<u>*Лекция 2. Энтропия как мера неопределённости (ч.1)*</u>

<u>*Энтропия дискретных источников информации*</u>

Ранее отмечалось, что факт получения информации всегда связан с уменьшением разнообразия или неопределенности. Поставим задачу установления количественных мер неопределенности и информации и выяснения их основных свойств.

Начнем рассмотрение с источника информации, который может в каждый момент времени случайным образом принять одно из конечного множества возможных состояний. Такой источник называют дискретным источником информации. При этом принято говорить, что различные состояния реализуются вследствие выбора их источником. Каждому состоянию источника и ставится в соответствие условное обозначение в виде знака из алфавита данного источника: $u_1, u_2, \ldots, u_N$.

Для получения результата выбора источником и конкретного состояния можно высказать ряд предположений, базирующихся на априорных сведениях об источнике информации. Поскольку одни состояния выбираются источником чаще, а другие реже, то в общем случае он характеризуется ансамблем U, т. е. полной совокупностью состояний с вероятностями их появления, составляющими в сумме единицу:

$$U = \begin{pmatrix} u_1 & u_2 & \ldots u_i \ldots & u_N \\ p(u_1) p(u_2). & p(u_i) \ldots p(u_N) \end{pmatrix} \text{ или } U = \begin{pmatrix} u_1 u_2 \ldots u_i \ldots u_N \\ p_1 p_2 \ldots p_i \, . \, p_N \end{pmatrix}, \tag{3.1}$$

причем

$$\sum_{i=1}^{N} p(u_i) = 1 \text{ или } \sum_{i=1}^{N} p_i = 1 \, .$$

Опираясь на эти сведения, введем сначала меру неопределенности выбора состояния источника. Ее можно рассматривать и как меру количества информации, получаемой при полном устранении неопределенности относительно состояния источника. Мера должна удовлетворять ряду естественных условий.

1). Необходимость *монотонного возрастания* с увеличением возможностей выбора, т. е. числа возможных состояний источника N.

2). Требованию *аддитивности*, состоящему в следующем: если два независимых источника с числом равновероятных состояний N и M рассматривать как один источник, одновременно реализующий пары состояний $n_i m_j$, то естественно предположить, что неопределенность объединенного источника должна равняться сумме неопределенностей исходных источников; поскольку общее число состояний объединенного источника равно NM, то искомая функция должна удовлетворять условию

$$f(MN) = f(M) + f(N) \, . \tag{3.2}$$

Соотношение (3.2) выполняется, если в качестве меры неопределенности источника с равновероятными состояниями и характеризующего его ансамбля U принять логарифм числа состояний:

$$H(U) = \log N \, . \tag{3 3}$$

Указанная мера была предложена американским ученым Р. Хартли [31] в 1928г. Основание логарифма не имеет принципиального значения и определяет только масштаб или единицу неопределенности. Так как современная информационная техника базируется на элементах, имеющих два устойчивых состояния, то обычно выбирают основание логарифма равным двум. При этом единица неопределенности называется двоичной единицей или битом и представляет собой неопределенность выбора из двух равновероятных событий (bit — сокращение от англ. binary digit — двоичная единица). Если основание логарифма выбрать равным десяти, то неопределенность получим в десятичных единицах на одно состояние (битах).

Пример 3.1. Определить минимальное число взвешиваний, которое необходимо произвести на равноплечих весах, чтобы среди 27 внешне неотличимых монет найти одну фальшивую, более легкую.

Общая неопределенность ансамбля U в соответствии с (3.3) составляет

$$H(U) = \log_2 27 \text{ дв ед}$$

Одно взвешивание способно прояснить неопределенность ансамбля U', насчитывающего три возможных исхода (левая чаша весов легче, правая чаша весов легче, весы находятся в равновесии) Эта неопределенность

$$H(U') = \log_2 3 \text{ дв ед}$$

Так как

$$H(U) = 3\log_2 3 = 3H(U'),$$

для определения фальшивой монеты достаточно произвести три взвешивания.

Алгоритм определения фальшивой монеты следующий. При первом взвешивании на каждую чашку весов кладется по девять монет Фальшивая монета будет либо среди тех девяти монет, которые оказались легче, либо среди тех, которые не взвешивались, если имело место равновесие. Аналогично, после второго взвешивания число монет, среди которых находится фальшивая, сократится до трех Последнее, третье, взвешивание дает возможность точно указать фальшивую монету

Кроме того, степень неопределенности реализации состояния источника информации зависит не только от числа состояний, но и от вероятностей этих состояний. При не равновероятных состояниях свобода выбора источника ограничивается, что должно приводить к уменьшению неопределенности. Если источник информации имеет, например, два возможных состояния с вероятностями 0,99 и 0,01, то неопределенность выбора у него значительно меньше, чем у источника, имеющего два равновероятных состояния. Действительно, в первом случае результат практически предрешен (реализация состояния, вероятность которого равна 0,99), а во втором случае неопределенность максимальна, поскольку никакого обоснованного предположения о результате выбора сделать нельзя. Ясно также, что весьма малое изменение вероятностей состояний вызывает соответственно незначительное изменение неопределенности выбора.

3). Отсюда - следующее требование к искомой мере неопределенности $H(p_1 \dots p_i \dots p_N)$: она должна быть *непрерывной функцией вероятностей состояний* источника $p_1 \dots p_i \dots p_N$ с соблюдением условия $\sum_{i=1}^{N} p_I = 1$ (причём, наибольшее ее значение достигается при равенстве вероятностей всех состояний).

4). Кроме того, так как мера неопределенности связывается нами только с фактом выбора, а не с множеством конкретных значений наблюдаемых явлений, то $H(p_1 \dots \rho_N)$ должна быть *функцией от функции распределения случайной величины* и не должна зависеть от ее конкретных значений. Иначе говоря, $H(\rho_1 \dots \rho_N)$ должна являться функционалом распределения вероятностей.

5). Еще одно условие состоит в том, что мера неопределенности *не должна зависеть от пути выбора состояния* в ансамбле. Выбор может быть, как непосредственным, так и многоступенчатым.

Мера неопределенности выбора дискретным источником состояния из ансамбля U, удовлетворяющая указанным условиям, была предложена американским ученым К. Шенноном. Ее называют энтропией дискретного источника информации или энтропией конечного ансамбля

$$H(U) = -C\sum_{i=1}^{N} p_i \log p_i, \qquad (3.5)$$

где C — произвольное положительное число. К. Шенноном высказано утверждение, а советским ученым Л. Я- Хинчиным математически строго доказано, что это единственный функционал, удовлетворяющий сформулированным условиям. Если снова ориентироваться на измерение неопределенности в двоичных единицах, то основание логарифма следует принять равным двум; примем также C= 1.

$$N(U) = -\sum_{i=1}^{N} p_i \log_2 p_i. \qquad (3.6)$$

Предложенная мера была названа энтропией не случайно. Дело в том, что формальная структура выражения (3.5) совпадает с энтропией физической системы, определенной ранее Больцманом.

Пример 3.2. Сравнить неопределенность, приходящуюся на букву источника информации u (алфавита русского языка), характеризуемого ансамблем, представленным в табл. 3.1, с неопределенностью, которая была бы у того же источника при равновероятном использовании букв.

Таблица 3.1

Буква	Вероятность	Буква	Вероятность	Буква	Вероятность	Буква	Вероятность
а	0,064	й	0,010	т	0,056	ъ, ь	0,015
б	0,015	к	0,029	у	0,021	ы	0,016
в	0,039	л	0,036	ф	0,02	э	0,003
г	0,014	м	0,026	х	0,09	ю	0,007
д	0,026	н	0,056	ц	0,04	я	0,019
е, ё	0,074	о	0,096	ч	0,013	—	0,143
ж	0,008	п	0,024	ш	0,006		
з	0,015	р	0,041	щ	0,003		
и	0,064	с	0,047				

При одинаковых вероятностях появления всех 32 букв алфавита неопределенность, приходящаяся на одну букву, составляет

$$H(U) = \log_2 32 = 5 \text{ дв. ед.}$$

Энтропию источника, характеризуемого заданным ансамблем (табл. 3.1), находим, используя формулу (3.6):

$$H(U) = -0{,}064\log_2 0{,}064 - 0{,}015\log_2 0{,}015 - \ldots - 0{,}143\log_2 0{,}143 \approx$$
$$\approx 4{,}42 \text{ дв. ед.}$$

Т.о., неравномерность распределения вероятностей использования букв снижает энтропию источника с 5 до 4.42 дв. ед.

<u>Свойства энтропии</u>

Рассмотрим основные свойства энтропии, обратив внимание на то, что сформулированные условия для меры неопределенности выполняются.

1). Энтропия является вещественной и неотрицательной величиной, так как для любого i($1 \le i \le N$) p_i изменяется в интервале от 0 до 1, $\log p_i$ отрицателен и, следовательно, — $p_i \log p_i$ положительна.

2). Энтропия — величина ограниченная. Для слагаемых $-p_i \log p_i$ в диапазоне $0<p_i\le 1$ ограниченность очевидна. Остается определить предел, к которому стремится слагаемое — $p_i \log p_i$, при $p_i \to 0$, поскольку — $\log p_i$ при этом неограниченно возрастает:

$$\lim_{p_i \to 0}(-p_i \log p_i) = \lim_{p_i \to 0}\frac{\log(1/p_i)}{1/p_i}.$$

Обозначив $\alpha = 1/p_i$ и воспользовавшись правилом Лопиталя, получим

$$\lim_{p_i \to 0}(-p_i \log p_i) = \lim_{\alpha\to\infty}\frac{\log\alpha}{\alpha} = \lim_{\alpha\to\infty}\frac{(1/\alpha)\log e}{1} = 0.$$

3). Энтропия обращается в нуль лишь в том случае, если вероятность одного из состояний равна единице; тогда вероятности всех остальных состояний, естественно, равны нулю. Это положение соответствует случаю, когда состояние источника полностью определено.

4). Энтропия максимальна, когда все состояния источника равновероятны, что легко доказывается методом неопределенных множителей Лагранжа:

$$H_{\max}(U) = -\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{N} \log_2 \frac{1}{N} = \log_2 N. \qquad (3.9)$$

5). Энтропия источника и с двумя состояниями u_1 и u_2 изменяется от нуля до единицы, достигая максимума при равенстве их вероятностей:

$$H(U) = -[p \log p + (1-p) \log (1-p)] \qquad (3.10)$$

$$p(u_1) = p = p(u_2) = 1 - p = 0{,}5.$$

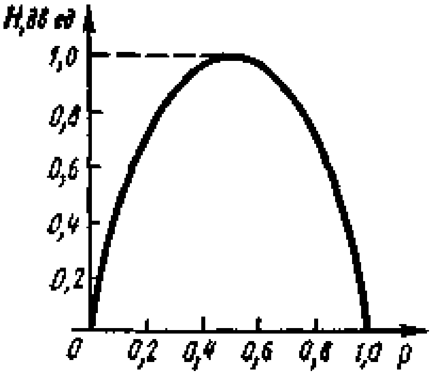

Рис. 3.1

Отметим, что энтропия непрерывно зависит от вероятностей отдельных состояний, что непосредственно вытекает из непрерывности функции - p log p.

6). Энтропия объединения нескольких статистически независимых источников информации равна сумме энтропии исходных источников.

Не теряя общности, ограничимся рассмотрением объединения, включающего два источника информации u и υ. Под объединением двух источников u и υ понимают обобщенный источник информации (u,υ), характеризующийся вероятностями $p(u_i\upsilon_i)$ всех возможных комбинаций состояний u_i, источника u и υ_i, источника υ. Аналогично трактуется и объединение ансамблей.

В соответствии с определением энтропия объединения

$$H(UV) = -\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{k} p(u_i v_j) \log p(u_i v_j), \qquad (3.11)$$

здесь $p(u_i\upsilon_i)$ — вероятности совместной реализации состояний

$$u_i (1 \leqslant i \leqslant N) \text{ и } v_j (1 \leqslant j \leqslant k).$$

В случае статистической независимости источников информации u и υ запишем

$$p(u_i v_j) = p(u_i) p(v_j),$$

тогда

$$H(U, V) = -\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{k} p(u_i) p(v_j) \log p(u_i) p(v_j) =$$

$$= -\sum_{i=1}^{N} p(u_i) \log p(u_i) \sum_{j=1}^{k} p(v_j) - \sum_{j=1}^{k} p(v_j) \log p(v_j) \sum_{i=1}^{N} p(u_i).$$

Учитывая, что

$$\sum_{i=1}^{N} p(u_i) = 1 \text{ и } \sum_{j=1}^{k} p(v_j) = 1,$$

получим

$$H(UV) = H(U) + H(V) = H(V, U). \qquad (3.12)$$

Соответственно для энтропии объединения нескольких независимых источников u, υ, z имеем

$$H(U, V, \ldots, Z) = H(U) + H(V) + \ldots + H(Z). \qquad (3.13)$$

7). Энтропия характеризует среднюю неопределенность выбора одного состояния из ансамбля. При ее определении используют только вероятности состояний, полностью игнорируя их содержательную сторону. Поэтому энтропия не может служить средством решения любых задач, связанных с неопределенностью. Например, при использовании этой меры для оценки неопределенности действия лекарства, приводящего к полному выздоровлению больных в 90 % случаев и улучшению самочувствия в остальных 10 % случаев, она получится такой же, как и у лекарства, вызывающего в 90 % случаев смерть, а в 10 % — ухудшение состояния больных.

8). Энтропия как мера неопределенности согласуется с экспериментальными данными, полученными при изучении психологических реакций человека, в частности реакции выбора. Установлено, что время безошибочной реакции на последовательность беспорядочно чередующихся равновероятных раздражителей (например, загорающихся лампочек) растет с увеличением их числа так же, как энтропия. Это время характеризует неопределенность выбора одного раздражителя.

Замена равновероятных раздражителей не равновероятными приводит к снижению среднего времени реакции ровно настолько, насколько уменьшается энтропия.

Пример 3.3. Заданы ансамбли U и V двух дискретных случайных величин U' и V′:

$$U = \begin{vmatrix} 0{,}5 & 0{,}7 & 0{,}9 & 0{,}3 \\ 0{,}25 & 0{,}25 & 0{,}25 & 0{,}25 \end{vmatrix},$$

$$V = \begin{vmatrix} 5 & 10 & 15 & 8 \\ 0{,}25 & 0{,}25 & 0{,}25 & 0{,}25 \end{vmatrix},$$

Сравнить их энтропии.

Так как энтропия не зависит от конкретных значений случайной величины, а вероятности их появления у обеих величин одинаковы, то

$$H(U) = H(V) = \log 4 = 2 \text{ дв. ед.}$$

Условная энтропия и её свойства

При оценке неопределенности выбора часто необходимо учитывать статистические связи, которые в большинстве случаев имеют место как между состояниями двух или нескольких источников, объединенных в рамках одной системы, так и между состояниями, последовательно выбираемыми одним источником.

Определим энтропию объединения двух статистически связанных ансамблей U и V. Объединение ансамблей характеризуется матрицей p(UV) вероятностей $p(u_i\upsilon_i)$ всех возможных комбинаций состояний $u_i(1\le i \le N)$ ансамбля U и состояний $\upsilon_j(1 \le j \le k)$ ансамбля V:

$$p(U,\ V) = \begin{Vmatrix} p(u_1v_1)\ldots p(u_iv_1)\ldots p(u_Nv_1) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ p(u_1v_j)\ldots p(u_iv_j)\ldots p(u_Nv_j) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ p(u_1v_k)\ldots p(u_iv_k)\ldots p(u_Nv_k) \end{Vmatrix}. \qquad (3.14)$$

Суммируя столбцы и строки матрицы (3.14), получим информацию об ансамблях U и V исходных источников u и υ:

$$U = \begin{vmatrix} u_1\ldots & u_i\ldots & u_N \\ p(u_1)\ldots & p(u_i)\ldots & p(u_N) \end{vmatrix},\ V = \begin{vmatrix} v_1\ldots & v_j\ldots & v_k \\ p(v_1)\ldots & p(v_j)\ldots & p(v_k) \end{vmatrix}.$$

Вероятности $p(u_i\upsilon_i)$ совместной реализации взаимозависимых состояний и, и ν·, можно выразить через условные вероятности $p(u_i/\upsilon_i)$ или $p(\upsilon_j/u_i)$ в соответствии с тем, какие состояния принять за причину, а какие — за следствие:

$$p(u_iv_j) = p(u_i)p(v_j/u_i) = p(v_j)p(u_i/v_j), \qquad (3.15)$$

где $p(u_i/\upsilon_j)$ — вероятность реализации состояний u_i ансамбля U при условии, что реализовалось состояние υ_j ансамбля V; $P(\upsilon_j/u_i)$ — вероятность реализации состояния υ_j ансамбля V при условии, что реализовалось состояние u_i ансамбля U. Тогда выражение (3.11) для энтропии объединения принимает вид

$$H(U,\ V) = -\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{k} p(u_i)p(v_j/u_i)\log p(u_i) \times \tag{3.16}$$

$$\times p(v_j/u_i) = -\sum_{i=1}^{N} p(u_i)\log p(u_i) - \sum_{i=1}^{N} p(u_i) \times$$

$$\times \sum_{j=1}^{k} p(v_j/u_i)\log(v_j/u_i).$$

Сумма

$$-\sum_{j=1}^{k} p(v_j/u_i)\log p(v_j/u_i)$$

представляет собой случайную величину, характеризующую неопределенность, приходящуюся на одно состояние ансамбля V при условии, что реализовалось конкретное состояние u_i ансамбля U. Назовем ее частной условной энтропией ансамбля V и обозначим $H_{ui}(V)$:

$$H_{u_i}(V) = -\sum_{j=1}^{k} p(v_j/u_i)\log(v_j/u_i). \tag{3.17}$$

При усреднении (операция взятия математического ожидания) по всем состояниям ансамбля U получаем среднюю неопределенность, приходящуюся на одно состояние ансамбля V при известных состояниях ансамбля U:

$$H_U(V) = \sum_{i=1}^{N} p(u_i)H_{u_i}(V), \tag{3.18}$$

или

$$H_U(V) = -\sum_{i=1}^{N} p(u_i)\sum_{j=1}^{k} p(v_j/u_i)\log p(v_j/u_i). \tag{3.19}$$

Величину $H_U(V)$ называют полной условной или просто условной энтропией ансамбля V по отношению к ансамблю U.

Подставляя (3.19) в (3.16), получаем

$$H(UV) = H(U) + H_U(V). \tag{3.20}$$

Выражая в (3.11) $p(u_i\upsilon_j)$ через другую условную вероятность в соответствии с (3.15), найдем

$$H(UV) = H(V) + H_V(U), \tag{3.21}$$

где

$$H_V(U) = \sum_{j=1}^{k} p(v_j)H_{v_j}(U) \tag{3.22}$$

$$H_{v_j}(U) = -\sum_{i=1}^{N} p(u_i/v_j)\log p(u_i/v_j). \tag{3.23}$$

Таким образом, энтропия объединения двух статистически связанных ансамблей U и V равна безусловной энтропии одного ансамбля плюс условная энтропия другого относительно первого.

Распространяя правило (3.19) на объединение любого числа зависимых ансамблей, получим

$$H(UVZ...W) = H(U) + H_U(V) + H_{UV}(Z) + ... + H_{UVZ}(W). \tag{3.24}$$

Покажем теперь, что в объединении ансамблей условная энтропия любого ансамбля всегда меньше или равна безусловной энтропии того же ансамбля.

Для объединения двух ансамблей U и V данное утверждение принимает вид соотношений

$$H_U(V) \leqslant H(V), \qquad (3.25)$$

$$H_V(U) \leqslant H(U). \qquad (3.26)$$

Из (3.20) и (3.25) следует, что объединение двух произвольных ансамблей удовлетворяет соотношению

$$H(UV) \leqslant H(U) + H(V). \qquad (3.27)$$

Для объединения нескольких произвольных ансамблей соответственно имеем

$$H(UVZ \ldots W) \leqslant H(U) + H(V) + H(Z) + \ldots + H(W). \qquad (3.28)$$

Действительно, наличие сведений о результатах реализации состояний одного ансамбля никак не может увеличить неопределенность выбора состояния из другого ансамбля. Эта неопределенность может только уменьшиться, если существует взаимосвязь в реализациях состояний из обоих ансамблей.

В случае отсутствия статистической связи в реализациях состояний u_i, из ансамбля U и υ_j из ансамбля V сведения о результатах выбора состояний из одного ансамбля не снижают неопределенности выбора состояний из другого ансамбля, что находит отражение в равенствах

$$H_U(V) = H(V), \; H_V(U) = H(U). \qquad (3.29)$$

Если имеет место однозначная связь в реализациях состояний $u_i (1 \le i \le N)$ из ансамбля U и $\upsilon_j (1 \le j \le N)$ из ансамбля V, то условная энтропия любого из ансамблей равна нулю:

$$H_U(V) = 0, \; H_V(U) = 0. \qquad (3.30)$$

Действительно, условные вероятности $p(u_i/\upsilon_j)$ и $P(\upsilon_j/u_i)$ в этом случае принимают значения, равные нулю или единице. Поэтому все слагаемые, входящие в выражения (3.17) и (3.23) для частных условных энтропии, равны нулю. Тогда в соответствии с (3.18) и (3.22) условные энтропии также равны нулю.

Равенства (3.30) отражают факт отсутствия дополнительной неопределенности при выборе событий из второго ансамбля.

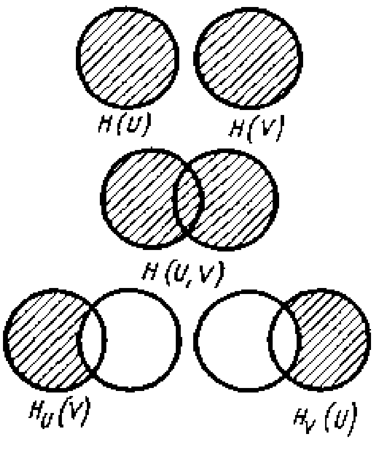

Рис. 3.2

Уяснению соотношений между рассмотренными энтропиями дискретных источников информации (ансамблей) способствует их графическое отображение (рис. 3.2).

Пример 3.4. Определить энтропии H(U), H(V), $H_\upsilon(U)$, H(UV), если задана матрица вероятностей состояний системы, объединяющей источники u и υ:

$$p(\upsilon, u) = \left\| \begin{matrix} 0{,}4 & 0{,}1 & 0 \\ 0 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0 & 0 & 0{,}2 \end{matrix} \right\|.$$

Вычисляем безусловные вероятности состояний каждой системы как суммы совместных вероятностей по строкам и столбцам заданной матрицы:

$$
\begin{array}{ll}
 & p(u_i) \\
p(v,u)=\left\|\begin{array}{lll} 0{,}4 & 0{,}1 & 0 \\ 0 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0 & 0 & 0{,}2 \end{array}\right\| & \begin{array}{l} 0{,}5 \\ 0{,}3 \\ 0{,}2 \end{array} \\
p(v_j)\quad 0{,}4\ \ 0{,}3\ \ 0{,}3 &
\end{array}
$$

$$H(U) = -\sum_i p(u_i)\log p(u_i) = -(0{,}5\log_2 0{,}5 +$$

$$+ 0{,}3\log_2 0{,}3 + 0{,}2\log 0{,}2) = 1{,}485 \text{ дв. ед.};$$

$$H(V) = -\sum_j p(v_j)\log p(v_j) = -(0{,}4\log_2 0{,}4 +$$

$$+ 0{,}3\log_2 0{,}3 + 0{,}3\log 0{,}3) = 1{,}57 \text{ дв. ед.}$$

Определяем условные вероятности

$$p(u_1/v_1) = 0{,}4/0{,}4 = 1;$$

$$p(u_i/v_j) = \frac{p(u_i v_j)}{p(v_j)} \qquad p(u_1/v_2) = p(u_2/v_3) = 0{,}1/0{,}3 = 0{,}33;$$

$$p(u_2/v_2) = p(u_3/v_3) = 0{,}2/0{,}3 = 0{,}67;$$

$$p(u_1/v_3) = p(u_2/v_1) = p(u_3/v_1) = p(u_3/v_2) = 0;$$

$$H_V(U) = -\sum_i\sum_j p(v_j)p(u_i/v_j)\log p(u_i/v_j) =$$

$$= -[0{,}4(1\cdot\log_2 1) + 0{,}3(0{,}33\log_2 0{,}33 + 0{,}67\log_2 0{,}67) +$$

$$+ 0{,}3(0{,}33\log 0{,}33 + 0{,}67\log 0{,}67)] \approx 0{,}55 \text{ дв. ед.};$$

$$H(U,V) = -\sum_i\sum_j p(u_i v_j)\log p(u_i v_j) = -(0{,}4\log 0{,}4 + 0{,}1\log 0{,}1 +$$

$$+ 0{,}2\log 0{,}2 + 0{,}1\log 0{,}1 + 0{,}2\log 0{,}2) =$$

$$0.529 + 0{,}332 + 0{,}464 + 0{,}332 +$$

$$+ 0{,}464 = 2{,}12 \text{ дв. ед.}$$

Проверим результаты по формуле

$$H(U,V) = H(V) + H_V(U) = 1{,}57 + 0{,}55 =$$

$$2{,}12 \text{ дв. ед.}$$

Пример 3.5. Известны энтропии двух зависимых источников: H(U) = 5 дв. ед., H(V) = 10 дв. ед. Определить, в каких пределах будет изменяться условная энтропия $H_U(V)$ при изменении $H_V(U)$ в максимально возможных пределах.

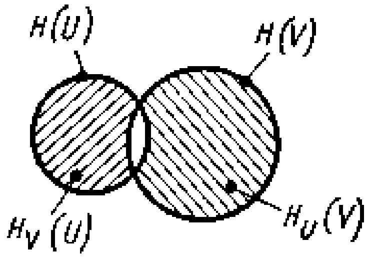

Рис. 3.3

При решении удобно использовать графическое отображение связи между энтропиями. Из рис. 3.3. видим, что максимального значения $H_u(V)$ достигает при отсутствии взаимосвязи и будет равно H(V), т.е. 10 дв. ед. По мере увеличения взаимосвязи $H_u(V)$ будет уменьшаться до значения H(V) — H(U) = 5 дв. ед. При этом $H_V(U)$ = 0.