Лекция 1. Введение в дисциплину

Понятие информации

Возникновение теории информации обычно связывают с появлением фундаментальной работы американского учёного К. Шеннона «Математическая теория связи» (1948). Однако, как всегда, этому предшествовали многочисленные работы других исследователей: Р.Хартли (1928), В.Котельникова (1933), А.Колмогорова (1941) и др.

Термин «Информация» относится к числу наиболее часто употребляемых. Он широко используется в лингвистике, психологии, биологии и других науках. Однако, в разных областях знаний в него вкладывают разный смысл. Разнообразие информационных процессов и широкий интерес к ним в разных областях знаний породили много толкований определений понятия *«информация»*, а также определений *«количества информации»*. Слово «информация» происходит от латинского «informatio», что означает «разъяснения», и, по сути, предполагает наличие некоторого диалога между отправителями и получателями информации. Следовательно, информационное взаимодействие можно представить пятимерной величиной, состоящей из компонент:

физической, сигнальной, лингвистической, семантической, прагматической.

Это разбиение информационного взаимодействия на пять компонентов носит условный характер и возможно частичное пересечение в этом разбиении. Так, отдельные составляющие передаваемого сообщения можно отнести к физической или сигнальной, сигнальной или лингвистической компонентам. Как всегда, одним из наиболее строгих является определение, сформированное в математике:

«Информация- это совокупность сведений, уменьшающих неопределённость в выборе различных возможностей».

Условно, все подходы к определению «количества информации» подразделяют на пять видов: энтропийный, алгоритмический, комбинаторный, семантический, прагматический. Первые три вида дают количественное определение сложности описываемого объекта или явления. Четвертый – описывает содержательность и новизну передаваемого сообщения для получателя (пользователя) сообщения. Наконец, пятый вид обращает внимание на полезность полученного сообщения для пользователя.

Информация – свойство материи, отличное от ее вещественных и энергетических свойств, являющееся содержательной характеристикой **отражения**. Являясь свойством материи, информация может рассматриваться как **величина**.

Физическая величина (ФВ) – это свойство, общее в качественном отношении множеству объектов и индивидуальное в количественном отношении у каждого из них. Часто вместо термина «величина» применяют термин «параметр сигнала», понимая под сигналом физический процесс.

Измерение – нахождение значения физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств (**средств измерения**).

Систематизация физических величин

Признак	Виды ФВ	Пояснение	Примеры ФВ
По видам явлений	Вещественные	Свойства веществ и их состав	Сопротивление, ТКС, диэлектрическая проницаемость
	Энергетические	Энергетические характеристики процессов	Напряжение, ток, мощность, энергия
	Информационные	Свойства, отражающие динамические и статические характеристики процессов	АЧХ, ФЧХ, корреляционная функция, суммы, разности, интегральные и дифференциальные значения

Информационные сигналы

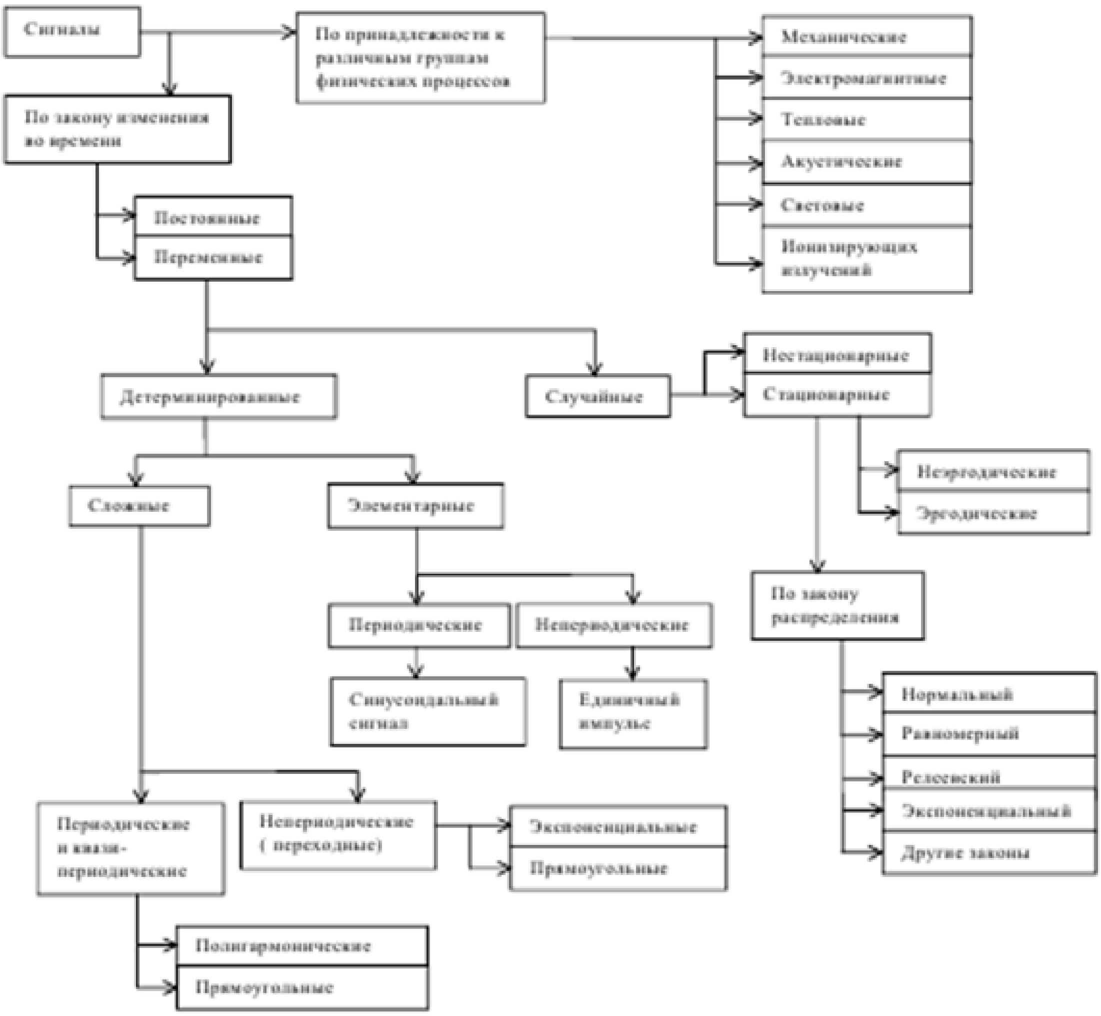
Сигнал – материальный носитель информации.

Сигналы могут быть двух видов:

- сигнал в виде физического процесса (информация заключена в размере информативного параметра);
- кодовый сигнал или дискретный (информация в числе элементов, их расположении во времени и пространстве).

В процессе измерения между объектом и техническими средствами устанавливается определенное взаимодействие, в результате которого возникает определенная реакция технических средств. ФВ является свойством и не может воздействовать на средство измерения.

Измерительный сигнал – сигнал, обладающий информативными параметрами и содержащий информацию об их значении.



Различают четыре формы сигналов: непрерывные по времени и непрерывные по амплитуде непрерывные по времени и квантованные по амплитуде, дискретные по времени и квантованные по амплитуде, дискретные по времени и непрерывные по амплитуде.

Предметом нашего рассмотрения и других вузовских дисциплин является теория информации в классическом смысле – решение теоретических вопросов, касающихся повышения эффективности и функционирования информационных систем, в частности, систем связи: анализ сигналов, как средства передачи информации, анализ информационных характеристик источников сообщения и каналов связи, теорию кодирования, методы приема и обработки информации.

Частотное представление сигналов

С физической и технической точки зрения важнейшее значение имеет частотное представление детерминированных и случайных сигналов (как непрерывных, так и дискретных). Его основа была заложена трудами Ж.Фурье (1807), Н.Винера, А.Хинчина. В этом плане кратко перечислим основные разделы математики, обеспечивающие частотное представление сигналов: ряд Фурье, интегральное преобразование Фурье, дискретное преобразование Фурье (ДПФ), соотношения Винера-Хинчина. Далее представлена подборка основных формул.

Ряд Фурье

Доказано, что если некоторая периодическая функция с периодом $2T$ на интервале [$-T$, T] удовлетворяет условиям Дирихле (непрерывна и имеет конечное число экстремумов и точек разрыва I рода), то она может быть представлена в виде суммы ряда Фурье (разложена в ряд Фурье):

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos\frac{n\pi x}{T} + b_n \sin\frac{n\pi x}{T}\right)$$

Для определения коэффициентов ряда Фурье справедливы следующие формулы:

$$a_n = \frac{1}{T}\int_{-T}^{T} f(x)cos\frac{n\pi x}{T}dx$$

$$b_n = \frac{1}{T}\int_{-T}^{T} f(x)sin\frac{n\pi x}{T}dx$$

Дискретное преобразование Фурье

Спектр дискретного периодического сигнала может быть рассчитан при помощи дискретного преобразования Фурье (ДПФ).

Дискретное преобразование Фурье имеет вид:

$$X_k = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} x_n e^{-j\frac{2\pi ki}{N}} = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} x_n[cos\frac{2\pi ki}{N} - jsin\frac{2\pi ki}{N}]$$

$$x_n = \sum_{i=0}^{N-1} X_k e^{j\frac{2\pi ki}{N}} = \sum_{i=0}^{N-1} X_k[cos\frac{2\pi ki}{N} + jsin\frac{2\pi ki}{N}]$$

Где $\boldsymbol{t} \in [\boldsymbol{0}, \boldsymbol{T}]$, $\boldsymbol{f} \in [\boldsymbol{0}, \boldsymbol{f}_c]$, $\Delta\boldsymbol{t} = {}^{\boldsymbol{1}}/_{\boldsymbol{2f_c}}$, $\Delta\boldsymbol{f} = {}^{\boldsymbol{1}}/_{\boldsymbol{T}}$, $\boldsymbol{N = 2f_cT}$.

Интегральное преобразование Фурье

Позволяет рассчитать Фурье - изображение, в общем случае, непериодических функций

$$U(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)\exp(-i\omega t)\,dt$$

$$u(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} U(\omega)\exp(i\omega t)\,dt$$

Соотношения Винера-Хинчина

Разработаны для непрерывных стационарных случайных процессов. Представляют собой интегральное преобразование Фурье, в котором **u(t)=R(t)** - корреляционная функция, а **U(ω)=S(ω)**– спектральная плотность. Существуют подобные представления и для дискретных стационарных случайных процессов (например, средствами ДПФ).

Дискретизация и квантование сигналов

Дискретизация сигнала – это преобразование функции непрерывного аргумента в функцию дискретного времени. Она заключается в замене непрерывного сигнала **u(t)** совокупностью координат: [$u_1, u_2, \ldots, u_n$] = **A[u(t)],** где **A [ ]** - некоторый оператор. Чаще всего дискретизация осуществляется совокупностью равноотстоящих отсчётов.

Теорема Котельникова-Шеннона.

Любая функция u(t), допускающая преобразование Фурье и имеющая непрерывный спектр, ограниченный полосой частот $\boldsymbol{f} \in [\mathbf{0}, \boldsymbol{f}_{\mathrm{c}}]$, *полностью определяется дискретным рядом своих мгновенных значений, отсчитанных через интервалы времени* $\Delta \boldsymbol{t} = \mathbf{1}/\mathbf{2}\boldsymbol{f_c}$.

В действительности, реальный сигнал всегда имеет конечную длительность, следовательно, его спектр неограничен. Ошибка возникает не только за счет принудительного ограничения спектра, но и за счет конечного числа отсчетов в интервале времени $\boldsymbol{t} \in [\mathbf{0}, \boldsymbol{T}]$, которых в соответствии с теоремой будет $\boldsymbol{N} = \mathbf{2}\boldsymbol{f_c T}$.

Модель сигнала с ограниченным спектром имеет также принципиальное теоретическое неудобство. Она не может отражать основное свойство сигнала – способность нести информацию. Дело в том, что поведение функции с ограниченным спектром можно точно предсказать на всей оси времени, если она точно известна на сколь угодно малом отрезке времени.

Тем не менее, теорема Котельникова-Шеннона имеет важное прикладное значение. На практике ширину спектра $\boldsymbol{f_c}$ определяют как интервал частот, вне которого спектральная плотность меньше некоторой заданной величины. При таком допущении функция на интервале **T** с некоторой степенью точности (зависящей от точности представления спектральной плотности) определяется посредством **N** отсчетов, т.е. общий смысл теоремы Котельникова сохраняется.

Физически реализуемый непрерывный сигнал $u(t)$ всегда ограничен некоторым диапазоном $[u_{\min}, u_{\max}]$. Вдобавок часто устройство может воспроизводить лишь конечное множество фиксированных значений сигнала из этого диапазона. В частности, непрерывная шкала мгновенных значений $u_n = u_{\max} - u_{\min}$ может быть разбита на n одинаковых интервалов, а разрешенные значения сигнала равноотстоят друг от друга, тогда говорят о равномерном квантовании. Если постоянство интервала (шага квантования) не соблюдается, то квантование неравномерное.

При равномерном квантовании амплитуды сигнала и равновероятной ошибке округления погрешность квантования может быть интерпретирована случайным аддитивным процессом с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\boldsymbol{D} = (\Delta \boldsymbol{u})^2/\mathbf{12}$, *где* $\Delta \boldsymbol{u} = \frac{(\boldsymbol{u_{max}} - \boldsymbol{u_{min}})}{\boldsymbol{N}}$.