

**Севастопольский государственный университет
Институт информационных технологий**

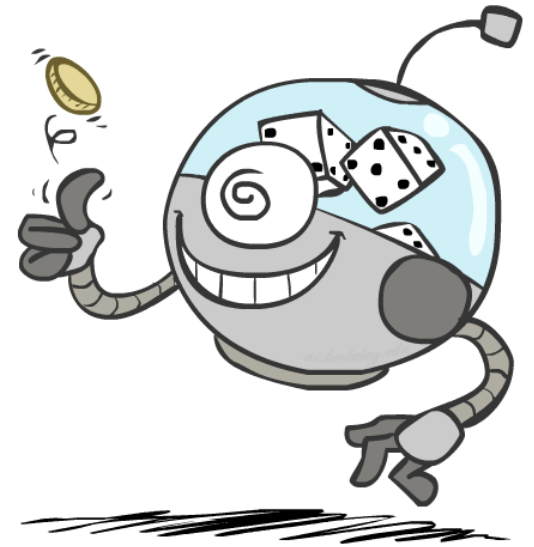
Методы и системы искусственного интеллекта

Бондарев Владимир Николаевич

**Вероятностные модели.
Правило Байеса. Вероятностный вывод.**

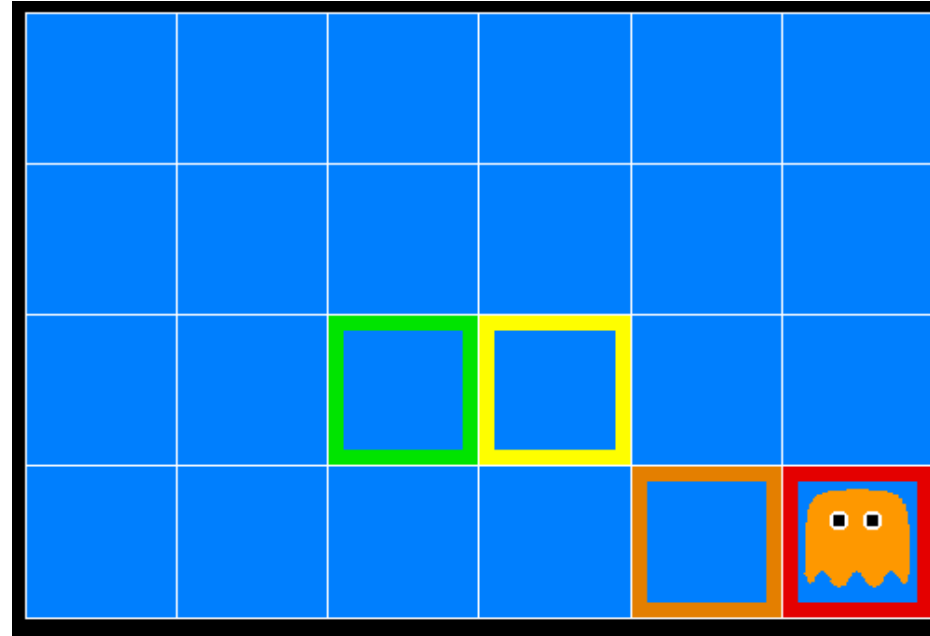
План лекции

- Основные понятия вероятностных выводов:
 - Случайные переменные;
 - Совместные и Маргинальные распределения;
 - Условные распределения;
 - Правило произведений, цепочное правило, правило Байеса;
 - Вероятностный вывод;
 - Независимость.



Вероятностные выводы в задаче охоты за призраками

- Призрак находится в одной из ячеек;
- Вероятностный цветовой сенсор сообщает расстояние до ячейки с призраком:
 - для клетки с призраком: red
 - 1 или 2 клетки: orange
 - 3 или 4 клетки: yellow
 - 5+ клеток: green

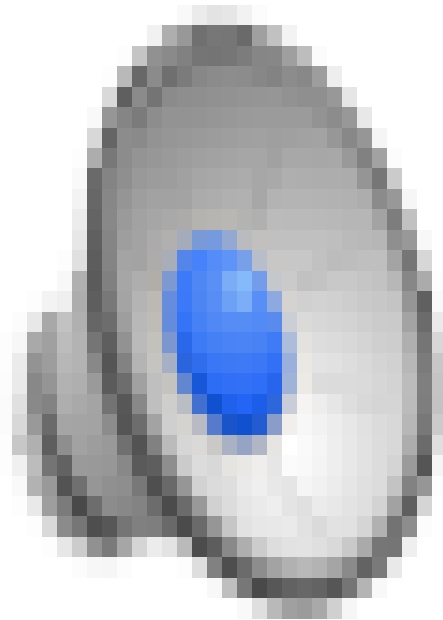


Сообщения сенсора зашумлены, т.е. сообщение от сенсора имеет вероятностный характер. Они представляются распределением цветов $P(\text{Color} | \text{Distance})$

$P(\text{red} 3)$	$P(\text{orange} 3)$	$P(\text{yellow} 3)$	$P(\text{green} 3)$
0.05	0.15	0.5	0.3

$P(\text{red} | 3)$ – вероятность того, что при получении сообщения «красный» призрак находится на расстоянии 3 клетки.

Демо - Охота за призраками



Неопределенность

Общие понятия при решении интеллектуальных задач с неопределенностью:

- **Наблюдаемые переменные (свидетельства-evidence):** Агенту известны определенные сведения о состоянии его мира (например, восприятия сенсоров или симптомы);
- **Ненаблюдаемые переменные:** Агенту требуется делать выводы (заключения) о некоторых свойствах мира, которые скрыты (например, где находится объект или какая болезнь имеет место)
- **Вероятностная модель (или вероятностное пространство)** – это выборочное пространство X , в котором каждому значению x из X приписывается вероятность $P(x)$, т.е. числовая мера, которая характеризует возможность такого значения
- Вероятностные выводы предоставляют инструмент для манипулирования степенью доверия (убежденности) и знаниями.

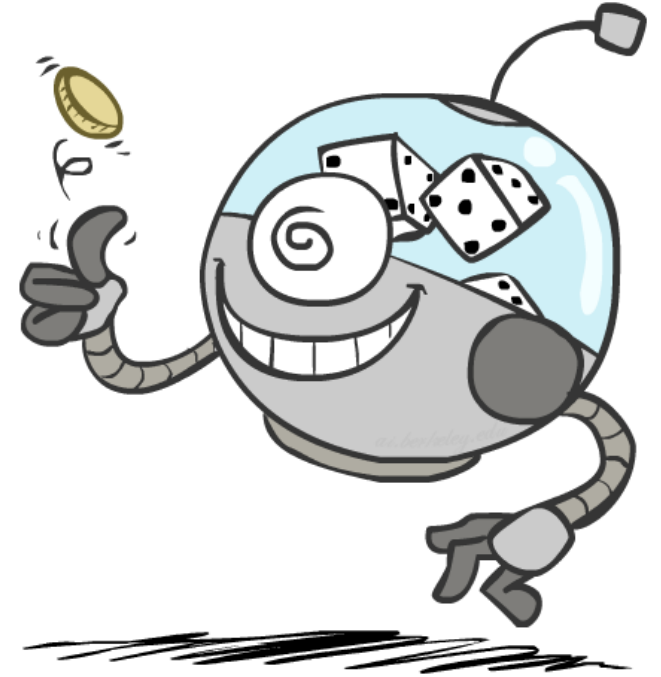
0.11	0.11	0.11
0.11	0.11	0.11
0.11	0.11	0.11

0.17	0.10	0.10
0.09	0.17	0.10
<0.01	0.09	0.17

<0.01	<0.01	0.03
<0.01	0.05	0.05
<0.01	0.05	0.81

Случайные переменные

- Случайные переменные принимают значения, которые характеризуется некоторой степенью неопределенности:
 - R = Идет ли дождь?
 - T = Холодно или жарко?
 - L = Где находится призрак?
- Будем обозначать случайные переменные заглавными буквами;
- Подобно переменным CSP-задач, случайные переменные принимают значения из области определения (домен):
 - $R \in \{\text{true}, \text{false}\}$ (часто записывают как $\{+r, -r\}$)
 - $T \in \{\text{hot}, \text{cold}\}$
 - $D \in [0, \infty)$ (D принадлежит интервалу)
 - $L \in \{\text{Локации}\}$, возможное представление $\{(0,0), (0,1), \dots\}$

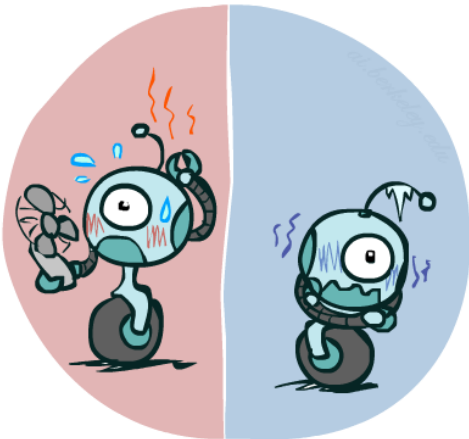


Распределение вероятностей

- Распределение ставит в соответствие каждому значению случайной переменной вероятность

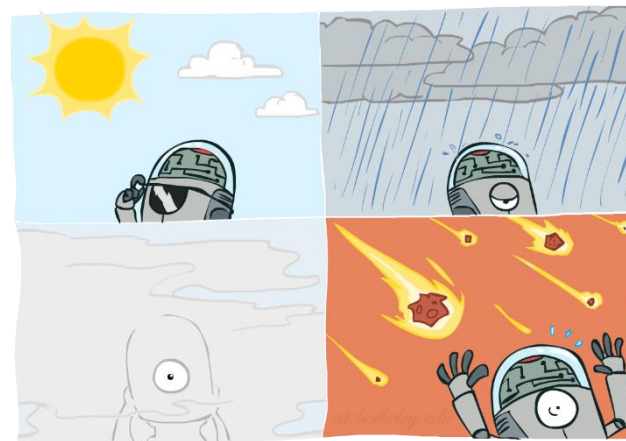
- Температура:

$$P(T)$$



T	P
hot	0.5
cold	0.5

- Погода:



$$P(W)$$

W	P
sun	0.6
rain	0.1
fog	0.3
meteor	0.0

Распределение вероятностей

- Случайные переменные описываются распределением вероятностей:

$$P(T)$$

T	P
hot	0.5
cold	0.5

$$P(W)$$

W	P
sun	0.6
rain	0.1
fog	0.3
meteor	0.0

Упрощенные обозначения:

$$\begin{aligned}P(hot) &= P(T = hot), \\P(cold) &= P(T = cold), \\P(rain) &= P(W = rain),\end{aligned}$$

Обозначение допустимо, если все домены являются уникальными

- Вероятность конкретного значения случайной переменной (обозначается строчным символом) представляется действительным числом:

$$P(W = rain) = 0.1$$

- Свойства: $\forall x \ P(X = x) \geq 0$ и $\sum_x P(X = x) = 1$

Совместные распределения

- Совместное распределение множества случайных переменных X_1, X_2, \dots, X_n определяет вероятность каждого возможного полного присваивания (или исхода):

$$P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n)$$

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n)$$



T	W	P
hot	sun	0.4
hot	rain	0.1
cold	sun	0.2
cold	rain	0.3

- Свойство:

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0$$

$$\sum_{(x_1, x_2, \dots, x_n)} P(x_1, x_2, \dots, x_n) = 1$$

- Какой размер распределения для n переменных с доменом d ?
 - Для всех распределений, кроме небольших, запись в такой форме требует много памяти!

Вероятностные модели

- Вероятностная модель представляется совместным распределением множества случайных переменных.
- Характеристики вероятностной модели:
 - случайные переменные принадлежат домену;
 - присваивания называются *исходами*;
 - совместные распределения определяют, является ли присваивание (исход) возможным;
 - *нормализация*: сумма вероятностей = 1.0;
 - хорошо, когда взаимодействуют непосредственно только некоторые переменные.
- Аналогия с моделью в виде CSP-задачи:
 - переменные принадлежат домену;
 - ограничения определяют является ли присваивание допустимым;
 - хорошо, если только определенные переменные взаимодействуют непосредственно.

Распределение по T и W

T	W	P
hot	sun	0.4
hot	rain	0.1
cold	sun	0.2
cold	rain	0.3

Ограничения на T,W (CSP)

T	W	P
hot	sun	T
hot	rain	F
cold	sun	F
cold	rain	T

События

- **Событие** – это подмножество E некоторых возможных исходов. Вероятность события E равна:

$$P(E) = \sum_{(x_1 \dots x_n) \in E} P(x_1 \dots x_n)$$

- Вероятность любого события можно вычислить с помощью совместного распределения:
 - Вероятность того, что «жарко **И** солнечно»?
 - Вероятность того, что «жарко»?
 - Вероятность того, что «жарко **ИЛИ** солнечно»?
- Представляйте вероятностное высказывание как событие, для которого это высказывание верно.

$$P(T, W)$$

T	W	P
hot	sun	0.4
hot	rain	0.1
cold	sun	0.2
cold	rain	0.3

Задачи: вероятности событий

- $P(+x, +y)$?

0.2

- $P(+x)$?

$0.2+0.3=0.5$

- $P(-y \text{ OR } +x)$?

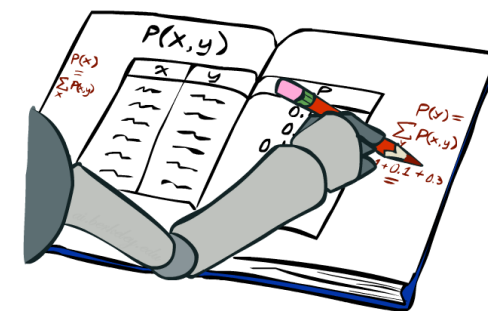
$0.1+0.3+0.2=0.6$

$P(X, Y)$

X	Y	P
+x	+y	0.2
+x	-y	0.3
-x	+y	0.4
-x	-y	0.1

Маргинальные распределения

- **Маргинальные распределения** соответствуют суб-распределениям, которые получают из совместного распределения путем исключения переменных в ходе суммирования;
- **Маргинализация** – «*схлопывание*» строк путем суммирования



T	W	P
hot	sun	0.4
hot	rain	0.1
cold	sun	0.2
cold	rain	0.3

$$P(t) = \sum_w P(t, w)$$

$$P(w) = \sum_t P(t, w)$$

T	P
hot	0.5
cold	0.5

W	P
sun	0.6
rain	0.4

Маргинальные
распределения

$$P(X_1 = x_1) = \sum_{x_2} P(X_1 = x_1, X_2 = x_2)$$

Задача: маргинальные распределения

$P(X, Y)$

X	Y	P
+x	+y	0.2
+x	-y	0.3
-x	+y	0.4
-x	-y	0.1



$$P(x) = \sum_y P(x, y)$$



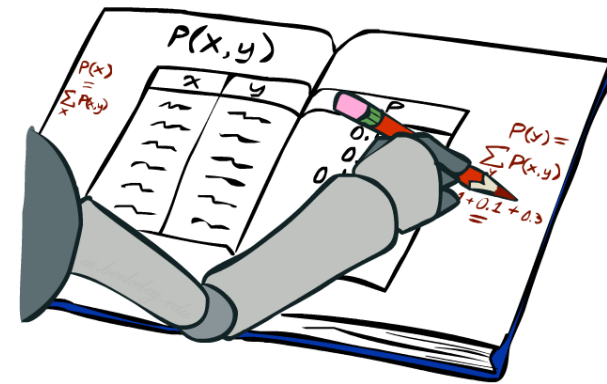
$$P(y) = \sum_x P(x, y)$$

$P(X)$

X	P
+x	
-x	

$P(Y)$

Y	P
+y	
-y	



Задача: маргинальные распределения

$P(X, Y)$

X	Y	P
+x	+y	0.2
+x	-y	0.3
-x	+y	0.4
-x	-y	0.1



$$P(x) = \sum_y P(x, y)$$

$P(X)$

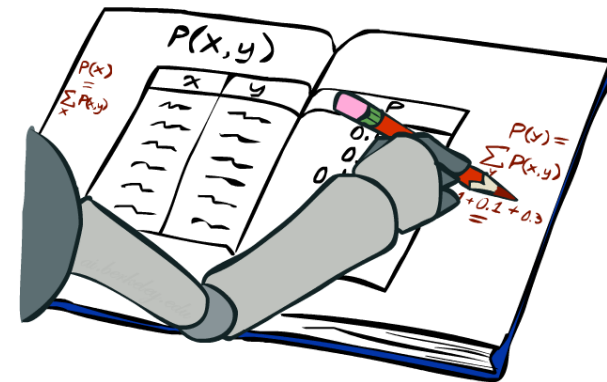
X	P
+x	0.5
-x	0.5

$P(Y)$

Y	P
+y	0.6
-y	0.4



$$P(y) = \sum_x P(x, y)$$

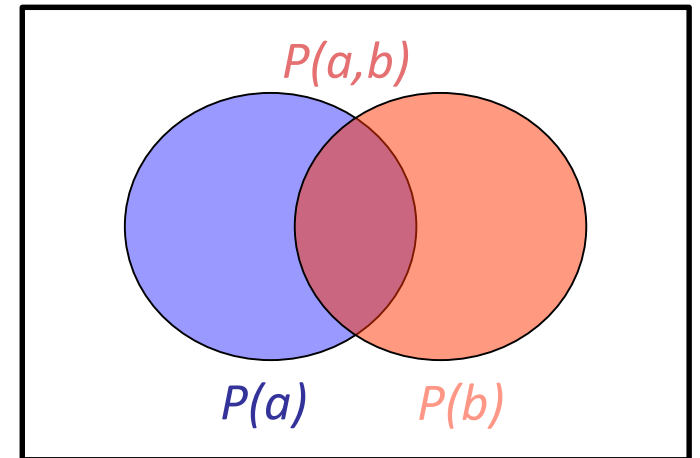


Условные вероятности

- Предположим, что нам известно, что произошло событие b . Каким образом знание того, что произошло b , повлияет на вероятность a ?

Вероятность события a при условии, что произошло событие b , называют **условной вероятностью**

$$P(a|b) = \frac{P(a, b)}{P(b)}$$



$P(T, W)$

T	W	P
hot	sun	0.4
hot	rain	0.1
cold	sun	0.2
cold	rain	0.3

$$P(W = s|T = c) = \frac{P(W = s, T = c)}{P(T = c)} = \frac{0.2}{0.5} = 0.4$$

$$\begin{aligned} &= P(W = s, T = c) + P(W = r, T = c) \\ &= 0.2 + 0.3 = 0.5 \end{aligned}$$

Задачи: Условные вероятности

- $P(+x \mid +y) ?$

$P(X, Y)$

X	Y	P
+x	+y	0.2
+x	-y	0.3
-x	+y	0.4
-x	-y	0.1

- $P(-x \mid +y) ?$

- $P(-y \mid +x) ?$

Задачи: Условные вероятности

- $P(+x \mid +y) ?$

$P(X, Y)$

X	Y	P
+x	+y	0.2
+x	-y	0.3
-x	+y	0.4
-x	-y	0.1

$$0.2/0.6=1/3$$

- $P(-x \mid +y) ?$

$$0.4/0.6=2/3$$

- $P(-y \mid +x) ?$

$$0.3/0.5=.6$$

Условные распределения

- Условные распределения – это распределение вероятностей по некоторым переменным при заданных значениях других переменных

Условные распределения

$P(W T)$	$P(W T = hot)$	
	W	P
	sun	0.8
	rain	0.2
	$P(W T = cold)$	
	W	P
	sun	0.4
	rain	0.6

Совместное распределение

$P(T, W)$		
T	W	P
hot	sun	0.4
hot	rain	0.1
cold	sun	0.2
cold	rain	0.3

Нормализация

$P(T, W)$

T	W	P
hot	sun	0.4
hot	rain	0.1
cold	sun	0.2
cold	rain	0.3

$$\begin{aligned}P(W = s|T = c) &= \frac{P(W = s, T = c)}{P(T = c)} \\&= \frac{P(W = s, T = c)}{P(W = s, T = c) + P(W = r, T = c)} \\&= \frac{0.2}{0.2 + 0.3} = 0.4\end{aligned}$$



$P(W|T = c)$

W	P
sun	0.4
rain	0.6

$$\begin{aligned}P(W = r|T = c) &= \frac{P(W = r, T = c)}{P(T = c)} \\&= \frac{P(W = r, T = c)}{P(W = s, T = c) + P(W = r, T = c)} \\&= \frac{0.3}{0.2 + 0.3} = 0.6\end{aligned}$$

Нормализация

$$\begin{aligned} P(W = s|T = c) &= \frac{P(W = s, T = c)}{P(T = c)} \\ &= \frac{P(W = s, T = c)}{P(W = s, T = c) + P(W = r, T = c)} \\ &= \frac{0.2}{0.2 + 0.3} = 0.4 \end{aligned}$$

$P(T, W)$

T	W	P
hot	sun	0.4
hot	rain	0.1
cold	sun	0.2
cold	rain	0.3

ВЫБРАТЬ
совместные
вероятности,
соответствующие
свидетельствам



$P(c, W)$

T	W	P
cold	sun	0.2
cold	rain	0.3

НОРМАЛИЗОВАТЬ
выбор
(делает сумму = 1)

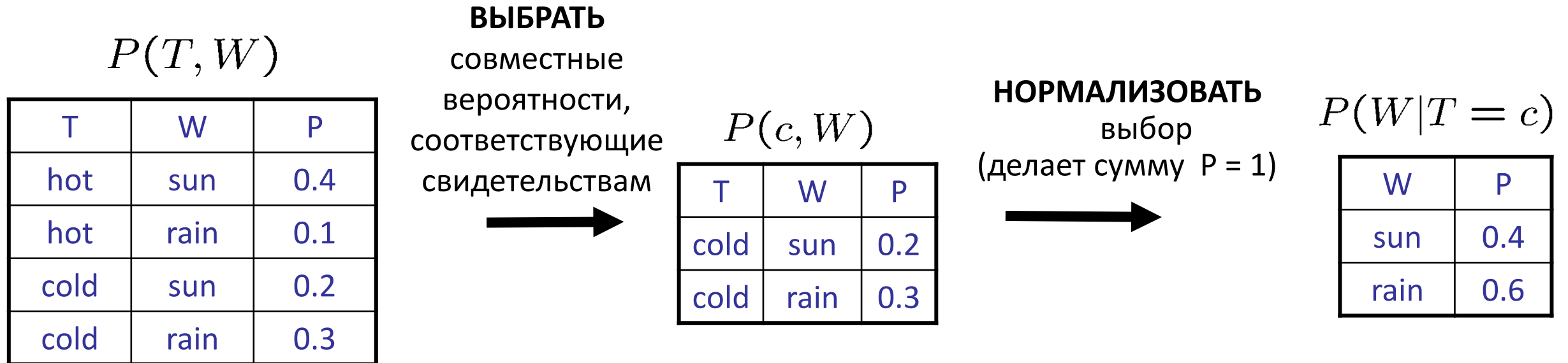


$P(W|T = c)$

W	P
sun	0.4
rain	0.6

$$\begin{aligned} P(W = r|T = c) &= \frac{P(W = r, T = c)}{P(T = c)} \\ &= \frac{P(W = r, T = c)}{P(W = s, T = c) + P(W = r, T = c)} \\ &= \frac{0.3}{0.2 + 0.3} = 0.6 \end{aligned}$$

Нормализация



- Сумма выбранных вероятностей свидетельств соответствует $P(\text{свидетельства})!$ (здесь $P(T=c)$)

$$P(x_1|x_2) = \frac{P(x_1, x_2)}{P(x_2)} = \frac{P(x_1, x_2)}{\sum_{x_1} P(x_1, x_2)}$$

Задача: нормализация

■ $P(X \mid Y=-y)$?

$P(X, Y)$

X	Y	P
+x	+y	0.2
+x	-y	0.3
-x	+y	0.4
-x	-y	0.1

ВЫБРАТЬ
совместные
вероятности,
соответствующие
свидетельствам



X	Y	P
+x	-y	0.3
-x	-y	0.1

НОРМАЛИЗОВАТЬ
выбор
(делает сумму по P = 1)



X	P
+x	0.75
-x	0.25

К вопросу о нормализации

- Необходима для приведения или восстановления условий

нормальных

Сумма всех вероятностей должна быть 1

- Алгоритм:

- Шаг 1: Вычислить Z = сумма по всем входам таблицы;
- Шаг 2: Поделить каждую составляющую на Z .

- Пример 1

W	P
sun	0.2
rain	0.3

Нормализация
→
 $Z = 0.5$

W	P
sun	0.4
rain	0.6

- Пример 2

T	W	P
hot	sun	20
hot	rain	5
cold	sun	10
cold	rain	15

Нормализация
→
 $Z = 50$

T	W	P
hot	sun	0.4
hot	rain	0.1
cold	sun	0.2
cold	rain	0.3

Вероятностный вывод

- Вероятностный вывод: вычисляет требуемые вероятности через другие известные вероятности (например, условные через совместные)
- Обычно мы вычисляем условные вероятности:
 - $P(\text{вовремя} \mid \text{нет д.т.п.}) = 0.90$;
 - Они представляют степень уверенности агента в событии при данном свидетельстве (подтверждении).
- Вероятности изменяются при появлении новых свидетельств:
 - $P(\text{вовремя} \mid \text{нет д.т.п., 5 утра}) = 0.95$;
 - $P(\text{вовремя} \mid \text{нет д.т.п., 5 утра, дождь}) = 0.80$;
 - Наблюдение новых свидетельств приводит к обновлению значений уверенностей (beliefs).



Вывод путем перебора (enumeration) значений

- $P(W)$?

Вероятностный вывод возможен путем перебора всех элементов в таблице полного совместного распределения

S	T	W	P
summer	hot	sun	0.30
summer	hot	rain	0.05
summer	cold	sun	0.10
summer	cold	rain	0.05
winter	hot	sun	0.10
winter	hot	rain	0.05
winter	cold	sun	0.15
winter	cold	rain	0.20

Вывод путем перебора (enumeration) значений

- Получим распределение $P(W)$?

S	T	W	P
summer	hot	sun	0.30
summer	hot	rain	0.05
summer	cold	sun	0.10
summer	cold	rain	0.05
winter	hot	sun	0.10
winter	hot	rain	0.05
winter	cold	sun	0.15
winter	cold	rain	0.20

Вывод путем перебора (enumeration) значений

- $P(W)$?

$$P(\text{sun}) = 0.3 + 0.1 + 0.1 + 0.15 = 0.65$$

S	T	W	P
summer	hot	sun	0.30
summer	hot	rain	0.05
summer	cold	sun	0.10
summer	cold	rain	0.05
winter	hot	sun	0.10
winter	hot	rain	0.05
winter	cold	sun	0.15
winter	cold	rain	0.20

Вывод путем перебора (enumeration) значений

- $P(W)$?

$$P(\text{sun}) = 0.3 + 0.1 + 0.1 + 0.15 = 0.65$$

$$P(\text{rain}) = 1 - 0.65 = 0.35$$

S	T	W	P
summer	hot	sun	0.30
summer	hot	rain	0.05
summer	cold	sun	0.10
summer	cold	rain	0.05
winter	hot	sun	0.10
winter	hot	rain	0.05
winter	cold	sun	0.15
winter	cold	rain	0.20

Вывод путем перебора (enumeration) значений

Изменение распределения вероятностей при получении свидетельств

- $P(W \mid \text{winter, hot})?$

S	T	W	P
summer	hot	sun	0.30
summer	hot	rain	0.05
summer	cold	sun	0.10
summer	cold	rain	0.05
winter	hot	sun	0.10
winter	hot	rain	0.05
winter	cold	sun	0.15
winter	cold	rain	0.20

Вывод путем перебора (enumeration) значений

Изменение распределения вероятностей при получении свидетельств

- $P(W \mid \text{winter, hot})?$

S	T	W	P
summer	hot	sun	0.30
summer	hot	rain	0.05
summer	cold	sun	0.10
summer	cold	rain	0.05
winter	hot	sun	0.10
winter	hot	rain	0.05
winter	cold	sun	0.15
winter	cold	rain	0.20

Вывод путем перебора (enumeration) значений

Изменение распределения вероятностей при получении свидетельств

- $P(W \mid \text{winter, hot})?$

$P(\text{sun} \mid \text{winter, hot}) \sim 0.1$

$P(\text{rain} \mid \text{winter, hot}) \sim 0.05$

S	T	W	P
summer	hot	sun	0.30
summer	hot	rain	0.05
summer	cold	sun	0.10
summer	cold	rain	0.05
winter	hot	sun	0.10
winter	hot	rain	0.05
winter	cold	sun	0.15
winter	cold	rain	0.20

Вывод путем перебора (enumeration) значений

Изменение распределения вероятностей при получении свидетельств

- $P(W \mid \text{winter, hot})?$

$P(\text{sun} \mid \text{winter, hot}) \sim 0.1$

$P(\text{rain} \mid \text{winter, hot}) \sim 0.05$

$P(\text{sun} \mid \text{winter, hot}) = 2/3$ (нормализация $0.1/0.15$)

$P(\text{rain} \mid \text{winter, hot}) = 1/3$ (нормализация $0.05/0.15$)

S	T	W	P
summer	hot	sun	0.30
summer	hot	rain	0.05
summer	cold	sun	0.10
summer	cold	rain	0.05
winter	hot	sun	0.10
winter	hot	rain	0.05
winter	cold	sun	0.15
winter	cold	rain	0.20

Вывод путем перебора (enumeration) значений

Изменение распределения вероятностей при получении свидетельств

- $P(W \mid \text{winter})?$

S	T	W	P
summer	hot	sun	0.30
summer	hot	rain	0.05
summer	cold	sun	0.10
summer	cold	rain	0.05
winter	hot	sun	0.10
winter	hot	rain	0.05
winter	cold	sun	0.15
winter	cold	rain	0.20

Вывод путем перебора (enumeration) значений

Изменение распределения вероятностей при получении свидетельств

- $P(W \mid \text{winter})?$

$$P(\text{sun}|\text{winter}) \sim 0.1 + 0.15 = 0.25$$

S	T	W	P
summer	hot	sun	0.30
summer	hot	rain	0.05
summer	cold	sun	0.10
summer	cold	rain	0.05
winter	hot	sun	0.10
winter	hot	rain	0.05
winter	cold	sun	0.15
winter	cold	rain	0.20

Вывод путем перебора (enumeration) значений

Изменение распределения вероятностей при получении свидетельств

- $P(W \mid \text{winter})?$

$$P(\text{rain}|\text{winter}) \sim 0.05 + 0.2 = 0.25$$

S	T	W	P
summer	hot	sun	0.30
summer	hot	rain	0.05
summer	cold	sun	0.10
summer	cold	rain	0.05
winter	hot	sun	0.10
winter	hot	rain	0.05
winter	cold	sun	0.15
winter	cold	rain	0.20

Вывод путем перебора (enumeration) значений

Изменение распределения вероятностей при получении свидетельств

- $P(W \mid \text{winter})?$

$P(\text{sun} \mid \text{winter}) \sim 0.25$

$P(\text{rain} \mid \text{winter}) \sim 0.25$

$P(\text{sun} \mid \text{winter}) = 0.5$ (после нормализации)

$P(\text{rain} \mid \text{winter}) = 0.5$ (после нормализации)

S	T	W	P
summer	hot	sun	0.30
summer	hot	rain	0.05
summer	cold	sun	0.10
summer	cold	rain	0.05
winter	hot	sun	0.10
winter	hot	rain	0.05
winter	cold	sun	0.15
winter	cold	rain	0.20

Вывод путем перебора (enumeration) значений

Дано:


- Свидетельства: $E_1 \dots E_k = e_1 \dots e_k$
 - Переменная запроса*: Q
 - Скрытые переменные: $H_1 \dots H_r$
- $$\left. \begin{array}{l} E_1 \dots E_k = e_1 \dots e_k \\ H_1 \dots H_r \end{array} \right\} \begin{array}{l} X_1, X_2, \dots, X_n \\ \text{Все переменные} \end{array}$$

Требуется:

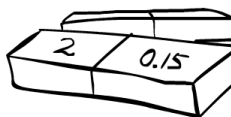
$$P(Q|e_1 \dots e_k)$$

* Также работает хорошо со множеством переменных запроса

- Шаг 1: Выбрать составляющие совместного распределения с учетом имеющихся свидетельств



x	P(x)
-3	0.05
-1	0.25
0	0.07
1	0.2
5	0.01



- Шаг 2: Суммировать по H, чтобы получить совместную вероятность запроса и свидетельств

$$P(Q, e_1 \dots e_k) = \sum_{h_1 \dots h_r} \underbrace{P(Q, h_1 \dots h_r, e_1 \dots e_k)}_{X_1, X_2, \dots, X_n}$$

- Шаг 3: Нормализация

$$Z = \sum_q P(Q, e_1 \dots e_k)$$
$$P(Q|e_1 \dots e_k) = \frac{1}{Z} P(Q, e_1 \dots e_k)$$

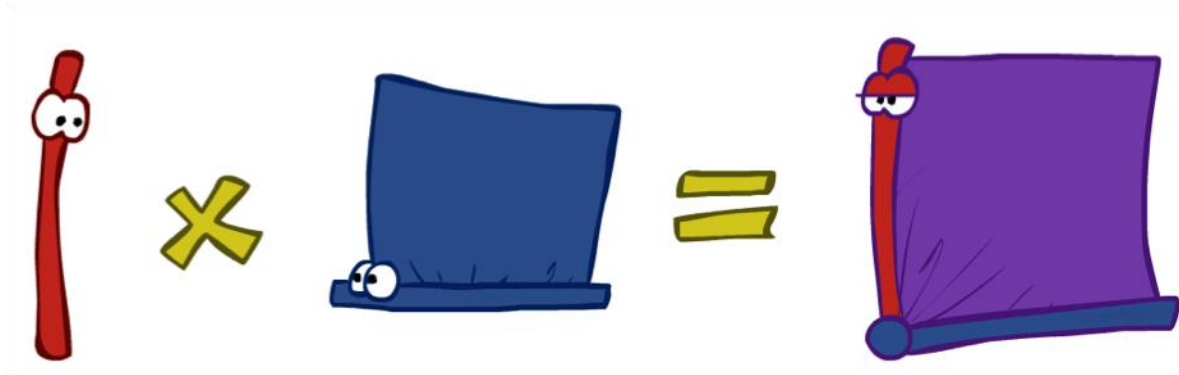
Вывод путем перебора (enumeration) значений

- Очевидные проблемы:
 - Максимальная временная сложность $O(d^n)$;
 - Пространственная сложность $O(d^n)$ (для запоминания таблицы совместного распределения).

Правило произведения

- Иногда требуется по условному распределению определить совместное:

$$P(y)P(x|y) = P(x, y) \quad \longleftrightarrow \quad P(x|y) = \frac{P(x, y)}{P(y)}$$



Правило произведения

$$P(y)P(x|y) = P(x, y)$$

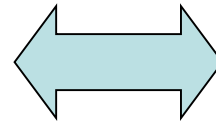
- Пример:

$P(W)$

R	P
sun	0.8
rain	0.2

$P(D|W)$

D	W	P
wet	sun	0.1
dry	sun	0.9
wet	rain	0.7
dry	rain	0.3



$P(D, W)$

D	W	P
wet	sun	
dry	sun	
wet	rain	
dry	rain	

Цепочное правило

- В общем случае можно представить любое совместное распределение как последовательное произведение условных распределений

$$P(x_1, x_2, x_3) = P(x_1)P(x_2|x_1)P(x_3|x_1, x_2)$$

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_i P(x_i|x_1 \dots x_{i-1})$$

Правило Байеса

- Два способа **факторизации** совместного распределения 2-х переменных:

$$P(x, y) = P(x|y)P(y) = P(y|x)P(x)$$

- Выполнив деление, получим правило Байеса:

$$P(x|y) = \frac{P(y|x)P(x)}{P(y)}$$

- Почему оно полезно?

- Позволяет получить условное распределение по его обратному условному распределению;
- Часто одно из распределений сложно найти, а второе - проще;
- Основа многих систем, которые рассматриваются далее (например, ASR, MT)
- **Правило лежит в основе всех современных систем искусственного интеллекта, использующих вероятностный вывод!**

Тóмас Бáйес



1702 - 1761

Вывод на основе правила Байеса

- Пример: Вычисление вероятности причины (cause) по диагностическим признакам (effect – наличие некоторого наблюдения) :

$$P(\text{cause}|\text{effect}) = \frac{P(\text{effect}|\text{cause})P(\text{cause})}{P(\text{effect})}$$

- Пример:

- М: менингит, S: боль в шее

$$\left. \begin{aligned} P(+m) &= 0.0001 \\ P(+s|+m) &= 0.8 \\ P(+s|-m) &= 0.01 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Заданные} \\ \text{значения} \end{array}$$

$$P(+m|+s) = \frac{P(+s|+m)P(+m)}{P(+s)} = \frac{P(+s|+m)P(+m)}{P(+s|+m)P(+m) + P(+s|-m)P(-m)} = \frac{0.8 \times 0.0001}{0.8 \times 0.0001 + 0.01 \times 0.999}$$

- Замечание: апостериорная вероятность менингита очень мала (0.00794)

Это связано с тем, что априорная вероятность наличия симптома неподвижной шеи (знаменатель) намного выше по сравнению с вероятностью менингита.

Задача: правило Байеса

- Дано:

$$P(W)$$

R	P
sun	0.8
rain	0.2

$$P(D|W)$$

D	W	P
wet	sun	0.1
dry	sun	0.9
wet	rain	0.7
dry	rain	0.3

- Найти $P(W \mid \text{dry})$?

Задача: правило Байеса

- Дано:

$$P(W)$$

R	P
sun	0.8
rain	0.2

$$P(D|W)$$

D	W	P
wet	sun	0.1
dry	sun	0.9
wet	rain	0.7
dry	rain	0.3

- Найти $P(W | \text{dry})$?

$$P(\text{sun}|\text{dry}) \sim P(\text{dry}|\text{sun})P(\text{sun}) = 0.9 \cdot 0.8 = 0.72$$

$$P(\text{rain}|\text{dry}) \sim P(\text{dry}|\text{rain})P(\text{rain}) = 0.3 \cdot 0.2 = 0.06$$

$$P(\text{sun}|\text{dry}) = 12/13$$

$$P(\text{rain}|\text{dry}) = 1/13$$



$$P(s|d) = P(d|s) \cdot P(s) / [P(d|s) \cdot P(s) + P(d|r) \cdot P(r)] =$$

$$0.72 / (0.72 + 0.3 \cdot 0.2) = 0.72 / 0.78 =$$

$$0.12 \cdot 6 / 0.13 \cdot 6 = 12/13$$

Охота за призраками, ревизия

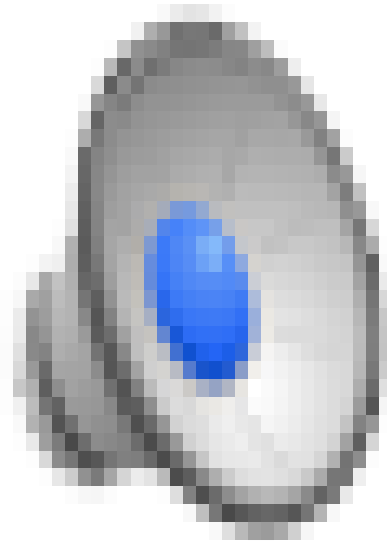
- Пусть имеются два распределения:
 - Априорное распределение локаций призраков: $P(G)$
 - Пусть оно будет равномерным;
 - Модель восприятия для сенсора: $P(R \mid G)$
 - R = восприятие цвета в клетке;
 - Например: $P(R = \text{желтый} \mid G=(1,1)) = 0.1$.
- Мы можем вычислить апостериорное распределение $P(G \mid r)$ локаций призрака на основе восприятий с помощью правила Байеса:

$$P(g|r) \propto P(r|g)P(g)$$

0.11	0.11	0.11
0.11	0.11	0.11
0.11	0.11	0.11

0.17	0.10	0.10
0.09	0.17	0.10
<0.01	0.09	0.17

Демо - охота за призраками (вероятности)



Следующий раз: Сети Байеса
