

Лабораторная работа № 2

Испровержение алгоритма решения задачи
линейного программирования табличным симп-
лекс-методом

Задание
5+
10

Цель: Опробовать практические навыки
применения основного метода решения ЗЛП

Задача: Найти максимум целевой функ-
ции методом симплекс-таблицу при до-
полнительных ограничениях (В-ЗП).

$$f(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2 \rightarrow \text{от макс}$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ 2x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Ход решения:

Задачная модель была приведена
к канонической форме.

$$f(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 6x_1 + x_2 + x_3 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 = 12 \\ 3x_1 + 4x_2 + 0 \cdot x_3 + x_4 + 0 \cdot x_5 = 12 \\ 2x_1 + x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 + x_5 = 2 \end{cases}$$

Каноническая форма была помещена в симплекс-таблицу:

		C_j	2	1	0	0	0
Базис	C_b	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
A_3	0	12	6	2	1	0	0
A_4	0	12	3	4	0	1	0
A_5	0	2	<u>2</u>	1	0	0	1
	Δ_j	0	-2	-1	0	0	0

были рассчитаны симплекс-функции:

$$\Delta_0 = 0 \cdot 12 + 0 \cdot 12 + 0 \cdot 2 = 0$$

$$\Delta_1 = 0 \cdot 6 + 0 \cdot 3 + 0 \cdot 2 - 2 = -2$$

$$\Delta_2 = 0 \cdot 2 + 0 \cdot 4 + 0 \cdot 1 - 1 = -1$$

$$\Delta_3 = 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = 0$$

$$\Delta_4 = 0 \quad \Delta_5 = 0$$

$$\Delta_5 = 0$$

Решение задачи не завершено, так как имеются отрицательные δ_j (A_1, A_2).

1-й итерация:

В качестве направляющего был выбран столбец A_1 (\min). $\Rightarrow j^* = 1$

Была определена напр. строка:

$$\min \left\{ \frac{12}{6} = 2; \frac{12}{3} = 4; \frac{2}{2} = 1 \right\} = 1 \quad (i^* = 3)$$

Симплекс-таблица была переобразована по алгоритму Жордана-Гаусса:

		C_j	2	1	0	0	0
Базис	C_B	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
A_3	0	6	0	-1	1	0	-3
A_4	0	9	0	2,5	0	1	-1,5
A_1	2	1	1	0,5	0	0	0,5
	δ_j	2	0	0	0	0	1

Вычисления:

$$12 - 1 \cdot 6 = 6; \quad 6 - 1 \cdot 6 = 0; \quad 2 - 2 \cdot 6 = -10; \quad 1 - 0 \cdot 0 = 1; \quad 0 - 0 \cdot 1 = -3$$

$$12 - 3 \cdot 1 = 9; \quad 3 - 3 \cdot 1 = 0; \quad 4 - 3 \cdot 0,5 = 2,5; \quad 0 - 3 \cdot 0,5 = -1,5$$

Проверим новые симплекс-разности

$$\delta_0 = 6 \cdot 0 + 9 \cdot 0 + 1 \cdot 2 = 2$$

$$\delta_1 = 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 2 - 2 = 0$$

$$\delta_2 = -1 \cdot 0 + 2,5 \cdot 0 + 0,5 \cdot 2 - 1 = 0$$

$$\delta_3 = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 2 = 0$$

$$\delta_4 = 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 2 = 0$$

$$\delta_5 = -3 \cdot 0 + (-1,5) \cdot 0 + 0,5 \cdot 2 - 0 = 1$$

Таблица удовлетворяет условию оптимума. Решение найдено.

Оптимальное решение имеет вид:

$$X_{opt}^T = \{1, 0, 6, 9, 0\}$$

$$Z_{max}(1; 0) = 2 + 0 = 2$$

Задача была решена на ЭВМ. Результат вычисления совпал с практикой.

Вывод: в ходе работы был изучен и применен на практике метод решения задач линейного програм-я методом симплекс-таблиц.