

Программа “Алгоритмы” 2 семестр. 2016-2017.

[Тема 1. Обходы графа.](#)

[Тема 2. Кратчайшие пути во взвешенном графе.](#)

[Тема 3. Остовные деревья.](#)

[Тема 4. Потоки в сетях.](#)

[Тема 5. RMQ. Sparse-table. дерево отрезков. LCA. Декартово дерево по неявному ключу.](#)

Тема 1. Обходы графа.

3 лекции.

- Ориентированный граф, псевдограф. Неориентированный граф, псевдограф.
- Связность в неор. графе, компоненты связности. Слабая и сильная связность в ор. графе. Компоненты слабой, сильной связности.
- Обход в глубину. Цвета вершин. Времена входа и выхода. Лемма о белых путях.
- Проверка связности неориентированного графа.
- Поиск цикла в неориентированном и ориентированном графе.
- Топологическая сортировка.
- Нахождение компонент сильной связности. Алгоритм Косараяу с доказательством корректности. Алгоритм Тарьяна без доказательства корректности.
- Компоненты реберной двусвязности. Мосты. Поиск мостов.
- Компоненты вершинной двусвязности. Точки сочленения. Поиск точек сочленения.
- Волновой алгоритм. Обход в ширину (применение очереди в волновом алгоритме).
- Критерий существования Эйлера пути и цикла в ориентированном и неориентированном графе. Поиск эйлера пути и цикла.

Тема 2. Кратчайшие пути во взвешенном графе.

3 лекции.

- Алгоритм Дейкстры. Доказательство корректности. Оценка времени работы. Дерево кратчайших путей.

- Потенциалы. Условие применимости алгоритма Дейкстры для измененных длин ребер. Потенциал $\pi(v) = p(v, t)$.
- Алгоритм A^* . Условие монотонности на эвристику. Примеры эвристик.
- Двусторонний алгоритм Дейкстры.
- Алгоритм Форда-Беллмана.
- Хранение в матрице: Dvk равно длине кратчайшего пути до вершины v за ровно k ребер (не более k ребер). Доказательство корректности. Оценка времени работы.
- Восстановление пути.
- Детектирование цикла отрицательного веса. Поиск самого цикла.
- Нахождение кратчайших путей с учетом циклов отрицательного веса.
- Алгоритм Флойда. Доказательство. Восстановление пути.
- Нахождение цикла отрицательного веса.
- Алгоритм Джонсона. Добавление фиктивного корня и фиктивных ребер для запуска алгоритма Форда-Беллмана.

Тема 3. Остовные деревья.

2 лекции.

- Остовное дерево. Построение с помощью обхода в глубину и в ширину.
- Определение минимального остовного дерева.
- Теорема о разрезе. Доказательство.
- Алгоритм Прима. Аналогия с алгоритмом Дейкстры.
- Доказательство с помощью теоремы о разрезе. Оценка времени работы для различных реализаций очереди с приоритетом: бинарная куча, Фибоначчиева куча (последнее без доказательства).
- Алгоритм Крускала. Доказательство. Оценка времени работы.
- Система непересекающихся множеств. Эвристика потенциалов с доказательством оценки времени работы.
- Эвристика сжатия пути без доказательства.
- Алгоритм Борувки. Доказательство. Оценка времени работы.
- Приближение решения задачи коммивояжера с помощью минимального остовного дерева.

Тема 4. Поток в сетях.

2 лекции.

- Определение сети. Определение потока.
- Физический смысл. Аналогия с законами Кирхгофа.
- Определение разреза. Понятия потока через разрез.
- Доказательство факта, что поток через любой разрез одинаковый.
- Понятие остаточной сети. Понятие дополняющего пути.
- Необходимость отсутствия дополняющего пути для максимальности потока.

- Теорема Форда-Фалкерсона.
- Алгоритм Форда-Фалкерсона. Поиск минимального разреза.
- Пример целочисленной сети, в котором алгоритм работает долго.
- Алгоритм Эдмондса-Карпа.
- Доказательство, что кратчайшее расстояние в остаточной сети не уменьшается.
- Общая оценка времени работы алгоритма Эдмондса-Карпа.
- Слоистая сеть. Алгоритм Диница. Оценка времени работы без доказательства.

Тема 5. RMQ. Sparse-table, дерево отрезков. LCA. Декартово дерево по неявному ключу.

3 лекции.

- RSQ и RMQ.
- Sparse-table.
- Дерево отрезков.
- Обработка запросов от листьев.
- Обработка запросов от корня.
- Изменение значения в массиве, обновление дерева отрезков.
- Множественные операции.
- LCA. Метод двоичного подъема.
- Сведение LCA к задаче RMQ.
- Сведение RMQ к задаче LCA.
- Декартово дерево по неявному ключу.
- Интерфейс быстрого массива: Доступ к элементу в позиции i , Вставка элемента в позицию i , Удаление элемента из позиции i , Конкатенация двух массивов, разделение массива на два.