Лабораторная работа №3. Дискретные фильтры.

Цель работы. Получить практические навыки расчета и анализа временных (импульсной и переходной) характеристик и частотных (АЧХ, ФЧХ, фазовой и групповой задержки) характеристик дискретных фильтров. Познакомиться с функциями среды MATLAB для дискретной фильтрации, преобразования форм представления дискретных фильтров, расчета и построения графиков временных и частотных характеристик дискретных систем.

Теоретические сведения.

Понятие дискретного фильтра.

Дискретный фильтр [1, стр. 218] – это произвольная система (рис. 3.1) обработки дискретного сигнала, обладающая свойствами линейности и стационарности:

- *Линейность*: выходная реакция на сумму сигналов равна сумме реакций на эти сигналы;
- *Стационарность*: задержка входного сигнала приводит лишь к такой же задержке выходного сигнала, не меняя его формы.

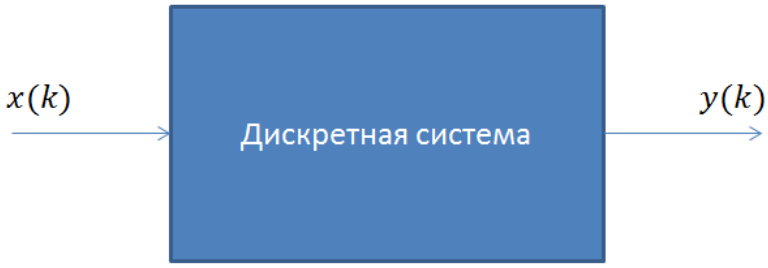

Рисунок 3.1 – *Дискретный фильтр*

В общем случае дискретный фильтр суммирует (с весовыми коэффициентами) некоторое количество входных отсчетов $x(k-i)$ и некоторое количество предыдущих выходных отсчетов $y(k-j)$. Данная формула называется *алгоритмом дискретной фильтрации*:

$$y(k) = b_0 x(k) + b_1 x(k-1) + \dots + b_m x(k-m) - a_1 y(k-1) - \dots - a_n y(k-n), \quad (1)$$

где a_j, b_i - вещественные коэффициенты.

Предыдущие выходные отсчеты могут и не использоваться при расчетах, тогда все $a_i = 0$ и фильтр называется *нерекурсивным*. Если предыдущие выходные отсчеты используются, фильтр называется *рекурсивным*.

Максимальное из чисел m и n называется *порядком фильтра*.

Если по-иному сгруппировать слагаемые в формуле (3.1), чтобы с одной стороны от знака равенства были только входные отсчеты, а с другой – только выходные, получим формулу, называемую *разностным уравнением*:

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \cdots + a_n y(k-n) \\ = b_0 x(k) + b_1 x(k-1) + \cdots + b_m x(k-m). \tag{3.2}$$

Способы описания дискретных систем.

Для дискретных систем имеются следующие формы представления:

- Коэффициенты полиномов числителя и знаменателя функции передачи системы (transfer function);
- Нули, полюсы и коэффициент усиления системы (разложение функции передачи на множители, zeros & poles);
- Полюсы и вычеты (представление функции передачи системы в виде суммы простых дробей);
- Параметры пространства состояний (state space);
- Представление в виде набора последовательно (каскадно) включенных секций второго порядка (second order sections).

Описание системы с помощью функции передачи.

Применив z-преобразование [1, стр. 173] к обеим частям разностного уравнения (3.2), можно получить выражение для функции передачи системы $H(z)$:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \ldots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots + a_n z^{-n}}. \tag{3.3}$$

Таким образом, функция передачи [1, стр. 224] *физически реализуемой* дискретной системы может быть представлена в виде отношения полиномов по отрицательным степеням переменной z.

В данном случае система описывается набором параметров $\{b_i\}$, $\{a_i\}$.

Временные характеристики системы.

К временным характеристикам дискретной системы относятся импульсная и переходная характеристики системы.

Выходная реакция системы на единичный импульс $x_0(k) = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases}$, определяемая при нулевых начальных условиях, называется импульсной характеристикой дискретной системы [1, стр. 222] и обозначается $h(k)$. Для *физически реализуемой* системы $h(k) = 0$ при $k < 0$.

Знание импульсной характеристики позволяет проанализировать прохождение через дискретную систему любого сигнала. Выходной сигнал, исходя из линейности и стационарности системы, должен представлять собой дискретную линейную свертку входного сигнала и импульсной характеристики системы:

$$y(k) = \sum_{m=-\infty}^{k} x(m)h(k-m). \tag{3.4}$$

Уравнение (3.4) называется *уравнением дискретной фильтрации*.

Реакция системы на поданный на вход единичный скачок $x(k) = \begin{cases} 0, & k < 0 \\ 1, & k \geq 0 \end{cases}$ называется *переходной характеристикой* системы.

Импульсная характеристика нерекурсивных и рекурсивных фильтров.

Для нерекурсивного фильтра импульсная характеристика определяется очень просто [1, стр. 245]:

$$h(k) = b_k, \tag{3.5}$$

где b_k – коэффициенты числителя функции передачи.

Очевидно, что функция передачи содержит конечное число коэффициентов, поэтому импульсная характеристика нерекурсивного фильтра также является конечной по длительности. Поэтому нерекурсивные фильтры еще называют фильтрами с *конечной импульсной характеристикой* (КИХ-фильтрами) или FIR-фильтрами (Finite Impulse Response, FIR).

Импульсная характеристика рекурсивного фильтра [1, стр. 248] рассчитывается значительно сложнее, чем для нерекурсивного, что обусловлено наличием обратных связей (использованием в расчетах предыдущих выходных отсчетов сигнала).

Наличие в схеме обратных связей позволяет получить бесконечную импульсную характеристику, поэтому рекурсивные фильтры называют также фильтрами с *бесконечной импульсной характеристикой* (БИХ-фильтрами, Infinite Impulse Response, IIR).

Частотная характеристика системы.

Получить комплексный коэффициент передачи (частотную характеристику) дискретной системы, можно, применив к формуле (3.3) соотношение [1, стр. 175], связывающее z-преобразование и преобразование Фурье. Тогда комплексный коэффициент передачи $\dot{K}(\omega)$ запишется в виде

$$\dot{K}(\omega) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k) e^{-j\omega kT}, \tag{3.6}$$

где T – шаг дискретизации.

Из формулы (3.6) видно, что частотная характеристика дискретной системы, так же как и спектр дискретизованного сигнала, является периодической функцией частоты с периодом, равным частоте дискретизации $\omega_д = 2\pi/T$.

Модуль $\left|\dot{K}(\omega)\right|$ и фаза $\varphi_k(\omega) = \arg\left(\dot{K}(\omega)\right)$ комплексного коэффициента передачи называются соответственно *амплитудно-частотной* (АЧХ) и *фазочастотной* (ФЧХ) характеристиками системы.

Фазовая и групповая задержки системы.

При преобразовании сигнала линейной дискретной системой различают два вида задержки [1, стр. 105]. *Фазовая задержка* (phase delay) на частоте ω – это задержка гармонического колебания с частотой ω, проходящего через систему. Значение фазовой задержки равно фазовому сдвигу, вносимому системой, деленному на частоту гармонического колебания, с обратным знаком:

$$\tau_\Phi(\omega) = -\frac{\varphi_K(\omega)}{\omega}, \tag{3.7}$$

где $\varphi_K(\omega)$ – ФЧХ системы.

Групповая задержка (group delay) на частоте ω – это задержка огибающей узкополосного сигнала со средней частотой ω. Групповая задержка равна производной от ФЧХ системы с обратным знаком:

$$\tau_{\text{гр}} = -\frac{d\varphi_K(\omega)}{d\omega}. \tag{3.8}$$

Описание системы с помощью нулей и полюсов.

Разложив числитель и знаменатель функции передачи (3.3) на множители, мы получим функцию передачи в следующем виде [1, стр. 225]:

$$H(z) = k\frac{(1 - z_1 z^{-1})(1 - z_2 z^{-1}) \dots (1 - z_m z^{-1})}{(1 - p_1 z^{-1})(1 - p_2 z^{-1}) \dots (1 - p_n z^{-1})}, \tag{3.9}$$

где $k = b_0$ - коэффициент усиления (gain); z_i - нули функции передачи; p_i - полюсы функции передачи.

В точках нулей функция передачи равна нулю $H(z_i) = 0$, а в точках полюсов стремится к бесконечности $H(p_i) \to \infty$.

В данном случае система описывается набором параметров $\{z_i\}$, $\{p_i\}$, k.

По расположению нулей и полюсов на комплексной плоскости мы можем предсказать приблизительную форму АЧХ системы. При расчете частотной характеристики точка, изображающая аргумент функции передачи на комплексной плоскости, движется по единичной окружности (рис. 3.2, а).

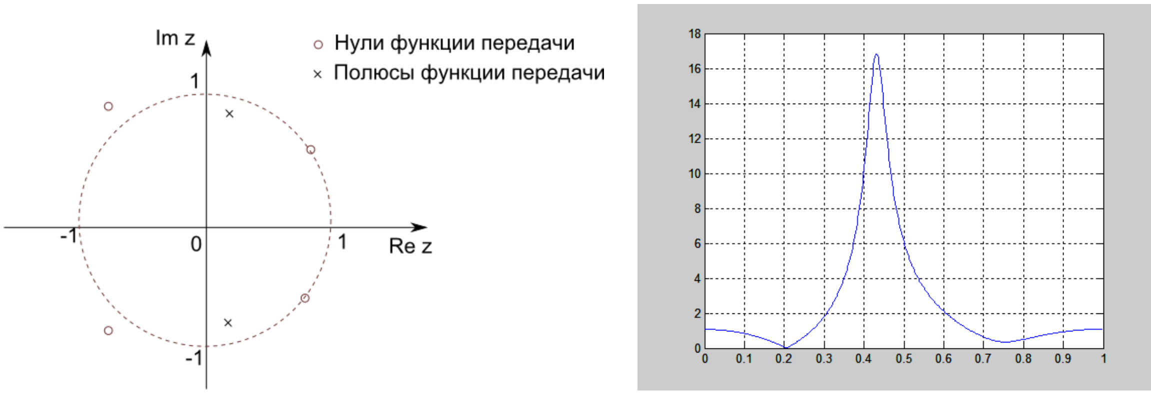

Рисунок 3.2 – *Связь нулей и полюсов функции передачи с формой АЧХ системы*

Следовательно (рис. 3.2, б):

- когда точка $z = \exp(j\omega T)$ находится вблизи одного из нулей функции передачи z_i, соответствующая разность $(z - z_i)$ окажется малой по сравнению с другими, в результате чего АЧХ в данной области частот будет иметь провал. Если нуль лежит на единичной окружности, АЧХ на соответствующей частоте будет иметь нулевое значение.
- когда точка $z = \exp(j\omega T)$ находится вблизи от одного из полюсов фукнции передачи p_i, соответствующая разность $(z - p_i)$ окажется малой по сравнению с другими, в результате чего АЧХ в данной области частот будет иметь подъем. Если полюс лежит на единичной окружности, АЧХ на соответствующей частоте будет стремиться к бесконечности.
- чем ближе к единичной окружности расположен нуль (полюс), тем более выраженным будет соответствующий провал (подъем) АЧХ.

<u>Описание системы с помощью полюсов и вычетов.</u>

Представим дробно-рациональную функцию передачи (3.3) в виде суммы простых дробей [1, стр. 230]:

$$H(z) = \frac{r_1}{1 - p_1 z^{-1}} + \cdots + \frac{r_n}{1 - p_n z^{-1}} + k_0 + k_1 z^{-1} + \cdots + k_{m-n} z^{-(m-n)}. \qquad (3.10)$$

Здесь p_i и r_i – *полюсы* функции передачи и соответствующие им *вычеты*. Поскольку на соотношение степеней *m* и *n* полиномов числителя и знаменателя в дискретном случае не накладывается никаких ограничений, целая часть функции передачи, представленная коэффициентами k_i, может содержать не только константу.

В данном случае система описывается набором параметров $\{r_i\}$, $\{p_i\}$, $\{k_i\}$.

Представление функции передачи в виде суммы простых дробей (10) позволяет вычислить импульсную характеристику системы, поскольку каждое слагаемое функции передачи вида $\frac{r_i}{1-p_i z^{-1}}$ соответствует экспоненциальному слагаемому импульсной характеристики вида

$$r_i p_i^k,\ k \geq 0. \qquad (3.11)$$

<u>Устойчивость дискретной системы.</u>

При отсутствии входного сигнала в дискретной системе могут существовать *свободные колебания*. Их вид зависит от начальных условий, то есть значений, хранящихся в элементах памяти системы в момент отключения входного сигнала.

Система называется устойчивой [1, стр.231], если при любых начальных условиях свободные колебания являются затухающими, то есть выполняется выражение

$$\lim_{k\to\infty} y(k) = 0 \text{ при } x(k) = 0. \tag{3.12}$$

Условие (3.12) эквивалентно условию затухания импульсной характеристики системы $h(k)$:

$$\lim_{k\to\infty} h(k) = 0. \tag{3.13}$$

Ранее было показано, что импульсная характеристика системы содержит слагаемые вида $r_i p_i^k$. Такие слагаемые при $k \to \infty$ затухают, если полюс p_i по модулю меньше единицы:

$$|p_i| < 1. \tag{3.14}$$

То есть, для устойчивой системы полюсы функции передачи должны находиться на комплексной плоскости внутри круга единичного радиуса.

<u>Описание системы с помощью пространства состояний.</u>

Сущность представления дискретной системы в пространстве состояний заключается в следующем. Имеется вектор параметров, описывающих внутреннее состояние системы, и две формулы, согласно которым производится изменение этого состояния и формирование выходного сигнала:

$$\begin{gathered} \boldsymbol{s}(k+1) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{s}(k) + \boldsymbol{B}x(k) \\ y(k) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{s}(k) + Dx(k) \end{gathered} \tag{3.15}$$

где $\boldsymbol{s}(k)$ – вектор состояния; $x(k)$ и $y(k)$ – соответственно отсчеты входного и выходного сигналов; **A**, **B**, **C**, D – параметры, описывающие систему.

<u>Описание системы с помощью секций второго порядка.</u>

Разбиение структуры фильтра на последовательно (каскадно) включенные блоки [1, стр. 253] часто используется на практике. Для создания последовательной реализации системы достаточно рассчитать ее нули и полюсы, после чего представить систему в виде каскадно соединенных звеньев первого порядка.

Однако часть этих звеньев (или все) может оказаться с комплексными коэффициентами. По этой причине при каскадной реализации вещественных фильтров их делят на секции второго порядка (second order sections, SOS). При этом пары комплексно-сопряженных нулей и полюсов объединяются и образуют каскады второго порядка.

Преимуществом таких каскадов перед звеньями первого порядка с комплексными коэффициентами является меньшее количество операций, которые необходимо выполнить для расчета значений выходного сигнала.

Рассмотрим конкретный пример. Пусть имеется функция передачи системы в виде полиномов числителя и знаменателя:

$$H(z) = \frac{0{,}0985 + 0{,}2956z^{-1} + 0{,}2956z^{-2} + 0{,}0985z^{-3}}{1 - 0{,}5772z^{-1} + 0{,}4218z^{-2} - 0{,}0563z^{-3}}.$$

Раскладывая ее на множители и преобразуя комплексно сопряженные пары во множители второго порядка, получаем каскадную форму представления системы в виде секций второго порядка:

$$H(z) = \frac{0{,}0985(1 + z^{-1})(1 + 2z^{-1} + z^{-2})}{(1 - 0{,}1584z^{-1})(1 - 0{,}4188z^{-1} + 0{,}3554z^{-2})}.$$

Порядок выполнения работы.

1. Вычисление дискретной свертки.

Запишите в конспекте номер своего варианта (варианты заданий приведены в конце данного задания) и форму представления дискретной системы.

Запустите MATLAB и создайте новый М-файл (New File->Script). Занесите в М-файл параметры системы согласно вашему варианту задания.

Преобразуйте исходное описание системы в функцию передачи (transfer function), заданную коэффициентами полиномов числителя и знаменателя `[b, a] = ss2tf(A, B, C, D)`. Если для вашего варианта система изначально задана в виде функции передачи, то делать это преобразование не нужно.

Запишите в конспект формулу для функции передачи вашей системы (используйте формулу (3.3)). Определите по виду функции передачи, является ли ваша система рекурсивным фильтром или нерекурсивным фильтром? Определите порядок фильтра.

Получите нерекурсивный фильтр, отбросив знаменатель функции передачи системы.

Воспользовавшись сведениями из раздела «Импульсная характеристика нерекурсивных и рекурсивных фильтров» теоретической части, запишите в конспект выражение для импульсной характеристики $h(t)$ полученного нерекурсивного фильтра.

Сделайте вывод о том, является ли полученная импульсная характеристика конечной или бесконечной?

Напишите код MATLAB для расчета выходных значений $y(t)$ сигнала при прохождении через полученный нерекурсивный дискретный фильтр входного сигнала, заданного вектором $x = [1\ 2\ 3\ 4\ ]$. Используйте функцию дискретной линейной свертки `conv`.

Пример кода:

```
% Вычислим дискретную свертку входного сигнала и импульсной характеристики
% нерекурсивного фильтра
x = [1 2 3 4]; % Входной сигнал
h = <<выражение для h>>; % Импульсная характеристика
% Вычисляем отсчеты выходного сигнала
y = conv(x, h)             % Вычисляем дискретную свертку
```

Обратите внимание, что функция `conv` вернула на выходе больше отсчетов выходного сигнала, чем было подано на вход. Чем можно это объяснить?

Постройте график выходного сигнала, используя функцию `stem`.

Пример кода:

```
% Строим график выходного сигнала
stem(y);
title('Выходной сигнал нерекурсивного фильтра');
xlabel('k');
ylabel('y(k)');
```

Помимо функции `conv`, для вычисления дискретной свертки можно воспользоваться функцией `filter`, формат вызова которой следующий: `[y, s] = filter(b, a, x)`.

Функция `filter` предоставляет больше возможностей, в том числе позволяет производить блочную обработку сигнала (помимо выходного сигнала `y` она возвращает внутреннее состояние `s` фильтра, которое можно подать на вход при последующих вызовах функции `filter`). Также она не требует знания импульсной характеристики, так как принимает на вход коэффициенты `b` и `a` полиномов функции передачи.

Теперь вернемся к исходному рекурсивному фильтру и рассчитаем для него значения выходного сигнала, в два этапа, используя функцию `filter`. На первом этапе рассчитайте значения выходного сигнала, подав на вход вектор $x = [1\ 2\ 3\ 4\ ]$.

Пример кода:

```
% Расчет значений выходного сигнала для рекурсивного фильтра.
% Подаем на вход первую порцию значений сигнала, а на выходе получаем
% значения выходного сигнала и внутреннее состояние системы.
[y1, s] = filter(b, a, x);
```

Обратите внимание, что функция `filter` вернула вторым выходным параметром внутреннее состояние системы, и его можно применить для обработки последующих отсчетов сигнала. Подайте на вход фильтра вторую порцию отсчетов сигнала $x2 = [5\ 4\ 3\ 2]$ и внутреннее состояние системы `s`, а на выходе получите вторую порцию значений отсчетов выходного сигнала и постройте график всех отсчетов выходного сигнала.

Пример кода:

```
% Теперь подаем на вход вторую порцию входных значений сигнала и полученное
% ранее внутреннее состояние системы.
x2 = [5 4 3 2];
y2 = filter(b, a, x2, s);
y = [y1 y2]; % объединяем порции выходного сигнала
figure
stem(y); % рисуем график всех значений выходного сигнала
title('Выходной сигнал рекурсивного фильтра');
xlabel('k');
ylabel('y(k)');
```

Покажите результат преподавателю.

<u>2. Расчет временных характеристик системы.</u>

Рассчитайте импульсную характеристику рекурсивного фильтра, используя функцию `impz`. Нарисуйте график полученной импульсной характеристики с помощью функции `stem`.

Пример кода:

```
% Расчет импульсной характеристики рекурсивного фильтра
h = impz(b, a);
figure
stem(h);
title('Импульсная характеристика рекурсивного фильтра');
xlabel('k');
ylabel('h(k)');
```

Схематично занесите полученный график импульсной характеристики системы в конспект.

Получите переходную характеристику системы, подав на вход последовательность единичный отсчетов и рассчитав выходные значения сигнала с помощью функции `filter`. Для задания единичных отсчетов удобно воспользоваться функцией `ones`, которая заполняет матрицу единицами.

Пример кода:

```
% Расчет переходной характеристики фильтра
g = filter(b, a, ones(1,20))
```

В MATLAB для расчета переходной характеристики предусмотрена функция `stepz`, которая делает то же самое. Убедитесь в этом, рассчитав переходную характеристику с помощью функции `stepz` и сравнив результаты.

Пример кода:

```
g2 = stepz(b, a)
```

Постройте график переходной характеристики системы.

Пример кода:

```
figure
stem(g); % Рисуем график
title('Переходная характеристика рекурсивного фильтра');
xlabel('k');
ylabel('g(k)');
```

Схематично занесите график переходной характеристики системы в конспект. Покажите результат преподавателю.

3. Нули и полюсы фильтра.

Рассчитайте нули и полюсы рекурсивного фильтра с помощью функции `tf2zp`. Обратите внимание, что `tf2zp` требует, чтобы длины входных векторов `b` и `a` совпадали. Если в вашем случае длины не совпадают, для выравнивания длин воспользуйтесь функцией `eqtflength`.

Пример кода:

```
% Нули и полюсы фильтра
[b1, a1] = eqtflength(b, a); % Выравниваем длину числителя и знаменателя
[z, p, k] = tf2zp(b1, a1) % Расчет нулей и полюсов
```

Постройте график нулей и полюсов фильтра на комплексной z-плоскости, используя MATLAB функцию `zplane`.

Пример кода:

```
% Рисуем график нулей и полюсов
figure
zplane(z, p)
```

Занесите график нулей и полюсов в конспект.

Используя формулу (3.14), сделайте вывод о том, является ли система устойчивой.

По полученному графику нулей и полюсов зарисуйте в конспекте приблизительную форму АЧХ. Для этого воспользуйтесь сведениями из раздела «Нули и полюсы системы» теоретической части и рис. 3.2.

Покажите результат преподавателю.

4. Расчет частотных характеристик системы.

Используя MATLAB-функцию `freqz`, рассчитайте комплексный коэффициент передачи и АЧХ системы. При расчете функция `freqz` использует частоты, измеряемые в радианах на отсчет (при такой нормировке частота Найквиста равна π).

Для задания вектора частот для анализа используйте 512 точек, распределенных равномерно в интервале от 0 до частоты Найквиста. Для этого удобно воспользоваться функцией `freqspace` (функция `freqspace` возвращает нормированные частоты в интервале от нуля до единицы, поэтому их необходимо умножить на π перед подачей в функцию `freqz`).

Пример кода:

```
w = freqspace(2*512); % Формируем вектор частот
K = freqz(b, a, w*pi); % Комплексный коэффициент передачи
K_amp = abs(K); % Расчет АЧХ
```

Постройте график АЧХ фильтра в децибелах (такой график еще называют логарифмической АЧХ или ЛАЧХ). Для пересчета АЧХ в децибелы используйте формулу $\text{ЛАЧХ} = 20\lg(\text{АЧХ})$. По оси частот отложите нормализованные частоты в интервале от нуля до единицы.

Пример кода:

```
% Рисуем график АЧХ
K_amp = 20*log10(K_amp); % Преобразуем АЧХ в децибелы
figure
plot(w, K_amp); % рисуем график АЧХ
title('АЧХ фильтра');
xlabel('Нормализованная частота (x\pi рад/отсчет)');
ylabel('АЧХ фильтра (дБ)');
grid on
```

Рассчитайте ФЧХ системы с помощью функции `phasez` (функция phasez построит график автоматически, если не задавать для нее выходных параметров).

Пример кода:

```
% Расчет ФЧХ фильтра
figure
phasez(b, a)
```

Чем можно объяснить отсутствие скачков на графике ФЧХ?

Занесите полученные графики АЧХ и ФЧХ в конспект.

Рассчитайте фазовую и групповую задержки системы, используя соответственно функции `phasedelay` и `grpdelay`. Данные функции построят графики автоматически, если не указать их выходные параметры.

Пример кода:

```
% Расчет фазовой задержки фильтра
figure
phasedelay(b, a)

% Расчет групповой задержки фильтра
figure
grpdelay(b, a)
```

Схематично занесите полученные графики в конспект.

Используйте визуализатор фильтров (функция `fvtool`) для просмотра графиков временных и частотных характеристик фильтра: импульсной и переходной характеристик, АЧХ, ФЧХ, нулей и полюсов, фазовой и групповой задержек.

Пример кода:

```
% Визуализатор фильтров
fvtool(b, a)
```

Сравните полученные ранее графики с теми, которые отображает визуализатор фильтров (результаты должны совпадать).

Покажите результат преподавателю.

5. Представление системы в виде секций второго порядка.

Найдите представление системы в виде секций второго порядка (second order sections). Воспользуйтесь функцией `zp2sos`.

Пример кода:

```
% Преобразование фильтра в каскад секций второго порядка
sos = zp2sos(z, p)
```

Выведите полученную матрицу `sos` на экран. Матрица `sos` представляет собой набор 6-столбцовых строк, каждая строка соответствует одной секции и устроена следующим образом:

$$[b_0\ b_1\ b_2\ 1\ a_1\ a_2].$$

Такой строке соответствует функция передачи

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}.$$

Используя сведения из теоретической части и полученную матрицу `sos`, запишите вид функции передачи для своей системы. Покажите результат преподавателю.

Варианты заданий.

<u>1-й вариант</u>

Система задана формой представления «пространство состояний»:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} -0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{C} = (3.5 \quad 3 \quad 2 \quad 0.5)$$

$$D = 1$$

<u>2-й вариант</u>

Система задана формой представления «функция передачи»:

$$\boldsymbol{b} = (1 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 0.5)$$

$$\boldsymbol{a} = (1 \quad 0.5)$$

Контрольные вопросы.

1. Понятие дискретного фильтра.
2. Рекурсивные и нерекурсивные дискретные фильтры.
3. Временные характеристики дискретных систем.
4. Частотные характеристики дискретных систем.
5. Способы описания дискретных систем.
6. Понятие устойчивости дискретной системы.