

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9

## ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ О НАБОРЕ ВЫСОТЫ И СКОРОСТИ

*Ум не заменяет знания  
Люк де Вовенарг*

### 1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

1. Получение представления о сущности задач динамического программирования и об их декомпозиции.
2. Освоение простейших алгоритмов решения задач данного класса

### 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Сущность динамического подхода заключается в замене решения задачи из  $n$  шагов последовательностью из  $n$  задач: одношаговой, двухшаговой и т.д. Особенности, которыми должна обладать исходная задача, к которой предполагается приложить указанный подход, состоит в следующем [2].

Исходная задача допускает представление в виде  $n$ -шагового процесса принятия решений.

Задача должна быть определённой для любого числа шагов и её структура не зависима от их числа.

В ходе решения задаётся множество параметров, описывающих систему, а компоненты этого множества переменны по значению, но не должны меняться содержательно.

Решение, полученное на  $k$ -том шаге не должно оказывать влияние на предыдущие решения, кроме как инициировать пересчёт элементов множества.

Пусть  $\vec{\xi}$  — вектор (множество) параметров, описывающих состояние системы,  $\Lambda_k(\vec{\xi})$  — оптимальное значение функции цели, которая называется функцией состояния, для  $k$ -шагового процесса при условии  $\vec{\xi}$ .  $\vec{X}_k$  — вектор переменных (параметров стратегии), подлежащих расчёту на  $k$ -том шаге. Тогда

$$\Lambda_k(\vec{\xi}) = \max_{\vec{X}_k} \{ f(\vec{\xi}, \vec{X}_k) + \Lambda_{k-1}[T(\vec{\xi}, \vec{X}_k)] \},$$

где  $T(\vec{\xi}, \vec{X}_k)$  — состояние предыдущего  $(k - 1)$  шага при условиях  $\vec{\xi}$  и  $\vec{X}_k$ .

Задача о выборе траектории относится к задачам динамического программирования для систем с дискретным временем и зафиксированными начальным и конечным векторами её состояний. Затраты или эффекты, связанные с изменением состояния, задаются в условии задачи.

Полный пересчёт всех возможных траекторий не исключается, в силу конечности числа состояний системы, но, в соответствии с принципами комбинаторики, число таких траекторий, даже при сравнительно небольшом числе состояний, значительно, что автоматически влечёт рост объёма вычислений с увеличением размерности задачи, что для большинства практических приложений является неприемлемым.

Поэтому, в ходе решения, начиная от конечной точки траектории, производится динамическая оценка текущего состояния, что позволяет не рассматривать затратные (неэффективные) ветви перехода между состояниями системы.

Гипотетически предполагается, что система представляет собой летательный аппарат, который должен набрать заданные высоту и скорость полёта, поэтому в литературе эта задача известна как “задача о наборе высоты и скорости”. Алгоритм решения достаточно подробно рассмотрен в литературе, например, [2].

### 3 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Получить у преподавателя вариант, который представляется прямоугольной матрицей.

Столбцы с нечётными номерами соответствуют “вертикальным” перемещениям системы (у них элемент в верхней строке отсутствует), столбцы с чётными номерами соответствуют “горизонтальным” переходам. На рисунке Д.1 показана привязка матрицы варианта к графу переходов системы.

Смысл элементов матрицы суть издержки, получающиеся при переходе между состояниями системы. Поэтому, цель решения – перевод системы из состояния  $S_0$  в состояние  $S^*$ . В результате решения должна получиться траектория, обеспечивающая минимальную издержку перевода.

2. Построить граф переходов системы с нанесёнными на дуги величинами издержек.

3. Приняв в качестве начального состояния работы алгоритма состояние  $S^*$ , последовательно применяя расчёты, получить оптимальную траекторию (траектории) и рассчитать минимальное значение целевой функции

4. Построить чертёж, на котором представить: отобразить оптимальную траекторию перевода системы.

5. Оформить отчет, сделать выводы и защитить результаты выполнения лабораторной работы.

#### 4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте в общем виде задачу динамического программирования.

2. Как формулируется принцип оптимальности по Р. Беллману?

3. Обеспечивает ли принцип оптимальности независимость последующих решений от предыдущих решений, полученных ранее?

4. Приведите примеры задач, в которых должен быть применён метод динамического программирования.

5. Каковы признаки того, что к поставленной задаче может быть применён метод динамического программирования.

6. Поясните термин “оптимальная траектория”.

7. В чём состоят достоинства и привлекательность метода динамического программирования?

8. Возможны ли случаи неразрешимости поставленной задачи методом динамического программирования?

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Деордица Ю. Ф. Исследование операций в планировании управления / Ю. Ф. Деордица, Ю. М., Нефедов. – Киев : Вища школа, 1991. – 196 с.
2. Зайченко Ю. П. Исследование операций : учебное пособие / Ю. П. Зайченко. – Киев : Вища школа, 1979. – 392 с.
3. Зайченко Ю. П. Исследование операций: сборник задач / Ю. П. Зайченко, С. А. Шумилова. – Киев : Вища школа, 1990. – 239 с.
4. Карлусов В. Ю. Исследование операций и методы оптимизации : учебное пособие / В. Ю. Карлусов ; Севастопольский государственный университет. – Севастополь : СевГУ, 2018. – 315 с.
5. Методическое пособие к решению задач линейного программирования по дисциплине «Методы исследования операций» для студентов направлений подготовки 09.03.02 – «Информационные системы и технологии» и 09.03.03 – «Прикладная информатика» всех форм обучения / Севастопольский государственный университет ; сост.: В. Ю. Карлусов, Е. Н. Заикина. – Севастополь : СевГУ, 2021. – 59 с.

6. Методическое пособие к выполнению лабораторно - вычислительного практикума по дисциплине «Методы исследования операций». Часть 3: «Параметрическое программирование», «Квадратичное программирование», «Линейное целочисленное программирование» для студентов профилей 09.03.02 – «Информационные системы и технологии» и 09.03.03 – «Прикладная информатика» всех форм обучения / Севастопольский государственный университет ; сост.: Е. Н. Заикина, В. Ю. Карлусов – Севастополь : СевГУ, 2016. – 46 с.

### ЭЛЕКТРОННЫЕ ИЗДАНИЯ, ДОСТУПНЫЕ ПО ПОДПИСКЕ СЕВГУ

7. Горлач, Б. А. Исследование операций [Электронный ресурс]: учебное пособие / Б. А. Горлач. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 448 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/4865>. — Загл. с экрана.
8. Ржевский, С. В. Исследование операций [Электронный ресурс] : учебное пособие / С. В. Ржевский. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 480 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/32821>. — Загл. с экрана.
9. Есипов, Б. А. Методы исследования операций [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б. А. Есипов. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 304 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/68467>. — Загл. с экрана.
10. Акулич, И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / И. Л. Акулич. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 352 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2027>. — Загл. с экрана.
11. Балдин К. В. Математическое программирование / Балдин К. В., Брызгалов Н. А., Рукосуев А. В., — 2-е изд. — М.: Дашков и К, 2018. — 218 с. — Режим доступа : <http://znanium.com/catalog/product/415097>. — ISBN 978-5-394-01457-4

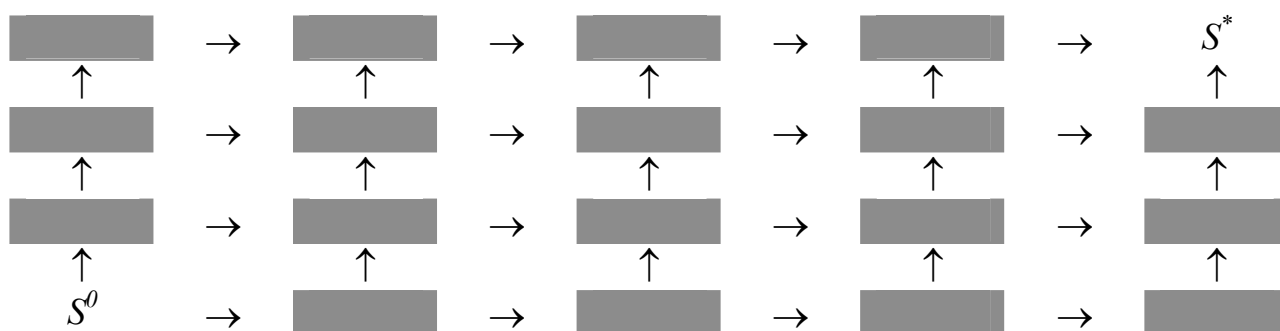


Рисунок 1 — Компоновка данных матрицы и граф переходов системы

№№	Маркировка дуг графа состояний								
00.	22	23	21	16					
	25	19	11	18	22	18	25	14	23
	15	11	15	14	10	20	24	20	11
	12	10	19	10	22	20	15	18	10
01.	20	17	19	20					
	13	20	12	24	13	21	22	16	13
	25	17	17	24	13	21	20	18	18
	16	29	10	17	17	14	16	17	17
02.	13	24	22	14					
	14	11	23	24	18	14	11	10	25
	19	17	13	26	23	27	21	12	14
	17	15	22	26	30	16	24	18	19
03.	13	19	19	10	19	10	18	18	17
	16	17	21	27	24	12	24	16	25
	25	11	15	21	24	15	18	10	20
	29	14	21	20	19	16	10	23	15
04.	19	17	14	11					
	25	14	17	22	20	21	17	18	18
	15	11	10	20	20	29	22	23	11
	15	21	19	15	24	15	11	16	13
05.	16	21	10	11					
	11	16	22	21	14	18	14	21	21
	17	21	15	16	24	17	22	23	25
	22	15	15	24	24	19	21	16	16
06.	23	13	11	24					
	16	20	17	24	20	10	11	13	18
	21	10	18	10	11	22	17	10	29
	20	22	24	21	11	10	16	24	20
07.	21	15	19	17					
	18	19	22	13	19	10	10	12	17
	19	15	14	23	15	16	14	19	24
	22	18	15	18	17	20	14	12	20

08.		19		19		18		15	
	12	23	24	13	14	18	22	16	10
	22	14	24	26	17	10	23	21	24
	16	20	21	14	24	15	22	12	11
09.		17		22		13		18	
	27	21	14	18	25	21	11	11	23
	21	18	15	19	16	22	22	14	14
	18	12	12	20	15	26	14	24	20
10.		10		21		14		24	
	15	19	11	19	16	12	21	15	11
	17	24	23	11	16	10	17	26	13
	22	20	23	15	18	11	15	14	23
11.		17		20		11		17	
	10	19	12	16	17	22	14	14	11
	17	12	11	18	19	11	19	11	19
	10	18	11	17	24	20	13	11	17
12.		20		17		22		15	
	18	14	17	15	18	17	23	11	27
	23	20	13	11	21	16	17	12	19
	13	24	23	24	18	23	21	21	21
13.		14		14		11		19	
	21	13	19	23	11	16	17	16	17
	24	13	20	17	15	24	16	13	20
	21	12	21	22	23	15	23	22	24
14.		16		16		21		21	
	20	20	25	24	15	20	23	20	17
	15	16	15	15	17	27	16	25	14
	14	18	15	24	16	19	21	12	12
15.		19		22		18		21	
	24	17	23	20	19	16	25	18	21
	29	15	20	22	18	22	20	11	16
	26	24	22	23	16	16	22	22	22
16.		24		14		26		11	
	24	12	23	24	12	23	23	23	19
	29	10	24	20	24	23	18	23	18
	13	16	22	21	17	13	10	13	17

17.		16		21		10		16	
	15	15	20	21	13	22	23	21	33
	16	17	16	24	16	21	14	14	20
	24	16	22	20	19	16	18	24	34
18.		11		22		17		24	
	16	12	19	23	23	24	10	13	20
	19	15	12	10	23	22	19	16	17
	29	24	25	10	19	18	12	10	11
19.		20		15		24		20	
	20	17	22	16	17	20	16	14	21
	14	21	11	15	12	17	20	11	11
	11	20	14	17	15	14	16	22	24
20.		22		10		14		16	
	14	20	14	22	19	19	11	16	21
	16	13	19	19	18	19	15	23	24
	19	20	15	22	12	12	14	19	12
21.		14		15		10		16	
	19	13	11	22	16	17	14	13	11
	11	15	19	20	17	16	22	12	13
	13	22	17	14	25	23	24	23	19
22.		19		14		15		23	
	22	23	16	15	17	17	22	20	14
	23	20	23	20	10	21	19	16	18
	20	23	28	24	17	22	18	21	20
23.		23		25		23		26	
	16	20	13	16	17	23	22	25	18
	13	23	24	21	17	21	23	17	17
	16	17	25	15	18	23	15	13	23
24.		18		17		29		18	
	22	14	15	24	16	25	19	18	17
	18	23	24	23	21	24	20	24	20
	19	14	20	15	14	21	21	23	18
25.		15		23		24		26	
	19	23	19	19	23	24	12	24	19
	24	27	13	12	21	17	17	22	17
	22	23	16	12	21	21	21	13	22

26.		20		25		20		17	
	13	19	24	24	15	16	12	16	22
	17	16	17	26	13	16	20	18	16
	25	22	19	17	21	20	16	23	12
27.		25		10		16		23	
	18	24	16	20	21	18	21	10	19
	21	15	21	21	18	18	17	22	16
	24	20	22	20	23	22	23	11	18
28.		11		19		22		18	
	16	15	21	16	20	17	24	19	11
	23	21	21	20	25	26	12	22	19
	20	13	11	23	18	10	11	19	23
29.		24		21		10		15	
	19	18	14	20	15	14	20	12	11
	19	16	12	21	12	16	14	23	15
	12	14	12	15	13	19	13	16	13
30.		19		24		20		24	
	15	16	16	12	19	13	23	23	10
	11	23	19	13	11	24	22	21	10
	11	15	10	13	13	21	12	19	19
31.		18		19		22		15	
	16	19	19	26	19	14	22	23	24
	24	11	19	18	19	19	18	29	25
	24	20	19	24	19	22	20	18	14
32.		10		11		14		24	
	16	12	19	13	18	17	22	10	24
	12	18	17	12	19	16	17	23	21
	15	23	23	23	27	11	18	18	11
33.		13		11		17		16	
	16	11	17	18	19	14	24	17	15
	23	12	18	19	17	20	19	20	19
	11	10	12	16	19	11	18	16	20
34.		15		17		23		16	
	16	13	14	23	17	13	11	18	15
	24	11	11	24	16	17	23	11	17
	13	14	11	13	20	17	16	11	21



35.		17		17		10		17	
	10	17	24	17	24	16	22	24	24
	23	20	11	12	19	18	19	13	11
	22	24	10	22	33	20	14	19	24
36.		21		18		24		23	
	22	11	16	15	20	14	22	14	12
	16	19	17	24	21	27	15	20	16
	11	17	18	13	13	12	21	15	12
37.		21		14		21		16	
	17	14	20	10	21	12	23	14	22
	13	14	19	14	18	22	11	11	19
	11	16	18	12	24	20	17	21	16
38.		17		18		18		15	
	14	11	16	16	18	12	20	13	15
	13	18	24	12	14	19	16	14	19
	18	20	22	16	14	21	22	22	15
39.		12		19		16		24	
	16	11	19	12	24	12	23	15	17
	16	19	15	12	18	16	11	23	17
	11	11	16	15	16	14	10	22	13
40.		21		18		15		18	
	19	24	15	15	16	17	13	18	17
	21	20	14	19	19	19	22	10	15
	22	17	23	24	11	15	19	14	22
41.		12		15		10		14	
	10	17	20	11	21	16	11	20	18
	12	16	13	18	18	24	18	16	18
	10	24	21	14	12	24	20	18	17
42.		21		20		24		11	
	10	10	20	18	22	20	15	14	19
	21	17	10	24	11	13	17	15	20
	15	13	16	13	11	23	23	12	17
43.		17		16		19		21	
	19	20	12	24	12	17	20	21	17
	20	22	23	12	14	15	17	18	17
	21	29	16	10	25	23	24	20	12

44.		11		19		21		15	
	21	14	16	19	20	15	13	21	17
	18	15	16	10	23	18	12	13	20
	13	13	18	13	15	19	11	15	10
45.		24		15		15		10	
	23	19	19	12	16	21	11	23	12
	19	19	23	23	13	18	24	24	19
	15	19	23	12	20	17	19	13	12
46.		17		22		24		16	
	15	20	12	14	17	22	20	22	15
	19	17	10	19	13	13	20	25	21
	21	22	18	24	22	19	20	22	17
47.		13		20		20		23	
	20	23	20	20	16	13	14	23	10
	18	10	20	29	11	22	18	15	19
	24	13	22	24	20	17	13	20	22
48.		21		17		17		23	
	11	22	21	15	17	20	23	17	17
	20	17	18	15	22	24	23	16	10
	20	23	20	12	22	21	14	21	20
49.		16		23		21		10	
	15	14	18	10	23	20	20	10	10
	14	13	19	23	18	19	20	16	13
	21	13	24	12	16	22	20	18	11
50.		17		19		20		19	
	15	10	22	19	12	23	21	12	20
	14	15	22	21	15	18	23	20	23
	10	14	24	22	10	20	24	10	21
51.		21		16		13		16	
	16	17	20	15	17	15	12	23	15
	12	16	25	13	16	16	17	15	14
	18	23	24	14	16	17	14	13	10
52.		10		10		15		19	
	18	14	23	19	18	14	10	10	12
	23	10	20	20	24	24	16	17	24
	18	23	21	19	12	11	15	10	14

53.		24		13		17		20	
	12	20	18	19	21	18	18	25	18
	19	23	18	23	26	12	24	19	22
	12	21	21	13	26	21	17	21	10
54.		18		24		19		11	
	20	16	16	23	20	10	15	11	10
	24	11	13	18	17	19	20	12	24
	10	20	13	15	18	26	17	12	12
55.		18		16		24		19	
	20	15	22	19	13	22	21	24	16
	12	23	21	18	17	10	13	20	11
	12	12	15	17	21	15	20	23	24
56.		22		20		23		18	
	24	16	25	12	13	22	24	19	15
	23	15	24	10	19	16	21	23	16
	16	12	21	19	14	24	17	17	18
57.		20		22		20		25	
	14	21	18	21	19	20	18	12	15
	22	23	17	17	16	15	14	10	15
	14	17	17	21	22	23	18	19	15
58.		12		20		14		12	
	16	23	17	17	11	11	19	17	12
	24	19	15	24	17	22	17	23	13
	19	22	22	22	21	20	15	10	10
59.		24		16		19		21	
	23	17	18	18	20	18	13	17	19
	23	24	13	24	24	11	13	24	22
	23	19	17	18	17	22	13	20	22
60.		17		12		21		19	
	21	11	12	11	11	10	12	14	14
	18	23	15	19	11	17	21	17	15
	10	12	23	18	15	11	19	15	11
61.		17		23		10		19	
	14	11	21	20	23	10	22	10	19
	14	20	18	21	11	19	20	10	20
	23	17	11	18	12	21	21	15	17

62.		24		20		24		15	
	18	17	13	13	17	22	20	15	23
	11	19	18	13	19	24	17	24	15
	15	22	18	16	22	24	14	10	18
63.		19		12		19		13	
	13	20	08	10	09	18	14	22	17
	07	18	14	19	23	22	20	20	15
	14	21	22	22	07	22	15	19	19
64.		17		11		20		17	
	16	18	21	19	18	12	20	20	18
	12	11	12	12	15	18	21	19	20
	10	19	20	17	12	17	12	21	20
65.		22		20		13		15	
	15	24	13	20	22	20	21	11	16
	19	23	15	24	23	13	17	12	13
	14	19	17	20	22	21	13	18	23
66.		12		20		23		13	
	12	19	16	24	24	10	21	11	15
	17	16	20	11	16	13	15	11	15
	22	23	17	15	16	18	19	24	20
67.		10		16		18		23	
	10	22	19	16	19	23	16	13	19
	21	18	21	10	20	19	17	22	22
	19	20	16	14	17	21	22	17	21
68.		23		16		16		18	
	15	15	16	17	12	22	18	22	13
	17	18	20	24	21	17	16	21	24
	18	15	10	14	15	24	20	19	17
69.		20		10		17		22	
	14	18	15	11	22	21	19	14	18
	11	24	18	22	18	19	19	16	10
	19	14	13	20	23	24	24	16	15
70.		24		20		16		25	
	16	12	24	18	19	18	11	21	10
	13	19	15	21	11	21	22	15	14
	11	24	11	12	14	12	22	17	19

71.		12		11		15		18	
	12	13	22	14	24	23	20	15	14
	19	16	16	11	20	19	20	15	12
	14	18	21	20	26	21	22	22	21
72.		18		10		19		11	
	10	17	18	23	13	22	15	23	21
	21	15	16	20	18	11	13	19	11
	15	15	18	22	16	13	17	13	17
73.		23		15		19		14	
	16	19	13	21	23	20	13	17	23
	15	21	19	20	23	17	16	12	18
	18	21	21	18	18	13	10	20	22
74.		12		17		12		19	
	24	19	13	11	13	17	12	16	22
	24	10	12	13	19	13	22	17	23
	16	16	17	17	14	24	17	12	15
75.		22		15		23		18	
	15	18	19	15	24	20	19	14	15
	14	21	12	21	24	18	11	19	16
	17	20	18	18	23	18	15	20	23
76.		14		12		16		17	
	12	12	18	24	17	21	14	11	16
	10	16	18	17	17	23	10	12	23
	11	12	22	12	21	23	23	19	11
77.		22		14		11		13	
	11	10	09	17	12	24	15	17	10
	14	24	19	17	10	21	15	16	19
	08	14	12	24	12	12	15	20	13
78.		21		12		22		20	
	15	18	18	21	17	16	13	13	24
	14	20	12	14	11	23	20	11	18
	21	18	15	10	11	15	15	21	22
79.		15		16		12		07	
	17	10	16	14	19	13	11	15	05
	17	15	13	16	12	17	22	14	17
	19	13	12	19	14	21	16	14	14

80.		23		13		19		19	
	13	15	10	19	12	16	21	24	22
	16	11	24	21	22	13	19	22	11
	16	16	12	13	23	23	13	18	23
81.		14		19		22		17	
	17	16	21	12	21	24	19	24	16
	11	19	22	22	20	10	15	17	19
	14	21	19	16	10	18	14	14	16
82.		11		13		24		14	
	04	13	23	17	18	19	12	15	12
	05	13	20	19	21	19	21	12	16
	05	17	14	20	26	21	11	23	21
83.		10		12		22		16	
	10	18	18	17	18	18	19	10	10
	12	11	22	14	19	16	16	17	16
	17	19	15	17	19	19	11	20	13
84.		21		22		12		10	
	20	22	23	24	17	21	15	17	13
	19	23	10	16	19	24	11	12	16
	11	15	21	18	10	17	10	19	15
85.		20		15		21		14	
	16	11	23	22	18	15	15	15	14
	11	18	16	17	19	15	13	12	12
	21	13	17	15	16	23	21	23	16
86.		12		15		24		19	
	20	21	16	21	13	16	11	18	24
	11	11	24	18	11	17	16	11	17
	12	21	14	21	18	21	14	12	13
87.		24		15		15		19	
	16	11	18	12	15	15	15	22	16
	10	18	15	12	24	22	16	20	19
	20	15	28	15	21	23	20	12	24
88.		24		12		17		19	
	14	25	18	22	23	16	20	11	10
	15	23	10	24	25	14	21	20	17
	13	21	12	10	14	19	20	17	20

89.		10		19		11		12	
	10	17	14	11	11	16	14	18	24
	22	20	22	15	16	13	17	10	28
	22	17	20	16	17	15	21	12	28
90.		22		19		13		17	
	23	19	24	20	24	10	21	21	17
	13	10	15	19	15	19	16	17	17
	14	16	15	15	11	14	19	23	12
91.		21		15		12		16	
	13	21	20	13	10	10	16	12	12
	19	13	14	15	13	12	19	11	15
	16	23	11	24	13	13	18	20	14
92.		14		18		13		24	
	16	20	14	21	17	13	10	11	23
	14	24	13	14	11	19	14	21	24
	19	16	23	11	19	15	19	13	11
93.		11		24		19		23	
	15	16	22	19	15	23	17	17	21
	17	20	23	14	23	15	18	17	21
	22	24	15	16	17	15	16	23	13
94.		21		20		14		21	
	15	21	23	16	14	13	14	22	18
	13	16	22	19	13	10	16	10	24
	15	21	13	16	20	10	22	11	23
95.		15		24		19		17	
	19	13	10	20	15	14	20	20	20
	16	15	22	10	22	18	19	22	17
	20	23	10	19	23	24	18	19	24
96.		16		20		12		16	
	12	19	21	16	22	24	12	18	24
	16	17	15	10	10	23	24	13	11
	13	15	12	19	19	11	20	18	16
97.		22		14		17		17	
	20	17	17	15	15	21	24	18	24
	13	15	20	22	22	20	20	22	10
	22	13	17	20	10	24	21	23	20

98.		15		15		23		12	
	15	20	23	20	19	18	17	10	10
	10	11	11	12	20	18	20	13	15
	15	15	11	19	18	13	20	14	17
99.		28		17		20		17	
	17	22	19	24	19	15	15	24	20
	19	15	17	10	11	19	14	20	10
	13	10	16	15	12	20	15	19	28