

**Севастопольский государственный университет  
Кафедра «Информационные системы»**

**Курс лекций по дисциплине  
“МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ ИСКУССТВЕННОГО  
ИНТЕЛЛЕКТА”  
(МиСИИ)**

**Лектор: Бондарев Владимир Николаевич**

## Лекция17

**Списки и рекурсия.  
Управление возвратом.  
Отрицание.  
Метаусловия.**

# Списки и рекурсия

**Список** – это структура данных, составленная из произвольного числа элементов. Элементы списка отделяются друг от друга запятыми и заключаются в квадратные скобки: **[a, b, c, d]**.

Для представления списка в виде структуры данных, состоящей из **головы и хвоста**, в Прологе широко используется еще одно обозначение, в котором голова и хвост списка отделяются вертикальной чертой. Например, в записи **[H|T]** переменная **H** – представляет голову списка, а переменная **T** – хвост. Применив символ “|”, список **[a, b, c, d]** можно представить следующими различными способами:

**[a,b,c,d]=[a| [b,c,d]]==[a, b| [c,d]]==[a, b, c| [d]]==[a, b, c, d| [ ]].**

Здесь пара квадратных скобок **[ ]** обозначает пустой список.

? – **[X1, X2, X3, X4]=[1, 2, 3, 4].**

**X1=1, X2=2, X3=3, X4=4.**

? – **[X1, X2| X3]=[1, 2, 3, 4].**

**X1=1, X2=2, X3=[3, 4].**

? – **[X1, X2, X3 | X4]=[1, 2, 3, 4].**

**X1=1, X2=2, X3=3, X4=[4].**

? – **[X1 | X2]=[1, 2, 3, 4].**

**X1=1, X2=[2, 3, 4].**

# Списки и рекурсия

Над списками часто выполняют следующие **операции**:  
добавление элемента в список, удаление элемента из списка,  
объединение списков, поиск элемента в списке.

**Добавление элемента в список**: добавить (**X, L, [X|L]**).

Здесь **X** – добавляемый элемент; **L** – список, в который добавляется элемент; **[X|L]** – результирующий список. Таким образом, элемент **X** добавляется в начало списка **L**.

Представление списков в виде головы и хвоста, где хвост, в свою очередь, тоже список, является рекурсивным. Поэтому обработка списков часто выполняется с помощью **рекурсивных предикатов**.

**Рекурсивными** называют предикаты, в определениях которых содержатся ссылки на самих себя.

?-добавить(а, [б, в, г], СПИСОК).

СПИСОК = [а, б, в, г].

?-добавить(а, СПИСОК, [а, б, в, г]).

# Списки и рекурсия

?-добавить(а, СПИСОК, [а, б, в, г]).

СПИСОК = [б, в, г].

?-добавить(ЧТО, [б, в, г], [а, б, в, г]).

# Списки и рекурсия

?-добавить(ЧТО, [б, в, г], [а, б, в, г]).

ЧТО = а.

# Списки и рекурсия

Предикат, проверяющей **вхождение элемента Н в список:**

**member(H,[H|T]).**

**member(H,[X|T]):-member(H,T).**

С помощью факта задается истинное утверждение о том, что элемент **H** и список **[H|T]**, головной элемент которого есть **H**, находятся в отношении **member**. Правило означает, что элемент **H** и список **[X|T]** будут находиться в отношении **member**, если указанное отношение имеет место между элементом **H** и хвостом списка **T**. Иными словами, элемент **H** содержится в списке **[X|T]**, если он входит в хвост **T** этого списка.

**?-member(a, [a, b, c]).**

**true.**

**?-member(a, [b, c]).**

**false.**

**?-member(X, [b, c]).**

# *Списки и рекурсия*

**member(H,[H|T]).**

**member(H,[X|T]):-member(H,T).**

**?-member(X, [b, c]).**

**X = b;**

**X = c;**

**false.**

# Списки и рекурсия

Пусть требуется написать программу, выполняющую **соединение двух списков** и возвращающую в качестве результата третий список. Определим для этого предикат (отношение) **append(X,Y,Z)**, где **X** и **Y** – исходные списки, а **Z** – результирующий список.

При описании отношения **append** необходимо учесть два случая:

- 1) если **X** представляет пустой список, то второй и третий аргумент (т. е. **Y** и **Z**) отношения представляют собой один и тот же список, что выражается в виде факта

**append([ ],L,L);**

- 2) если **X** не пустой список, то он имеет голову и хвост и может быть записан в виде **[H|T]**; в результате соединения такого списка со списком **Y**, получим новый список **[H|W]**, где между хвостом **T** первого списка, списком **Y** и хвостом **W** результирующего списка должно существовать отношение **append(T,Y,W)**. Это записывается в виде правила:

**append([H|T],Y,[H|W]):-append(T,Y,W).**

# Списки и рекурсия

Иными словами, списки  $[H|T]$ ,  $Y$ , и  $[H|W]$  находятся в отношении **append**, если в этом же отношении находятся списки  $T$ ,  $Y$  и  $W$ .  
Пролог-программа, решающая поставленную задачу:

**append([ ],L,L).**

**append([H|T],Y,[H|W]):-append(T,Y,W).**

?-append([a, b], [c, d], [a, b, c, d]).

?-append([a, b], [c, d], [a, a, c, d]).

?-append([a, b], [c, d], RES).

# Списки и рекурсия

**append([ ],L,L).**

**append([H|T],Y,[H|W]):-append(T,Y,W).**

?-append([a, b], [c, d], RES).

RES = [a, b, c, d].

?-append(X, [c, d], [a, b, c, d]).

# *Списки и рекурсия*

**append([ ],L,L).**

**append([H|T],Y,[H|W]):-append(T,Y,W).**

?-append(X, [c, d], [a, b, c, d]).

X = [a, b].

?-append(X1, X2, [a, d]).

# *Списки и рекурсия*

**append([ ],L,L).**

**append([H|T],Y,[H|W]):-append(T,Y,W).**

**?-append(X1, X2, [a, d]).**

**X1 = [], X2 = [a, d];**

**X1 = [a], X2 = [d];**

**X1 = [a, d], X2 = [];**

**false.**

# Списки и рекурсия

В общем случае все такие определения строятся по следующей схеме:

**предикат(...[ ]...).**

**предикат(...[Голова|Хвост]...): –**

**обработка(Голова),**

**предикат(...[Хвост]...).**

Рекурсивные вызовы прекратятся, когда хвост списка окажется пустым списком. В приведенном определении первое утверждение определяет условие выхода из рекурсии, а второе утверждение – правило, предусматривающее при каждом вызове обработку очередного элемента списка и рекурсивный вызов определяемого предиката, аргументом которого является хвост списка.

# Списки и рекурсия

Определим, например, предикат **реверс(X,Y)**, где список **Y** представляет **инверсную копию списка X**:

**реверс([ ], [ ]).**

**реверс([H|T],Y):- реверс(T,YS), append(YS,[H],Y).**

Для того чтобы выполнить инверсию списка **[H|T]**, необходимо выполнить инверсию хвоста **T** и получить список **YS**, а затем добавить голову **H** в конец списка **YS** и получить результирующий список **Y**.

?-реверс([a, b, c], [c, b, a]).

?-реверс([a, b, c], X).

?-реверс([a, b, c], [a, b, c]).

?- реверс(X, [c, b, a]).

# Списки и рекурсия

реверс([ ], [ ]).

реверс([H|T], Y):- реверс(T, Ys), append(Ys, [H], Y).

?-реверс([a, b, c], [c, b, a]).  
true.

?-реверс([a, b, c], [a, b, c]).  
false.

?-реверс([a, b, c], X).  
X = [c, b, a].

?- реверс(X, [c, b, a]).  
X = [a, b, c].

# Списки и рекурсия

**Удаление** элемента **X** из списка **L** можно представить в виде предиката **удалить(X, L, L1)**, где **L1** – результирующий список. Если **X** является головой списка **L**, то результирующий список **L1** – это хвост списка **L**. Если **X** находится в хвосте списка **L**, то для удаления **X** необходимо рекурсивно вызвать предикат **удалить**, подставив в качестве второго аргумента хвост списка **L**.

**удалить(X, [X|T], T).**

**удалить(X, [H|T], [H|T1]): – удалить(X, T, T1).**

?-удалить(a,[a,b,c],[b,c]).

?-удалить(a, [b, c], [b, c]).

?-удалить(a, [a, b, c], X).

# Списки и рекурсия

удалить(Х, [Х|Т], Т).

удалить(Х, [Н|Т], [Н|Т1]): – удалить(Х, Т, Т1).

?-удалить(а,[а,б,с],[б,с]).

true.

?-удалить(а, [б, с], [б, с]).

false.

?-удалить(а, [а, б, с], Х).

Х = [б, с].

# Списки и рекурсия

удалить(Х, [Х|Т], Т).

удалить(Х, [Н|Т], [Н|Т1]): – удалить(Х, Т, Т1).

?- удалить(Х, [а, б, с], [б, с]).

?- удалить(Х, [а, б, с], [а, б]).

?- удалить(Х, [а, б, с], [а, с]).

# Списки и рекурсия

удалить(Х, [Х|Т], Т).

удалить(Х, [Н|Т], [Н|Т1]): – удалить(Х, Т, Т1).

?-удалить(Х, [а, б, с], [б, с]).

Х = а.

?- удалить(Х, [а, б, с], [а, б]).

Х = с.

?- удалить(Х, [а, б, с], [а, с]).

Х = б.

# Списки и рекурсия

Предикат **удалить** можно использовать и в **обратном порядке**:

?-удалить(а, X, [b, c]).

# Списки и рекурсия

Предикат **удалить** можно использовать и в **обратном порядке**:

?-удалить(а, X, [b, c]).

X = [a, b, c];

X = [b, a, c];

X = [b, c, a].

В данном случае **выполняется вставка** элемента **a** в произвольные позиции списка. В итоге получаются различные списки **X**, исключив из которых элемент **a**, получим список **[b, c]**.

# Управление возвратом (отсечение)

В Пролог имеется встроенный предикат, ограничивающий возвраты. С этой целью отсекаются некоторые ветви дерева вывода, к которым возможен возврат.

Предикат, обеспечивающий **отсечение**, обозначается знаком “!” .

Определим предикат **abs(X,Y)**, присваивающий переменной **Y** абсолютное значение **X**:

$$Y = \begin{cases} X, & X \geq 0 \\ -X, & \text{иначе.} \end{cases}$$

% Определение1

```
abs(X,Y): -X>=0, Y is X;  
Y is -X.
```

The screenshot shows a Prolog interface with a program window and a query window. The program window contains the rule:

```
1 | abs(X,Y):-X>=0, Y is X ; Y is -X.
```

The query window shows two queries:

- abs(3,-3).  
true
- ?- abs(3,-3).  
?-

Проверим данное определение на целевом утверждении

? – **abs(3, -3).**

# Управление возвратом (отсечение)

Пролог-система подставит вместо **X** значение **3**, а вместо **Y** – значение **-3** и попытается выяснить выполнимость условий  **$3 \geq 0$ , -3 is 3**.

Так как второе условие невыполнимо, то пролог-система выполнит возврат и проверит альтернативную версию **Y is -X**, то есть **-3 is -3**. В этом случае выполнение предиката **is** завершится удачей. Следовательно, в ответ на вопрос **abs(3,-3)** будет получен ошибочный ответ **true (Yes)**.

Попробуем исправить ошибку. Определим предикат **abs(X,Y)** следующим образом:

**% определение 2**

**abs(X, Y): – X $\geq 0$ , Y is X;**  
**X<0, Y is -X.**

Теперь при ответе на вопрос **? – abs(3, -3)** будет получен ответ **false (No)**.

В данном определении выполняются две проверки: **X $\geq 0$**  и **X<0**. Что не эффективно.

# Управление возвратом (отсечение)

% определение 3

$\text{abs}(X, Y) :- X \geq 0, !, Y \text{ is } X;$   
 $Y \text{ is } -X.$



# Управление возвратом (отсечение)

Предикат отсечения применяется также для **прерывания рекурсивных вызовов** и устранения бесконечных циклов.

В качестве примера рассмотрим программу, обеспечивающую вычисление квадратного корня  $y = \sqrt{x}$ . Для этого воспользуемся итерационной формулой:

$$\begin{aligned}y_n &= y_{n-1} + \frac{1}{2} \left( \frac{x}{y_{n-1}} - y_{n-1} \right), \\y_0 &= 1,\end{aligned}\tag{6.1}$$

где  $y_n$  – значение корня на  $n$ -ом шаге вычислений,  
 $y_0 = 1$  – начальное приближение.

Вычисления заканчиваются, когда будет достигнута заданная точность вычислений  $\varepsilon = |y_n - y_{n-1}|$ .

Пусть  $\varepsilon = 10^{-5}$ . Определим предикат **квадратный\_корень(X,Y)**:

# Управление возвратом (отсечение)

квадратный\_корень(X,Y): –

$X > 0$ , !, поиск\_квадратного\_корня( $X$ , Корень, 1),  
(  $Y$  is Корень;  $Y$  is -Корень);  
 $X :=:= 0$ ,  $Y$  is 0.

Если  $X=0$ , то  $Y$  присваивается ноль. Предикат “!” используется для программирования взаимоисключающих вариантов.

поиск\_квадратного\_корня(X, Корень, Приближение): –

$Y_n$  is ( $X$ / Приближение+Приближение)/2,  
(abs( $Y_n$  - Приближение) < 1.0e-5, !, Корень is  $Y_n$ ;  
поиск\_квадратного\_корня( $X$ , Корень,  $Y_n$ )).

В рассмотренных определениях использована группа.

**Группа** – это заключенная в скобки последовательность вариантов, отделенных друг от друга точкой с запятой. Группа позволяет, с одной стороны, рассматривать совокупность вариантов как одно утверждение, а с другой – ограничивать область действия связки “или”. По существу, группа – это тело правила без головы.

# Управление возвратом (отсечение)

Уточним **область действия** предиката отсечения. Рассмотрим пример. Определим предикат **абсолютный\_элемент(X,L)**, который будет иметь истинное значение, если список L будет содержать числовой элемент, абсолютное значение которого равно X.

Приведем два определения этого предиката:

**% Определение 1**

**абсолютный\_элемент(X, L): –**  
**member(E, L), abs(E, X).**

**% Определение 2**

**абсолютный\_элемент(X, L): –**  
**member(E, L),**  
**(E>=0, !, X is E;**  
**X is -E).**

Проверим данные определения на вопросе:

**? – абсолютный\_элемент(3, [2, -3]).**

При использовании первого определения ответ на вопрос будет положительным, а применение второго определения даст отрицательный ответ **false(No)**. Во втором случае ! расширил область своего действия.

# Управление возвратом (отсечение)

абсолютный\_элемент(X, L): –  
member(E, L),  
 $(E \geq 0, !, X \text{ is } E;$   
 $X \text{ is } -E).$

? - абсолютный элемент(3, [2, -3])

X=3

L=[2, -3]

**member (E, [2, -3]), ( $E \geq 0, !, 3 \text{ is } E; 3 \text{ is } -E)$**

E=2

E= -3

( $2 \geq 0, !, 3 \text{ is } 2; 3 \text{ is } -2$ )

...

$2 \geq 0, !, 3 \text{ is } 2$

3 is -2

!, 3 is 2

3 is 2

fail

При выполнении  
предиката '!'  
отсекаются обе ветви

Как видно из рисунка, предикат '!' отсекает не только альтернативные ветви, порождаемые определением  $\text{abs}(E, X)$ , но и ветви, обусловленные недетерминированным исполнением предиката элемент. Поэтому правильным будет первое определение.

# Отрицание в языке Пролог

Определим предикат **не\_элемент(X,L)**, противоположный предикату **элемент(X, L)**:

```
не_элемент(X, L): -  
    member(X, L), !, fail;  
    true.
```

В этом случае доказательство истинности исходного утверждения подменяется доказательством недоказуемости противоположного утверждения. Поэтому рассмотренной схемой построения отрицания необходимо пользоваться осторожно.

Пусть в программе имеются следующие факты и правила:

```
отец('Иван', 'Сергей').  
отец('Иван', 'Ольга').  
отец('Петр', 'Николай').  
не_отец(X, Y): -  
    отец(X, Y), !, fail;  
    true.
```

# Отрицание в языке Пролог

При попытке ответа на вопрос

**?- не\_отец ('Петр', 'Татьяна').**

будет получен положительный ответ. Но это означает только то, что база данных не содержит утверждения **отец('Петр', 'Татьяна')**.

Многие реализации Пролога содержат встроенный предикат **not**. Тогда предикат **не\_отец(X, Y)** можно определить следующим образом:

**не\_отец(X, Y): – not(отец(X, Y)).**

Обычно предикат **not** описывается в виде префиксного оператора. Поэтому цель **not(отец(X, Y))** можно также записать в виде

**not отец(X, Y).**

# Метаусловия

Пролог допускает использование переменных не только в качестве аргументов предикатов, но и вместо условий (предикатов). Такие условия (переменные) называют *метаусловиями (метапеременными)*. При выполнении метаусловия переменная, представляющая такое метаусловие, должна быть конкретизирована. В приведенном ниже правиле

$p(A, B, C) :- A, B; C.$

переменные  $A$ ,  $B$ ,  $C$  представляют метаусловия. При вызове предиката  $p(A, B, C)$  на место аргументов должны подставляться конкретные условия.

Используя метаусловия, определим предикат **not**:

$\text{not}(P) :- P, !, \text{fail};$   
 $\text{true}.$

В данном определении  $P$  – метаусловие. Подстановка вместо  $P$  конкретного утверждения обеспечивает успех, если метаусловие  $P$  не достижимо.

# Метаусловия

Введение метаусловий позволяет реализовать управляющую конструкцию **if\_then\_else**:

**if(Если, То, Иначе): – Если, !, То; Иначе.**

Здесь **Если, То, Иначе** – метаусловия. Предикат **if** удобно использовать при программировании взаимоисключающих версий. Например, переопределим предикат **abs(X, Y)**:

**abs(X, Y): – if(X>=0, Y is X, Y is -X).**

Здесь метаусловие **Если** задано отношением **X>=0**. Если оно справедливо, то выполняется условие **Y is X**, иначе условие **Y is -X**.

Подобным образом можно использовать предикат **if** при выборе максимального из двух чисел:

**max(X, Y, Z): – if(X>=Y, Z is X, Z is Y).**

**max(X, Y, Z): – X>=Y,! , Z is X; Z is Y).**