

ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

2η Εργαστηριακή Άσκηση

Ελαχιστοποίηση με χρήση παραγώγων

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΚΩΣΤΑΣ

ΑΕΜ: 9209

EMAIL: kostakonst@ece.auth.gr

04/12/2020

Θέμα 1

Η συνάρτηση της οποίας ζητήθηκε η ελαχιστοποίηση ήταν:

Σχεδιάζοντας την f αλλα και τις ισοσταθμικές της φανερώνεται ότι το ελάχιστο της βρίσκεται κοντά στο (x,y)=(-1.2,0)





Η επιλογή του βήματος σύγλισης γκ μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους . Παρόλα αυτά υπάρχει πιθανότητα αστέθειας για γκ μεγάλο ή αργής σύγκλισης για γκ μικρό .

Θέμα 2

Mε χρήση της μεθόδου Μέγιστης Καθόδου, χρησιμοποιώντας ως αρχικά σημεία (x0 ,y0 ) τα i) (0,0) , ii) ( -1, -1) , iii) (1,1) και ε=0.0001 έχουμε :

* Για γκ=min(f(xk+γκ\*dk))

i)



ii)



iii)



Όπως λοιπον γίνεται αντιλυπτό από τα διαγράμματα με τα σημεία σύγκλισης στα σημεία (0,0) και (1,1) αποτυγχάνει να συγκλίνει . Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι ο αλγόριθμος τερατίζει σε οποιοδήποτε σημειο η νορμα την παραγώγου είναι σχεδόν 0. Aν για παράδειγμα θέταμε ως νέο σημείο το (-1.224744872934554,0), σημείο στο οποίο συναντάται μέγιστο ,ο αλγόριθμος θα τερμάτιζε εκεί . Συνεπώς , για να είναι αποτελεσματική η αναζήτηση ,απο το αρχικό σημείο μέχρι το ελάχιστο δεν θα πρέπει να μην διακόπτεται από επίπεδα σχοδόν παράλληλα του xy.

Το (-1,-1) φανερώνει ότι με την επιλογή του γκ=min(f(xk+γκ\*dk)) συγκλίνει με ένα μόνο βημα παρά το γεγονός ότι η μέθοδος σύγκλισης αυτή οδηγείται με zig-zak (άρα και σχετικά αργά)στο ελάχιστο .Για ακρίβεια ε=0.0001 έχουμε κ=35 βήματα.

* γκ=0.1,γκ=1.1,γκ=2 - για το (-1,-1)







Όπως λοιπόν επιβεβαιώνετα, για μικρο γκ αργεί να συγκλίνει , για μεγάλο γκ ταλαντώνεται ενώ για γκ=1.1 συγκίνει ικανοποιητικά. Για ακρίβεια ε=0.0001 έχουμε κ=176 βήματα.Δηλαδή αν το γκ επιλεγεί απο εμάς επιφέρει μεγάλο κόστος σε βήματα .

Η αλλαγή του γκ για τα (0,0),(1,1) δεν αλλάζει κάτι ώστε να συγκίνει στο ελάχιστο .

Θέμα 3

Mε χρήση της μεθόδου Newton, χρησιμοποιώντας ως αρχικά σημεία (x0 ,y0 ) τα i) (0,0) , ii) ( -1, -1) , iii) (1,1) και ακρίβεια ε=0.0001 έχουμε :

* Για γκ=min(f(xk+γκ\*dk))

i)



ii)



iii)



Όπως λοιπον γίνεται αντιλυπτό από τα διαγράμματα με τα σημεία σύγκλισης στα σημεία (0,0) και (1,1) αποτυγχάνει να συγκλίνει και αυτή η μέθοδος.

Το (-1,-1) φανερώνει ότι με την επιλογή του γκ=min(f(xk+γκ\*dk)) συγκλίνει.Για ακρίβεια ε=0.0001 έχουμε Κ=9 βήματα .Δηλαδή σε σύγκριση με την μέθοδο στο θέμα 1 είναι πιο αποτελεσματική.

* γκ=0.1,γκ=1.1,γκ=2 - για το (-1,-1)







Αποτυγχάνει και για τις τρεις τιμές του γκ.

Η αλλαγή του γκ για τα (0,0),(1,1) δεν αλλάζει κάτι ώστε να συγκίνει στο ελάχιστο .

Η μέθοδος newton έχει σαν προυπόθεση ο πίνακας να είναι θετικά ορισμένος ώστε να συγκίνει σε ένα βήμα .Στην συγκεκριμένη συνάρτηση δεν είναι οπότε παρατηρούμε ότι άλλοτε δεν συγκλίνει και άλλοτε συγκίνει σε περισσοτερα βήματα.

Θέμα 4

Mε χρήση της μεθόδου Levenberg-Marquardt, χρησιμοποιώντας ως αρχικά σημεία (x0 ,y0 ) τα i) (0,0) , ii) ( -1, -1) , iii) (1,1) και ακρίβεια ε=0.0001 έχουμε :

* Για γκ=min(f(xk+γκ\*dk))







Όπως λοιπον γίνεται αντιλυπτό από τα διαγράμματα με τα σημεία σύγκλισης στα σημεία (0,0) και (1,1) αποτυγχάνει να συγκλίνει και αυτή η μέθοδος.

Το (-1,-1) φανερώνει ότι με την επιλογή του γκ=min(f(xk+γκ\*dk)) συγκλίνει.Για ακρίβεια ε=0.0001 έχουμε Κ=35 βήματα .Δηλαδή σε σύγκριση με την μέθοδο στο θέμα 1 είναι πιο αποτελεσματική.Για λίγο μικρότερη ακρίβεια φαίνεται να συγκλινει σε μόλις ένα βήμα.

* γκ=0.1,γκ=1.1,γκ=2 - για το (-1,-1)







Όπως λοιπόν επιβεβαιώνετα, για μικρο γκ αργεί να συγκλίνει , για μεγάλο γκ ταλαντώνεται (παρόλο που φαίνεται να συγκλίνει ποτέ δεν φτάνει στην επιθυμτη μας ακρίβεια)ενώ για γκ=1.1 συγκίνει ικανοποιητικά.

Η αλλαγή του γκ για τα (0,0),(1,1) δεν αλλάζει κάτι ώστε να συγκίνει στο ελάχιστο .

Παρατήρηση: Στα παραδείγματα που προηγήθηκαν το γεγονός ότι με την χρήση του γκ=min(f(xk+γκ\*dk)) παρατηρήθηκε η σύγκλιση σε λιγότερα βήματα θα μπορούσε να μας αποτρέψει από την ενασχόληση με την επιλογή σωστού γκ, παρόλα αυτά είναι αρκετά κοστοβόρο ειδικά σε επαναλληπτικους αλγορίθμους ο υπολογισμός του γκ σε κάθε επαναλληψη.