מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20283 **- מתמטיקה דיסקרטית**

חומר הלימוד למטלה: תורת הקבוצות פרק 1

מספר השאלות: 4 **משקל המטלה:** 3 נקודות

סמסטר: 2006ב **מועד אחרון להגשה:** יום ו' 7.4.06

אנא שים לב:
מלא בדייקנות את הטופס המלווה לממ"ן בהתאם לדוגמה שלפני המטלות.
העתק את מספר הקורס ומספר המטלה הרשומים לעיל.

שאלה 1 (**24** נק')

שאלה זו נועדת לתרגל מושגים בסיסיים בתורת הקבוצות ולחדד כמה נקודות שכדאי להבין בשלב מוקדם:

* ההבדל בין A לבין $\{A\}$ (קבוצה שהאיבר היחיד שלה הוא A).

* מקרה פרטי: ההבדל בין הקבוצה הריקה לבין $\{ \}$.

* ההבדל בין "x איבר של y" לבין "x חלקי ל- y".

תהיינה: $X =$, $Y = \{ , \mathbf{foo}\}$, $Z = \{ , \{ \}\}$ (**foo** הוא עצם כלשהו שאינו קבוצה).

לכל אחת מהטענות הבאות קבע אם היא נכונה.

בשאלה זו בלבד אין צורך לנמק, די לרשום בכל סעיף נכון / לא נכון.

א. $X \quad Y = Y$ ב. $\{X\} - Y$ ג. $Y \quad Z = X$

ד. $\{X\} \quad Y = Y$ ה. $X \quad \{Y\} = Y$ ו. $|X \quad Y \quad Z| = 4$

ז. $Z \quad P(Y)$ ח. $Y - P(Y)$

שאלה 2 (**21** נק')

א. הוכח: $A - (B - A) = A$.

ב. הוכח או הפרך: $A \quad P(A)$.

ג. הוכח או הפרך: $P(A \quad B) = P(A) \quad P(B)$.

כדי להפריך טענה - הביאו דוגמא נגדית.

לטענה נכונה - תנו הוכחה מסודרת המסתמכת בכל צעד על טענות והגדרות בספר.

שאלה 3 (**28** נק')

*הוכח את הטענות הבאות בעזרת **"אלגברה של קבוצות"**: צא מאחד האגפים, פתח אותו בעזרת זהויות ידועות, והגע לאגף השני. אין להשתמש בהוכחה במושג "איבר". במקומות בהם מופיע הפרש קבוצות מומלץ להיעזר בזהות $A-B=A\cap B'$ (עמ' 23 בספר הלימוד).* ***ציין באופן ברור בכל צעד את הזהויות עליהן אתה מסתמך.*** *הסימן $\oplus$ מוגדר בעמ' 27 בספר.*

א. $(A\cup B)-C=(A-C)\cup(B-C)$

ב. $(A\cap B)\cup(A\cap B')=A$

ג. $X\oplus Y=\emptyset$ **אם ורק אם** $X=Y$ *(היעזרו בשאלה 1.22. שימו לב שיש שני כיוונים להוכיח).*

ד. $(A\oplus B)\oplus(B\oplus C)=A\oplus C$.

שאלה *4* (**27** נק')

איחוד של קבוצה כלשהי של קבוצות מתואר בהגדרה 1.6 בעמוד 12 בספר.

במלים פשוטות ההגדרה היא: $x\in\bigcup_{i\in I}A_i$ *אםם x שייך **לפחות** לאחת הקבוצות A_i,*
כאשר i מקבל ערכים ב- I.

חיתוך של קבוצה כלשהי של קבוצות מתואר בעמוד 16 בספר.

במלים פשוטות ההגדרה היא: $x\in\bigcap_{i\in I}A_i$ *אםם x שייך **לכל** הקבוצות A_i,*
כאשר i מקבל ערכים ב- I.

השאלה שלפניך מתרגלת את השימוש בשני מושגים האלה.

$\mathbb{N}$ היא קבוצת המספרים הטבעיים (כולל 0), $\mathbb{R}$ היא קבוצת המספרים הממשיים.

לכל $n\in\mathbb{N}$, תהי $A_n=\{x\in\mathbb{R}\mid 3\le x\le 2n\}$, ותהי $B_n=A_{n+1}-A_n$.

(4 נק') א. חשב את A_0, A_1, A_2, A_3 ואת B_0, B_1, B_2.

(4 נק') ב. הוכח: אם $n\le m$ אז $A_n\cap A_m=A_n$.

(6 נק') ג. חשב את $\bigcap_{2\le n\in\mathbb{N}}A_n$.

(6 נק') ד. חשב את $\bigcup_{n- \infty} A_n$.

(7 נק') ה. חשב את $\bigcup_{2- n \infty} B_n$.