МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для самостоятельной работы студентов всех специальностей
по дисциплине «Высшая математика»
по теме «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»

ОБРАЗЕЦ РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ

1. Вычислить определитель второго порядка $\begin{vmatrix} \sin^2\alpha & \cos^2\alpha \\ \sin^2\beta & \cos^2\beta \end{vmatrix}$.

Решение. Используем правило вычисления определителя II порядка и преобразуем затем полученное выражение согласно тригонометрическим формулам:

$$\begin{vmatrix} \sin^2\alpha & \cos^2\alpha \\ \sin^2\beta & \cos^2\beta \end{vmatrix} = \sin^2\alpha\cos^2\beta - \sin^2\beta\cos^2\alpha = (\sin\alpha\cos\beta)^2 - (\sin\beta\cos\alpha)^2 =$$

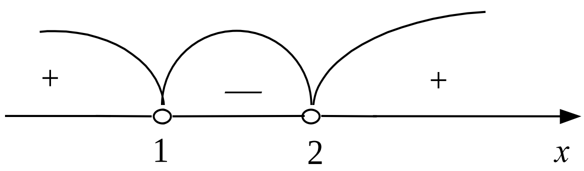
$$= (\sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha)(\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha) = \sin(\alpha-\beta)\sin(\alpha+\beta).$$

2. Решить неравенство $\begin{vmatrix} x^2+5 & 3 \\ x+1 & 1 \end{vmatrix} > 0$.

Решение. Раскрывая определитель, получаем неравенство:

$$\begin{vmatrix} x^2+5 & 3 \\ x+1 & 1 \end{vmatrix} = x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2) > 0.$$

Решение данного неравенства строим методом интервалов



Ответ: $x \in (-\infty;1) \cup (2;+\infty)$.

3. Вычислить определитель третьего порядка $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \\ 3 & -4 & 0 \end{vmatrix}$.

а) Чтобы получить значение определителя III порядка воспользуемся правилом «треугольников», для чего добавим справа от определителя два первых его столбца, после чего выделим диагонали, содержащие положительные (отмечены ———————) и отрицательные (отмечены — — —) произведения элементов определителя:

$$\left|\begin{matrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \\ 3 & -4 & 0 \end{matrix}\right|\begin{matrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \\ 3 & -4 \end{matrix}$$

Тогда значение определителя оказывается равным

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \\ 3 & -4 & 0 \end{vmatrix} = 1\cdot1\cdot0 + 2\cdot(-3)\cdot3 + 4\cdot(-2)\cdot(-4) - 4\cdot1\cdot3 -$$

$$-1\cdot(-3)\cdot(-4) - 2\cdot(-2)\cdot0 = 0 - 18 + 32 - 12 - 12 + 0 = -10.$$

б) Найдем значение данного определителя более рациональным, с вычислительной точки зрения, методом – преобразованием к «удобному» виду с последующим разложением по элементам строки (столбца). Преобразуем определитель добавлением ко второй строке **II** удвоенной первой 2·**I**, и вычитанием из третьей строки определителя **III** утроенной первой 3·**I**. Согласно свойствам определителя он не изменит своего значения:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \\ 3 & -4 & 0 \end{vmatrix} \; \mathbf{II} + 2\cdot\mathbf{I} \; = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 5 & 5 \\ 3 & -4 & 0 \end{vmatrix} \mathbf{III} - \mathbf{3}\cdot\mathbf{I} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 5 & 5 \\ 0 & -10 & -12 \end{vmatrix}$$

6 Используя разложение определителя по элементам первого столбца, так как он содержит лишь один ненулевой элемент, получаем следующее значение определителя:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 5 & 5 \\ 0 & -10 & -12 \end{vmatrix} = a_{11}A_{11} = 1\cdot(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 5 & 5 \\ -10 & -12 \end{vmatrix} = -10\cdot$$

Ответ: -10.

4. Найти $f(A)$, если $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$; $f(A) = A^3 - 7A^2 + 13A - 5E.$

Решение.

По условию задачи $f(A) = A^3 - 7A^2 + 13A - 5E$, где $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ - единичная матрица III порядка. Вычислим степени A^3, A^2 по правилу умножения двух матриц $A_{n\times m}\cdot B_{m\times p} = C_{n\times p}$, где элементы матрицы C ($C_{ij} = \sum_{k=1}^{m} a_{ik}b_{kj},\ i = 1,2,...,n;\ j = 1,2,...p)$, находятся как сумма произведений элементов i-ой строки матрицы A и j-го столбца матрицы B.

Получаем:

$$A^2 = A\cdot A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 5\cdot5 + 2\cdot1 - 3\cdot2 & 5\cdot2 + 2\cdot3 - 3\cdot2 & -5\cdot3 - 1\cdot2 + (-3)\cdot(-1) \\ 1\cdot5 + 3\cdot1 - 1\cdot2 & 1\cdot2 + 3\cdot3 - 1\cdot2 & -1\cdot3 - 3\cdot1 + (-1)\cdot(-1) \\ 2\cdot5 + 2\cdot1 - 1\cdot2 & 2\cdot2 + 2\cdot3 - 1\cdot2 & -2\cdot3 - 2\cdot1 + (-1)\cdot(-1) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 21 & 10 & -14 \\ 6 & 9 & -5 \\ 10 & 8 & -7 \end{pmatrix};$$

$$A^2 = A^2\cdot A = \begin{pmatrix} 21 & 10 & -14 \\ 6 & 9 & -5 \\ 10 & 8 & -7 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 87 & 44 & -59 \\ 29 & 29 & -22 \\ 44 & 30 & -31 \end{pmatrix}.$$

По правилам умножения матрицы на скаляр и сложения матриц находим $f(A)$:

$$f(A)=A^3-7A^2+13A-5E=\begin{pmatrix}87&44&-59\\29&29&-22\\44&30&-31\end{pmatrix}-7\begin{pmatrix}21&10&-14\\6&9&-5\\10&8&-7\end{pmatrix}+$$

$$+13\begin{pmatrix}5&2&-3\\1&3&-1\\2&2&-1\end{pmatrix}-5\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}87-7\cdot21+13\cdot5-5 & 44-7\cdot10+13\cdot2 & -59+7\cdot14-13\cdot3\\ 29-7\cdot6+13\cdot1 & 29-7\cdot9+13\cdot3-5 & -22+7\cdot5-13\\ 44-7\cdot10+13\cdot2 & 30-7\cdot8+13\cdot2 & -31+7\cdot7-13-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}.$$

Ответ: $\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$.

5. Найти матрицу, обратную данной

$$\begin{pmatrix}3&4&-2\\1&2&4\\0&1&1\end{pmatrix}.$$

Сделать проверку.

Решение.

Вычисляем определитель матрицы:

$$\Delta=\begin{array}{c}\quad\ \ \mathbf{II-III}\\ \begin{vmatrix}3&4&-2\\1&2&4\\0&1&1\end{vmatrix}\end{array}=\begin{vmatrix}3&6&-2\\1&-2&4\\0&0&1\end{vmatrix}=1\cdot(-1)^{3+3}\begin{vmatrix}3&6\\1&-2\end{vmatrix}=-6-6=-12,$$

так как определитель матрицы $\Delta=-12\neq0$, то существует обратная матрица

$$A^{-1}=\frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix}A_{11}&A_{21}&A_{31}\\A_{12}&A_{22}&A_{32}\\A_{13}&A_{23}&A_{33}\end{pmatrix},$$

где A_{ij} – алгебраические дополнения элементов исходной матрицы.

Найдем алгебраические дополнения:

$$A_{11}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}2&4\\1&1\end{vmatrix}=-2;\ A_{21}=(-1)^{2+1}\begin{vmatrix}4&-2\\1&1\end{vmatrix}=-6;\ A_{31}=(-1)^{3+1}\begin{vmatrix}4&-2\\2&4\end{vmatrix}=20;$$

$$A_{12}=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}1&4\\0&1\end{vmatrix}=-1;\ A_{22}=(-1)^{2+2}\begin{vmatrix}3&-2\\0&1\end{vmatrix}=3;\ A_{32}=(-1)^{3+2}\begin{vmatrix}3&-2\\1&4\end{vmatrix}=-14;$$

$A_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}1&2\\0&1\end{vmatrix}=1;\ A_{23}=(-1)^{2+3}\begin{vmatrix}3&4\\0&1\end{vmatrix}=-3;\ A_{33}=(-1)^{3+3}\begin{vmatrix}3&4\\1&2\end{vmatrix}=2.$ Строим обратную матрицу A^{-1}:

$$A^{-1}=\frac{1}{-12}\begin{pmatrix}-2&-6&20\\-1&3&-14\\1&-3&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1/6&1/2&-5/3\\1/6&-1/4&7/6\\-1/6&1/3&-1/6\end{pmatrix}.$$

Проверка полученного решения:

$$A\cdot A^{-1}=\frac{1}{-12}\begin{pmatrix}3 & 4 & -2\\ 1 & 2 & 4\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & -6 & 20\\ -1 & 3 & -14\\ 1 & -3 & 2\end{pmatrix}=$$

$$=\frac{1}{-12}\begin{pmatrix}-6-4-2 & -18+12+6 & 60-56-4\\ -2-2+4 & -6+6-12 & 20-28+8\\ -1+1 & 3-3 & -14+2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=$$

$$=A^{-1}\cdot A=\frac{1}{-12}\begin{pmatrix}-2 & -6 & 20\\ -1 & 3 & -14\\ 1 & -3 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & 4 & -2\\ 1 & 2 & 4\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}=$$

$$=\frac{1}{-12}\begin{pmatrix}-6-6 & -8-12+20 & 4-24+20\\ -3+3 & -4+6-14 & 2+12-14\\ 3-3 & 4-6+2 & -2-12+2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=E.$$

Ответ: $\begin{pmatrix}1/6 & 1/2 & -5/3\\ 1/6 & -1/4 & 7/6\\ -1/6 & 1/3 & -1/6\end{pmatrix}$.

6. Решить систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases}3x_1-2x_2+3x_3=4\\ 5x_1+4x_2-7x_3=0\\ x_1-x_2+2x_3=3\end{cases}.$$

a) Решение системы по правилу Крамера.

Вычислим определитель системы:

$$\Delta=\begin{vmatrix}3 & -2 & 3\\ 5 & 4 & -7\\ 1 & -1 & 2\end{vmatrix}\begin{matrix}\mathrm{I}-3\cdot\mathrm{III}\\ \mathrm{II}-5\cdot\mathrm{III}\\ \end{matrix}=\begin{vmatrix}0 & 1 & -3\\ 0 & 9 & -17\\ 1 & -1 & 2\end{vmatrix}=1\cdot(-1)^{3+1}\begin{vmatrix}1 & -3\\ 9 & -17\end{vmatrix}=-17+27=10\neq 0$$

Так как определитель системы отличен от нуля, то данная система имеет единственное решение. Чтобы воспользоваться формулами Крамера, находим дополнительные определители, полученные из определителя системы путем замены коэффициентов при неизвестном x_i столбцом свободных членов:

$$\Delta_1=\begin{vmatrix}4 & -2 & 3\\ 0 & 4 & -7\\ 3 & -1 & 2\end{vmatrix}=10;\ \Delta_2=\begin{vmatrix}3 & 4 & 3\\ 5 & 0 & -7\\ 1 & 3 & 2\end{vmatrix}=40;\ \Delta_1=\begin{vmatrix}3 & -2 & 4\\ 5 & 4 & 0\\ 1 & -1 & 3\end{vmatrix}=30.$$

Используя формулы Крамера, получаем решение системы:

$$x_1=\frac{\Delta_1}{\Delta}=1;\ x_2=\frac{\Delta_2}{\Delta}=4;\ x_3=\frac{\Delta_3}{\Delta}=3.$$

b) Решение системы методом обратной матрицы.

Матричное решение системы имеет вид

$$X = A^{-1} \cdot B.$$

В нашем случае

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix},$$

A^{-1} – матрица обратная к $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 5 & 4 & -7 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

Находим матрицу A^{-1} (см. задание №5):

$$A^{-1} = \frac{1}{10}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -17 & 3 & 36 \\ -9 & 1 & 22 \end{pmatrix}.$$

Тогда решение системы в матричном виде имеет следующий вид

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{10}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -17 & 3 & 36 \\ -9 & 1 & 22 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{10}\begin{pmatrix} 4+6 \\ -68+108 \\ -36+66 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Отсюда, имеем решение заданной системы: $x_1 = 1;\ x_2 = 4;\ x_3 = 3$.

с) Решение системы методом Гаусса.

Составим расширенную матрицу системы

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & -7 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \end{array}\right).$$

Проведем элементарные преобразования над строками таким образом, чтобы все элементы, расположенные ниже главной диагонали, стали равными нулю.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & -7 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \end{array}\right) \cong \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & -7 & 0 \\ 3 & -2 & 3 & 4 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ \mathbf{II - 5 \cdot I} \cong \\ \mathbf{III - 3 \cdot I} \end{array}$$

$$\cong \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 9 & -17 & -15 \\ 0 & 1 & -3 & -5 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ \\ \mathbf{9 \cdot III - II} \end{array} \cong \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 9 & -17 & -15 \\ 0 & 0 & -10 & -30 \end{array}\right).$$

В результате этих преобразований система принимает следующий вид

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ \quad 9x_2 - 17x_3 = -15. \\ \qquad -10x_3 = -30 \end{cases}$$

Из последнего уравнения имеем $x_3 = 3$, подставив это значение во второе уравнение, получим $x_2 = 4$ и, наконец, из первого уравнения находим

$$x_1 = 3 - 2 \cdot x_3 + x_2 = 3 - 2 \cdot 3 + 4 = 1.$$

Ответ: $x_1 = 1;\ x_2 = 4;\ x_3 = 3$.

7. Решить систему линейных однородных уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 7x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \end{cases}.$$

Решение.

С помощью элементарных преобразований приведем матрицу системы к треугольному виду

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 7 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{II} - \mathbf{I} \cong \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mathbf{I} \cdot 4 \\ \mathbf{II} \cdot 3 \end{matrix} \cong \begin{pmatrix} 12 & 8 & 4 \\ 12 & 9 & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} \mathbf{I} : 4 \\ \mathbf{II} - \mathbf{I} \end{matrix} \cong \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Отсюда следует, что ранг матрицы $\mathbf{r}(A) = 2$, так как минор $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 3 \neq 0$. Данный минор является базисным, при этом переменные x_1 и x_2, при которых выбраны столбцы базисного минора, являются базисными. Переменная x_3 оказывается свободной.

Так как ранг системы меньше числа неизвестных системы $\mathbf{r}(A) < 3$, однородная система линейных уравнений имеет бесконечное множество решений. Найдем их, решая систему относительно базисных неизвестных

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ \qquad\quad x_2 - x_3 = 0 \end{cases}; \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = -x_3 \\ \qquad\quad x_2 = \;\; x_3 \end{cases}; \begin{cases} x_1 = \dfrac{-x_3 - 2x_2}{3} \\ x_2 = x_3 \end{cases}; \begin{cases} x_1 = -x_3 \\ x_2 = x_3 \end{cases}.$$

Свободная переменная может принимать любые значения, поэтому положим $x_3 = C$. Тогда общее решение однородной системы может быть записано следующим образом $x_1 = -C, x_2 = C, x_3 = C.$

Ответ: $x_1 = -C, x_2 = C, x_3 = C.$

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ

Задание №1. Вычислить определитель второго порядка:

1.1. $\begin{vmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ -\cos\alpha & \sin\alpha \end{vmatrix}$ 1.2. $\begin{vmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta \end{vmatrix}$ 1.3. $\begin{vmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta \end{vmatrix}$

1.4. $\begin{vmatrix} \mathrm{tg}\alpha & -1 \\ 1 & \mathrm{tg}\alpha \end{vmatrix}$ 1.5. $\begin{vmatrix} a+b & b+d \\ a+c & c+d \end{vmatrix}$ 1.6. $\begin{vmatrix} 1+\sqrt{2} & 2-\sqrt{3} \\ 2+\sqrt{3} & 1-\sqrt{2} \end{vmatrix}$

1.7. $\begin{vmatrix} 1 & \log_b a \\ \log_a b & 1 \end{vmatrix}$ 1.8. $\begin{vmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{vmatrix}$ 1.9. $\begin{vmatrix} x-1 & 1 \\ x^3 & x^3+x+1 \end{vmatrix}$

1.10. $\begin{vmatrix} \sqrt{a}-1 & -1 \\ a & \sqrt{a}+1 \end{vmatrix}$ 1.11. $\begin{vmatrix} a^2 & ab \\ ab & b^2 \end{vmatrix}$ 1.12. $\begin{vmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix}$

1.13. $\begin{vmatrix} \mathrm{tg}\alpha & \mathrm{tg}\alpha \\ \mathrm{ctg}\alpha & \mathrm{ctg}\alpha \end{vmatrix}$ **1.14.** $\begin{vmatrix} a-b & a+b \\ a+b & a-b \end{vmatrix}$ **1.15.** $\begin{vmatrix} \log_b a & 1 \\ 1 & \log_a b \end{vmatrix}$

1.16. $\begin{vmatrix} 1-\sqrt{5} & 1-\sqrt{7} \\ 1+\sqrt{7} & 1+\sqrt{5} \end{vmatrix}$ **1.17.** $\begin{vmatrix} a+b & a-b \\ a+b & a-b \end{vmatrix}$ **1.18.** $\begin{vmatrix} \sqrt{m}-\sqrt{n} & 1 \\ m+n & \sqrt{m}+\sqrt{n} \end{vmatrix}$

1.19. $\begin{vmatrix} \log_{\sqrt{2}} 2 & 3 \\ 2 & 2^{\log_2 3} \end{vmatrix}$ **1.20.** $\begin{vmatrix} \log_3 \frac{1}{9} & -2 \\ 3 & \log_2 8 \end{vmatrix}$ **1.21.** $\begin{vmatrix} \sin\frac{\pi}{4} & \cos\frac{\pi}{2} \\ \sin\frac{\pi}{2} & \cos\frac{\pi}{4} \end{vmatrix}$

1.22. $\begin{vmatrix} \sin\frac{7\pi}{6} & \cos\frac{7\pi}{6} \\ \cos\frac{5\pi}{4} & \sin\frac{5\pi}{4} \end{vmatrix}$ 1.23. $\begin{vmatrix} 0{,}25 & 2^{-3} \\ \frac{1}{2} & 2^{-2} \end{vmatrix}$ 1.24. $\begin{vmatrix} 2^{\log_2 3-\log_2 4} & \frac{1}{2} \\ 3 & \log_{\sqrt{2}} 2 \end{vmatrix}$

1.25. $\begin{vmatrix} \log_{25} 5 & \frac{1}{4} \\ 2\cos\frac{\pi}{3} & \sin\frac{\pi}{6} \end{vmatrix}$ **1.26.** $\begin{vmatrix} 2^x & \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2} \\ 8 & 2^{1-x} \end{vmatrix}$ **1.27.** $\begin{vmatrix} \sqrt{39}-\sqrt{26} & 2 \\ \sqrt{3}-\sqrt{2} & \frac{1}{\sqrt{13}} \end{vmatrix}$

1.28 $\begin{vmatrix} a-b & 3ab \\ a-b & a^2+ab+b^2 \end{vmatrix}$ **1.29.** $\begin{vmatrix} a^2-ab+b^2 & -3ab \\ a+b & a+b \end{vmatrix}$

1.30. $\begin{vmatrix} \cos 2\alpha & 2\sin^2\frac{\alpha}{2} \\ 2\cos^2\frac{\alpha}{2} & -1 \end{vmatrix}$.

Задание №2. Решить неравенство.

2.1. $\begin{vmatrix} x & 3x \\ 4 & 2x \end{vmatrix} < 14$ **2.2.** $\begin{vmatrix} x & x+5 \\ 2 & x \end{vmatrix} > -7$ **2.3.** $\begin{vmatrix} 3x-3 & 2 \\ x & 1 \end{vmatrix} > 0$

Ответ: $(-1;7)$. Ответ: $(-\infty,-1)\cup(3,+\infty)$. Ответ: $(3;+\infty)$.

2.4. $\begin{vmatrix} 1 & x+5 \\ 2 & x \end{vmatrix} < 0$ **2.5.** $\begin{vmatrix} 2x-2 & 1 \\ 7x & 2 \end{vmatrix} > 5$ **2.6.** $\begin{vmatrix} x & x \\ 2 & x \end{vmatrix} > -1$

Ответ: $(-10;+\infty)$. **Ответ:** $(-\infty,-3)$. **Ответ:** $(-\infty,1)\cup(1,\infty)$.

2.7. $\begin{vmatrix} 2x+1 & 1 \\ 5x & 3 \end{vmatrix} > 0$ **2.8.** $\begin{vmatrix} 5x+7 & 5 \\ x & 3 \end{vmatrix} > 0$ **2.9.** $\begin{vmatrix} 2x & 4 \\ 3x & x \end{vmatrix} > 0$

Ответ: $(-3;+\infty)$. Ответ: $(-2,1;+\infty)$ Ответ: $(-\infty,0)\cup(6,+\infty)$

2.10. $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 3x-4 & 5 \end{vmatrix} > 1$ **2.11.** $\begin{vmatrix} x & -1 \\ 5x+6 & x \end{vmatrix} > 0$ **2.12.** $\begin{vmatrix} x & x+5 \\ 2 & x \end{vmatrix} < -7$

Ответ: $(-\infty,7)$. Ответ: $(-\infty,-3)\cup(-2,+\infty)$ Ответ: $(-1;3)$

2.13. $\begin{vmatrix} 3x-2 & x \\ -x & -1 \end{vmatrix} > 0$ **2.14.** $\begin{vmatrix} x & x-1 \\ 5 & x \end{vmatrix} > -1$ **2.15.** $\begin{vmatrix} x & 2 \\ x+5 & 1 \end{vmatrix} > 0$

Ответ: $(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$. **Ответ:** $(-\infty,2)\cup(3,+\infty)$ **Ответ:** $(-\infty,-10)$

2.16. $\begin{vmatrix} 2 & x \\ x & x+5 \end{vmatrix} > 7$ **2.17.** $\begin{vmatrix} x & 2x+8 \\ -8 & x \end{vmatrix} \geq 0$ **2.18.** $\begin{vmatrix} 3x & 2 \\ 2 & 3x \end{vmatrix} \geq 0$

Ответ: $(-1,3)$ **Ответ:** $(-\infty,+\infty)$. **Ответ:** $(-\infty,-\frac{2}{3}]\cup[\frac{2}{3},+\infty)$

2.19. $\begin{vmatrix} x & 3x \\ 4 & 2x \end{vmatrix} > 14$ **2.20.** $\begin{vmatrix} 1 & x \\ 2 & 3x-3 \end{vmatrix} < 0$ **2.21.** $\begin{vmatrix} x & 2 \\ x & x \end{vmatrix} < -1$

Ответ: $(-\infty,-1)\cup(7,+\infty)$ **Ответ:** $(-\infty,3)$ **Ответ:** $x\in\varnothing$.

2.22. $\begin{vmatrix} 2 & x \\ x & x+5 \end{vmatrix} < 7$ **2.23.** $\begin{vmatrix} 2 & 7x \\ 1 & 2x-2 \end{vmatrix} < 5$ **2.24.** $\begin{vmatrix} x & -16 \\ x+4 & x \end{vmatrix} \leq 0$

Ответ: $(-\infty,-1)\cup(3,+\infty)$. Ответ: $(-3,+\infty)$. Ответ: $x=-8$.

2.25. $\begin{vmatrix} 2x & 4 \\ 3x & x \end{vmatrix} < 0$ **2.26.** $\begin{vmatrix} 3x & x \\ 6 & x \end{vmatrix} > 0$ **2.27.** $\begin{vmatrix} x & 5 \\ x-1 & x \end{vmatrix} < -1$

Ответ: $(0;6)$ **Ответ:** $(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$ **Ответ:** $(2;3)$

2.28. $\begin{vmatrix} 2 & 2x \\ -x & 2x \end{vmatrix} < 0$ **2.29.** $\begin{vmatrix} x^2 & -x \\ 6 & 6 \end{vmatrix} \geq 0$ **2.30.** $\begin{vmatrix} x & 6 \\ x & 3x \end{vmatrix} \leq 0$.

Ответ: $(-2;0)$. Ответ: $(-\infty,-1]\cup[0,+\infty)$ Ответ: $[0;2]$

Задание №3. Вычислить определитель третьего порядка.

3.1. $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$ 3.2. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & 1 \\ 3 & 8 & -2 \end{vmatrix}$ 3.3. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{vmatrix}$

16

Ответ: -12. Ответ: -2. Ответ: 29.

3.4. $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 16 \\ 0 & -1 & 10 \end{vmatrix}$ 3.5. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix}$ 3.6. $\begin{vmatrix} 1 & 17 & -7 \\ -1 & 13 & 1 \\ 1 & 7 & 1 \end{vmatrix}$

Ответ: 87. Ответ: 0. Ответ: 180.

3.7. $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 10 \\ 0 & -1 & 10 \end{vmatrix}$ 3.8. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ 3.9. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \\ 3 & -4 & 2 \end{vmatrix}$

Ответ: 80. Ответ: 18. Ответ: 0.

3.10. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \\ 1 & 8 & 27 \end{vmatrix}$ 3.11. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \end{vmatrix}$ 3.12. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$

Ответ: 12. Ответ: 3. Ответ: 0.

3.13. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 7 \\ -2 & 3 & -2 \\ 4 & 5 & 11 \end{vmatrix}$ 3.14. $\begin{vmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 8 & 7 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix}$ 3.15. $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 10 \end{vmatrix}$

Ответ: 3. Ответ: 0. Ответ: -3.

3.16. $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 0 & -3 & -6 \\ 3 & 6 & 10 \end{vmatrix}$ 3.17. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 0 \\ -2 & -3 & 1 \end{vmatrix}$ 3.18. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

Ответ: -3. Ответ: 10. Ответ: -10.

3.19. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -6 \\ 3 & 8 & -15 \end{vmatrix}$ 3.20. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -4 & 7 \\ -3 & 12 & -15 \end{vmatrix}$ 3.21. $\begin{vmatrix} 2 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & -6 \\ 1 & -4 & 2 \end{vmatrix}$

Ответ: 0. Ответ: 144. Ответ: -96.

3.22. $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 6 & -6 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$

Ответ: 10.

3.23. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$

Ответ: -2.

3.24. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \\ 2 & -4 & 3 \end{vmatrix}$

Ответ: 17.

3.25. $\begin{vmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

Ответ: -16.

3.26. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$

Ответ: 21.

3.27. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & -5 \\ 3 & 2 & 7 \end{vmatrix}$

Ответ: -2.

3.28. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{vmatrix}$

Ответ: 2.

3.29. $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 15 \\ 1 & -1 & 10 \end{vmatrix}$

Ответ: 115.

3.30. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 10 \end{vmatrix}$

Ответ: -11.

Задание №4. Вычислить $f(A)$ если

4.1. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$, $f(A) = 3A^2 - 2A + 5E$ Ответ: $\begin{pmatrix} 6 & 16 & 21 \\ 8 & 61 & 1 \\ 21 & 85 & 13 \end{pmatrix}$.

4.2. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $f(A) = A^2 - A - 3E$. Ответ: $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 6 \\ 6 & -3 & 2 \\ 6 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

4.3. $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$, $f(A) = 2A^3 + 4A - 5E$. Ответ: $\begin{pmatrix} 61 & 0 & 24 \\ 6 & 19 & 66 \\ 24 & 66 & 265 \end{pmatrix}$.

4.4. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $f(A) = A^2 + A + 2E$. Ответ: $\begin{pmatrix} 4 & 12 & 2 \\ 6 & 14 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

4.5. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $f(A) = A^2 - A + 2E$. Ответ: $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

4.6. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$, $f(A) = 6A^2 + 11A - 6E$. Ответ: $\begin{pmatrix} 11 & 2 & 0 \\ 0 & 81 & 0 \\ -5 & 140 & 40 \end{pmatrix}$.

4.7. $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $f(A) = A^3 - 3A^2 + 4E$ Ответ: $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

4.8. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $f(A) = -A^3 + 5A^2 + 8E$ Ответ: $\begin{pmatrix} 8 & 4 & 0 \\ 0 & 8 & 4 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$.

4.9. $A=\begin{pmatrix}2&3&0\\3&2&0\\0&2&3\end{pmatrix}$, $f(A)=A^2+2A-3E$ Ответ: $\begin{pmatrix}5&15&0\\15&5&0\\0&8&12\end{pmatrix}$.

4.10. $A=\begin{pmatrix}2&1&4\\1&2&4\\4&2&1\end{pmatrix}$, $f(A)=A^2+2A+3E$ Ответ: $\begin{pmatrix}11&3&24\\3&11&24\\24&8&6\end{pmatrix}$.

4.11. $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$, $f(A)=A^2-3A+2E$ Ответ: $\begin{pmatrix}0&-2&-2\\-2&0&-2\\-2&-2&0\end{pmatrix}$.

4.12. $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$, $f(A)=2A^2-3A+E$ Ответ: $\begin{pmatrix}0&-1&-1\\0&0&-1\\-1&-1&0\end{pmatrix}$

4.13. $A=\begin{pmatrix}2&0&6\\6&2&0\\0&2&6\end{pmatrix}$, $f(A)=A^2+A+E$ Ответ: $\begin{pmatrix}7&0&42\\42&7&0\\0&6&43\end{pmatrix}$.

4.14. $A=\begin{pmatrix}1&-2&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$, $f(A)=A^3-2A+3E$ Ответ: $\begin{pmatrix}2&-4&0\\0&2&0\\0&0&2\end{pmatrix}$.

4.15. $A=\begin{pmatrix}2&1&1\\3&1&2\\1&-1&0\end{pmatrix}$, $f(A)=A^2-A-E$ Ответ: $\begin{pmatrix}1&0&0\\6&-1&2\\0&2&-1\end{pmatrix}$.

4.16. $A=\begin{pmatrix}3&1&1\\2&1&2\\1&2&3\end{pmatrix}$, $f(A)=2A^2-3A-2E$ Ответ: $\begin{pmatrix}7&-1&-1\\2&-3&2\\-1&2&7\end{pmatrix}$.

4.17. $A=\begin{pmatrix}1&2&1\\0&1&2\\3&1&1\end{pmatrix}$, $f(A)=A^2+4A+4E$ Ответ: $\begin{pmatrix}9&12&5\\0&9&12\\21&5&9\end{pmatrix}$.

4.18. $A=\begin{pmatrix}2&1&1\\3&1&0\\0&1&2\end{pmatrix}$, $f(A)=4A^2+A+E$ Ответ: $\begin{pmatrix}19&5&5\\39&6&0\\0&5&19\end{pmatrix}$.

4.19. $A=\begin{pmatrix}1&1&-1\\2&-1&1\\1&0&1\end{pmatrix}$, $f(A)=4A^2-4A+E$ Ответ: $\begin{pmatrix}1&0&8\\8&9&0\\0&0&1\end{pmatrix}$.

4.20. $A=\begin{pmatrix}2&3&1\\-1&1&0\\1&2&-1\end{pmatrix}$, $f(A)=3A^2-3A-3E$ Ответ: $\begin{pmatrix}3&18&0\\6&-3&0\\0&6&3\end{pmatrix}$.

4.21. $A=\begin{pmatrix}1&2&1\\2&1&2\\1&2&3\end{pmatrix}$, $f(A)=2A^2-2A+2E$ Ответ: $\begin{pmatrix}2&4&0\\4&2&4\\0&4&14\end{pmatrix}$.

4.22. $A=\begin{pmatrix}4 & 1 & 1\\ -4 & 2 & 0\\ 1 & 2 & 1\end{pmatrix}$, $f(A)=A^2+3A+E$ Ответ: $\begin{pmatrix}29 & 4 & 4\\ 4 & 11 & 0\\ 4 & 10 & 5\end{pmatrix}$.

4.23. $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 2\\ -1 & 2 & 1\end{pmatrix}$, $f(A)=3A^2-2A+4E$ Ответ: $\begin{pmatrix}12 & 1 & 0\\ 1 & 5 & 8\\ 5 & 8 & 5\end{pmatrix}$.

4.24. $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, $f(A)=5A^3+A^2+E$ Ответ: $\begin{pmatrix}7 & 44 & -126\\ 0 & 7 & 44\\ 0 & 0 & 7\end{pmatrix}$.

4.25. $A=\begin{pmatrix}2 & 2 & 3\\ 1 & -1 & 0\\ -1 & 2 & 1\end{pmatrix}$, $f(A)=2A^2+3A+2E$ Ответ: $\begin{pmatrix}16 & 14 & 27\\ 5 & 1 & 0\\ -1 & 14 & 7\end{pmatrix}$.

4.26. $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 3 & 1 & 2\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix}$, $f(A)=A^2-5A+3E$ Ответ: $\begin{pmatrix}-3 & -4 & -4\\ -6 & -1 & -6\\ -4 & 6 & 3\end{pmatrix}$.

4.27. $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & -2\\ 3 & -2 & 4\\ -3 & 5 & -1\end{pmatrix}$, $f(A)=A^2+A-E$ Ответ: $\begin{pmatrix}11 & 2 & 2\\ 12 & 1 & 20\\ 6 & 30 & -1\end{pmatrix}$.

4.28. $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 4 & 6\\ 3 & 6 & 9\end{pmatrix}$, $f(A)=A^2+3A+E$ Ответ: $\begin{pmatrix}5 & 10 & 18\\ 10 & 29 & 54\\ 18 & 54 & 109\end{pmatrix}$.

4.29. $A=\begin{pmatrix}-1 & -2 & -4\\ -1 & -2 & -4\\ 1 & 2 & 4\end{pmatrix}$, $f(A)=A^2+4A+3E$ Ответ: $\begin{pmatrix}0 & -4 & 0\\ -3 & -1 & 0\\ 5 & 12 & 35\end{pmatrix}$.

4.30. $A=\begin{pmatrix}5 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 1\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix}$, $f(A)=A^3+2A^2+A$ Ответ: $\begin{pmatrix}180 & 0 & 0\\ 0 & 18 & 4\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$.

Задание №5. Найти матрицу обратную данной и сделать проверку

5.1. $\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 4 & 0 & 5\\ -1 & 2 & 3\end{pmatrix}$ 5.2. $\begin{pmatrix}2 & -3 & 3\\ -2 & 1 & -3\\ 2 & 7 & 5\end{pmatrix}$ 5.3. $\begin{pmatrix}4 & -8 & -5\\ 4 & 7 & -1\\ -3 & 5 & 1\end{pmatrix}$

5.4. $\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 0 & 1 & 2\\ 1 & 0 & 4\end{pmatrix}$ 5.5. $\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & -3 & 1\\ 4 & 1 & -5\end{pmatrix}$ 5.6. $\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & 1 & -2\\ 2 & -2 & 1\end{pmatrix}$

5.7. $\begin{pmatrix}2 & 7 & 3\\ 3 & 9 & 4\\ 1 & 5 & 3\end{pmatrix}$ 5.8. $\begin{pmatrix}3 & -4 & 5\\ 2 & -3 & 1\\ 3 & -5 & -1\end{pmatrix}$ 5.9. $\begin{pmatrix}2 & 2 & 3\\ 1 & -1 & 0\\ -1 & 2 & 1\end{pmatrix}$

5.10. $\begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 5.11. $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & -3 \\ 2 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ 5.12. $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$

5.13. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 5 & 3 & -6 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ 5.14. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 5.15. $\begin{pmatrix} 4 & 5 & -5 \\ 1 & 2 & 2 \\ 5 & 7 & -2 \end{pmatrix}$

5.16. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ 5.17. $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ 5.18. $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 7 & 2 & -3 \\ 5 & -1 & -2 \end{pmatrix}$

5.19. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 5.20. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 1 & 7 & -3 \\ 3 & 5 & -2 \end{pmatrix}$ 5.21. $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & -3 \\ 2 & 7 & 5 \end{pmatrix}$

5.22. $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & 7 \\ 3 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ 5.23. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 5.24. $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix}$

5.25. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -2 & 1 & -3 \\ 2 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ 5.26. $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 5.27. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

5.28. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 0 & 7 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ 5.29. $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ 5. 30. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 1 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

Задание №6. Решить систему линейных алгебраических уравнений по правилу Крамера, методом обратной матрицы и с помощью метода Гаусса.

6.1. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 11 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 3 \end{cases}$ 6.2. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 36 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 13 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 7 \end{cases}$

Ответ: $x_1 = 1; x_2 = 3; x_3 = 2$. Ответ: $x_1 = 24{,}5; x_2 = 21{,}5; x_3 = 10$.

6.3. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$ 6.4. $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 = 7 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$

Ответ: $x_1 = 1; x_2 = 3; x_3 = 2$. Ответ: $x_1 = \frac{5}{3}; x_2 = 0; x_3 = -\frac{2}{3}$.

6.5. $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = -2 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$ 6.6. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$

Ответ: $x_1 = 1; x_2 = 2; x_3 = -1$. Ответ: $x_1 = 1; x_2 = 1; x_3 = 1$.

6.7. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 5 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$ 6.8. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$

Ответ: $x_1 = 0{,}5; x_2 = 2; x_3 = 1{,}5$. Ответ: $x_1 = -14; x_2 = -5; x_3 = 25$.

6.9. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 5x_2 - 4x_3 = -5 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -4 \end{cases}$ 6.10. $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 2 \end{cases}$

Ответ: $x_1 = 5; x_2 = 6; x_3 = 10$. Ответ: $x_1 = -1; x_2 = 0; x_3 = 1$.

6.11. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6 \end{cases}$ 6.12. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = -1 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 13 \end{cases}$

Ответ: $x_1 = 1{,}3; x_2 = 1{,}7; x_3 = -0{,}1$. Ответ: $x_1 = \frac{8}{3}; x_2 = -\frac{40}{39}; x_3 = \frac{23}{39}$.

6.13. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$ 6.14. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 21 \\ 7x_1 - x_2 - 3x_3 = 6 \end{cases}$

ет: $x_1 = 4; x_2 = 5; x_3 = -3$. Ответ: $x_1 = 0; x_2 = 3; x_3 = -3$.

6.15. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 20 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$ 6.16. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -2 \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 = 6 \\ x_1 - x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$

Ответ: $x_1 = 1; x_2 = \frac{1}{3}; x_3 = \frac{22}{3}$. Ответ: $x_1 = 1{,}5; x_2 = -0{,}5; x_3 = -3$.

6.17. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8 \end{cases}$ 6.18. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 3 \end{cases}$

Ответ: $x_1 = 1; x_2 = 1; x_3 = 1$. Ответ: $x_1 = \frac{8}{9}; x_2 = \frac{4}{9}; x_3 = \frac{1}{3}$.

6.19. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 2x_3 = -3 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = -7 \end{cases}$ 6.20. $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 1 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 11 \end{cases}$

Ответ: $x_1 = 1; x_2 = 2; x_3 = 0$. Ответ: $x_1 = \frac{2}{11}; x_2 = \frac{26}{11}; x_3 = -1$.

6.21. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$ 6.22. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$

Ответ: $x_1 = 3; x_2 = 1; x_3 = 1$. Ответ: $x_1 = 1; x_2 = 2; x_3 = -2$.

6.23. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8 \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 11 \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$ 6.24. $\begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2 \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 1 \\ 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$

Ответ: $x_1 = 2; x_2 = 3; x_3 = 1$. Ответ: $x_1 = 1; x_2 = 1; x_3 = 1$.

6. 25. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 3 \\ 5x_1 - 8x_2 + 9x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$ 6.26. $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 10 \end{cases}$

Ответ: $x_1 = \frac{4}{7}; x_2 = -\frac{8}{7}; x_3 = -1$. Ответ: $x_1 = 3; x_2 = -1; x_3 = 2$.

6.27. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$ 6. 28. $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 + 5x_3 = 2 \end{cases}$

Ответ: $x_1 = 5; x_2 = -8{,}6; x_3 = 5{,}4$. Ответ: $x_1 = -\frac{3}{7}; x_2 = -\frac{2}{7}; x_3 = \frac{5}{7}$.

6.29. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 5x_2 - 4x_3 = -5 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -4 \end{cases}$ 6.30. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$

Ответ: $x_1 = 5; x_2 = 6; x_3 = 10$. Ответ: $x_1 = 2; x_2 = -2; x_3 = 3$.

Задание №7. Решить систему линейных однородных уравнений.

7.1. $\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0 \\ x_1 + 17x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$ 7.2. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \\ 5x_1 - 4x_2 - x_3 - 8x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$ 7.4. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_3 - 5x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$

7.5. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 0 \\ 5x_1 - x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$ 7.6. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$

7.7. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$

7.8. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$

7.9. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ -x_1 - 14x_2 + 15x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$

7.10. $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - 4x_2 - 13x_3 = 0 \\ -3x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$

7.11. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 14x_2 + 15x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$

7.12. $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$

7.13. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 5x_1 + 5x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$

7.14. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 0 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$

7.15. $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 - 5x_2 + 10x_3 = 0 \end{cases}$

7.16. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$

7.17. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$

7.18. $\begin{cases} 7x_1 - 4x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$

7.19. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 + 9x_3 = 0 \end{cases}$

7.20. $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 + 2x_2 + 10x_3 = 0 \end{cases}$

7.21. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$

7.22. $\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + 7x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$

7.23. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ 5x_1 - 14x_2 + 15x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$

7.24. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$

7.25 $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$

7.26 $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$

7.27 $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$

7.28 $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 5x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$

7.29. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$

7.30. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$