ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ НУЛЕВОГО ВАРИАНТА

Задание 1.

Найти изображения следующих функций.

а) пользуясь теоремами линейности и подобия:

$f(t)=\sin 2t\cos 4t$;

$$f(t)=\sin 2t\cos 4t=\frac{1}{2}(\sin 6t-\sin 2t),$$

$$\frac{1}{2}(\sin 6t-\sin 2t)\rightarrow\frac{1}{2}(\frac{6}{p^2+36}-\frac{2}{p^2+4}).$$

б) пользуясь теоремой об интегрировании изображения:

$$f(t)=\frac{e^{3t}-1}{t}.$$

По таблице изображений найдем изображение функции

$$e^{3t}-1\rightarrow\frac{1}{p-3}-\frac{1}{p}.$$

По теореме об интегрировании изображения:

$$\frac{e^{3t}-1}{t}\rightarrow\int_p^{\infty}(\frac{1}{p-3}-\frac{1}{p})dp=\underset{b\to\infty}{Lim}(\ln(p-3)-\ln p)\Big|_p^b=$$

$$=\underset{b\to\infty}{Lim}\ln\frac{p-3}{p}\Big|_p^b=\ln 1-\ln\frac{p-3}{p}=\ln\frac{p}{p-3}.$$

в) пользуясь теоремой об интегрировании оригинала:

$$f(t)=\int_0^t \tau\sin 3\tau d\tau$$

Так как $t\sin 3t\rightarrow\frac{6p}{(p^2+9)^2}$. То по теореме об интегрировании оригинала: $\int_0^t \tau\sin 3\tau d\tau\rightarrow\frac{6p}{(p^2+9)^2}:p=\frac{6p}{p(p^2+9)^2}=\frac{6}{(p^2+9)^2}$.

Задание 2

Для данных изображений найти оригиналы:

а) $F(p)=\frac{3-4p}{p^5}+\frac{2p}{p^2+9}-\frac{3}{p-3};$

б) $F(p)=\frac{2p}{(p-7)^4}+\frac{3e^{-5p}}{p^6}-\frac{3e^{-4p}(p+2)}{(p+2)^2-3};$

в) $F(p)=\frac{1-3p}{p^2+p+4};$

г) $F(p)=\frac{2p+5}{(p-4)(p^2-4p+8)}.$

Решение

а) $F(p)=\frac{3-4p}{p^5}+\frac{2p}{p^2+9}-\frac{3}{p-3};$

$$\frac{3-4p}{p^5}+\frac{2p}{p^2+9}-\frac{3}{p-3}=\frac{3}{p^5}-\frac{4}{p^4}+\frac{2p}{p^2+3^2}-\frac{3}{p-3}=$$

$$=\frac{3}{4!}\frac{4!}{p^5}-\frac{4}{3!}\frac{3!}{p^4}+\frac{2p}{p^2+3^2}-\frac{3}{p-3};$$

По таблице Лапласа находим:

$$\frac{3}{4!}\frac{4!}{p^5}-\frac{4}{3!}\frac{3!}{p^4}+\frac{2p}{p^2+3^2}-\frac{3}{p-3}\to\frac{1}{8}t^4-\frac{2}{3}t^3+2\cos 3t-3e^{3t}.$$

б) $F(p)=\frac{2p}{(p-7)^4}+\frac{3e^{-5p}}{p^6}-\frac{3e^{-4p}(p+2)}{(p+2)^2-3};$

Найдем оригинал для первого слагаемого, используем теорему смещения:

$$\frac{2p}{(p-7)^4}=\frac{2(p-7)+14}{(p-7)^4}=\frac{2}{(p-7)^3}+\frac{14}{(p-7)^4}=\frac{2!}{(p-7)^3}+\frac{14}{3!}\frac{3!}{(p-7)^4};$$

$$\frac{2!}{(p-7)^3}+\frac{14}{3!}\frac{3!}{(p-7)^4}\rightarrow e^{7t}t^2+\frac{7}{3}e^{7t}t^3.$$

Оригинал для второго слагаемого находим, используя теорему запаздывания (в изображении имеется множитель e^{at}).

$\frac{3}{p^6}=\frac{3}{5!}\frac{5!}{p^6};\quad \frac{3}{5!}\frac{5!}{p^6}\rightarrow\frac{1}{40}t^5.$ Получаем:

$$\frac{3}{5!}e^{-5p}\frac{5!}{p^6}\rightarrow\frac{1}{40}(t-5)^5\chi(t-5).$$

Чтобы найти оригинал третьего слагаемого $\frac{3e^{-4p}(p+2)}{(p+2)^2-3}$, надо использовать две теоремы: теорему смещения и теорему запаздывания оригинала.

Найдем оригинал для функции $\frac{p+2}{(p+2)^2-3}$;

$$\frac{p+2}{(p+2)^2-3}=\frac{p+2}{(p+2)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2};\quad \frac{p+2}{(p+2)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}\rightarrow e^{-2t}ch\sqrt{3}t.$$

Тогда,

$$\frac{3e^{-4p}(p+2)}{(p+2)^2-3}\rightarrow 3e^{-2(t-4)}ch\sqrt{3}(t-4)\chi(t-4).$$

Итак, $\frac{2p}{(p-7)^4}+\frac{3e^{-5p}}{p^6}-\frac{3e^{-4p}(p+2)}{(p+2)^2-3}\rightarrow e^{7t}t^2+\frac{7}{3}e^{7t}t^3+$

$$+\frac{1}{40}(t-5)^5\chi(t-5)+3e^{-2(t-4)}ch\sqrt{3}(t-4)\chi(t-4).$$

в) $F(p)=\frac{1-3p}{p^2+p+4}$;

$$\frac{1-3p}{p^2+p+4}=\frac{1-3p}{p^2+2\cdot\frac{1}{2}p+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}+4}=\frac{1-3p}{\left(p+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{15}{4}}=$$

$$=\frac{1-3\left(p+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)}{\left(p+\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2}=\frac{1-3\left(p+\frac{1}{2}\right)+\frac{3}{2}}{\left(p+\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2}=$$

$$=\frac{5}{2}\frac{2}{\sqrt{15}}\frac{\frac{\sqrt{15}}{2}}{\left(p+\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2}-3\cdot\frac{p+\frac{1}{2}}{\left(p+\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2}.$$

Изображению $\dfrac{\sqrt{15}}{3}\dfrac{\frac{\sqrt{15}}{2}}{\left(p+\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2}-3\cdot\dfrac{p+\frac{1}{2}}{\left(p+\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2}$

соответствует оригинал $\dfrac{\sqrt{15}}{3}e^{-\frac{t}{2}}\sin\dfrac{\sqrt{15}t}{2}-3e^{-\frac{t}{2}}\cos\dfrac{\sqrt{15}t}{2}$.

Таким образом,

$$\frac{1-3p}{p^2+p+4}\to\frac{\sqrt{15}}{3}e^{-\frac{t}{2}}\sin\frac{\sqrt{15}t}{2}-3e^{-\frac{t}{2}}\cos\frac{\sqrt{15}t}{2}.$$

г) $F(p)=\dfrac{2p+5}{(p-4)\left(p^2-4p+8\right)}$;

Изображение - правильная рациональная дробь. Квадратный трехчлен в знаменателе дроби не имеет действительных корней. Представим дробь в виде суммы простейших дробей:

$$\frac{2p+5}{(p-4)\left(p^2-4p+8\right)}=\frac{A}{p-4}+\frac{Bp+C}{p^2-4p+8}.$$

Приведем правую часть к общему знаменателю, приравняем числители.

$$2p+5=A\left(p^2-4p+8\right)+(Bp+C)(p-4);$$

$$p=4 \;\;|\;\; 13=8A;$$

$$p^2 \;\;|\;\; A+B=0;$$

$$p \;\;|\;\; -4A-4B+C=2.$$

Отсюда, $A=\frac{13}{8}$; $B=-\frac{13}{8}$; $C=2+4(A+B)$;

$$C=2+4\left(\frac{13}{18}-\frac{13}{18}\right)=2.$$

$$\frac{2p+5}{(p-4)\left(p^2-4p+8\right)}=\frac{13}{8}\frac{1}{p-4}+\frac{-\frac{13}{8}p+2}{p^2-4p+8}=$$

$$=\frac{13}{8}\frac{1}{p-4}+\frac{-\frac{13}{8}p+2}{(p-2)^2+4}=\frac{13}{8}\frac{1}{p-4}+\frac{-\frac{13}{8}(p-2+2)+2}{(p-2)^2+2^2}=$$

$$=\frac{13}{8}\frac{1}{p-4}+\frac{-\frac{13}{8}(p-2)-\frac{13}{4}+2}{(p-2)^2+2^2}=$$

$$=\frac{13}{8}\frac{1}{p-4}-\frac{13}{8}\frac{p-2}{(p-2)^2+2^2}-\frac{5}{8}\frac{2}{(p-2)^2+2^2}.$$

Для последнего изображения находим оригинал:

$$f(t)=\frac{13}{8}e^{4t}-\frac{13}{8}e^{2t}\cos 2t-\frac{5}{8}e^{2t}\sin 2t.$$

Итак, получили ответ:

$$\frac{2p+5}{(p-4)\left(p^2-4p+8\right)} \to \frac{13}{8}e^{4t} - \frac{13}{8}e^{2t}\cos 2t - \frac{5}{8}e^{2t}\sin 2t.$$

Задание 3.

а) Найти свертку функций и соответствующее ей изображение: $f(t)=1-t, \quad g(t)=e^{2t}$.

По таблице изображений функций:

$$1-t \to \frac{1}{p}-\frac{1}{p^2}=\frac{p-1}{p^2}, \quad e^{2t} \to \frac{1}{p-2}.$$

По теореме о свертке получаем ее изображение:

$$(1-t)*e^{2t} \to \frac{p-1}{p^2}\frac{1}{p-2}=\frac{p-1}{p^2(p-2)}.$$

Найдем свертку по определению:

$$(1-t)*e^{2t}=\int_0^t e^{2\tau}(1-t+\tau)d\tau=\begin{bmatrix} U=1-t+\tau & dU=d\tau \\ dV=e^{2\tau}d\tau & V=\frac{1}{2}e^{2\tau} \end{bmatrix}=$$

$$=\frac{1}{2}e^{2\tau}(1-t+\tau)\Big|_0^t-\int_0^t \frac{1}{2}e^{2\tau}d\tau=\frac{1}{2}e^{2t}-\frac{1}{2}(1-t)-\frac{1}{4}e^{2t}+\frac{1}{4}=$$

$$=\frac{1}{4}e^{2t}+\frac{1}{2}t-\frac{1}{4}.$$

По таблице изображений находим изображение свертки:

$$(1-t)*e^{2t}=\frac{1}{4}e^{2t}+\frac{1}{2}t-\frac{1}{4} \to \frac{1}{4}\frac{1}{p-2}+\frac{1}{2}\frac{1}{p^2}-\frac{1}{4}\frac{1}{p}=\frac{p-1}{p^2(p-2)}.$$

б) Пользуясь теоремой о свертке, найти оригинал

изображения: $F(p)=\dfrac{5p}{(p^2+9)^2}$.

Представим $F(p)$ в виде произведения $F(p)=\frac{5}{3}\frac{3}{p^2+9}\frac{p}{p^2+9}$.

Функции, $\frac{5}{3}\frac{3}{p^2+9}$ и $\frac{p}{p^2+9}$ являются изображениями функций $\frac{5}{3}\sin 3t$ и $\cos 3t$ соответственно. По теореме о свертке: $\frac{5p}{(p^2+9)^2}\to\frac{5}{3}\sin 3t*\cos 3t.$

Найдем свертку функций $\frac{5}{3}\sin 3t$ и $\cos 3t$:

$$\frac{5}{3}\sin 3t*\cos 3t=\frac{5}{3}\int_0^t \sin 3\tau\cos 3(t-\tau)d\tau=\frac{5}{6}\int_0^t(\sin 3t+\sin(6\tau-3t))d\tau=$$

$$=\frac{5}{6}(\tau\sin 3t-\frac{1}{6}\cos(6\tau-3t))\Big|_0^t=\frac{5}{6}(t\sin 3t-\frac{1}{6}\cos 3t+\frac{1}{6}\cos 3t)=\frac{5}{6}t\sin 3t.$$

Таким образом: $\frac{5p}{(p^2+9)^2}\to\frac{5}{6}t\sin 3t.$

Задание 4.

Операционным методом найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям:

$$x''-4x'-32x=2e^{-t}+3,\qquad x(0)=-1,\ x'(0)=0.$$

От оригиналов переходим к изображениям:

$x(t)\to X(p);\ \ f(t)\to F(p);$

$x'(t)\to pX(p)-x(0)=pX(p)+1;$

$x''(t)\to p^2X(p)-px(0)-x'(0)=p^2X(p)+p;$

$2e^{-t}\to\frac{2}{p+1};\ \ 3\to\frac{3}{p}.$

Операторное уравнение:

$$p^2X(p)+p-4pX(p)-4-32X(p)=\frac{2}{p+1}+\frac{3}{p}.$$

Выразим $X(p)$:

$$X(p)\left(p^2-4p-32\right)+p-4=\frac{2p+3(p+1)}{p(p+1)};$$

$$X(p)=\frac{-p^3+3p^2+9p+3}{p(p+1)(p+4)(p-8)}.$$

Рассмотрим два способа нахождения оригинала $x(t)$.

I. Представим изображение $X(p)$ в виде суммы правильных рациональных дробей:

$$\frac{-p^3+3p^2+9p+3}{p(p+1)(p+4)(p-8)}=\frac{A}{p}+\frac{B}{p+1}+\frac{C}{p+4}+\frac{D}{p-8}.$$

Описанным выше способом найдем значения коэффициентов A, B, C, D. Укажем полученные значения: $A=-\frac{3}{32}, B=-\frac{2}{27}, C=-\frac{79}{144}, D=-\frac{245}{864}$. Тогда:

$$\frac{-p^3+3p^2+9p+3}{p(p+1)(p+4)(p-8)}=-\frac{3}{32}\frac{1}{p}-\frac{2}{27}\frac{1}{p+1}-\frac{79}{144}\frac{1}{p+4}-\frac{245}{864}\frac{1}{p-8}.$$

Находим оригинал:

$$-\frac{3}{32}\frac{1}{p}-\frac{2}{27}\frac{1}{p+1}-\frac{79}{144}\frac{1}{p+4}-\frac{245}{864}\frac{1}{p-8}\to$$

$$\to-\frac{3}{32}-\frac{2}{27}e^{-t}-\frac{79}{144}e^{-4t}-\frac{245}{864}e^{8t}.$$

Ответ: $x(t)=-\frac{79}{144}e^{-4t}-\frac{2}{27}e^{-t}-\frac{245}{864}e^{8t}-\frac{3}{32}$.

II. Воспользуемся теоремой разложения для нахождения оригинала.

Функция $Y(p)$ имеет критические точки – простые полюсы $p_1=-4,\ p_2=-1,\ p_3=0,\ p_4=8.$

Находим вычеты функции $X(p)e^{pt}$ в полюсах:

$$\underset{p=-4}{res}\, X(p)e^{pt} = \lim_{p\to -4}\left[\frac{\left(-p^3+3p^2+9p+3\right)e^{pt}}{p(p+1)(p+4)(p-8)}(p+4)\right] = -\frac{79}{144}e^{-4t};$$

$$\underset{p=-1}{res}\, X(p)e^{pt} = \lim_{p\to -1}\left[\frac{\left(-p^3+3p^2+9p+3\right)e^{pt}}{p(p+1)(p+4)(p-8)}(p+1)\right] = -\frac{2}{27}e^{-t};$$

$$\underset{p=0}{res}\, X(p)e^{pt} = \lim_{p\to 0}\left[\frac{\left(-p^3+3p^2+9p+3\right)e^{pt}}{p(p+1)(p+4)(p-8)}\, p\right] = -\frac{3}{32};$$

$$\underset{p=8}{res}\, X(p)e^{pt} = \lim_{p\to 8}\left[\frac{\left(-p^3+3p^2+9p+3\right)e^{pt}}{p(p+1)(p+4)(p-8)}(p-8)\right] = -\frac{245}{864}e^{8t}.$$

Ответ: $x(t) = -\frac{79}{144}e^{-4t} - \frac{2}{27}e^{-t} - \frac{245}{864}e^{8t} - \frac{3}{32}$.

Задание 5

Решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x' = 5x - y, \\ y' = 6x + y. \end{cases} \qquad \begin{matrix} x(0) = 0 \\ y(0) = 1 \end{matrix}$$

$x(t) \to X(p), \qquad x'(t) \to pX(p) - x(0) = pX(p);$

$y(t) \to Y(p), \qquad y(t) \to pY(p) - y(0) = pY(p) - 1.$

Система принимает вид:

$$\begin{cases} pX(p) = 5X(p) - Y(p), \\ pY(p) - 1 = 6X(p) + Y(p). \end{cases}$$

$$\begin{cases} X(p)(p-5) + Y(p) = 0, \\ -6X(p) + Y(p)(p-1) = 1. \end{cases}$$

Эта система линейных алгебраических уравнений с двумя неизвестными $X(p)$, $Y(p)$. Решим систему методом Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} p-5 & 1 \\ -6 & p-1 \end{vmatrix} = p^2 - 6p + 11;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & p-1 \end{vmatrix} = -1;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} p-5 & 0 \\ -6 & 1 \end{vmatrix} = p-5.$$

$$X(p) = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-1}{p^2 - 6p + 11} = \frac{-1}{(p^2 - 6p + 9) + 2} =$$

$$= \frac{-1}{(p-3)^2 + 2} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{(p-3)^2 + 2};$$

$$x(t) = -\frac{1}{\sqrt{2}} e^{3t} \sin\sqrt{2}t.$$

$$Y(p) = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{p-5}{p^2 - 6p + 11} = \frac{p-5}{(p^2 - 6p + 9) + 2} =$$

$$= \frac{(p-3) - 2}{(p-3)^2 + 2} = \frac{p-3}{(p-3)^2 + 2} - \sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{(p-3)^2 + 2};$$

$$y(t) = e^{3t} \cos\sqrt{2}t - \sqrt{2} e^{3t} \sin\sqrt{2}t.$$

Ответ:

$$x(t) = -\frac{1}{\sqrt{2}} e^{3t} \sin\sqrt{2}t; \; y(t) = e^{3t} \cos\sqrt{2}t - \sqrt{2} e^{3t} \sin\sqrt{2}t.$$

ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОГО ЗАДАНИЯ

1. Найти изображения следующих функций
а) пользуясь теоремами линейности и подобия;
б) пользуясь теоремой об интегрировании изображения;
в) пользуясь теоремой об интегрировании оригинала.

1.а) $f(t) = t^2 - 3t + 4e^{5t} - \sin 2t \sin 4t$;

б) $f(t)=\dfrac{e^{2t}-1}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t \tau\cos 3\tau\, d\tau.$

2.а) $f(t)=2-7t^5+2e^{2t}-\cos 2t\cos 4t$;

б) $f(t)=\dfrac{e^{t}-1}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t \tau\sin 5\tau\, d\tau.$

3.а) $f(t)=2+t-6e^{3t}+\cos^2 2t$;

б) $f(t)=\dfrac{\sin t}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t \tau\sin 4\tau\, d\tau.$

4.а) $f(t)=5-3t+e^{t}-\cos^2 4t$;

б) $f(t)=\dfrac{1-e^{6t}}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t \tau e^{5\tau}\, d\tau.$

5.а) $f(t)=e^{3t}-5t+4-\sin^2 2t$;

б) $f(t)=\dfrac{e^{4t}-4}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t \tau^2 e^{2\tau}\, d\tau.$

6.а) $f(t)=\cos 2t-e^{6t}+4t-7$;

б) $f(t)=\dfrac{\cos t-1}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t \tau\sin 7\tau\, d\tau.$

7.а) $f(t)=(t+2)\cos 2t-4+e^{3t}$;

б) $f(t)=\dfrac{\sin 2t}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t \tau e^{-2\tau}\, d\tau.$

8.а) $f(t)=4+e^{2t}-7t^2+\cos 5t\cos t$;

б) $f(t)=\dfrac{e^{t}-e^{-t}}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t \tau\cos 4\tau\, d\tau.$

9.а) $f(t)=\sin 6t\cos 4t+1-e^{4t}$;

б) $f(t)=\dfrac{2(1-\cos t)}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t \tau^2 e^{4\tau}\, d\tau.$

10.а) $f(t)=3-6t+\cos 2t(e^{6t}+2)$;

б) $f(t)=\dfrac{e^{3t}-1}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t e^{\tau}\sin 5\tau d\tau.$

11.а) $f(t)=t^2-6t+4-\cos 2t\sin t$;

б) $f(t)=\dfrac{e^{4t}-1}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t \tau\sin 2\tau d\tau.$

12.а) $f(t)=t^2(1+e^{2t})+\sin 3t$;

б) $f(t)=\dfrac{\cos 3t-1}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t \tau\cos 5\tau d\tau.$

13.а) $f(t)=5-3t^3+e^{4t}-\cos^2 3t$;

б) $f(t)=\dfrac{\sin 6t}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t sh3\tau d\tau.$

14.а) $f(t)=\cos^2 2t-3t+e^{4t}-9$;

б) $f(t)=\dfrac{e^{4t}-1}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t \sin 5\tau d\tau.$

15.а) $f(t)=4+6t^2-e^{5t}+\cos 7t\cos 4t$;

б) $f(t)=\dfrac{e^{2t}-e^{-2t}}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t e^{6\tau}\tau^3 d\tau.$

16.а) $f(t)=t-5+e^{5t}-\cos^2 2t$;

б) $f(t)=\dfrac{\sin 3t}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t \tau^2 e^{6\tau} d\tau.$

17.а) $f(t)=6-3t+(tg4t-2)\cos 4t$;

б) $f(t)=\dfrac{3(e^{t}-1)}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t ch5\tau d\tau.$

18.а) $f(t)=(ctg2t-1)\sin 2t-7t+e^{-2t}$;

б) $f(t)=\dfrac{3\sin 4t}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t ch6\tau d\tau.$

19.а) $f(t)=2-4t^2+e^{3t}-\cos 3t\cos 5t$;

б) $f(t)=\dfrac{\cos 2t-1}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t \tau^2 e^{4\tau}d\tau.$

20.а) $f(t)=4t^4-3t+1-\sin 2t\sin 4t$;

б) $f(t)=\dfrac{e^{2t}-e^{-2t}}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t \tau\cos 7\tau d\tau.$

21.а) $f(t)=(t-2)\cos 4t+2-e^{-3t}$;

б) $f(t)=\dfrac{\sin 5t}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t ch2\tau d\tau.$

22.а) $f(t)=\cos 2t(t-e^t)+4$;

б) $f(t)=\dfrac{e^{2t}-1}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t \tau e^{3\tau}d\tau.$

23.а) $f(t)=2-6te^{2t}-\cos t\cos 8t$;

б) $f(t)=\dfrac{4(e^t-1)}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t sh5\tau d\tau.$

24.а) $f(t)=t^2e^{3t}-cos2t(1+t)$;

б) $f(t)=\dfrac{1-\cos t}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t \tau^3 e^{2\tau}d\tau.$

25.а) $f(t)=t(e^{-2t}+\cos 3t)-6t^4$;

б) $f(t)=\dfrac{e^t-e^{2t}}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t \tau\sin 3\tau d\tau.$

26.а) $f(t)=\cos 2t(t-\cos 4t)+t^2e^{-3t}$;

б) $f(t)=\dfrac{1-e^{3t}}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t \tau^3 e^{\tau}d\tau.$

27.а) $f(t)=(2+e^t)\cos 4t-3t^3e^{-4t}$;

б) $f(t)=\dfrac{e^{-t}-e^t}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t sh4\tau d\tau.$

28.а) $f(t)=3t-5+\cos^2 9t$;

б) $f(t)=\dfrac{\sin 4t}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t \tau\cos\tau d\tau.$

29.а) $f(t)=\cos 2t(t-e^{4t})+6e^{-6t}$;

б) $f(t)=\dfrac{\cos t-1}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t \tau e^{5\tau}d\tau.$

30.а) $f(t)=\sin^2 2t-te^{-2t}+3$;

б) $f(t)=\dfrac{\sin t}{t}$; в) $f(t)=\int\limits_0^t \tau^2 e^{3\tau}d\tau.$

Задание 2

Для данных изображений найти оригиналы:

Вариант 1

а) $F(p)=\dfrac{18p+3}{p^4}-\dfrac{p+4}{p^2+4}-\dfrac{8}{3p-9}$; в) $F(p)=\dfrac{2p+1}{p^2-6p+1}$;

б) $F(p)=\dfrac{7p+1}{(p-5)^2}+\dfrac{2e^{-4p}}{p^3}-\dfrac{2e^{-p}}{(p+5)^2+4}$; г) $F(p)=\dfrac{p-5}{(p-2)^2(p+1)}$.

Вариант 2

а) $F(p)=\dfrac{5+p^3}{p^5}+\dfrac{2p}{p^2+16}-\dfrac{3}{p-1}$; в) $F(p)=\dfrac{3p-2}{p^2+8p-3}$;

б) $F(p)=\dfrac{3}{2(p+1)^4}+\dfrac{4e^{-2p}}{p^2-6}+\dfrac{4e^{-3p}}{(p-3)^3}$; г) $F(p)=\dfrac{3p^2-2p+1}{(p+1)(p^2-8p)}$.

Вариант 3

а) $F(p)=\dfrac{2}{p^4}-\dfrac{3}{p^2-15}+\dfrac{2p+3}{p^2+16}$; в) $F(p)=\dfrac{1-2p}{p^2+4p+1}$;

б) $F(p)=\dfrac{21p}{(p-2)^8}+\dfrac{3e^{-p}}{p+5}-\dfrac{2e^{-5p}}{(p+1)^6}$; г) $F(p)=\dfrac{p-4}{(p+2)(p+3)^2}$.

Вариант 4

а) $$F(p)=\frac{11}{p^9}+\frac{p-4}{p^2+8}+\frac{2}{3p};$$

в) $$F(p)=\frac{p+3}{p^2-5p+6};$$

б) $$F(p)=\frac{21p}{(p-2)^8}+\frac{3e^{-p}}{p+5}-\frac{2e^{-5p}}{(p+1)^6};$$

г) $$F(p)=\frac{3p^2+2}{(p-7)(p^2-4)}.$$

Вариант 5

а) $$F(p)=\frac{9-p^2}{p^4}+\frac{3}{p^2+2}-\frac{4p}{p^2+p};$$

в) $$F(p)=\frac{p}{p^2+3p-1};$$

б) $$F(p)=\frac{12}{5(p-1)^7}+\frac{6e^{-8p}}{p^2-9}-\frac{e^{-2p}}{(p+5)^2};$$

г) $$F(p)=\frac{p-1}{(p+3)(p^2-2p)}.$$

Вариант 6

а) $$F(p)=\frac{2+3p}{p^3}-\frac{4-p}{p^2-25}+\frac{2}{p-4};$$

в) $$F(p)=\frac{2-p}{p^2-4p-3};$$

б) $$F(p)=\frac{4p}{(p+3)^3}-\frac{2e^{-p}p}{p^2+5}+\frac{2}{7}\frac{e^{-4p}}{(p+1)^2-11};$$

г) $$F(p)=\frac{3p-5}{p^2(p-5)}.$$

Вариант 7

а) $$F(p)=\frac{1}{5p}+\frac{2p+7}{p^2+3}-\frac{12p}{p^3-p};$$

в) $$F(p)=\frac{3p}{p^2+8p+2};$$

б) $$F(p)=\frac{18}{(p+2)^2}+\frac{5e^{-4p}}{p^4}+\frac{2e^{-p}}{(p-3)^2+4};$$

г) $$F(p)=\frac{2p+1}{(p-3)(p^2+5)}.$$

Вариант 8

а) $F(p)=\frac{2-p}{p^3}+\frac{3p}{p^2-6}+\frac{2}{p+4}$; в) $F(p)=\frac{2p-3}{p^2+p+1}$;

б) $F(p)=\frac{6p-3}{7(p-1)^5}+\frac{6e^{-2p}}{p^2-9}-\frac{3e^{-3p}p}{(p+4)^2}$; г) $F(p)=\frac{4p+5}{(p-1)(p^2-9)}$.

Вариант 9

а) $F(p)=\frac{6}{p^7}+\frac{1-2p}{p^2+14}-\frac{8}{p-5}$; в) $F(p)=\frac{4p}{p^2-6p+3}$;

б) $F(p)=\frac{p}{(p-3)^3}+\frac{2e^{-5p}}{p^2+16}-\frac{2e^{-2p}}{(p+1)^2+7}$; г) $F(p)=\frac{3p^2+1}{p^3+p^2-20p}$

Вариант 10

а) $F(p)=\frac{1+8p^3}{p^4}-\frac{3}{p^2-3}+\frac{5}{8p}$; в) $F(p)=\frac{3p-4}{p^2-4p+3}$;

б) $F(p)=\frac{5}{8(p+1)^6}+\frac{4e^{-p}}{p^3}+\frac{e^{-3p}}{(p+1)^4}$; г) $F(p)=\frac{p^2+3p-1}{p^3-16p}$.

Вариант 11

а) $F(p)=\frac{12}{p^7}-\frac{8p+4}{p^2-4}+\frac{3}{p+2}$; в) $F(p)=\frac{2p}{p^2+2p-9}$;

б) $F(p)=\frac{4}{3(p-3)^4}-\frac{2e^{-3p}}{7p^6}+\frac{e^{-3p}(p-4)}{(p-4)^2-8}$; г) $F(p)=\frac{4p+5}{(p-3)(p-2)^2}$

Вариант 12

а) $F(p)=\frac{4-3p}{p^2}+\frac{8}{p^2+15}-\frac{3p+6}{p^2+4p+4}$; в) $F(p)=\frac{p-3}{p^2+p-2}$;

б) $F(p)=\dfrac{2p}{(p-5)^3}+\dfrac{5e^{-2p}p}{p^2-7}+\dfrac{e^{-5p}}{(p+1)^2+4}$; г) $F(p)=\dfrac{p^2+p+1}{(p+3)(p^2+8)}$.

Вариант 13

а) $F(p)=\dfrac{2p^2-7}{p^4}+\dfrac{2}{p^2-7}+\dfrac{3p}{p^2-3p}$; в) $F(p)=\dfrac{p-2}{p^2+6p+1}$;

б) $F(p)=\dfrac{p+4}{16(p+1)^2}-\dfrac{3e^{-p}}{p^2+6}+\dfrac{e^{-2p}}{(p+4)^4}$; г) $F(p)=\dfrac{p^2+3p-1}{p^3-p^2}$.

Вариант 14

а) $F(p)=\dfrac{5}{p^6}+\dfrac{1-8p}{p^2+12}-\dfrac{2}{3p+9}$; в) $F(p)=\dfrac{3-2p}{p^2+8p+7}$;

б) $F(p)=\dfrac{8}{(p-2)^5}+\dfrac{2e^{-2p}}{p^2-25}+\dfrac{4e^{-3p}p}{3(p-1)^2}$; г) $F(p)=\dfrac{4p+1}{(p-3)(p^2+1)}$.

Вариант 15

а) $F(p)=\dfrac{18}{p^6}-\dfrac{2p+17}{p^2-8}+\dfrac{9}{p}$; в) $F(p)=\dfrac{p+1}{p^2-7p+3}$;

б) $F(p)=\dfrac{4p}{3(p+7)^6}-\dfrac{3e^{-3p}}{p^2+11}+\dfrac{2e^{-6p}}{7(p+3)^4}$; г) $F(p)=\dfrac{2p+1}{p^2(p-1)}$.

Вариант 16

а) $F(p)=\dfrac{2+3p}{p^5}-\dfrac{p}{p^2+11}-\dfrac{4p+4}{p^2+2p+1}$; в) $F(p)=\dfrac{4p+3}{p^2+6p-1}$;

б) $F(p)=\dfrac{2p-1}{(p+2)^4}+\dfrac{2e^{-p}p}{p^2-3}+\dfrac{e^{-p}(p+1)}{(p+1)^2+8}$; г) $F(p)=\dfrac{2p^2+3p-1}{(p-5)(p^2-1)}$.

Вариант 17

а) $F(p)=\frac{12}{p^7}-\frac{3-2p}{p^2-3}+\frac{16p}{p^2+4p}$; в) $F(p)=\frac{3p-1}{p^2-p+5}$;

б) $F(p)=\frac{5p}{(p-7)^3}+\frac{5e^{-3p}}{p^5}+\frac{4e^{-4p}}{(p-2)^2-3}$; г) $F(p)=\frac{p-3}{(p+4)(p^2+7)}$.

Вариант 18

а) $F(p)=\frac{1}{8p}+\frac{4p+5}{p^2+9}-\frac{18}{p-18}$; в) $F(p)=\frac{2-p}{p^2-4p+7}$;

б) $F(p)=\frac{4}{(p+4)^4}+\frac{8e^{-p}}{p^2+5}-\frac{3e^{-p}p}{(p+8)^3}$; г) $F(p)=\frac{3p+1}{(p-4)(p-3)^2}$.

Вариант 19

а) $F(p)=\frac{2p^3-1}{p^4}+\frac{8p-1}{p^2+2}-\frac{3}{p+1}$; в) $F(p)=\frac{3p+4}{p^2+3p-1}$;

б) $F(p)=\frac{3p+2}{(p-6)^2}+\frac{4e^{-p}}{p^6}-\frac{3e^{-5p}}{(p+4)^2-8}$; г) $F(p)=\frac{4-3p^2}{(p+3)(p^2-9)}$.

Вариант 20

а) $F(p)=\frac{4}{p^7}-\frac{5-6p}{p^2+6}+\frac{2p+8}{p^2+8p+16}$; в) $F(p)=\frac{2p+5}{p^2+12p-3}$;

б) $F(p)=\frac{8p}{(p+7)^3}+\frac{7e^{-p}\text{з}}{p^2-6}+\frac{2e^{-3p}}{(p-3)^3}$; г) $F(p)=\frac{1-3p}{p(p-3)}$.

Вариант 21

а) $F(p)=\frac{4+5p^3}{p^7}-\frac{p+1}{p^2+1}-\frac{2}{p+8}$; в) $F(p)=\frac{4-p}{p^2+5p}$;

б) $F(p)=\dfrac{12}{5(p-8)^4}-\dfrac{24e^{-3p}}{p^7}+\dfrac{4e^{-p}}{(p+4)^2+4}$; г) $F(p)=\dfrac{2p+1}{p(p+4)^2}$.

Вариант 22

а) $F(p)=\dfrac{4-3p}{p^2}+\dfrac{8}{p^2+12}-\dfrac{18p^2}{p^3+2p^2}$; в) $F(p)=\dfrac{1-3p}{p^2-4p+1}$;

б) $F(p)=\dfrac{3}{(p-1)^2}+\dfrac{6e^{-8p}}{p^4}-\dfrac{2e^{-3p}(p+4)}{(p+4)^2-6}$; г) $F(p)=\dfrac{p^2-p+5}{(p-5)(p-3)^2}$

Вариант 23

а) $F(p)=\dfrac{3}{p^3}+\dfrac{2p+1}{p^2-3}-\dfrac{4}{p+5}$; в) $F(p)=\dfrac{2p+7}{p^2+9p+2}$;

б) $F(p)=\dfrac{4p}{(p+4)^5}+\dfrac{2e^{-p}}{p^2+3}+\dfrac{5e^{-4p}}{(p-1)^2+16}$; г) $F(p)=\dfrac{4p-5}{(p+1)(p^2+3)}$.

Вариант 24

а) $F(p)=\dfrac{2+3p}{p^8}+\dfrac{1-3p}{p^2-6}+\dfrac{2}{p+4}$; в) $F(p)=\dfrac{4-p}{p^2+8p+3}$;

б) $F(p)=\dfrac{5p}{(p-1)^3}-\dfrac{8e^{-4p}}{p^2-5}+\dfrac{4e^{-4p}p}{(p+2)^4}$; г) $F(p)=\dfrac{1-5p^2}{(p-3)(p^2-16)}$.

Вариант 25

а) $F(p)=\dfrac{14+3p^3}{p^7}-\dfrac{2+3p}{p^2+9}-\dfrac{4}{p-1}$; в) $F(p)=\dfrac{p+4}{p^2+2p+9}$;

б) $F(p)=\dfrac{3p-2}{2(p-4)^4}+\dfrac{e^{-p}}{p^5}+\dfrac{5e^{-2p}}{(p-3)^2-3}$; г) $F(p)=\dfrac{4p+3}{(p+2)(p^2+5)}$.

Вариант 26

а) $F(p)=\dfrac{5}{7p}+\dfrac{p+8}{p^2-7}+\dfrac{2}{p+6}$; в) $F(p)=\dfrac{6p+1}{p^2-7p+3}$;

б) $F(p)=\dfrac{1}{3(p+1)^3}+\dfrac{4e^{-2p}p}{p^2+8}+\dfrac{2e^{-p}p}{(p+5)^2}$; г) $F(p)=\dfrac{1-3p^2}{(p-3)(p^2+5)}$.

Вариант 27

а) $F(p)=\dfrac{21}{p^7}-\dfrac{1-3p}{p^2+3}+\dfrac{4p}{p^2+4p}$; в) $F(p)=\dfrac{2p-3}{p^2-8p+12}$;

б) $F(p)=\dfrac{2p}{(p-6)^2}-\dfrac{2e^{-p}}{p^3}+\dfrac{3e^{-4p}p}{(p+8)^2}$; г) $F(p)=\dfrac{4p-1}{(p-1)(p^2-4p-5)}$.

Вариант 28

а) $F(p)=\dfrac{12-7p^5}{p^6}+\dfrac{2p+1}{p^2+8}-\dfrac{3}{p-2}$; в) $F(p)=\dfrac{4p-3}{p^2+5p+4}$;

б) $F(p)=\dfrac{p+1}{(p-4)^4}+\dfrac{4e^{-7p}}{p^2+5}-\dfrac{2e^{-p}}{(p-6)^3}$; г) $F(p)=\dfrac{p^2+1}{(p+5)(p^2+6)}$.

Вариант 29

а) $F(p)=\dfrac{8}{p^8}+\dfrac{3-4p}{p^2-19}+\dfrac{2}{p+1}$; в) $F(p)=\dfrac{1-3p}{p^2+3p+2}$;

б) $F(p)=\dfrac{2}{(p+1)^5}+\dfrac{3e^{-p}p}{p^2-12}+\dfrac{4e^{-p}}{(p+4)^2+8}$; г) $F(p)=\dfrac{3p+1}{(p-1)(p-3)}$.

Вариант 30

а) $F(p)=\dfrac{6p-5}{p^6}+\dfrac{p+2}{p^2+4}+\dfrac{3}{p-7}$; в) $F(p)=\dfrac{2p-7}{p^2+12p+3}$;

б) $F(p)=\dfrac{3p-1}{(p-3)^3}-\dfrac{5e^{-4p}}{p^6}+\dfrac{2e^{-3p}p}{(p+1)^3}$; г) $F(p)=\dfrac{3p^2-5}{(p+6)(p^2+10)}$.

Задание 3

а) найти свертку оригиналов и изображение свертки;

б) пользуясь теоремой о свертке, найти оригинал изображения.

1. а) $f(t)=t,\quad g(t)=e^{3t}$;
   б) $F(p)=\dfrac{p^2}{(p^2+4)^2}$.

2. а) $f(t)=t,\quad g(t)=\cos t$;
   б) $F(p)=\dfrac{p}{(p^2+4)^2}$.

3. а) $f(t)=t,\quad g(t)=e^{t}$;
   б) $F(p)=\dfrac{p^2}{(p^2+1)^2}$.

12. а) $f(t)=1-5t,\quad g(t)=e^{5t}$;
    б) $F(p)=\dfrac{p}{(p^2+1)^2}$.

4. а) $f(t)=t+1,\quad g(t)=e^{t}$;
   б) $F(p)=\dfrac{3}{(p^2+1)^2}$.

13. а) $f(t)=-5t,\quad g(t)=e^{4t}$;
    б) $F(p)=\dfrac{p}{(p^2+1)^2}$.

5 . а) $f(t)=3t,\quad g(t)=e^{4t}$;
   б) $F(p)=\dfrac{6}{(p^2+9)^2}$.

14. а) $f(t)=-t,\quad g(t)=e^{3t}$;
    б) $F(p)=\dfrac{3}{(p^2+4)^2}$.

6. а) $f(t)=t^2,\quad g(t)=e^{t}$;
   б) $F(p)=\dfrac{3}{(p^2+1)(p^2+4)}$.

15. а) $f(t)=t,\quad g(t)=e^{4t}$;
    б) $F(p)=\dfrac{p}{(p^2+1)(p^2+4)}$.

7. а) $f(t)=t^2,\quad g(t)=e^{-t}$;
   б) $F(p)=\dfrac{p^2}{(p^2+1)(p^2+4)}$.

16. а) $f(t)=t-2,\quad g(t)=e^{4t}$;
    б) $F(p)=\dfrac{p}{(p^2+9)(p^2+4)}$.

8. а) $f(t)=t^2,\quad g(t)=e^{2t}$;
   б) $F(p)=\dfrac{4}{(p^2+1)(p^2+4)}$.

17. а) $f(t)=e^{2t},\quad g(t)=e^{4t}$;
    б) $F(p)=\dfrac{p^2}{(p^2+9)(p^2+4)}$.

9. а) $f(t)=t^2$, $g(t)=e^{-3t}$;

б) $F(p)=\dfrac{2p}{(p^2+1)(p^2+4)}$.

10. а) $f(t)=e^{-t}$, $g(t)=e^{t}$;

б) $F(p)=\dfrac{3}{(p^2+1)(p^2+4)}$.

11. а) $f(t)=e^{-2t}$, $g(t)=e^{2t}$;

б) $F(p)=\dfrac{3}{(p^2+9)(p^2+4)}$.

18. а) $f(t)=e^{3t}$, $g(t)=e^{4t}$;

б) $F(p)=\dfrac{1}{(p^2+1)(p^2+4)}$.

19. а) $f(t)=t$, $g(t)=te^{4t}$;

б) $F(p)=\dfrac{p}{(p^2+1)(p^2+4)}$.

20. а) $f(t)=t$, $g(t)=te^{t}$;

б) $F(p)=\dfrac{p^2}{(p^2+9)(p^2+4)}$.

21. а) $f(t)=e^{-3t}$, $g(t)=e^{3t}$;

б) $F(p)=\dfrac{6p}{(p^2+1)(p^2+4)}$.

22. а) $f(t)=e^{-t}$, $g(t)=1$;

б) $F(p)=\dfrac{3p}{(p^2+1)^2}$.

23. а) $f(t)=e^{-t}$, $g(t)=t$;

б) $F(p)=\dfrac{2}{(p^2+9)^2}$.

24. а) $f(t)=e^{-6t}$, $g(t)=e^{t}$;

б) $F(p)=\dfrac{p}{(p^2+9)(p^2+4)}$.

25. а) $f(t)=t$, $g(t)=e^{t}$;

б) $F(p)=\dfrac{3}{(p^2+1)(p^2+25)}$.

26. а) $f(t)=t$, $g(t)=e^{-4t}$;

б) $F(p)=\dfrac{6}{(p^2+1)(p^2+4)}$.

27. а) $f(t)=t$, $g(t)=1$;

б) $F(p)=\dfrac{p^2}{(p^2+4)^2}$.

28. а) $f(t)=e^{-2t}$, $g(t)=e^{4t}$;

б) $F(p)=\dfrac{p}{(p^2+9)^2}$.

29. а) $f(t)=t$, $g(t)=t-1$;

б) $F(p)=\dfrac{p}{(p^2+16)^2}$.

30. а) $f(t)=t$, $g(t)=te^{6t}$;

б) $F(p)=\dfrac{p}{(p^2+16)(p^2+49)}$.

Задание 4

Операционным методом найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям:

1. $x'' - 2x' - 8x = e^{3t} - 2, \quad x(0) = 1, x'(0) = -2.$
2. $7x'' - 14x' = 2cht, \quad x(0) = 3, x'(0) = -1.$
3. $x'' + 6x' + 9x = 4, \quad x(0) = 0, x'(0) = 0.$
4. $x'' - 6x' - 16x = e^{-t} - 2e^{3t}, \quad x(0) = 1, x'(0) = 2$
5. $x'' - 8x' + 15x = 3sh3t, \quad x(0) = 2, x'(0) = -1.$
6. $x'' - 10x' + 25x = 2e^{3t}, \quad x(0) = 0, x'(0) = 0.$
7. $x'' + 3x' + 2x = 3 + e^{4t}, \quad x(0) = 4, x'(0) = -3.$
8. $x'' - 9x' = 2sh4t, \quad x(0) = -1, x'(0) = 3.$
9. $x'' + 5x' - 24x = 2 - e^{-t}, \quad x(0) = 0, x'(0) = -2.$
10. $x'' + 8x' + 16x = 3sh3t, \quad x(0) = 0, x'(0) = 0.$
11. $x'' - 25x = ch2t - 1, \quad x(0) = 0, x'(0) = 2.$
12. $x'' - 18x' + 81x = 2, \quad x(0) = 0, x'(0) = 0.$
13. $x'' - 7x' + 12x = e^{-2t} + 2, \quad x(0) = -4, x'(0) = 0.$
14. $x'' - 14x' + 49x = 3e^{-5t}, \quad x(0) = 0, x'(0) = 0.$
15. $x'' + 3x' = 10 - 6e^{2t}, \quad x(0) = 1, x'(0) = 3.$
16. $x'' - 5x' - 6x = 1 + e^{-3t}, \quad x(0) = -1, x'(0) = 1.$
17. $x'' - 6x' + 9x = sh4t, \quad x(0) = 1, x'(0) = 0.$
18. $x'' - 9x = e^{-t}, \quad x(0) = 2, x'(0) = -3.$
19. $x'' - 3x' - 28x = 2sht, \quad x(0) = 1, x'(0) = 2.$
20. $x'' + 4x' + 4x = te^{-3t}, \quad x(0) = 0, x'(0) = 0.$
21. $x'' - 16x = 2ch3t, \quad x(0) = 1, x'(0) = -2.$
22. $x'' + x' - 2x = 2e^{-t} + e^{3t}, \quad x(0) = -1, x'(0) = 0.$
23. $x'' + 18x' + 81x = 2e^{t}, \quad x(0) = 0, x'(0) = 0.$
24. $x'' + 4x' = 2sh8t, \quad x(0) = -1, x'(0) = -2.$

25. $x'' + 4x' - 21x = 2 - e^{3t}$, $x(0) = 0, x'(0) = 2.$

26. $x'' - 16x' + 64x = 2ch5t$, $x(0) = 0, x'(0) = 0.$

27. $x'' + 2x' = e^{3t} - 1$, $x(0) = 0, x'(0) = 1.$

28. $x'' + 2x' - 15x = 2ch3t$, $x(0) = 2, x'(0) = -1.$

29. $x'' + 6x' + 9x = 2e^{-4t}$, $x(0) = 0, x'(0) = 0.$

30. $x'' - 8x' = 3e^{-2t} + 1$, $x(0) = -1, x'(0) = 0.$

Задание 5

Решить систему дифференциальных уравнений:

1. $\begin{cases} x' = 2x + 3y, & x(0) = -1, \\ y' = 4x - 2y, & y(0) = 0. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x' = 3x + y, & x(0) = 2, \\ y' = -5x - 3y, & y(0) = 0. \end{cases}$

3. $\begin{cases} x' = -2x + 5y, & x(0) = 0, \\ y' = 4x - y, & y(0) = 1. \end{cases}$

12. $\begin{cases} x' = 2x + y, & x(0) = 0, \\ y' = 5x - y, & y(0) = 1. \end{cases}$

4. $\begin{cases} x' = 2x + y, & x(0) = -1, \\ y' = 4x - y, & y(0) = 0. \end{cases}$

13. $\begin{cases} x' = x + y, & x(0) = 2, \\ y' = 5x + 3y, & y(0) = 0. \end{cases}$

5. $\begin{cases} x' = 2x + 3y, & x(0) = -1, \\ y' = 4x - 2y, & y(0) = 0. \end{cases}$

14. $\begin{cases} x' = x + 3y, & x(0) = 0, \\ y' = -3x + y, & y(0) = 1. \end{cases}$

6. $\begin{cases} x' = x - 3y, & x(0) = 1, \\ y' = 4x + y, & y(0) = 0. \end{cases}$

15. $\begin{cases} x' = 3x + 4y, & x(0) = 2, \\ y' = -x + 3y, & y(0) = 0. \end{cases}$

7. $\begin{cases} x' = 3x - y, & x(0) = 0, \\ y' = 5x + y, & y(0) = -1. \end{cases}$

16. $\begin{cases} x' = x - 3y, & x(0) = 1, \\ y' = 5x + 3y, & y(0) = 0. \end{cases}$

8. $\begin{cases} x' = 2x - 3y, & x(0) = 1, \\ y' = 4x - 2y, & y(0) = 1. \end{cases}$

9. $\begin{cases} x' = 5x - y, & x(0) = 1, \\ y' = x - 6y, & y(0) = 0. \end{cases}$

10. $\begin{cases} x' = 2x - 2y, & x(0) = 0, \\ y' = x + y, & y(0) = -1. \end{cases}$

11. $\begin{cases} x' = 2x - y, & x(0) = 1, \\ y' = x - 8y, & y(0) = 0. \end{cases}$

21. $\begin{cases} x' = x - 3y, & x(0) = 1, \\ y' = x - 2y, & y(0) = 0. \end{cases}$

22. $\begin{cases} x' = 2x + 3y, & x(0) = 1, \\ y' = 7x + y, & y(0) = 0. \end{cases}$

23. $\begin{cases} x' = 3x - 4y, & x(0) = 1, \\ y' = -3x + y, & y(0) = 0. \end{cases}$

24. $\begin{cases} x' = x - 6y, & x(0) = 1, \\ y' = 2x - 2y, & y(0) = 0. \end{cases}$

25. $\begin{cases} x' = 2x - 3y, & x(0) = 0, \\ y' = 4x + 2y, & y(0) = 1. \end{cases}$

17. $\begin{cases} x' = 3x + y, & x(0) = 0, \\ y' = 5x - 3y, & y(0) = -2. \end{cases}$

18. $\begin{cases} x' = x + 3y, & x(0) = 2, \\ y' = x - 5y, & y(0) = 0. \end{cases}$

19. $\begin{cases} x' = x + 3y, & x(0) = 0, \\ y' = x - 5y, & y(0) = 2. \end{cases}$

20. $\begin{cases} x' = x - y, & x(0) = 2, \\ y' = x - 5y, & y(0) = 0. \end{cases}$

26. $\begin{cases} x' = x - y, & x(0) = 1, \\ y' = x + 3y, & y(0) = 0. \end{cases}$

27. $\begin{cases} x' = 3x - 4y, & x(0) = 1, \\ y' = -6x + y, & y(0) = 0. \end{cases}$

28. $\begin{cases} x' = 3x - y, & x(0) = -2, \\ y' = x - 5y, & y(0) = 0. \end{cases}$

29. $\begin{cases} x' = -3x + y, & x(0) = 0, \\ y' = 5x + 3y, & y(0) = 0. \end{cases}$

30. $\begin{cases} x' = 6x - y, & x(0) = 1, \\ y' = x - 8y, & y(0) = 0. \end{cases}$

Таблица соответствия между основными оригиналами и изображениями

Функция оригинал $f(t)$	Изображение $F(p)$
1	$\dfrac{1}{p}$
t	$\dfrac{1}{p^2}$
t^2	$\dfrac{2}{p^3}$
t^n	$\dfrac{n!}{p^{n+1}}$
e^{at}	$\dfrac{1}{p-a}$
$t^{n-1}e^{at}$	$\dfrac{(n-1)!}{(p-a)^n}\,(n=1,2,3...)$
$\cos t$	$\dfrac{p}{p^2+1}$
$\sin t$	$\dfrac{1}{p^2+1}$
$\cos at$	$\dfrac{p}{p^2+a^2}$
$\sin at$	$\dfrac{a}{p^2+a^2}$
$\mathrm{c}\,hat$	$\dfrac{p}{p^2-a^2}$
$\mathrm{s}\,hat$	$\dfrac{a}{p^2-a^2}$

$e^{-bt}\cos at$	$\dfrac{p+b}{(p+b)^2+a^2}$
$e^{-bt}\sin at$	$\dfrac{a}{(p+b)^2+a^2}$
$t\cos at$	$\dfrac{p^2-a^2}{(p^2+a^2)^2}$
$t\sin at$	$\dfrac{2pa}{(p^2+a^2)^2}$