

Программа “Алгоритмы” 3 семестр. 2017-2018.

[Тема 1. Поиск строк.](#)

[Тема 2. Суффиксные структуры данных.](#)

[Тема 3. Вычислительная геометрия.](#)

[Тема 4. Длинная арифметика. Преобразование Фурье. Комбинаторные игры.](#)

Тема 1. Поиск строк.

3 лекции (1-15 сентября)

- Понятие префикс, суффикс, подстрока. Понятие собственных префикса и суффикса.
- Постановка задачи поиска подстроки в строке. Тривиальный алгоритм поиска подстроки в строке.
- **Префикс-функция.** Тривиальный алгоритм нахождения.
- Линейный алгоритм нахождения. Доказательство времени работы методом потенциалов и методом бухгалтерского учета.
- Подсчет префикс-функции для строки $q\$t$, где q — образец, а t — текст.
- **Алгоритм Кнута-Морриса-Пратта.** Поточная обработка текста без хранения префикс-функции для всей строки $q\$t$.
- **Z-функция.** Тривиальный алгоритм нахождения.
- Линейный поиск Z-функции. Доказательство времени работы методом потенциалов и методом бухгалтерского учета.
- Применение для поиска подстроки в строке (КМП-2). Хранение Z-функции только для образца, а не для всей строки $q\$t$.
- Задача поиска нескольких образцов одновременно. Оценка времени работы при использовании алгоритма КМП.
- Структура данных **Бор**. Построение, оценка времени построения и объема памяти.
- **Алгоритм Ахо-Корасик.** Суффиксная ссылка. Построение бора. Построение суффиксной ссылки. Оценка времени работы.
- Ситуации, когда один образец является суффиксом другого. «Длинные» суффиксные ссылки, то есть ссылки, идущие в следующую терминальную вершину, которая является суффиксом текущей.
- Построение автомата переходов. Построение переходов по буквам с учетом перемещения по суффиксным ссылкам. Кэширование переходов.
- Бор с суффиксными ссылками для одного шаблона. Аналогия с

префикс-функцией.

Тема 2. Суффиксные структуры данных.

3 лекции (22 сентября – 13 октября, 29 сентября занятия не будет)

- **Суффиксный массив.** Построение за $O(n^2 \log n)$.
- Поиск подстроки в тексте с использованием суффиксного массива.
- Построение суффиксного массива за $O(n \log n)$ с помощью удвоения префикса, по которому происходит цифровая сортировка.
- **Алгоритм Касаи.** Доказательство времени работы.
- **Суффиксное дерево.**
- Сжатое суффиксное дерево. Хранение сжатого суффиксного дерева. Тривиальное построение сжатого суффиксного дерева.
- Линейность числа вершин и ребер.
- Обновление дерева при добавлении одного символа в конец строки. Два случая: создание нового листа и проход вдоль ребра. Эвристика листа. Добавление бесконечного числа символов на ребро при добавлении листа.
- Суффиксная ссылка. Инвариант: для всех внутренних вершин вычислена суффиксная ссылка. Доказательство факта, что суффиксная ссылка ведет всегда в вершину.
- Переход к суффиксу меньшего размера и подсчет суффиксной ссылки для вновь созданной вершины. Быстрый спуск, обоснование его допустимости.
- **Алгоритм Укконена.** Потенциалы для доказательства времени работы. Потенциал по длине слова, соответствующего вершине. Потенциал по количеству промежуточных вершин от корня.
- Доказательство суммарного времени работы быстрых спусков. Доказательство факта, что при переходе по суффиксной ссылке потенциал промежуточных вершин уменьшается не более, чем на единицу. Доказательство времени работы других операций.
- Задача поиска наибольшей общей подстроки двух строк $O(N + M)$.

Тема 3. Вычислительная геометрия.

4 лекции (20 октября – 10 ноября)

- Введение. **Точка, вектор, отрезок. Скалярное произведение, векторное произведение. Прямая, плоскость.**
- **Выпуклая оболочка 2D.**
- **Алгоритм Джарвиса.** Алгоритм Грэхема.
- Метод в 2D «Разделяй и властвуй» за $O(n \log n)$.
- Выпуклая оболочка **3D**. Заворачивание подарка за $O(n^2)$.
- Метод в 3D «Разделяй и властвуй» за $O(n \log n)$ - алгоритм Чана (<https://drive.google.com/open?id=0B6oYnrxwI0UcTV9GamFfOHBHeXM>).
- **Сумма Минковского** двух выпуклых многоугольников за $O(m + n)$.
- **Сканирующая прямая.**

- Проверка факта пересечения какой-либо пары отрезков из множества за $O(n \log n)$.
- **Триангуляция Делоне.**
- Сведение к поиску выпуклой оболочки в 3D.
- ЕМОД - Евклидово минимальное остовное дерево. Достаточность использования ребер триангуляции Делоне. $O(V \log V)$.
- **Диаграмма Вороного.**
- Эквивалентность триангуляции Делоне.
- Построение диаграммы Вороного по схеме: Выпуклая оболочка 3D \rightarrow Триангуляция Делоне \rightarrow Диаграмма Вороного. $O(n \log n)$.
- Алгоритм Форчуна.

-Тема 4. Длинная арифметика. Преобразование Фурье. Комбинаторные игры.

4 лекции (17 ноября – 8 декабря)

- **Длинная арифметика.**
- Умножение. Алгоритм Карацубы.
- Деление.
- **Преобразование Фурье.** Дискретное преобразование Фурье. Быстрое преобразование Фурье.
- **Математические игры.**
- Игра с камнями. Есть N камней, игрок может брать от 1 до K камней. Побеждает игрок, взявший последний камень.
- Модификация: проигрывает игрок, который взял последний камень.
- Игра в монеты за круглым столом. Игроки по очереди кладут круглые монеты на круглый стол так, чтобы они не пересекались. Игрок, который не может сделать ход, проигрывает. **Метод симметричной стратегии.**
- **Игры на графе.** Выигрышные и проигрышные вершины.
- **Классификация игр.** Нормальные и ненормальные игры. Нормальной называют игру, в которой листья проигрышные. Сведение ненормальной игры к нормальной. Справедливые и несправедливые игры. Справедливые, когда каждый игрок из одной позиции может делать такие же ходы, как и противник. Пример не справедливой игры: шахматы, шашки. Случайные/детерминированные.
- Выигрышная и проигрышная стратегия. Определение оптимальной стратегии с учетом количества ходов. Поиск оптимальной стратегии в ациклических графах. Min-Max.
- **Ретро-анализ.** Нахождение хода в оптимальной стратегии во время ретро-анализа.
- **Альфа-бета отсечение.**