

Севастопольский государственный университет
Институт информационных технологий

**"МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ
ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА"
(МИСИИ)**

Бондарев Владимир Николаевич

Лекция 6

ПОИСК РЕШЕНИЙ В ИГРОВЫХ ПРОГРАММАХ (поиск в условиях противодействия)

Основные понятия

Рассмотрим детерминированные **игры с полной информацией** о текущей игровой ситуации, где два игрока-противника по очереди делают ходы. Успех одного игрока – такая же по величине потеря для другого игрока (**игры с нулевыми суммами**).

Допустимые ходы игры определяются **конечным набором правил**, которые исключают случайность. Игра начинается из специфического начального положения и завершается **победой того или иного игрока, либо ничьей**.

Сложность поиска решений в игровых программах **весьма высока**. Например, общее количество вершин дерева игры в шахматы оценивается значением 10^{120} . Если предположить, что можно обследовать 10^9 вершин в секунду, то построение полного дерева игры в шахматы заняло бы 10^{103} лет. Из этого следует, **что полный просмотр дерева игры невозможен**.

Основные понятия

Поэтому при поиске с использованием игровых деревьев необходимо выполнять следующее:

- 1) прогнозировать граничную глубину поиска;
- 2) оценивать перспективность позиций игры с помощью эвристических функций.

Для этого в каждой позиции игры формируется **дерево возможных продолжений игры**, имеющее определенную глубину, и с помощью эвристической оценочной функции вычисляются **оценки концевых вершин такого дерева**. Затем полученные **оценки распространяются вверх по дереву**, и корневая вершина, соответствующая текущей позиции, получает оценку, позволяющую выяснить силу игрока в данной позиции.

Минимаксный метод

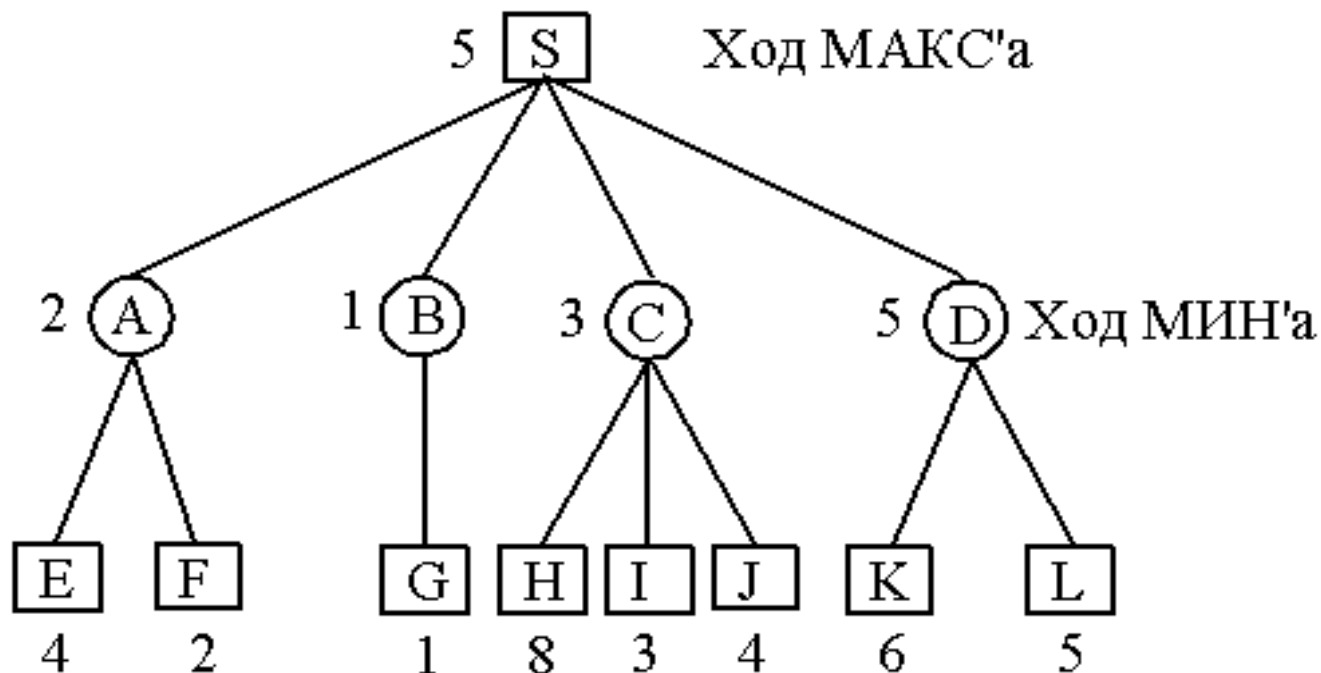
Здесь вместо полного просмотра дерева игры обследуется лишь его небольшая часть. В этом случае говорят, что дерево подвергается *подрезке*. Простейший способ подрезки — это просмотр дерева игры на определенную глубину. Это означает, что *процесс обследования заканчивается в вершинах, которые не являются терминальными*. Поэтому *дерево поиска* — это только верхняя часть дерева игры.

Для оценки силы игрока в различных позициях поискового дерева применяются оценочные функции. Различают два вида оценок: **статические и динамические**.

Статические оценки приписываются конечным вершинам дерева поиска и вычисляются с помощью функции оценки состояния $eval(s)$, в основу построения которой кладутся некоторые эвристические правила.

Минимаксный метод

Динамические оценки получаются при распространении статических оценок вверх по дереву. Метод, которым это достигается, называется *минимаксным*.



Для вершины, в которой ход выполняет игрок (МАКС), выбирается наибольшая из оценок вершин нижнего уровня. Для вершины, в которой ход выполняет противник (МИН), выбирается наименьшая из оценок дочерних вершин.

Минимаксный метод

Если обозначить **статическую** оценку в вершине s через $eval(s)$, а **динамическую** – через $V(s)$, то формально оценки, приписываемые вершинам в соответствии с минимаксным принципом, можно записать так :

$$V(s)=eval(s),$$

если s – концевая вершина дерева поиска;

$$V(s)=\max_i V(s_i),$$

если s – вершина с ходом МАКС'a;

$$V(s)=\min_i V(s_i),$$

если s – вершина с ходом МИН'a. Здесь s_i дочерние вершины для вершины s .

Для приближения минимаксной стратегии игры к гарантирующей приходится увеличивать глубину поиска.

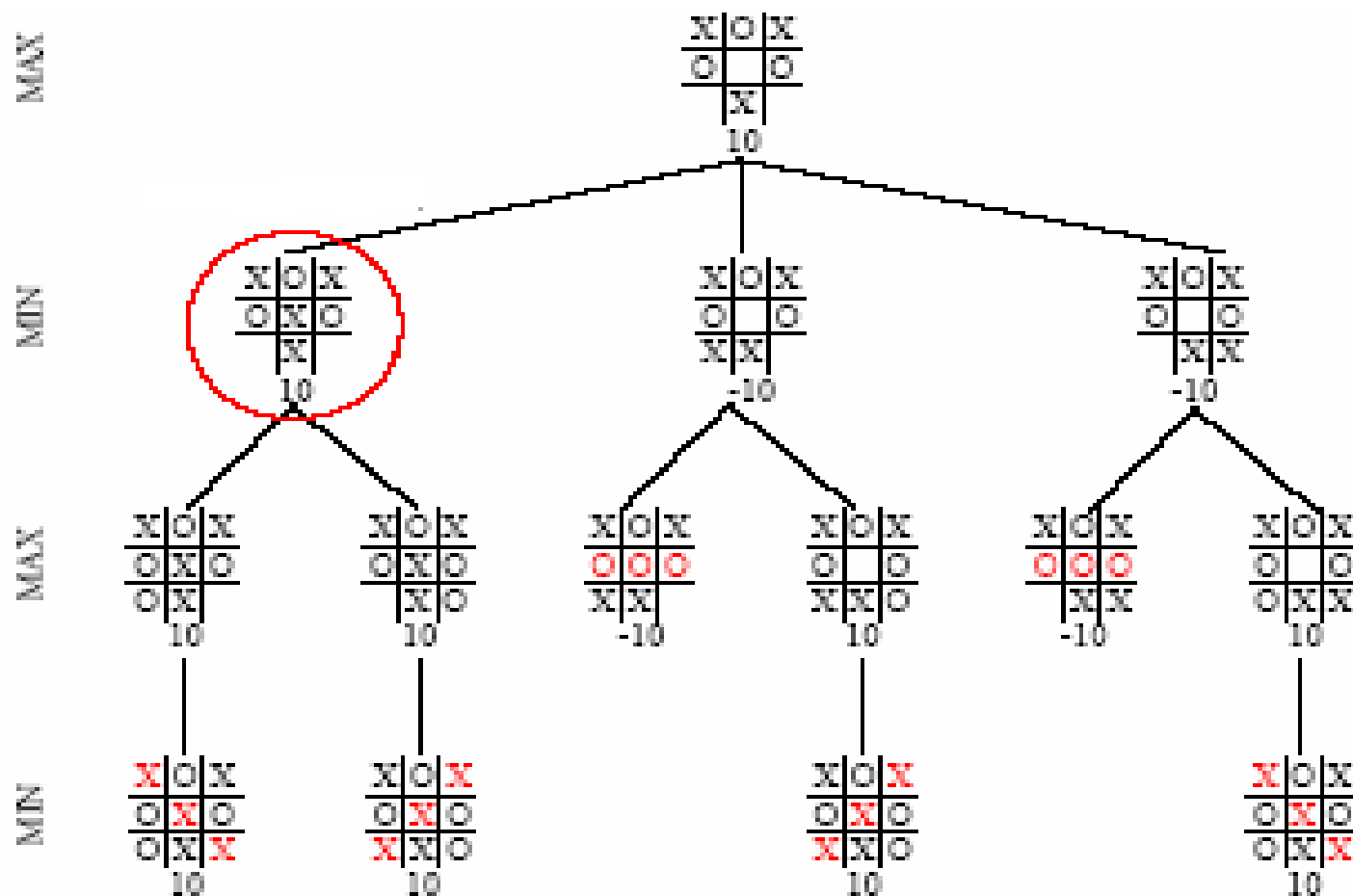
Минимаксный метод (псевдокод)

```
def value(state):  
    if state соответств. конечной вершине: return eval(state)  
    if агент MAX: return max_value(state)  
    if агент MIN: return min_value(state)  
  
def max_value(state):  
    v =  $-\infty$   
    for succ in successor(state): # для всех дочерних состояний  
        v=max(v, value(succ)) # рекурсивный вызов value(state)  
    return v  
  
def min_value(state):  
    v =  $+\infty$   
    for succ in successor(state):  
        v=min(v, value(succ)) # рекурсивный вызов value(state)  
    return v
```

Минимаксный поиск за счет рекурсивного погружения ведет себя подобно поиску в глубину, вычисляя оценки состояний в том же порядке, что и DFS. Поэтому временная сложность алгоритма $O(b^m)$, где m — максимальная глубина дерева поиска.

Минимаксный метод (уровень терминальных вершин, функция полезности)

(уровень терминальных вершин, функция полезности)



Стат. оценки в **терминальных** вершинах (полезность, $utility(s)$): выигрыш +10; проигрыш -10; ничья 0.

Функция оценки

Полезность нетерминальных состояний определяют с помощью тщательно выбранной **функции оценки** (evaluation function), которая дает приближенное значение полезности этих состояний.

Чаще всего функция оценки $eval(s)$ представляет собой линейную комбинацию функций $f_i(s)$:

$$eval(s) = w_1 f_1(s) + w_2 f_2(s) + \dots + w_n f_n(s),$$

где каждая функция $f_i(s)$ вычисляет некоторую **характеристику состояния** s , и каждой характеристике назначается соответствующий вес w_i .

Например, в шашках можно построить оценочную функцию с 4-мя характеристиками: количество пешек у агента, количество королей у агента, количество пешек у противника и количество королей у противника.

Структура оценочной функции может быть совершенно произвольной, и она не обязательно должна быть линейной

Минимаксный метод (уровень нетерминальных вершин, функция оценки)

MAX

MIN

	X	
O		
X		O
0		

Оптимальный ход

A

X	X	
O		
X		O
-3		

B

	X	X
O		
X		O
-3		

C

	X	
O	X	
X		O
0		

D

	X	
O		X
X		O
-2		

E

	X	
O		
X	X	O
-6		

Раскрытие A

X	X	O
O		
X		O
1-(3+1) =-3		

X	X	
O	O	
X		O
+3-(3+1) =-1		

X	X	
O		O
X		O
3+1(2)-3(2) =-1		

X	X	
O		
X	O	O
3+1-1(2) =2		

Раскрытие B

O	X	X
O		
X		O
3+1-(3+1) =0		

	X	X
O	O	
X		O
3-3(2) =-3		

	X	X
O		O
X		O
3(2)+1-(3+1) =3		

	X	X
O		
X	O	O
3(2)-1(2) =4		

Раскрытие C

O	X	
O	X	
X		O
3(2)-1 =5		

	X	O
O	X	
X		O
3-3 =0		

	X	
O	X	O
X		O
3(2)+1-3 =4		

	X	
O	X	
X	O	O
3+1-1 =3		

Раскрытие D

O	X	
O		X
X		O
1(2)-3 =-1		

	X	O
O		X
X		O
1-1 =0		

	X	
O	O	X
X		O
1-3 =-2		

	X	
O		X
X	O	O
1(2)-1 =1		

Раскрытие E

O	X	
O		
X	X	O
3+1-(3+2) =-1		

	X	O
O		
X	X	O
3-(1(2)+3) =-2		

	X	
O	O	
X	X	O
1-(3(2)+1) =-6		

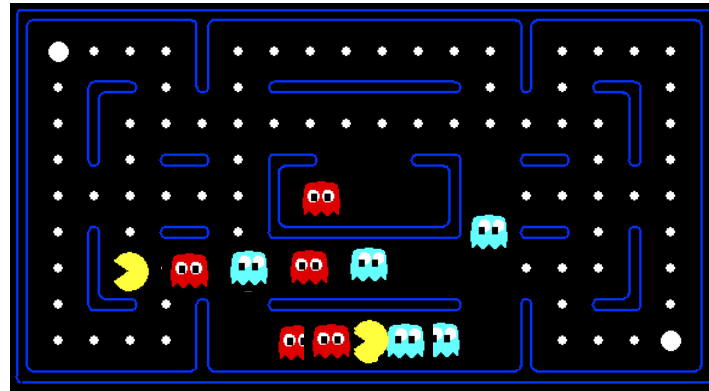
	X	
O		O
X	X	O
3+1(2)-3(2)-1 =-2		

$$\text{eval}(s) = 10X_3(s) + 3X_2(s) + X_1(s) - (10O_3(s) + 3O_2(s) + O_1(s))$$

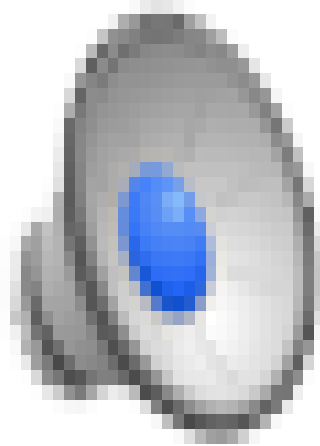
$X_n(s)$ - кол-во строк, столбцов или диагоналей, содержащих n X-ов и не содержащих o

$O_n(s)$ - кол-во строк, столбцов или диагоналей, содержащих n нулей и не содержащих крестиков

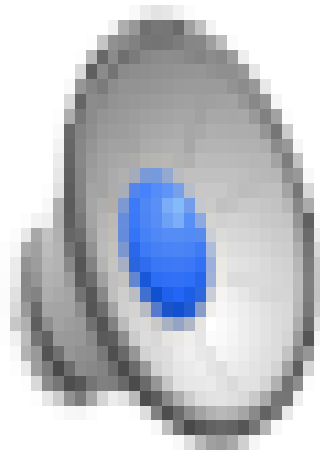
Функция оценки в Расстан



Видео: метания Пакмана (d=2)



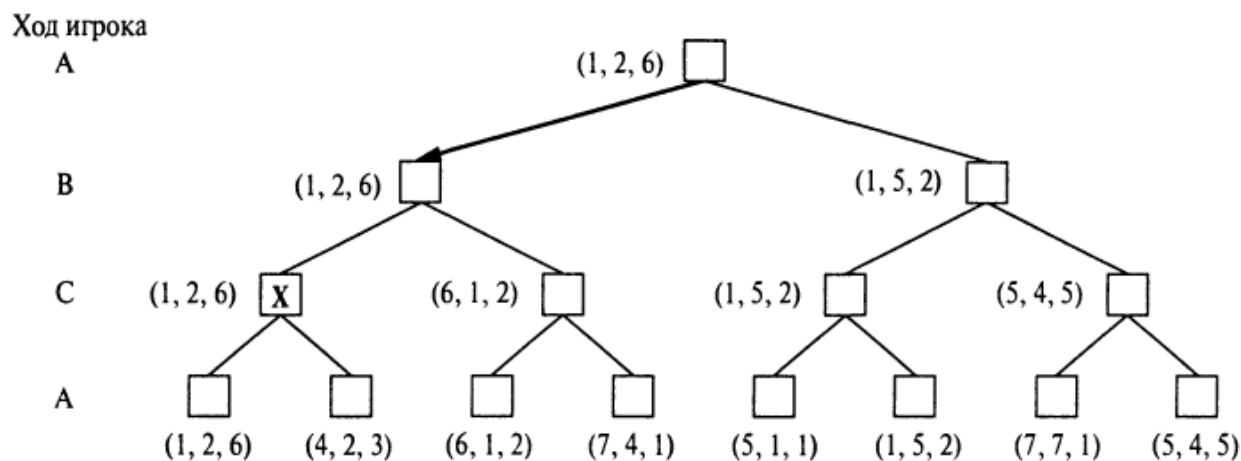
Видео: метания Пакмана (d=2) - решение



Мультиагентный поиск

Распространим идею минимаксного поиска на игры с несколькими игроками (агентами)

Заменяем единственное значение оценки полезности для каждого узла вектором значений оценок. Например, в игре с тремя игроками А, В и С с каждым узлом ассоциируется вектор (V_A, V_B, V_C) с тремя оценками. Для конечного состояния этот вектор задает полезность данного состояния с точки зрения каждого игрока.



Поскольку для игрока С в состоянии Х ход с $V_C = 6$ предпочтительнее, то игрок С в состоянии Х выбирает первый ход и состоянию Х приписывается вектор оценок $(1, 2, 6)$.

Мультиагентный поиск для Пакман

Чтобы организовать сценарий мультиагентной игры в Пакман необходимо расширить псевдокод функции **min_value(state)** на случай нескольких агентов-призраков. Для этого функция **min_value** должна обеспечивать реализацию поиска в глубину путем косвенных рекурсивных вызовов функции **value** с дополнительными входными параметрами, задающими индекс агента **agentIndex** и уровень глубины **depth**. При очередном косвенном рекурсивном вызове **min_value** на одном и том же уровне **depth** дерева поиска параметр **agentIndex** должен увеличиваться на 1 (для передачи хода следующему агенту-призраку). Например:

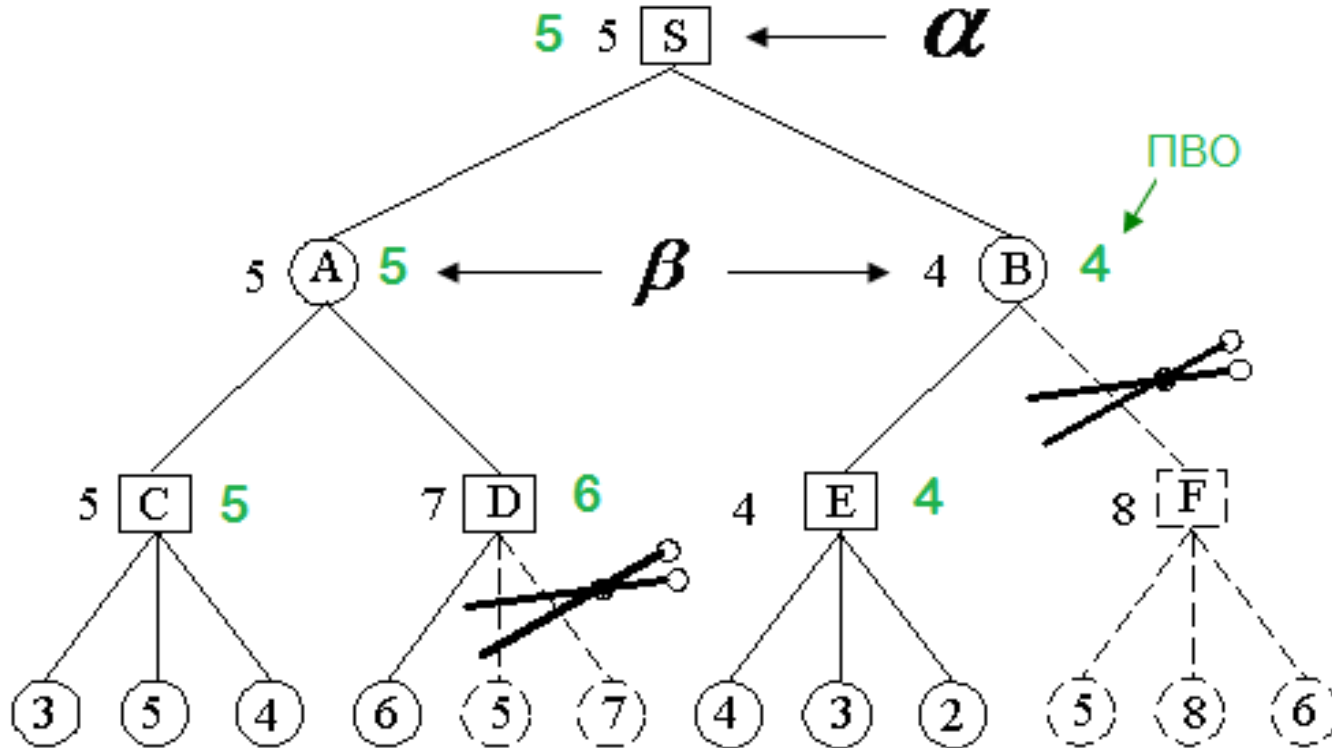
```
def min_value(state, depth, agentIndex):
```

```
    ...
    v =  $+\infty$ 
    # Для всех допустимых действий агента с номером agentIndex
    for action in множество_допустимых_действий(state, agentIndex):
        if agentIndex == номер_последнего_агента:
            v = min(v, value(successor(state, agentIndex, action), depth + 1, 0))
        else:
            v = min(v, value(successor(state, agentIndex, action), depth, agentIndex+1))
    return v
```

Когда все агенты-призраки выполнят свои действия, ход передается Пакману (индекс агента 0) и глубина поиска увеличивается на 1.

Альфа-бета поиск

Минимаксный метод поиска предполагает полное обследование дерева поиска. Чтобы получить оценку корневой вершины, необязательно выполнять систематический обход дерева поиска. Рассмотрим пример



Альфа-бета поиск

В альфа-бета методе статическая оценка каждой концевой вершины вычисляется сразу, как только такая вершина будет построена. Затем полученная оценка распространяется вверх по дереву и с каждой из родительских вершин связывается **предположительно возвращаемая оценка (ПВО)**.

При этом используются следующие правила:

- 1) если ПВО для бета-вершины становится меньше или равной ПВО родительской вершины, вычисленной на предыдущем шаге, то нет необходимости строить дальше поддереву, начинающееся ниже этой бета-вершины (*альфа-отсечение*);
- 2) если ПВО для альфа-вершины становится больше или равной ПВО родительской вершины, вычисленной на предыдущем шаге, то нет необходимости строить дальше поддереву, начинающееся ниже этой альфа-вершины (*бета-отсечение*).

Альфа-бета поиск

Для дерева поиска, изображенного на рисунке, ситуация **альфа-отсечения** имеет место при вычислении ПВО вершины B ($[H(B)=4] < [H(S)=5]$), а ситуация **бета-отсечения** — для вершины D ($[H(D)=6] > H(A)=5$).

Альфа-бета поиск позволяет **увеличить глубину** дерева поиска примерно в два раза по сравнению минимаксным алгоритмом, что приводит к более сильной игре.

Альфа-бета поиск

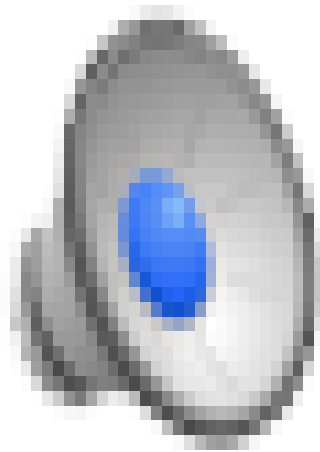
Псевдокод альфа-бета поиска аналогичен минимаксному поиску, но требует переопределения функций, вычисляющих минимальные и максимальные оценки:

```
def max_value(state,  $\alpha$ ,  $\beta$ ):  
     $v = -\infty$   
    for succ in successor(state):  
         $v = \max(v, \text{value}(\text{succ}, \alpha, \beta))$   
        if  $v \geq \beta$ : return  $v$            # альфа отсечение  
         $\alpha = \max(\alpha, v)$   
    return  $v$ 
```

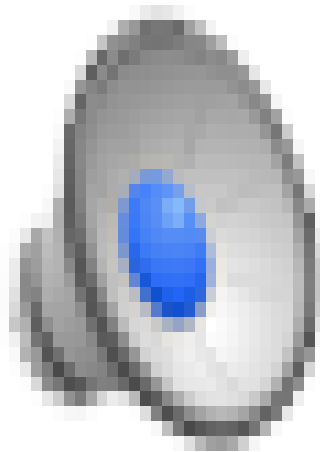
```
def min_value(state,  $\alpha$ ,  $\beta$ ):  
     $v = +\infty$   
    for succ in successor(state):  
         $v = \min(v, \text{value}(\text{succ}, \alpha, \beta))$   
        if  $v \leq \alpha$ : return  $v$          # бета отсечение  
         $\beta = \min(\beta, v)$   
    return  $v$ 
```

Оценка временной сложности алгоритма альфа-бета поиска соответствует $O(b^{m/2})$.

Видео Распан (d=2)



Видео Распан (d=10)



Exрестіmax

Минимаксный поиск бывает чрезмерно пессимистичным, т.к. оппонент выбирает с точки зрения игрока наихудший ход. В ситуациях, когда в действиях оппонента присутствует неопределенность, более оптимистичный вариант действий игрока обеспечивает метод, известный как Exрестіmax.

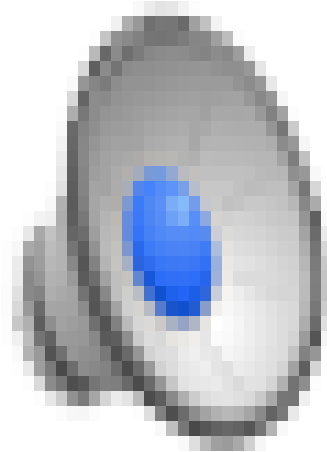
Exрестіmax вводит в дерево игры **узлы жеребьевки** (chance node), вместо узлов в которых выбирается минимальная оценка. При этом в узлах жеребьевки вычисляется **ожидаемая оценка** в виде взвешенного среднего значения

$$V(s) = \sum_i p(s_i | s) V(s_i),$$

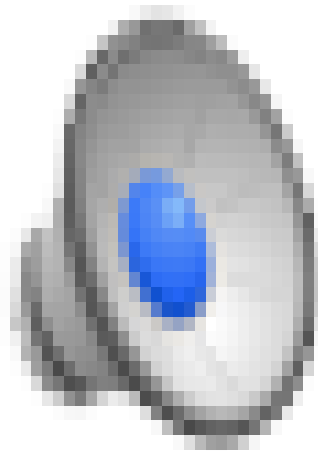
где $p(s_i | s)$ – условная вероятность того, что данное недетерминированное действие с индексом i приведет к переходу из состояния s в s_i .

Минимакс - это частный случай Exрестіmax: узлы, возвращающие минимальную оценку - это узлы, которые присваивают вероятность 1 своему дочернему узлу с наименьшим значением и вероятность 0 всем другим дочерним узлам.

Видео Расман Minimax



Видео Minimax vs Expectimax

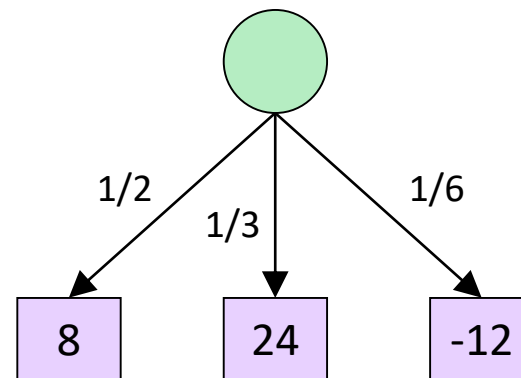


Ехрестімах псевдокод

Поэтому псевдокод метода Ехрестімах очень похож на минимакс, за исключением необходимых изменений, связанных с вычислениями ожидаемой оценки полезности вместо минимальной оценки полезности:

ожидаемая оценка

```
def exp_value(state):  
    v = 0  
    for succ in successor(state):  
        p=probability(succ)  
        v+=p* value(succ)  
    return v
```



$$v = (1/2) (8) + (1/3) (24) + (1/6) (-12) = 10$$

Expectimax

```
def value(state):  
    if state соотв. конечной вершине: return eval(state)  
    if агент MAX: return max_value(state)  
    if агент EXP: return exp_value(state)  
  
def max_value(state):                                # максимальная оценка  
    v = -∞  
    for succ in successor(state):  
        v=max(v, value(succ))  
    return v  
  
def exp_value(state):                                # ожидаемая оценка  
    v = 0  
    for succ in successor(state):  
        p=probability(succ)  
        v+=p* value(succ)  
    return v
```

Временная сложность Expectimax пропорциональна $O(b^m n^m)$, где n — количество вариантов выпадения жребия.