

Ελαχιστοποίηση κυρτής συνάρτησης μιας μεταβλητής σε δοσμένο διάστημα

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΚΩΣΤΑΣ

ΑΕΜ: 9209

EMAIL: kostakonst@ece.auth.gr

18/11/2020

**ΘΕΜΑ 1: Μέθοδοs της Διχοτόμου**

* 1. Η μεταβολή των υπολογισμών της αντικειμενικής συνάρτησης fi(x) καθώς μεταβάλλουμε τη σταθερά ε και για l=0.01 ( με τον περιορισμό l>2\*ε) φαίνεται στα διαγραμματα που ακολουθούν.

F1(x): 

F2(x):



F3(x):



Ορίζοντας το διαστημα τιμών του ε μικρότερο οριακά από την ακραία τιμή ε=0.005, φαίνεται ότι και στις 3 συναρτήσεις ο αριθμός υπολογισμών της αντικειμενικής συνάρτησης fi(x) είναι ίδιος για κάθε ε.

Για l=0.01 και [a,b]=[2,5] από τον τύπο καταλήγουμε σε ένα n κοντά στο 16 πράγμα που επιβεβαιώνεται με σωστή επιλογή ε (αρκετά μικρότερο από την ακριβεια ).

Ακόμη παρατηρείται ότι όσο πλησιάζουμε την οριακή τιμή του ε (μεγαλύτερη τιμή του ) για l=0.01 , τόσο αυξάνεται ο αριθμός των υπολογισμών αυτών.

* 1. **Η μεταβολή των υπολογισμών της αντικειμενικής συνάρτησης fi(x) καθώς μεταβάλλουμε το l για** ε= **0.001 (με τον περιορισμό l>2\*ε )φαίνεται στα διαγραμματα που ακολουθούν.**

F1(x):

F2(x):



F3(x):



Από τα διαγράμματα για τις τρείς συναρτήσεις φαίνεται ότι για σταθερό ε=0.001 (πράγμα που ορίζει l>0.002), οι συναρτήσεις απαιτούν τον ίδιο αριθμό υπολογισμών της αντικειμενικής συνάρτησης. (για κάθε l). Ακόμη όσο καλύτερη ακρίβεια ζητείται , τόσο περισσότεροι υπολογισμοί χρειάζονται.

1.3) Οι γραφικές παραστάσεις των άκρων του διαστήματος [α ,β ] συναρτήσει του δείκτη βήματος k

F1(x):



F2(x):



F3(x):

Στα τρία διαγράμματα παριστάνεται η μεταβολή των α,β για l=0.00201 και για l=0.1. Αυτό απεικονίζεται στα διαγράμματα με την αλλαγη του χρώματος στα μισά των γραμμών.Δηλαδή δεν αλλαζει η ταχύτητα σύγκλισης αλλα η ακρίβεια στην οποία θα υπολογισθεί το χ\*.(θα βρίσκεται στο τελικό διάστημα β-α) .

Τέλος παρατηρείται ότι παρόλο που ου συναρτήσεις συγκλίνουν σε άλλες τιμές , οι υπολογισμοί που απαιτούνται για δοσμένα ε,l είναι ίδιοι.

**ΘΕΜΑ 2:** **Μέθοδος του Χρυσού Τομέα**

2.1) Η μεταβολή των υπολογισμών της αντικειμενικής συνάρτησης fi(x) καθώς μεταβάλλουμε το τελικό εύρος αναζήτησης l απεικονιζεται στα ακόλουθα διαγράμματα.

F1(x)



F2(x)

F3(x)



Παρατηρειται ότι και οι τρεις συναρτήσεις απαιτούν ίδιο αριθμό υπολογισμών της f για κάθε l. Οι υπολογισμοί αυτοί όπως είναι λογικό είναι περισσοτεροι όταν η ακρίβεια του αποτελέσματος είναι μεγαλη .(l <<)

2.2) οι γραφικές παραστάσεις των άκρων του διαστήματος [ α, β] συναρτήσει του δείκτη βήματος k

F1(x)

F2(x)

F3(x)

Στα τρία διαγράμματα ομοίως με την μεθοδο της διχοτόμου παριστάνεται η μεταβολή των α,β για l=0.0001 και για l=0.1. Αυτό απεικονίζεται στα διαγράμματα με την αλλαγη του χρώματος στα μισά των γραμμών.Δηλαδή δεν αλλαζει η ταχύτητα σύγκλισης αλλα η ακρίβεια στην οποία θα υπολογισθεί το χ\*.(θα βρίσκεται στο τελικό διάστημα β-α) . Ακόμη παρόλο που κάθε συνάρτηση συγκλίνει σε άλλο διάστημα (που αποτελει και το ελάχιστο ), τα βήματα που χρειάζονται σε κάθε μία για μια επιθυμητη ακρίβεια l είναι τα ίδια.

**ΘΕΜΑ 3: Μέθοδος fibonacci**

3.1) Η μεταβολή των υπολογισμών της αντικειμενικής συνάρτησης fi(x) καθώς μεταβάλλουμε το τελικό εύρος αναζήτησης l απεικονιζεται στα ακόλουθα διαγράμματα.

F1(x)



F2(x)



F3(x)



Παρατηρειται ότι και οι τρεις συναρτήσεις απαιτούν ίδιο αριθμό υπολογισμών της f για κάθε l. Οι υπολογισμοί αυτοί όπως είναι λογικό είναι περισσοτεροι όταν η ακρίβεια του αποτελέσματος είναι μεγαλη .(l <<)

3.2) ) οι γραφικές παραστάσεις των άκρων του διαστήματος [ α, β] συναρτήσει του δείκτη βήματος k

F1(x)



F2(x)



F3(x)



Στα τρία διαγράμματα ομοίως με την μεθοδο της διχοτόμου παριστάνεται η μεταβολή των α,β για l=0.0001 και για l=0.1. Αυτό απεικονίζεται στα διαγράμματα με την αλλαγη του χρώματος στα μισά των γραμμών.Δηλαδή δεν αλλαζει η ταχύτητα σύγκλισης αλλα η ακρίβεια στην οποία θα υπολογισθεί το χ\*.(θα βρίσκεται στο τελικό διάστημα β-α) . Ακόμη παρόλο που κάθε συνάρτηση συγκλίνει σε άλλο διάστημα (που αποτελει και το ελάχιστο ), τα βήματα που χρειάζονται σε κάθε μία για μια επιθυμητη ακρίβεια l είναι τα ίδια.

**ΘΕΜΑ 4:** **Μέθοδος Διχοτόμου με χρήση παραγώγου**

4.1) Η μεταβολή των υπολογισμών της αντικειμενικής συνάρτησης fi(x) καθώς μεταβάλλουμε το τελικό εύρος αναζήτησης l απεικονιζεται στα ακόλουθα διαγράμματα.

F1(x)



F2(x)

F3(x)



Παρατηρειται ότι και οι τρεις συναρτήσεις απαιτούν ίδιο αριθμό υπολογισμών της f για κάθε l. Οι υπολογισμοί αυτοί όπως είναι λογικό είναι περισσοτεροι όταν η ακρίβεια του αποτελέσματος είναι μεγαλη .(l <<)

4.2) ) οι γραφικές παραστάσεις των άκρων του διαστήματος [ α, β] συναρτήσει του δείκτη βήματος k

F1(x)



F2(x)



F3(x)



Στα τρία διαγράμματα ομοίως με την μεθοδο της διχοτόμου παριστάνεται η μεταβολή των α,β για l=0.0001 και για l=0.1. Αυτό απεικονίζεται στα διαγράμματα με την αλλαγη του χρώματος στα μισά των γραμμών.Δηλαδή δεν αλλαζει η ταχύτητα σύγκλισης αλλα η ακρίβεια στην οποία θα υπολογισθεί το χ\*.(θα βρίσκεται στο τελικό διάστημα (β-α) . Ακόμη παρόλο που κάθε συνάρτηση συγκλίνει σε άλλο διάστημα (που αποτελει και το ελάχιστο ), τα βήματα που χρειάζονται σε κάθε μία για μια επιθυμητη ακρίβεια l είναι τα ίδια.

**Παρατηρήσεις:**

Όπως γίνεται αντιληπτό οι μέθοδοι δεν εχουν την ίδια αποδοτικότητα . Η Μέθοδος Διχοτόμου με χρήση παραγώγου σε λιγότερα βήματα και με λιγότερες κλήσεις της F καταλήγει στο επιθυμητό διαστημα συγκλισης. Παρόλα αυτά για την χρήση της απαιτείται και η παραγωγισιμότητα της συνάρτησης f . Απο τις υπόλοιπες μεθόδους η αποδοτικότερη είναι η Fibonacci και η διαφορά της με την Μέθοδο του Χρυσού Τομέα είναι ότι η σύγκλιση δεν είναι σταθερη αλλα μεταβάλεται με βάση την ακολουθία αριθμών Fibonacci.