.

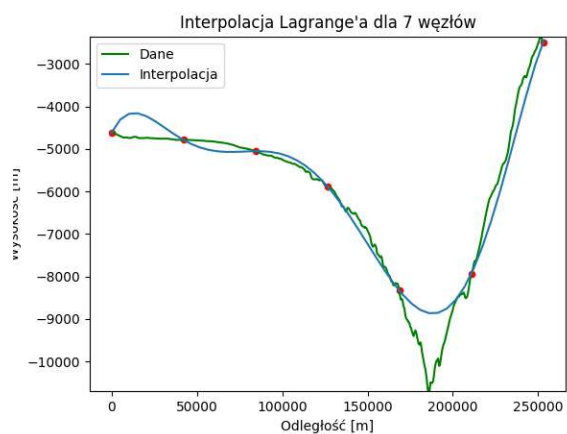


Rys. 7.

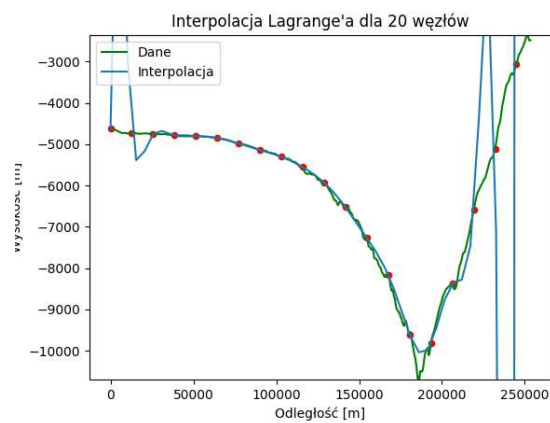


Rys. 8.

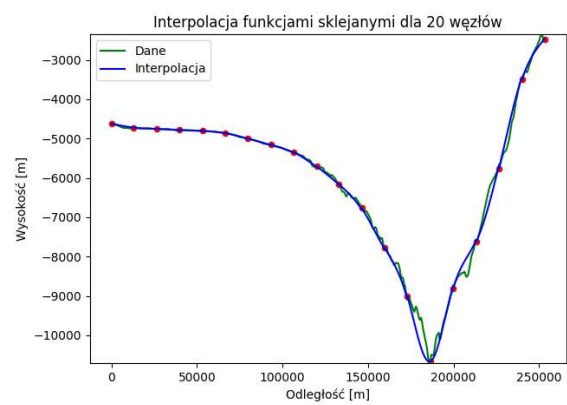
Dane: „Głębia Challengea”



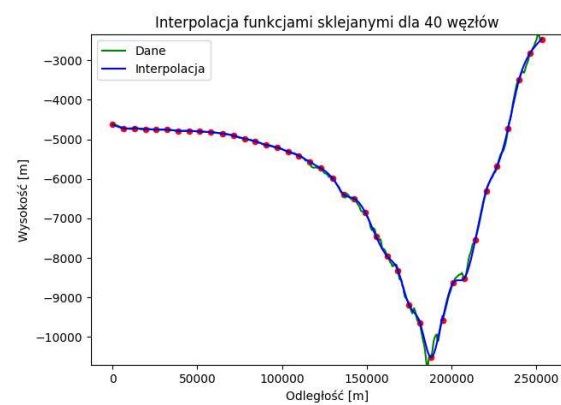
Rys. 9.



Rys. 10.



Rys. 11.



Rys. 12.

Wnioski

Analizując otrzymane wyniki, można zauważyć, że interpolacja funkcjami sklejanymi osiągnęła znacznie lepszą dokładność niż interpolacja Lagrange'a we wszystkich przypadkach. Interpolacji Lagrange'a jako metoda interpolacji globalnej powoduje, że jest bardzo podatna na zmianę wartości funkcji w pojedynczym węźle i zmienia zachowanie całego wielomianu interpolacyjnego. W przypadku interpolacji Lagrange'a, mała ilość węzłów sprawia, że przybliżenie funkcji jest słabe. Można zauważyć, że zwiększanie liczby węzłów powoduje, że na krawędziach pojawiają się oscylacje. Problem ten pojawia się, gdy wykorzystuje się wielomiany wysokiego stopnia do interpolacji węzłów równo oddalonych. Jest to efekt Rungego i powoduje on znaczne deformacje otrzymanego przybliżenia, jedynie środek przedziału jest dobrze interpolowany. Interpolacja funkcjami sklejanymi jako metoda interpolacji lokalnej sprawia, zmiany wartości funkcji między węzłami wpływają jedynie na interpolacji funkcji tylko w tym przedziale. Metoda ta lepiej radzi sobie dużymi zmianami wartości funkcji w kolejnych węzłach co w szczególności można zauważyć porównując Rys. 4. Podsumowując, interpolacja metodą funkcji sklejanых lepiej dopasowuje się do rzeczywistych danych.