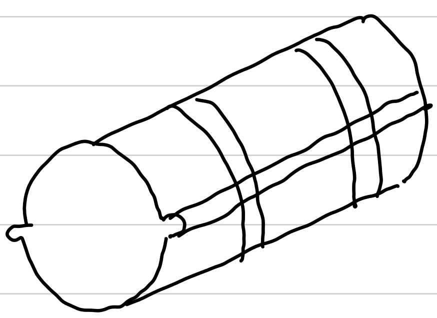
CEE 540

10/9/24 Lecture 1

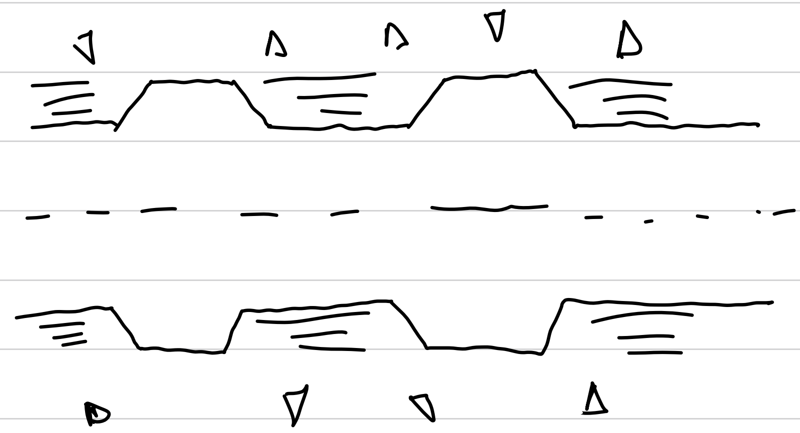
Midterm 5/11/24

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΥΛΙΚΑ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ

1.1 ΧΑΛΥΒΑΣ ΟΠΛΙΣΜΟΥ



Οπλισμος με νευρωσεις για ενισχυση της συναφειας



Συμφωνα με 1992-1-1

Ο οπλισμος πρεπει να ακολουθει τα προτυπα EN 10080

Κατηγοριες Χαλυβα. A, B, C $f_{yk} = 400-600$ MPa

χαρ αντοχη

DCM → B η C

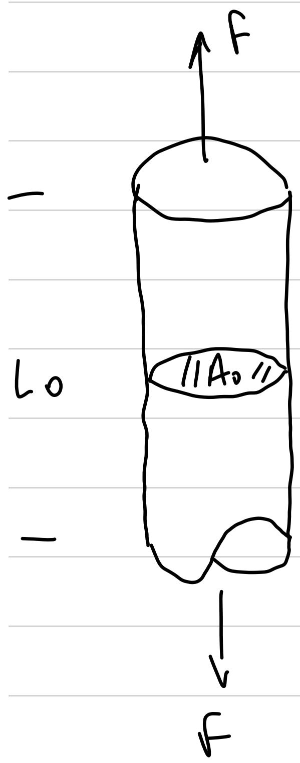
DCH → C

Σχεση Τάσης - Παραμόρφωσης

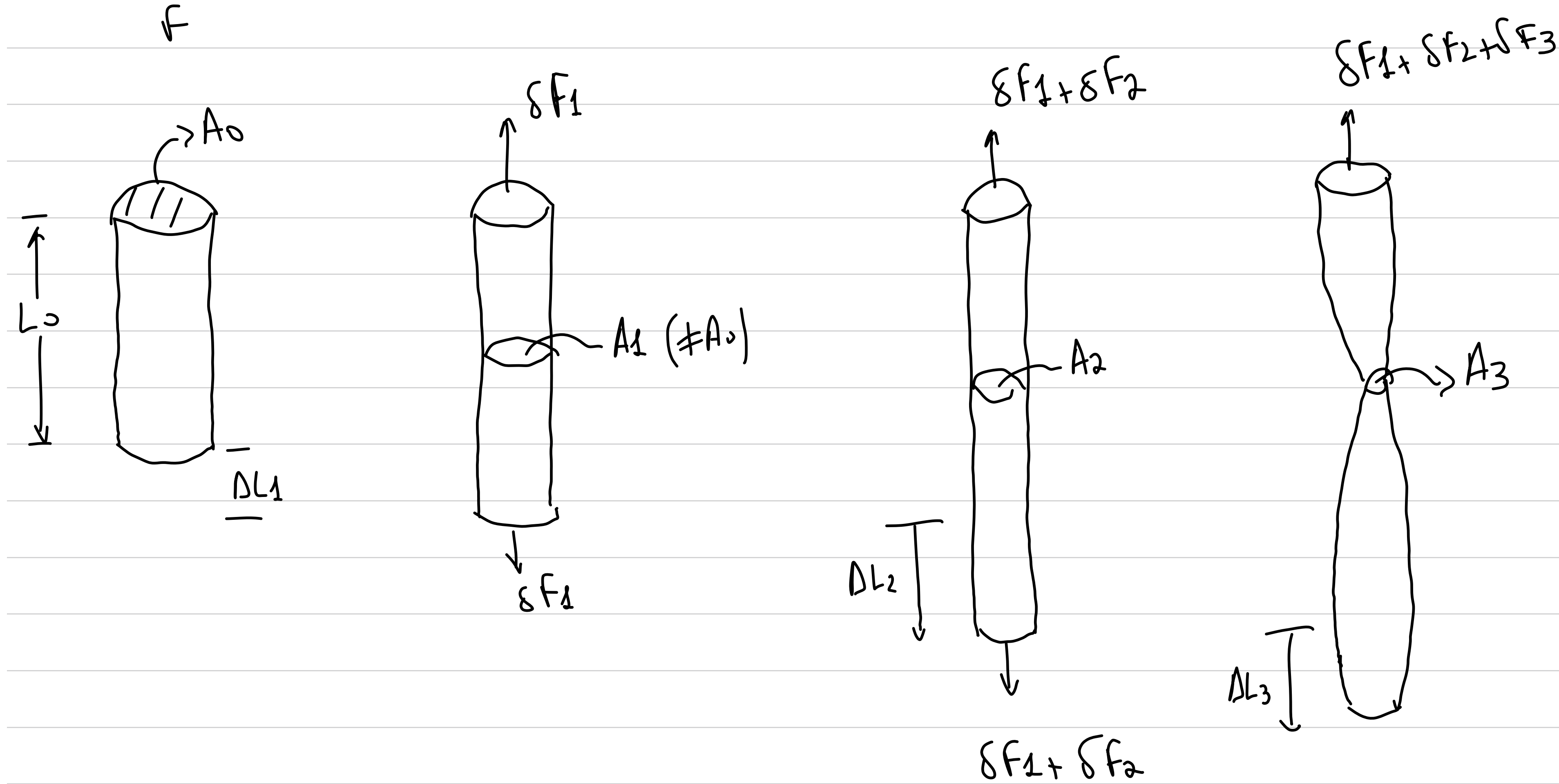
Engineering Stress (σ), Engineering Strain (ε)

True Stress (σ'), True Strain (ε')

https://www.youtube.com/watch?v=AkX6JqlWRqc&list=PLEYqyyrm-hQ3wtF34smyJSAOqUJqnf1ch&index=2



$$\sigma = \frac{F}{A_0}, \quad \varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{\Delta L}{L_0}$$



σ' $\qquad \dfrac{\delta F_1}{A_1} \qquad \dfrac{\delta F_1 + \delta F_2}{A_2} \qquad \dfrac{\delta F_1 + \delta F_2 + \delta F_3}{A_3}$

$\varepsilon' \quad \dfrac{\Delta L_1}{L_1 + \Delta L_1} \qquad \dfrac{\Delta L_1 + \Delta L_2}{L_0 + \Delta L_1 + \Delta L_2} \qquad \dfrac{\Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3}{L_0 + \Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3}$

$V = L_0 A = L A$ Όγκος Πάντα Σταθερός

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{L}{L_0} - 1$$

$$\hookrightarrow \frac{L}{L_0} = \varepsilon + 1$$

$$\sigma' = \frac{F}{A} = \frac{F \overbrace{L}^{\varepsilon+1}}{L_0 A_0} = \frac{F}{A_0}(\varepsilon+1) = \sigma(\varepsilon+1)$$

↳ eng stress

↳ Eng Stress

$$\sigma' = \sigma(\varepsilon+1)$$

$$\varepsilon' = \Sigma \frac{\Delta L_i}{L} = \int_{L_0}^{L} \frac{dL}{L} = \ln \frac{L}{L_0} = \ln(\varepsilon+1)$$

μήκος που είναι τωρα όχι το αρχικό

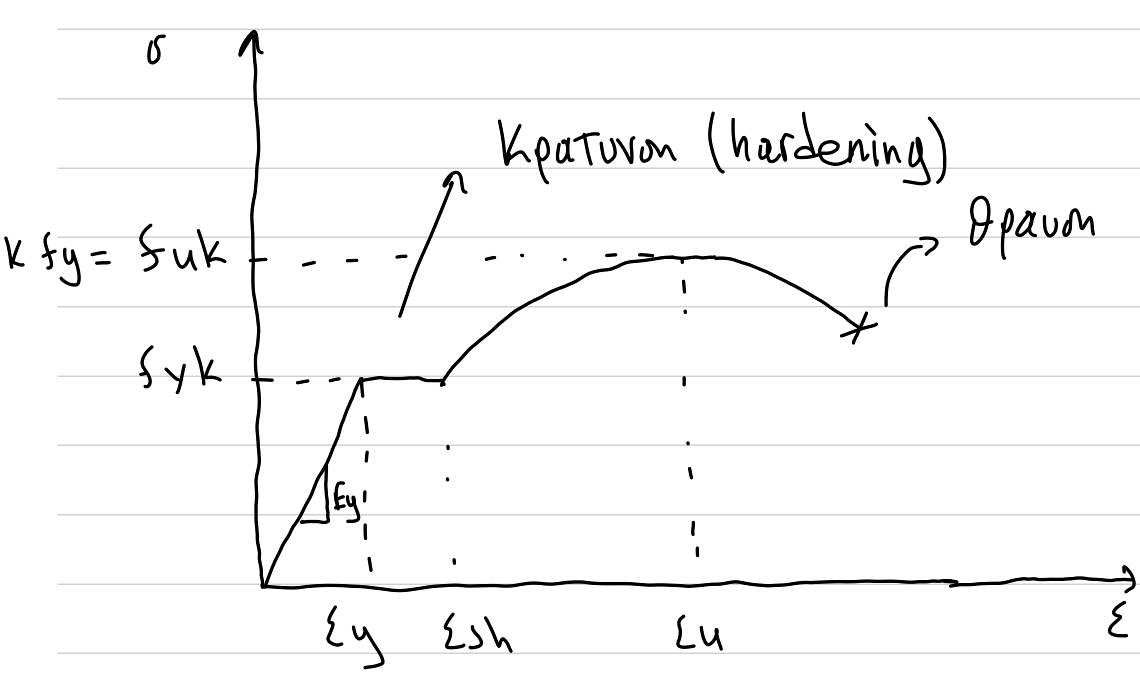
αρχικό

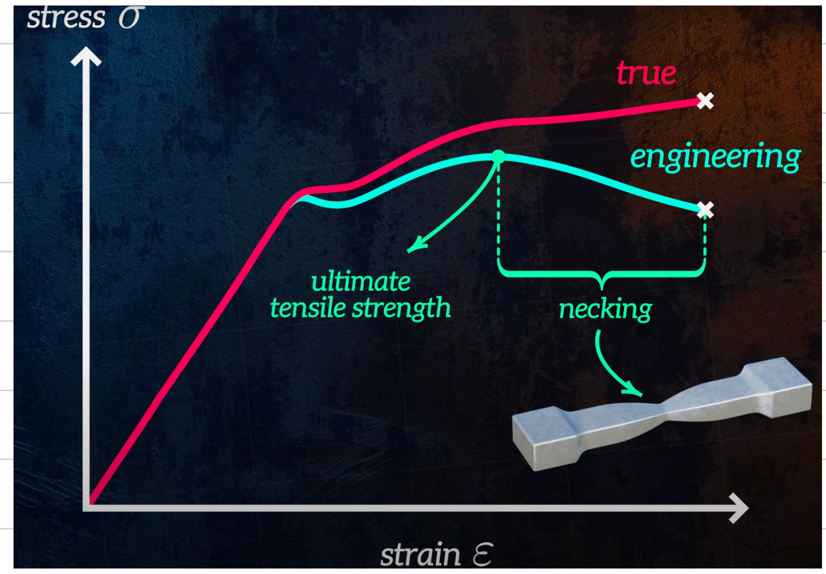
$\Rightarrow$

$$\sigma' = \sigma(\varepsilon+1)$$

$$\varepsilon' = \ln(\varepsilon+1)$$

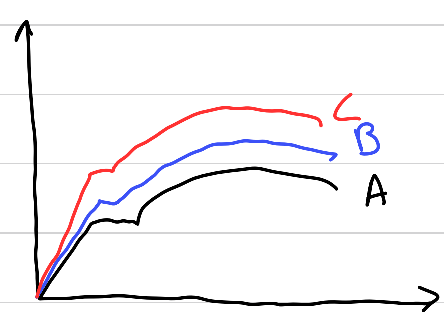
Λογω γεωμετρίας, οι ράβδοι οπλισμου καταπονουνται σε μονοαξονικη θλίψη η μονοαξονικο εφελκυσμό





Στη πραγματικότητα η διατομη γίνεται μικρότερη

Κατηγορίες Χάλυβα



	A	B	C
K	>1,05	>1,08	>1,15 <1,35

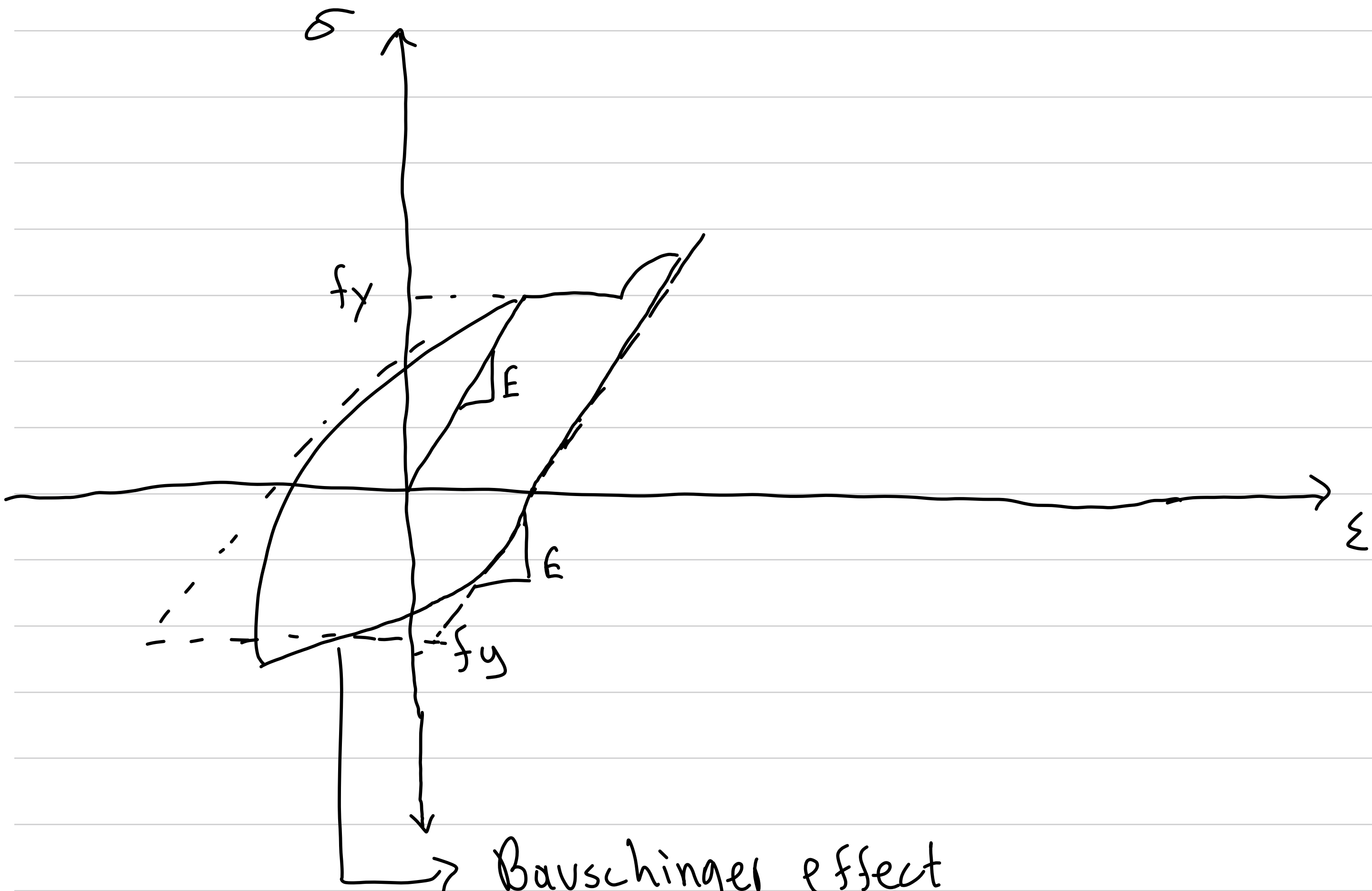
↳ Κατω όριο για να ικανοποιηθεί ο ικανοτικός
π.χ το σίδερο της δοκού να είναι πιο δυνατό
απο τις κολώνες

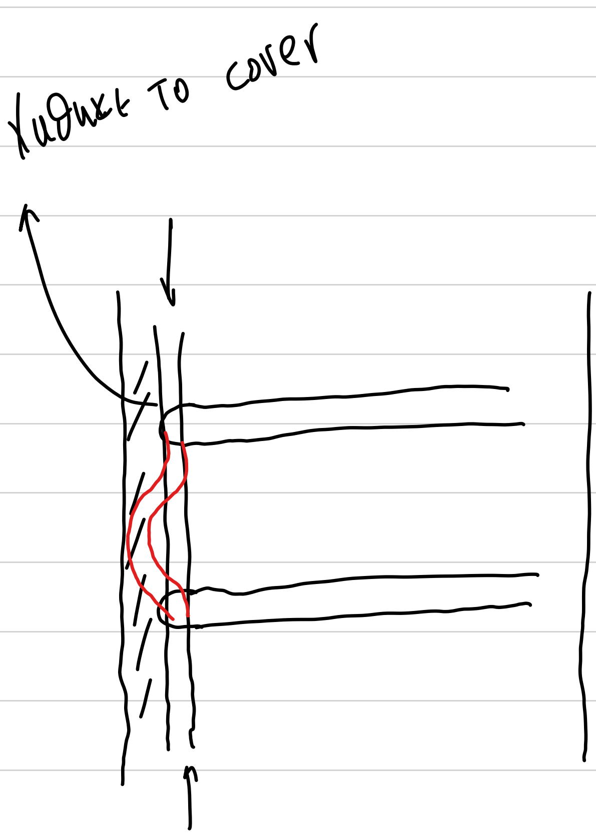
	A	B	C
ε_{uk}	>2,5%	>5,0%	>7,5%

↳ για να έχω DCH

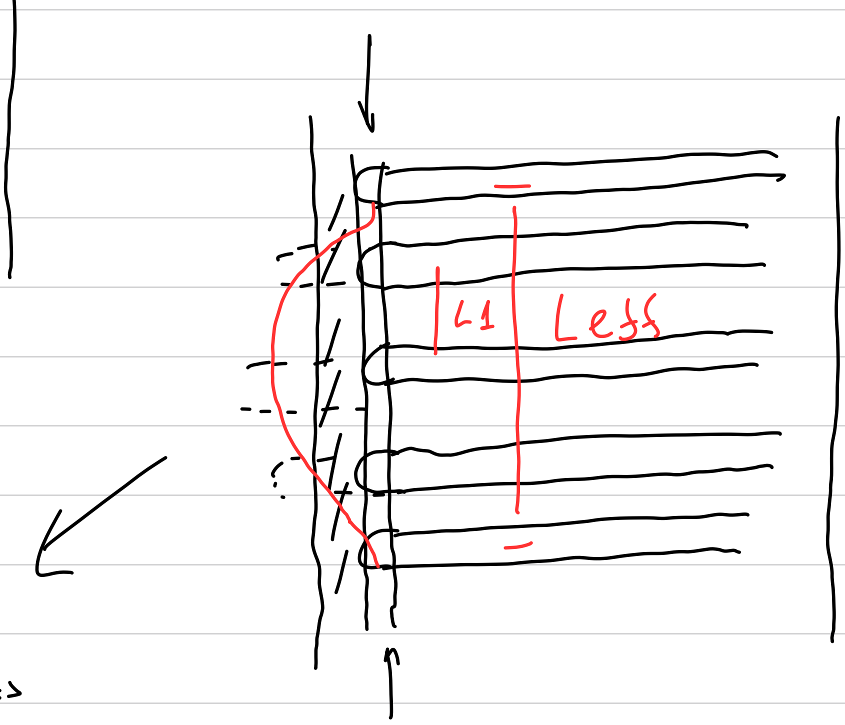
f_{yk} 400 – 600 MPa

Ανακυκλικη Συμπεριφορά (Cyclic behavior)

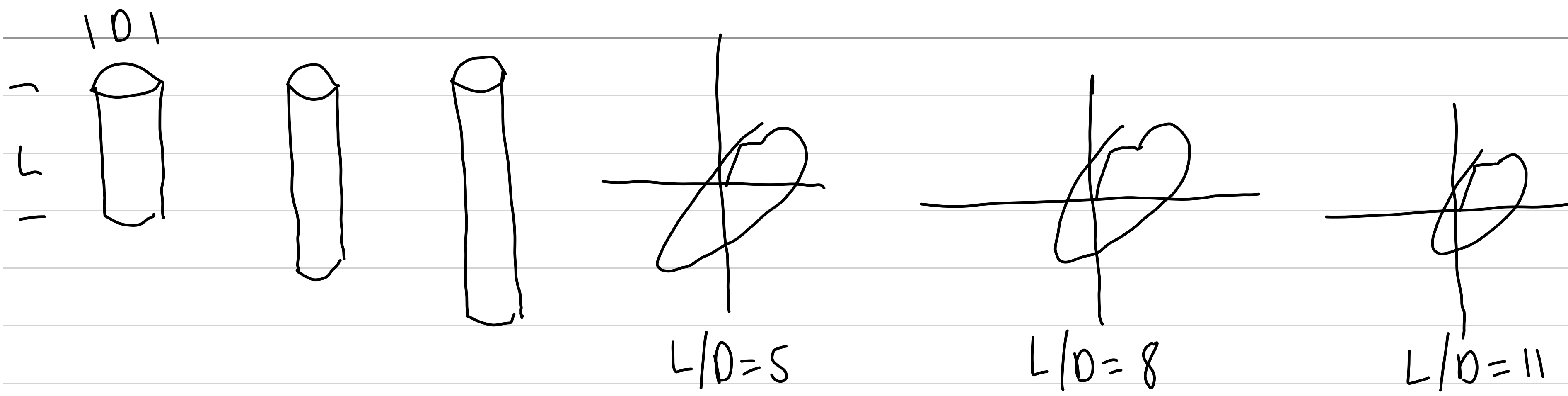




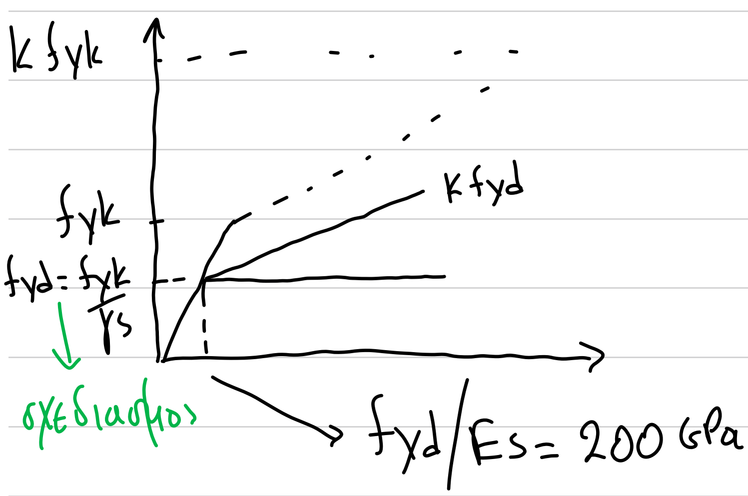
Στη θλίψη χάνω την αντοχη γιατι έχω P-δ effects



Πολλοι συνδετηρες

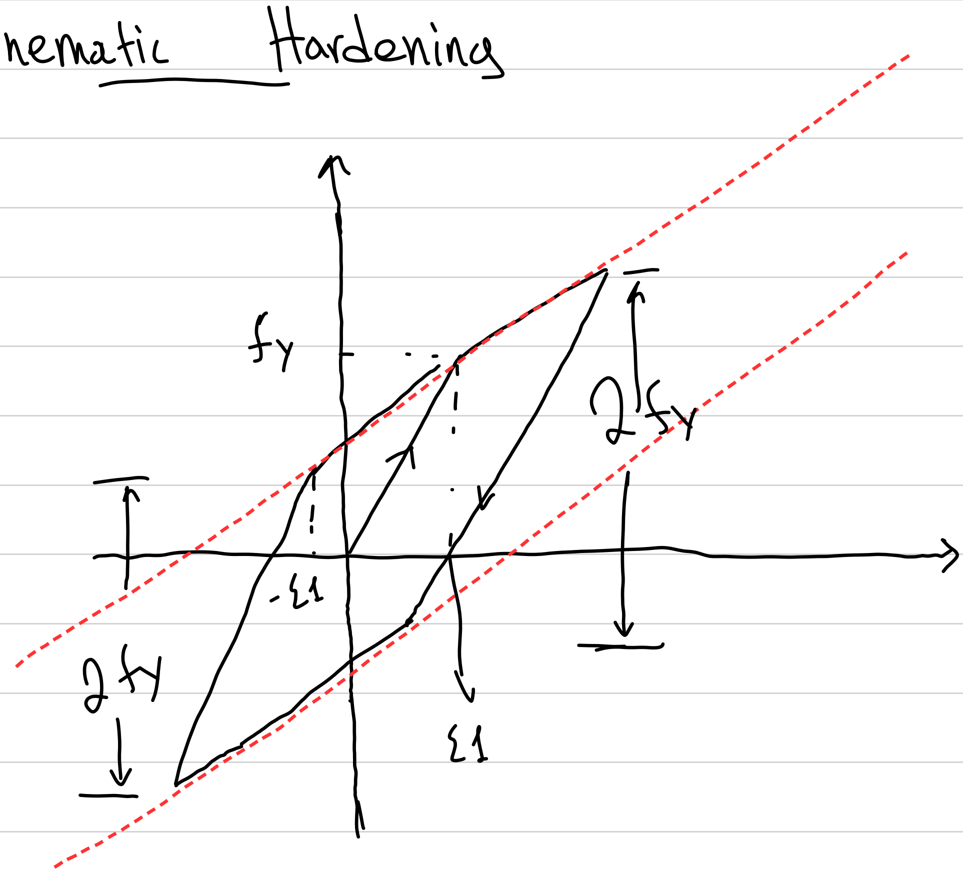


Απλοποιητικο <u>Μοντέλο</u> EN 1992-1-1

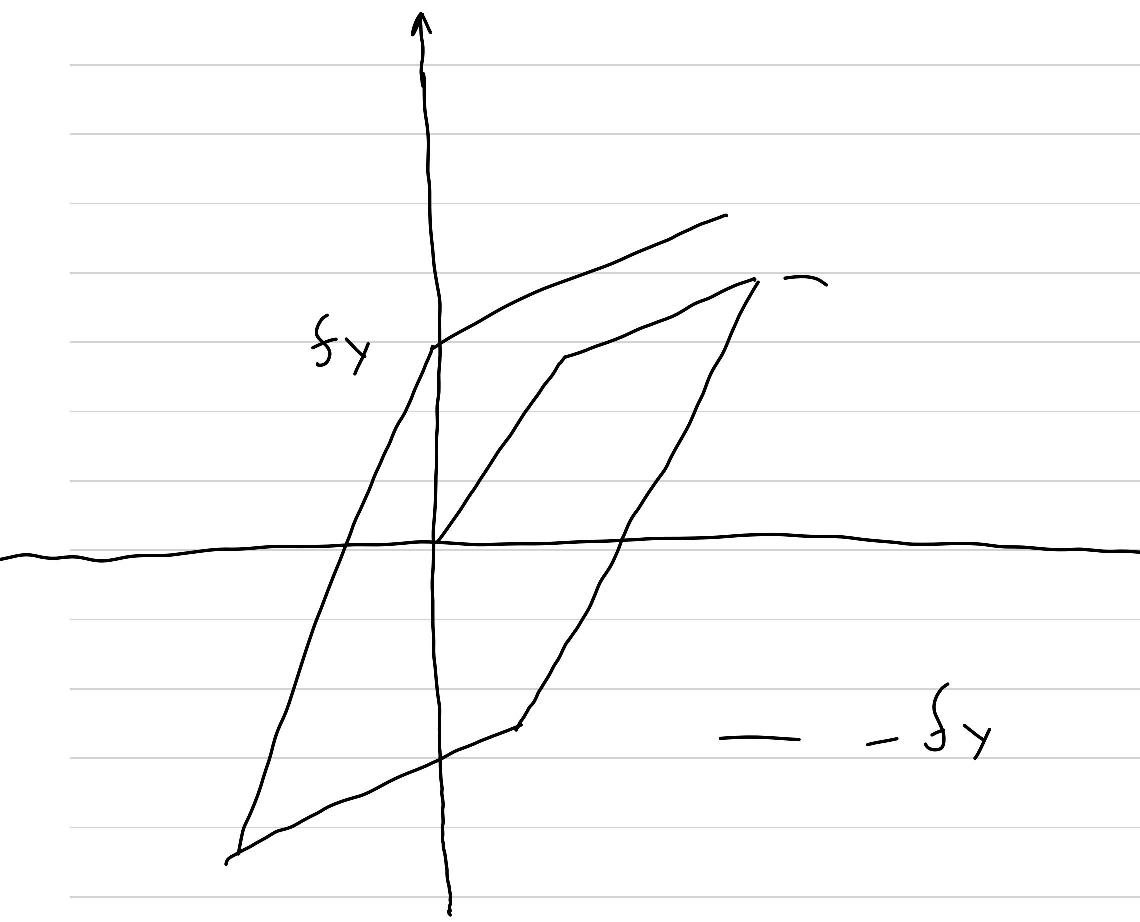


Kine<u>matic Hardening</u>

Το σy παραμένει σταθερό

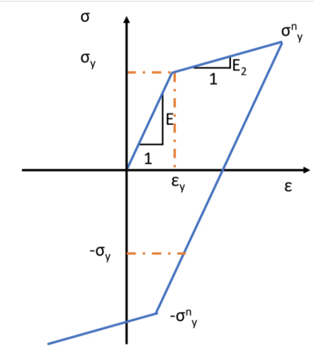


Isotropic Hardening



Isotropic Hardening

- Isotropic hardening is a type of plasticity in which the yield surface expands uniformly in all directions in stress space as plastic deformation progresses.
- After initial yielding the yield stress increases linearly
- The increase in one direction cause the increase in all directions (isotropy)

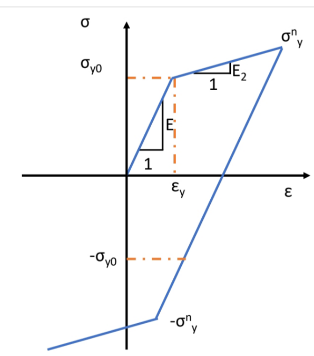


Isotropic Hardening

$$\sigma_y = \sigma_{y0} + H\overline{\varepsilon_p} \rightarrow \sigma_y^{n+1} = \sigma_{y0} + H\overline{\varepsilon_p^{n+1}}$$

$$\overline{\varepsilon_p} = \int |d\varepsilon_p| \rightarrow \overline{\varepsilon_p^{n+1}} = \overline{\varepsilon_p^{n}} + |\Delta\varepsilon_p|$$

$$\sigma_y^{n+1} = \sigma_{y0} + H\left(\overline{\varepsilon_p^{n}} + |\Delta\varepsilon_p|\right) = \sigma_y^{n} + H|\Delta\varepsilon_p|$$



Μεταβολή στο f_y σε κάθε κύκλο

Giuffre-Menegotto-Pinto model

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{f_y \rightarrow 400\text{MPa}}$$

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_y \rightarrow 2‰}$$

↳ ισχύουν μόνο πριν τη 1η αποφόρτιση

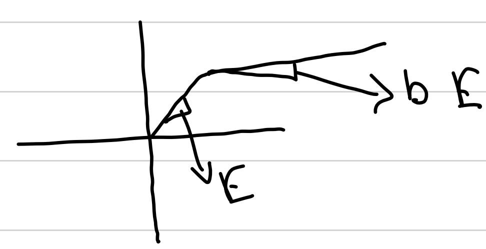
b → κλίση κράτυνσης

$R_0 = 20$

$b = 0{,}04$

$a_1 = = 18$

$a_2 = 0.15$



$$\sigma^* = b\,\varepsilon^* + \frac{(1-b)\,\varepsilon^*}{(1+\varepsilon^{*R_n})^{1/R_n}}$$

$$\xi = \left|\frac{\varepsilon_0^{n+1} - \varepsilon_r^{n}}{\varepsilon_y}\right|$$

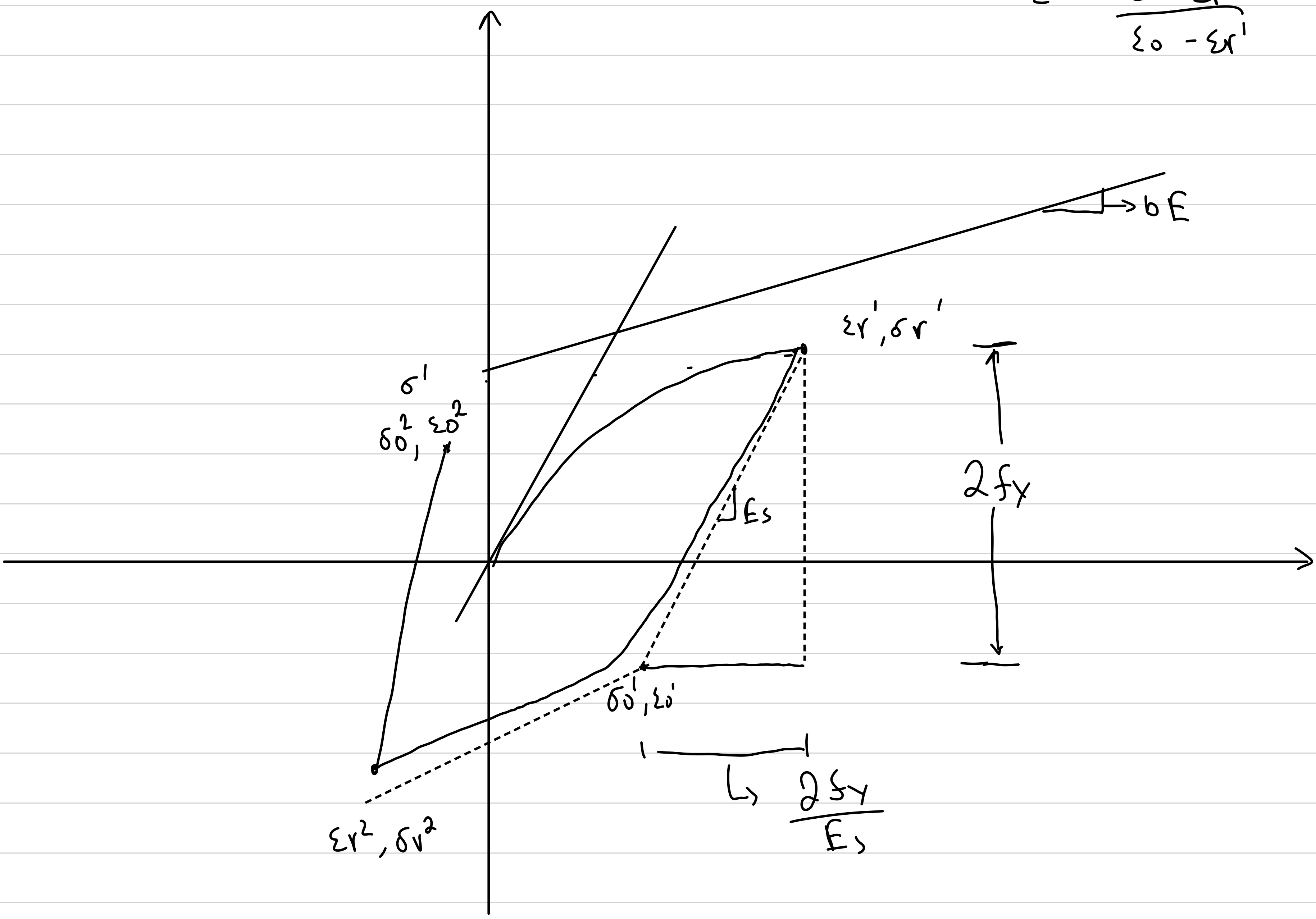
r → reversal

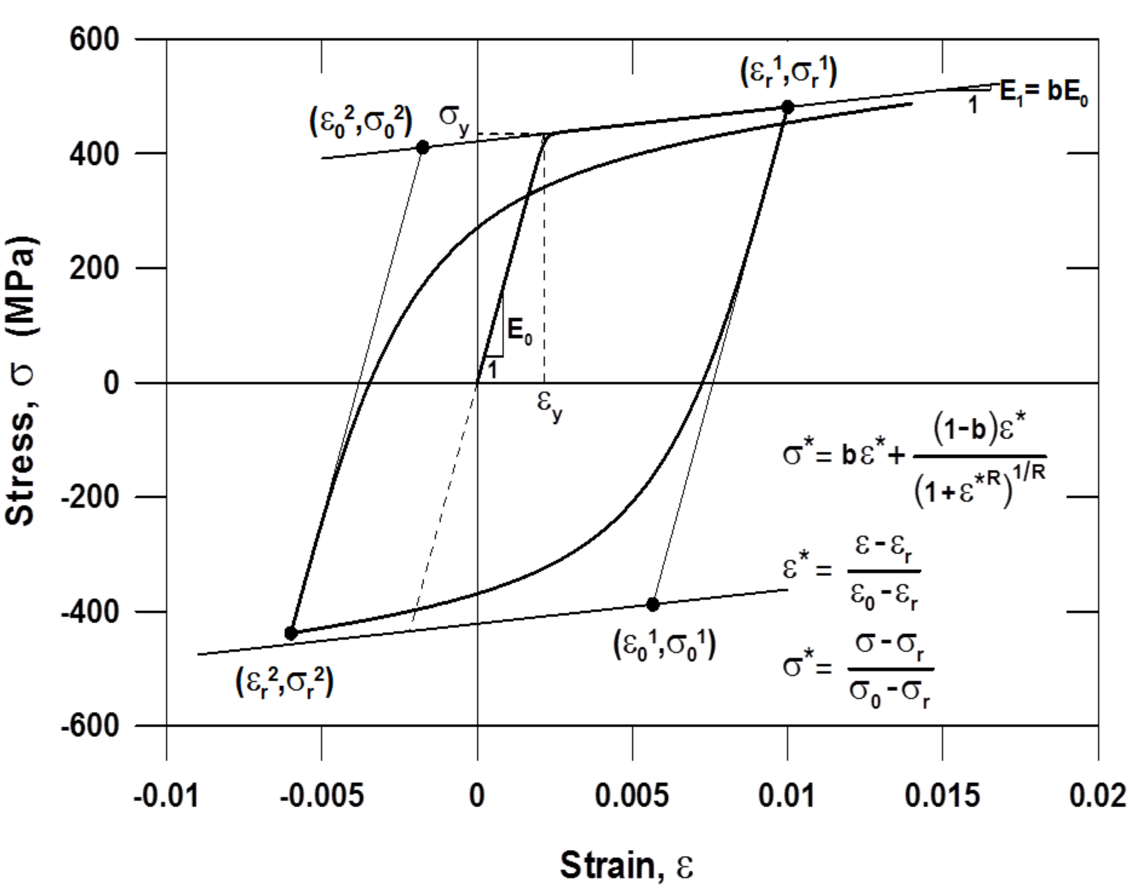
$$R_n = R_0 - \frac{a_1\,\xi^{max}}{a_2 + \xi^{max}}$$

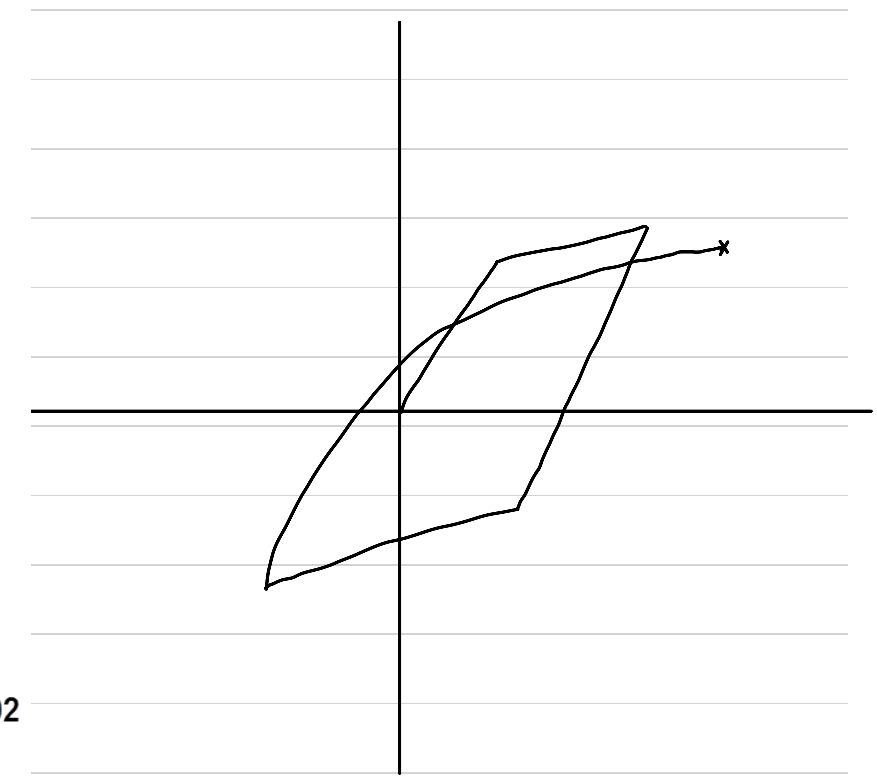
Giuffre-Menegotto-Pinto model

$$\sigma^* = \frac{\sigma - \sigma r'}{\sigma_0' - \sigma r'}$$

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon - \varepsilon r'}{\varepsilon_0 - \varepsilon r'}$$

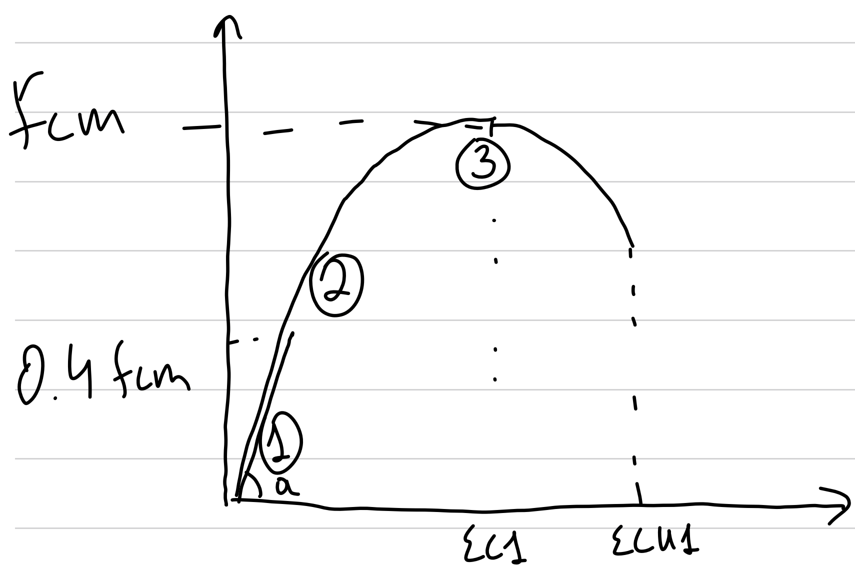






1.2 ΣΚΥΡΟΔΕΜΑ

Μονοαξονική Συμπεριφορά



1 → Γραμμικό Ελαστικό
2 → Ρηγμάτωση τσιμέντου – αδρανών
3 → Ρηγμάτωση τσιμέντου

Πίνακας 3.1 1992-1-1
f_{cm}, ε_{c1}, ε_{cu1}, E_{cm}
$f_{ck} = 12 - 90$ MPa

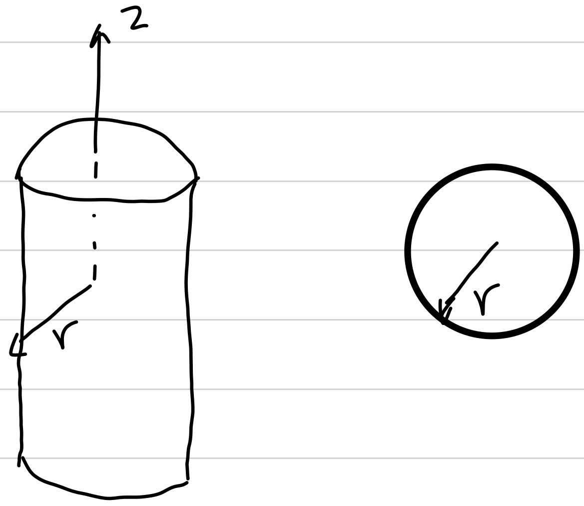
$$\tan(a) = E_{cm} = 22\left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0.3} \simeq 11 f_{cm}^{0.3}$$

f_{cm} → MPa

Συνήθη Σκυροδέματα, $f_{ck} = 20 - 50$ MPa
Σκυροδέματα υψηλών αντοχών $f_{ck} > 50$ MPa

$\varepsilon_{c1} = 1.8 - 2{,}45$ ‰ για $f_{ck} < 50$ MPa
$\varepsilon_{cu1} = 3{,}5$ ‰ για $f_{ck} < 50$ MPa

Πλευρική Παραμόρφωση (Διαστολικότητα)

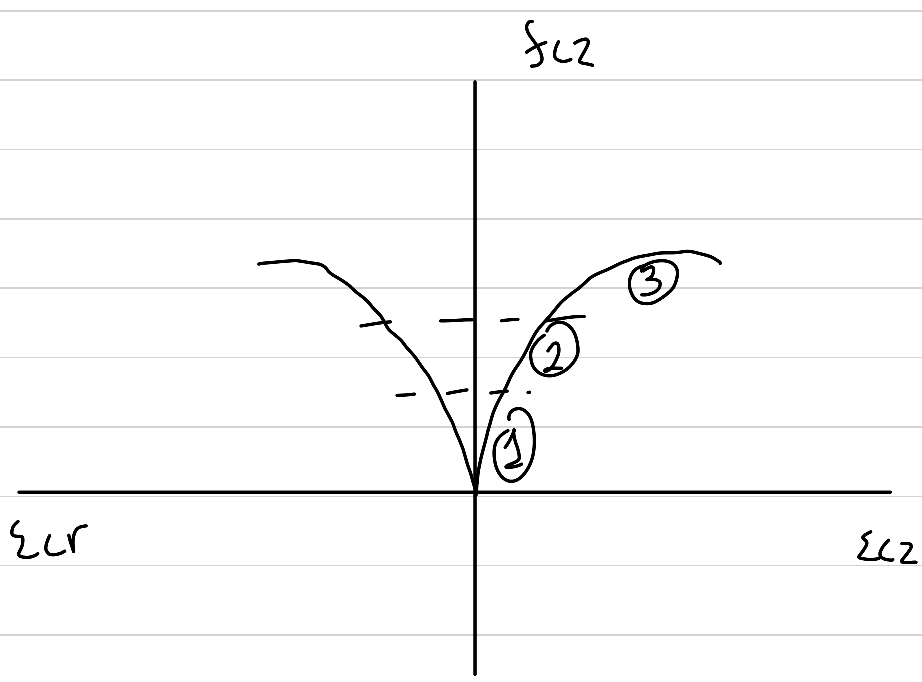


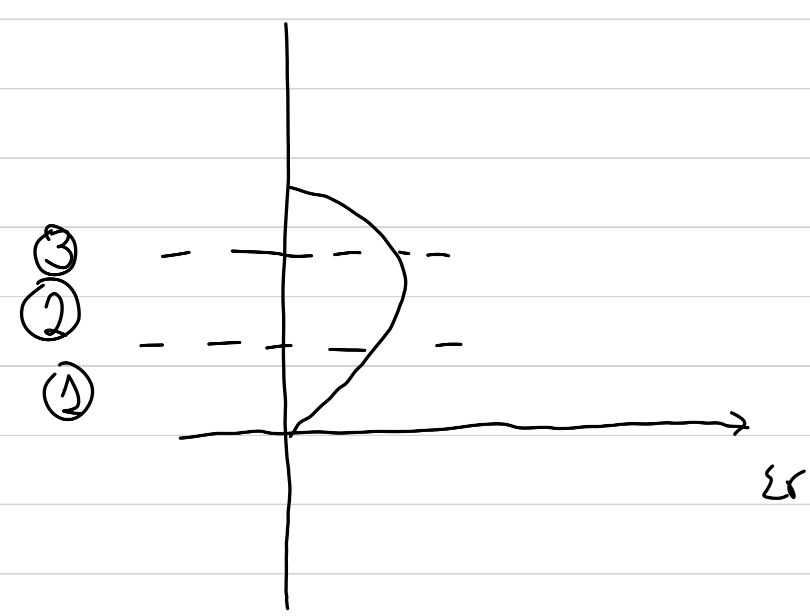
$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$

$$\left.\begin{aligned} &\varepsilon_r + \varepsilon_r + \varepsilon_z = 2\varepsilon_r + \varepsilon_z \\ &\varepsilon_r = -\nu\,\varepsilon_z \end{aligned}\right\} \Rightarrow -2\nu\,\varepsilon_z + \varepsilon_z$$

$\nu = 0,5$

↳ ασυμπίεστο υλικό





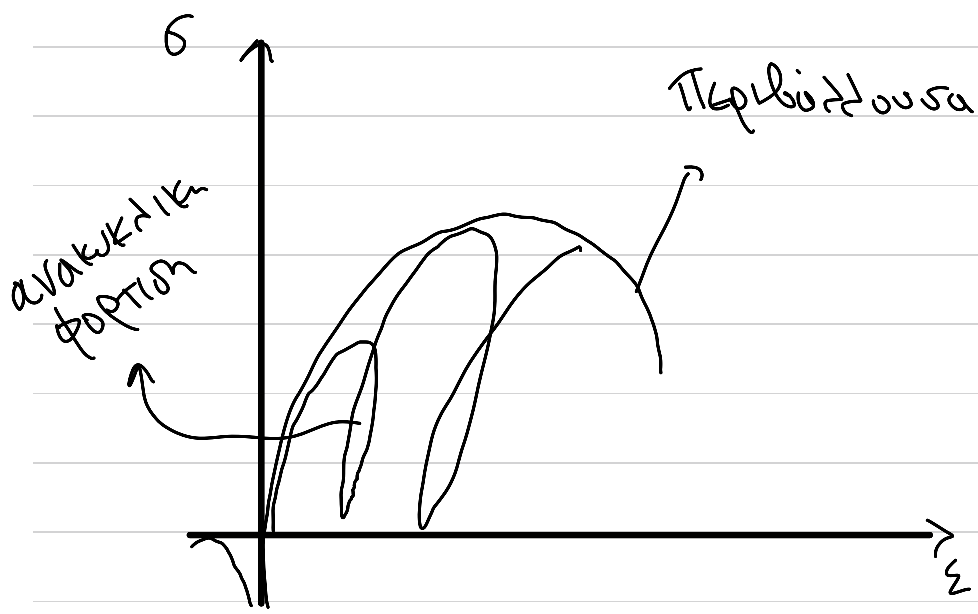
1 → $\nu = 0,15 - 0.20$

2 → $\nu = 0,15 - 0,20$

3 → $\nu > 0,5$

17/9/24
Lecture 2

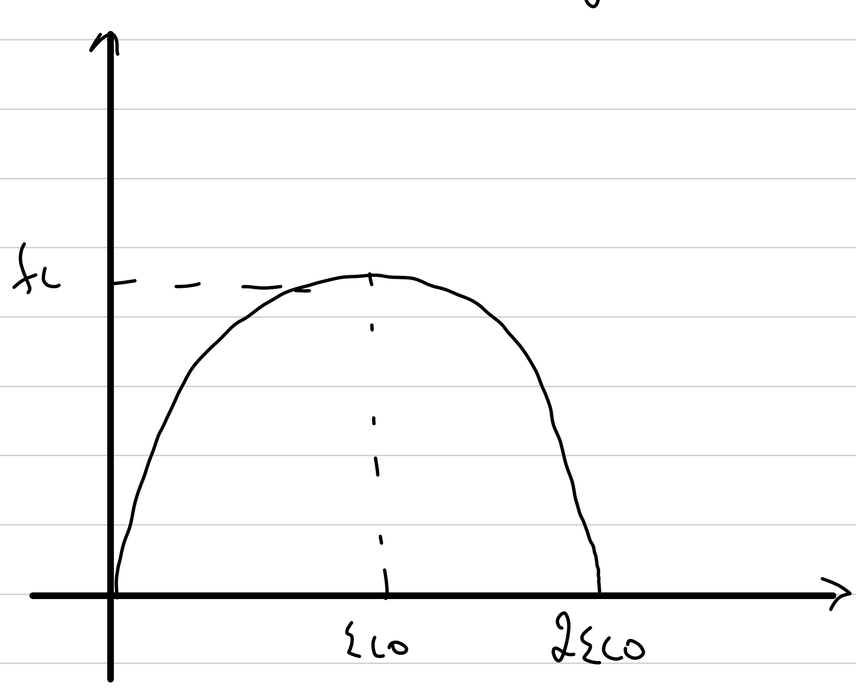
Ανακυκλική Συμπεριφορά Σκυροδέματος



Η ενέργεια που απορροφάται είναι μικρή σε σχέση με αυτή του χάλυβα

Αναλυτικά Μοντέλα για μονοαξονική θλίψη

Hongestad (παραβολή)



$$\sigma = f_c \left[\frac{2\varepsilon}{\varepsilon_{co}} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right)^2 \right] \quad 0 < \varepsilon < 2\varepsilon_{co}$$

$$\sigma = 0 \qquad \varepsilon > 2\varepsilon_0 , \quad \varepsilon < 0$$

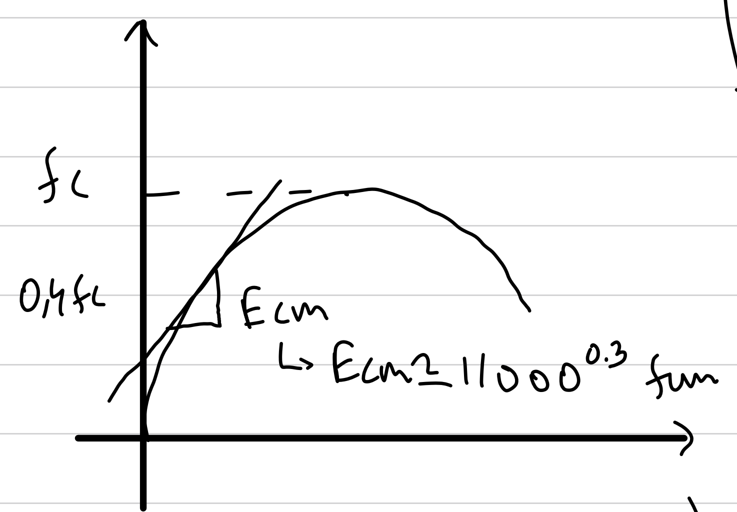
Το ε κανονικά είναι αρνητικό
Εδώ θεωρώ θετική τη θλίψη

ΕΚ 2

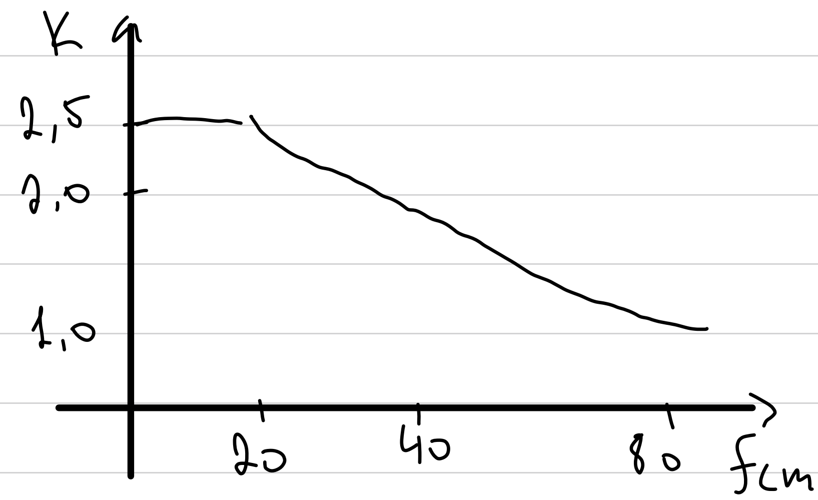
$$\frac{\sigma}{f_{cm}} = \frac{k\,n - n^2}{1 + (k-2)\,n}$$

$n = \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}}$ $\quad \varepsilon_{c1} \rightarrow$ Πίνακα 3.1

$k = 1{,}05\, E_{cm}\, |\varepsilon_{c1}| / f_{cm}$



$$k = 1{,}05 \; 11000^{0.3} f_{cm} \frac{|\varepsilon_{c1}|}{f_{cm}} = 11550 \frac{|\varepsilon_{c1}|}{f_{cm}^{0,7}}$$



$$\Rightarrow \sigma = \frac{f_{cm} \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}} \left(k - \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}} \right)}{1 + (k-2) \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}}}$$

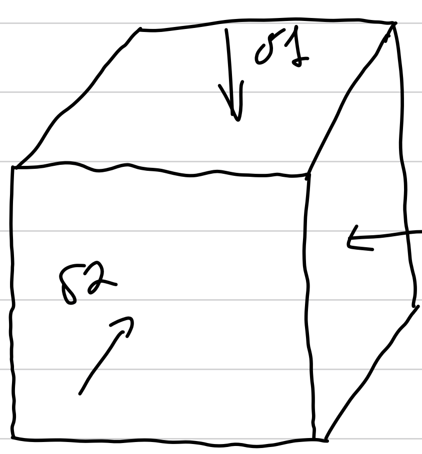
για $k = 2 \Rightarrow f_{cm} = 38\,MPa$

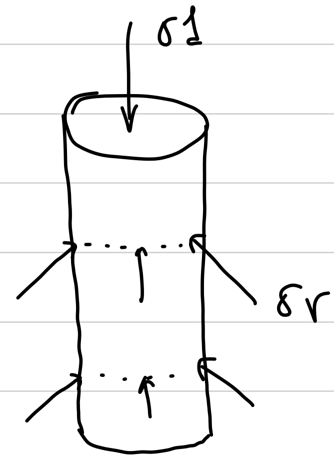
$$\sigma = f_{cm} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}} \left(2 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}} \right)$$

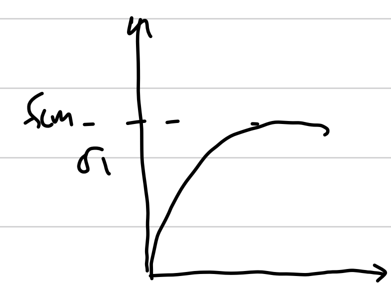
Συμπεριφορά Σκυροδέματος με περίσφιγξη (τριαξονική θλίψη)

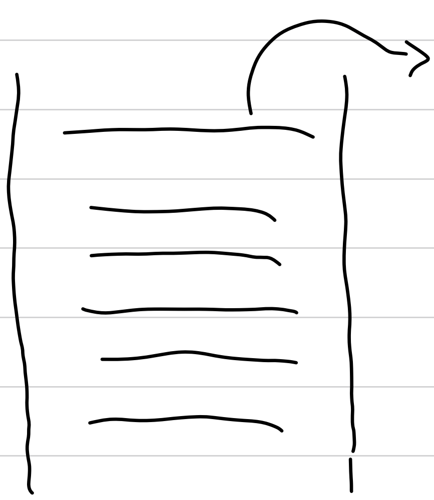
- Τάση στη κύρια διεύθυνση (σ_1) θλιπτική και υψηλή
- Τάση στις 2 εγκάρσιες διευθύνσεις (σ_2 κ' σ_3) θλιπτικές, μικρότερες από σ_1 αλλά περίπου ίσες μεταξύ τους

$\sigma_2 \simeq \sigma_3 < \sigma_1$





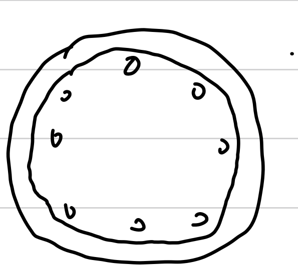


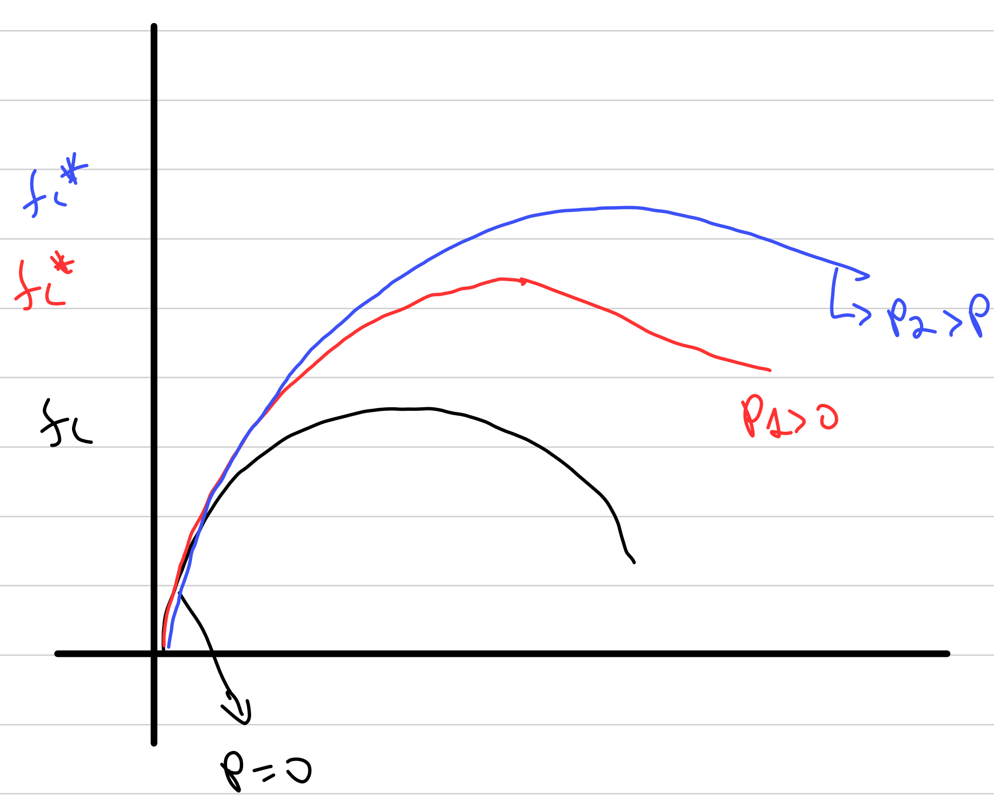


έστω $\sigma_2 = \sigma_3 = P$

$f_c \rightarrow f_c^*$

$\varepsilon_{c0} \, (=2‰) \rightarrow \varepsilon_{c0}^*$





Αν η πλευρική πίεση δεν είναι ομοιόμορφη ($\sigma_2 > \sigma_3$) τότε

$$p = \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{5}$$

$$K_c = 3{,}7 \left(\frac{p}{f_c}\right)^{0.86}$$

↳ EC 8

$$f_c^* = f_c\,(1 + K_c)$$

$$\varepsilon_{co}^* = \varepsilon_{co}\,(1 + 5K_c)$$

$$K_c = 2{,}259\left[\sqrt{1 + 7{,}94\,\frac{p}{f_c}} - 1\right] - \frac{2p}{f_c}$$

↳ Elwos and Murray

Αν $p = 10\%\, f_c \rightarrow 20\%\, f_c$

$K_c = 0{,}510 \quad\quad 0{,}927$

Μοντέλα Σχεδιασμού

$$\sigma_c = f_{cd}\left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_{cn}}{\varepsilon_{c2}}\right)^{n}\right] \quad\quad 0 < \varepsilon_c < \varepsilon_{c2}$$

→ από πίνακα 3.1

$$\sigma_c = f_{cd} \quad\quad \varepsilon_{c2} < \varepsilon_c < \varepsilon_{cu2}$$

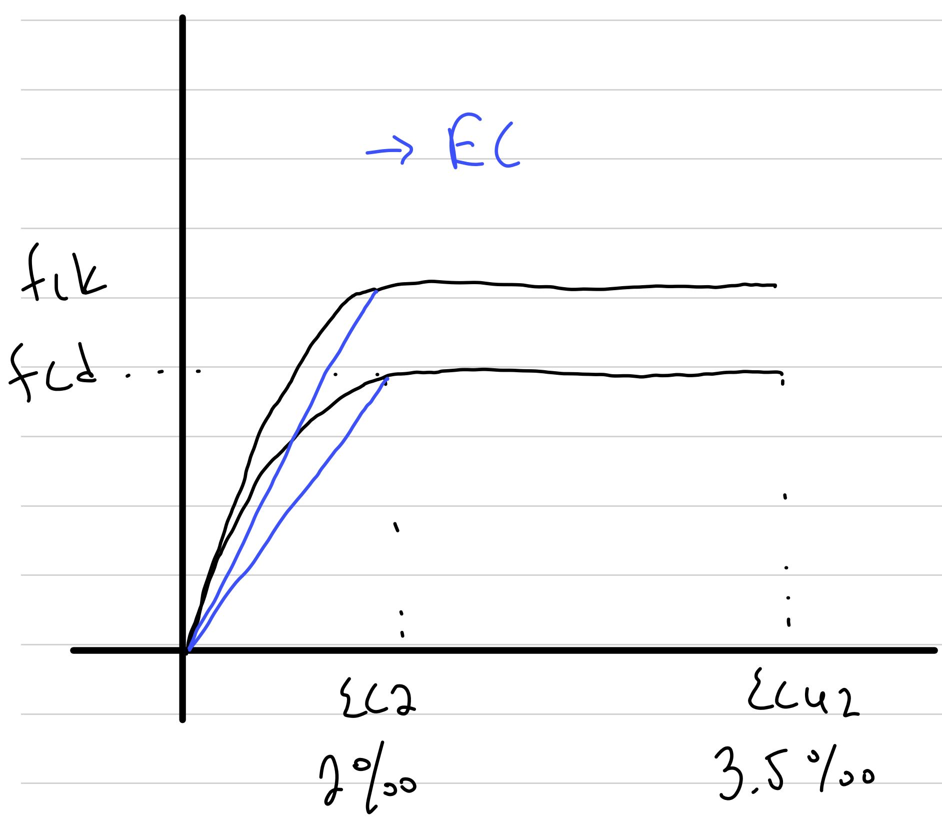
$n = 2 \quad f_{ck} \leq 50\,MPa$

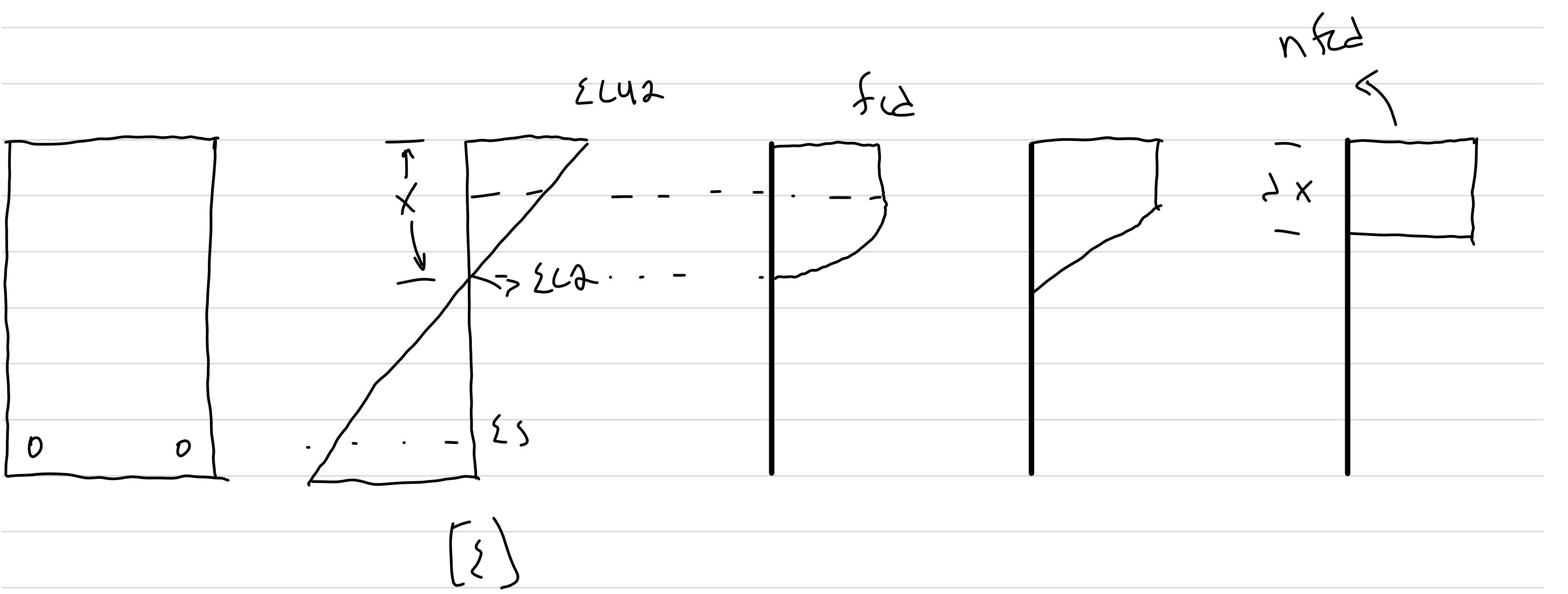
$\varepsilon_{c2} = 2‰ \quad f_{ck} \leq 50\,MPa$

$\varepsilon_{cu2} = 3{,}5‰ \quad f_{ck} \leq 50\,MPa$

για $f_{ck} \uparrow$ τότε $n, \varepsilon_{c2}, \varepsilon_{cu2} \downarrow$

$$\sigma_c = f_{cd}\left[1-\left(1-\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^n\right]$$





$n = 1$ για $f_{ck} \le 50$ MPa

$n = 1 - \frac{f_{ck}-50}{200}$ για $f_{ck} > 50$ MPa

$\lambda = 0.8$ για $f_{ck} \le 50$ MPa

$\lambda = 0.8 - \frac{(f_{ck}-50)}{400}$ για $f_{ck} > 50$ MPa

Για περισφιγμένο σκυρόδεμα

$$f_{ck}^* = f_{ck}\left(1+\frac{5\rho}{f_{ck}}\right) \quad \text{αν} \quad \rho \le 5\%\, f_{ck}$$

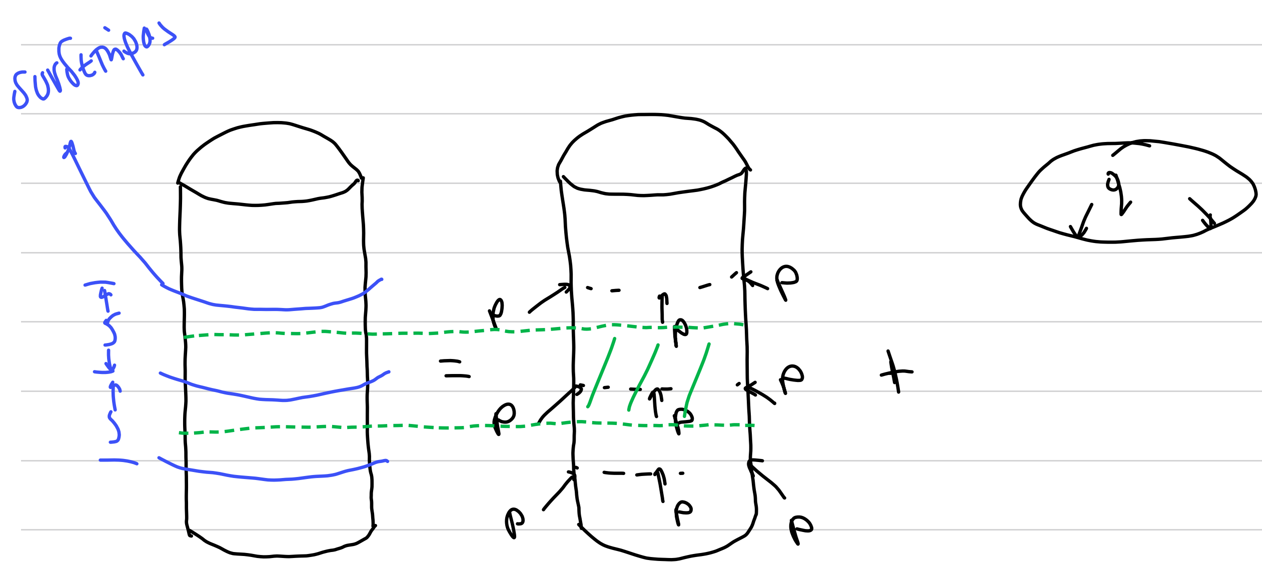
$$f_{ck}^* = f_{ck}\left(1,125+2,5\,\frac{\rho}{f_{ck}}\right) \quad \text{αν} \quad \rho > 5\%\, f_{ck}$$

$$\varepsilon_{c2}^* = \varepsilon_{c2}\left(\frac{f_{ck}^*}{f_{ck}}\right)^2$$

$$\varepsilon_{cu2}^* = \varepsilon_{cu2} + 0.2\,\frac{\rho}{f_{ck}}$$

Παράδειγμα Κυκλικοί Συνδετήρες

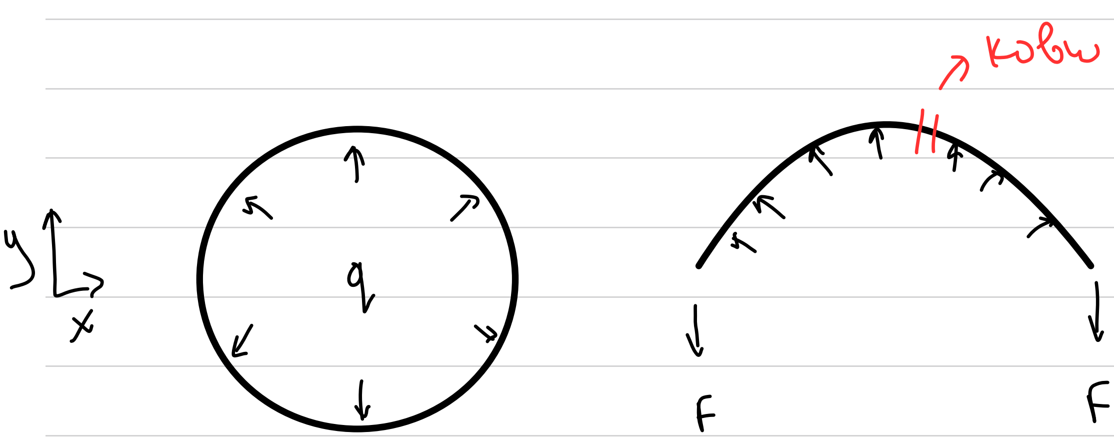
$\rho \rightarrow$ Πίεση , ψάχνω το ρ



$p\, s = q$

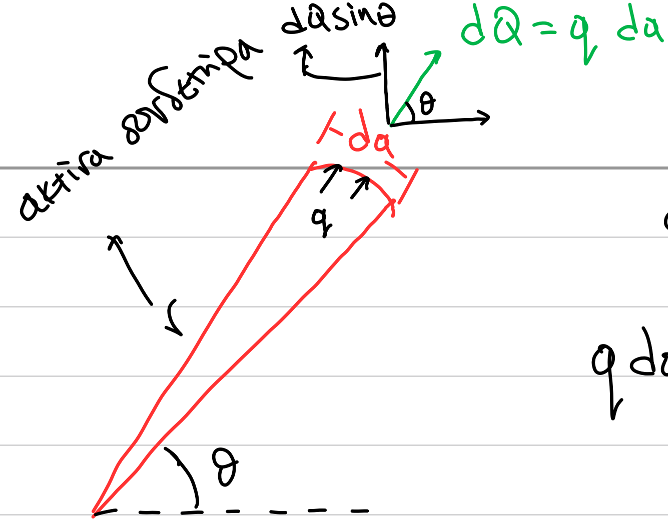
↓

δύναμη / μήκος



$\Sigma F_y = 0$

$F = A_{sw}\, \sigma_s$



$$da = r\, d\theta$$

$$q\, da = q r\, d\theta$$

$$dQ = q r\, d\theta \Rightarrow dQ \sin\theta = \sin\theta\, q\, r\, d\theta$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$2F = \int_0^{180} \sin\theta\, q\, r\, d\theta$$

$$2F = -q r \cos\theta \Big|_0^{180}$$

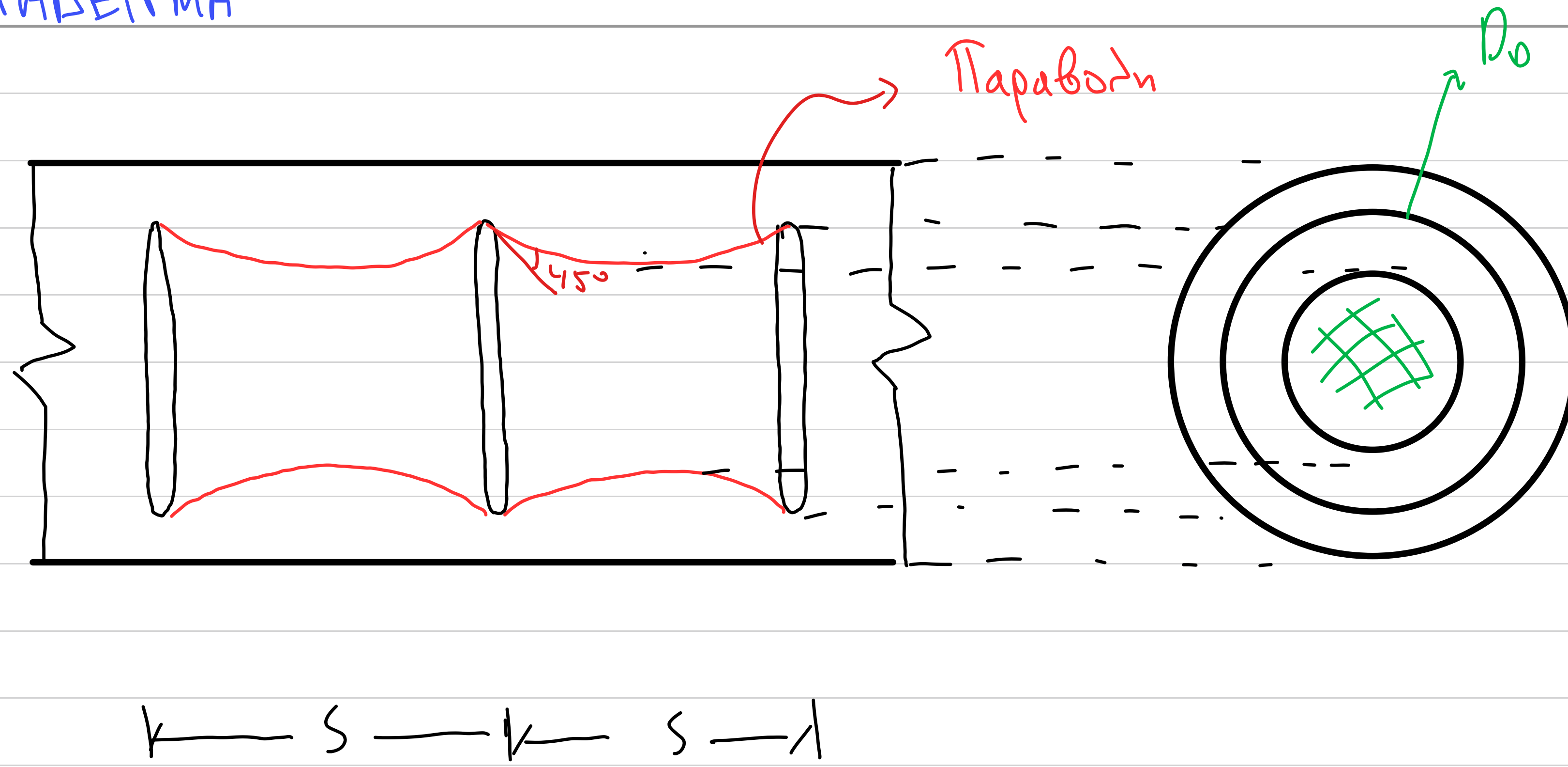
$$= qr + qr$$

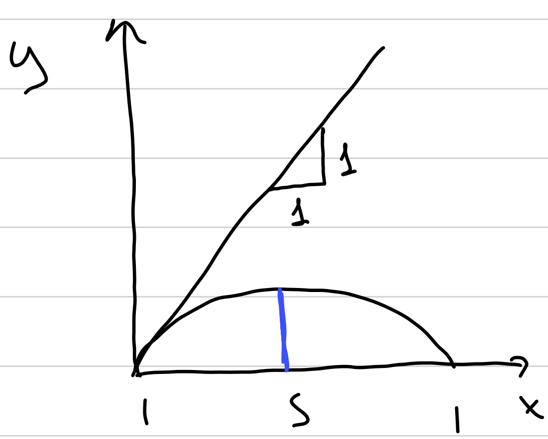
$$2F = 2qr$$

$$F = qr \Rightarrow A_{sw} \cdot \sigma_s = p\, s\, r$$

$$\hookrightarrow p = \frac{A_{sw}\, \sigma_s}{s\, r}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ





$y = ax^2 + bx + c$ $\qquad$ $y' = 2ax + b$

$y = 0 \Rightarrow x = 0$ $\qquad$ $c = 0$ $\qquad$ $1 = b$

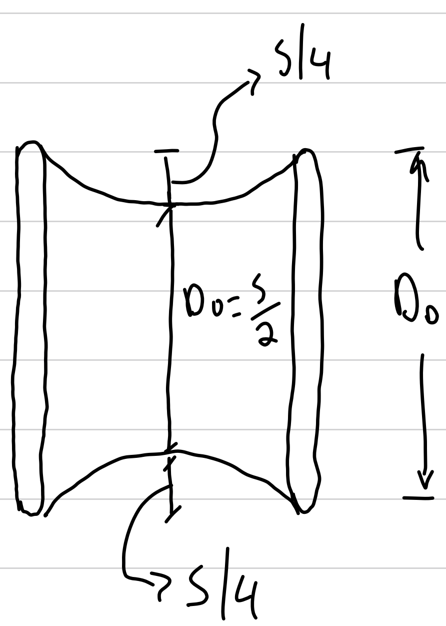
$y = 0 \Rightarrow x = s$ $\qquad$ $0 = a s^{\cancel{2}} + b \cancel{s}$

$$a = -\frac{1}{s}$$

$$y = \frac{-x^2}{s} + x$$

$$y\left(x = \frac{s}{2}\right) = -\frac{1}{s}\left(\frac{s}{2}\right)^2 + \frac{s}{2}$$

$$y_{max} = \frac{s}{4}$$

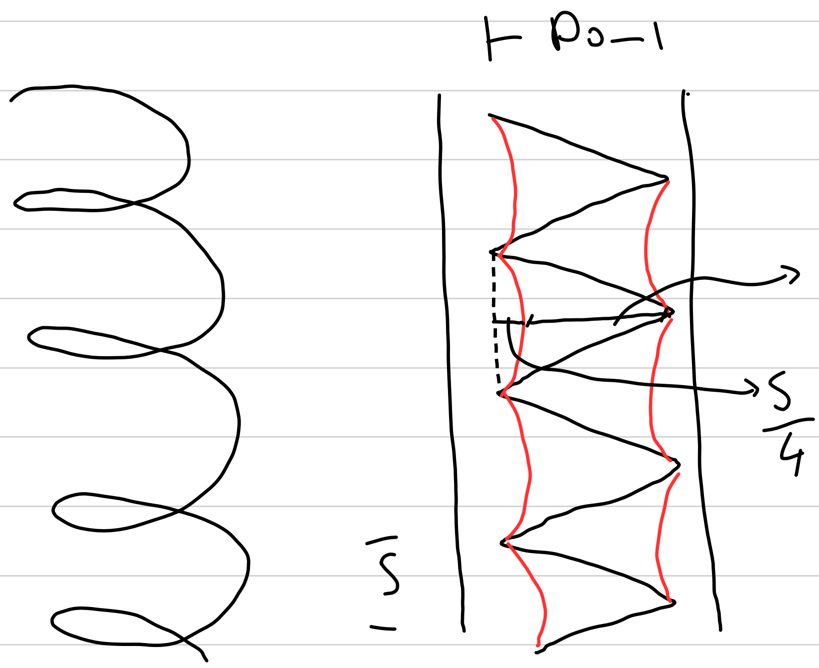


$$a = \frac{\pi \left(D_o - \frac{s}{2}\right)^2 / 4}{\pi \frac{D_o^2}{4}} \Rightarrow a = \left(1 - \frac{s}{2D_o}\right)^2$$

$\hookrightarrow$ Συντελεστής Απόδοσης

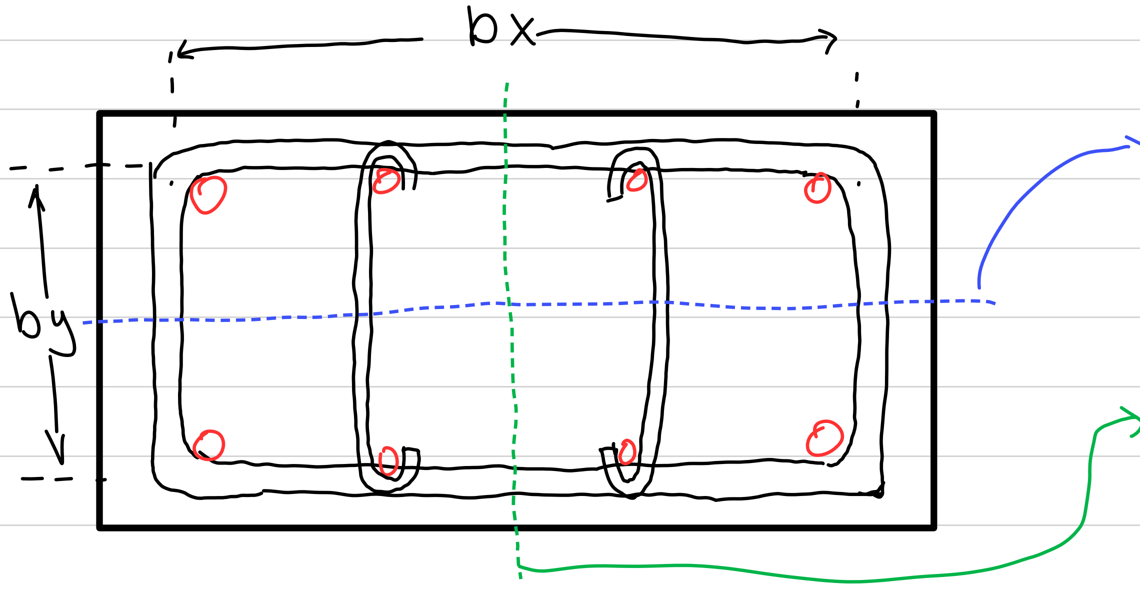
Ο κυκλικός συνδετήρας επηρεάζεται μόνο κατά μήκος γιαυτό έχω μόνο 1 συντελεστή απόδοσης

Σπειροειδής Συνδετήρας



$$D_o - \frac{s}{4} \Rightarrow a = \left(1 - \frac{s}{4D_o}\right)^2$$

Ορθογωνικοι Συνδετηρες

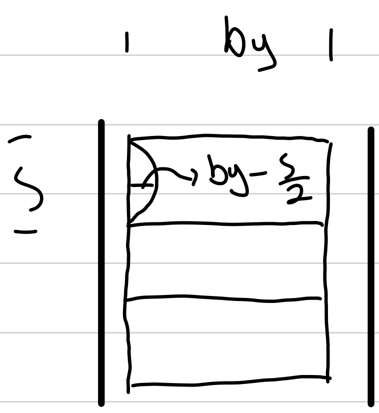


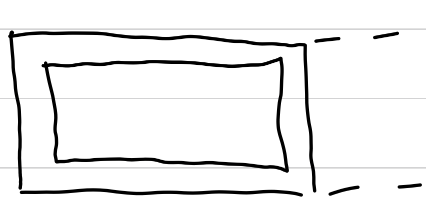
$\sigma_y \, b_x \, s = \Sigma A_{swy} f_y$

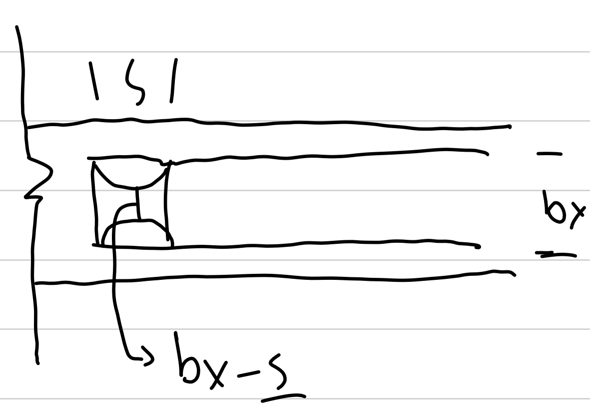
$\sigma_x \, b_y \, s = \Sigma A_{swx} f_y$

Συντελεστες αποδοσης α για ορθογωνικες διατομες

$\alpha = \alpha_n \alpha_s$

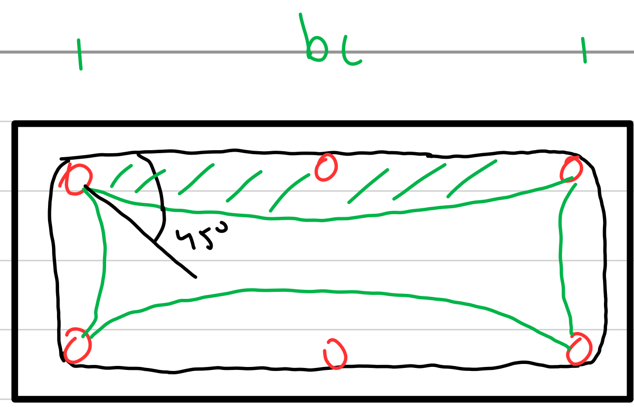


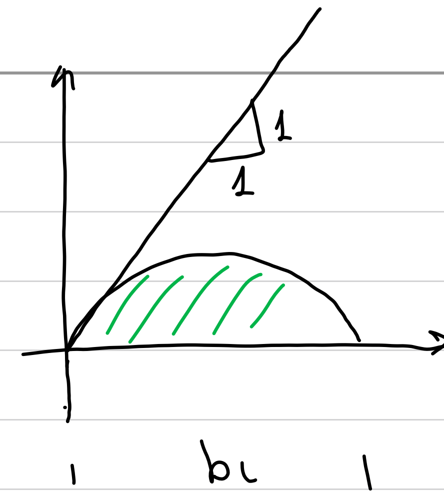




$$\alpha_s = \frac{\left(b_y - \frac{s}{2}\right)\left(b_x - \frac{s}{2}\right)}{b_y \, b_x}$$

$$\hookrightarrow \alpha_s = \left(1 - \frac{s}{2b_y}\right)\left(1 - \frac{s}{2b_x}\right)$$



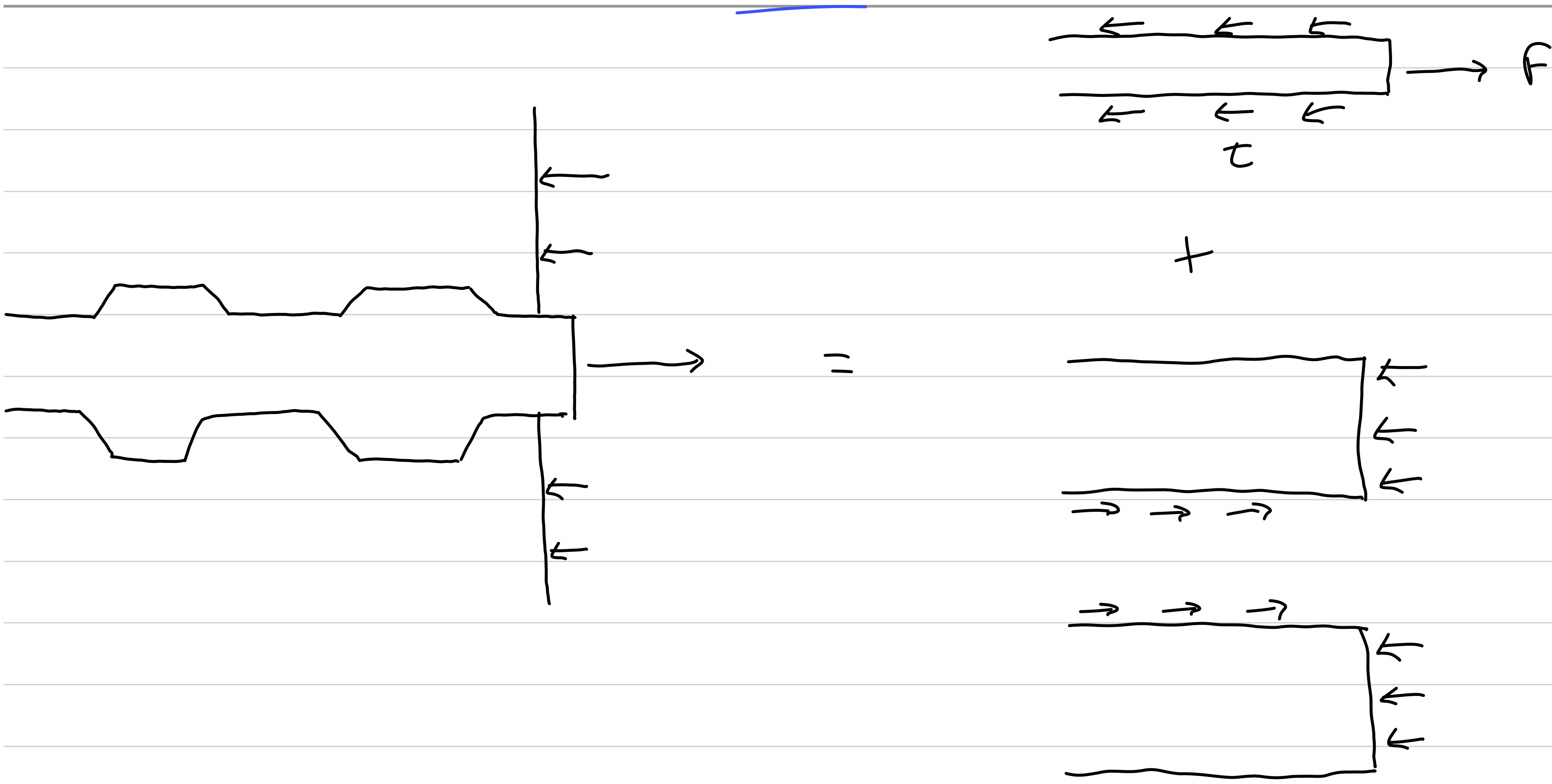


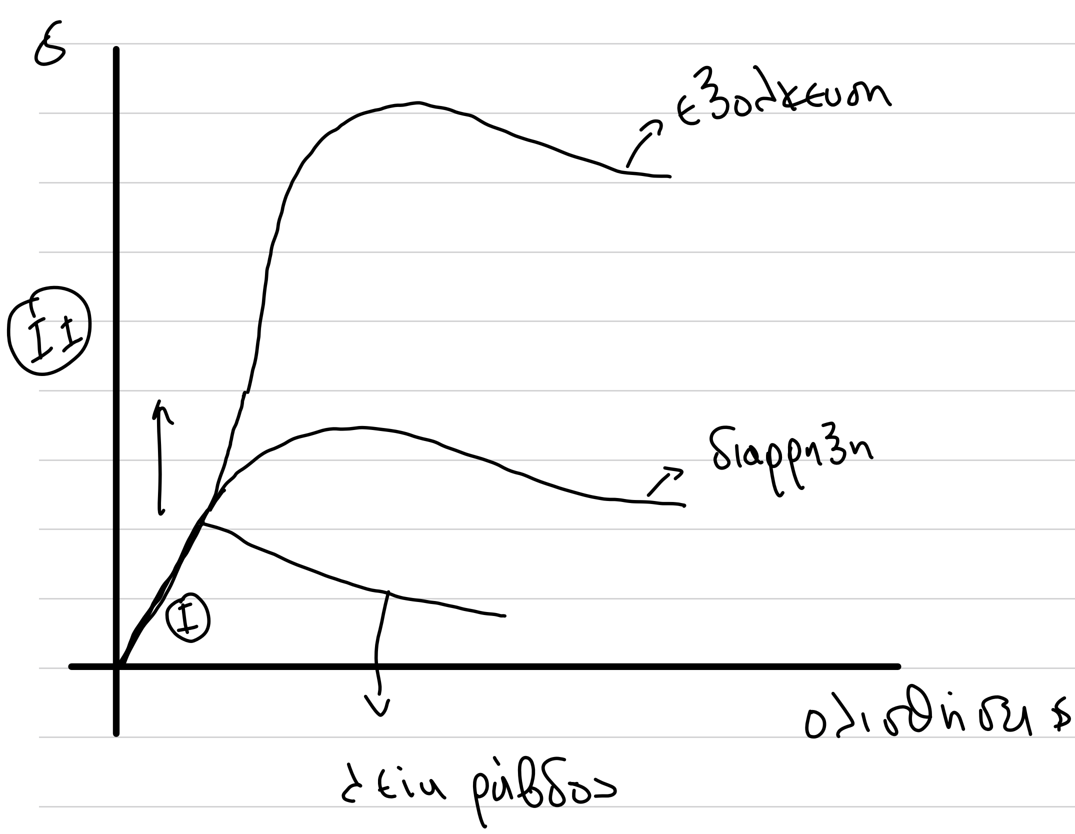
$$y = \frac{-x^2}{b_i} + x$$

$$\int_0^{b_i} y\,dx = \frac{-x^3}{3b_i} + \frac{x^2}{2}\Bigg|_0^{b_i} = \frac{b_i^2}{6}$$

$$a_n = \frac{b_x\,b_y - \sum_{i=1}^{n} \frac{b_i^2}{6}}{b_x\,b_y} \Rightarrow a_n = 1 - \frac{\sum b_i^2/6}{b_x \cdot b_y}$$

ΣΥΝΑΦΕΙΑ

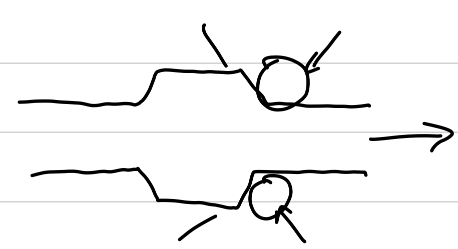




Συνάφεια οφείλεται

I Χημική πρόσφυση

II Νευρώσεις αρχίζουν να ασκούν θλιπτικές τάσεις



Συνάφεια

EK2 8.4.2 Οριακη αντοχη συνάφειας

$f_{bd} = 2{,}25\, n_1\, n_2\, f_{ctd}$

$f_{ctd} = \dfrac{f_{ctk}}{\gamma_c \to 1{,}5}$

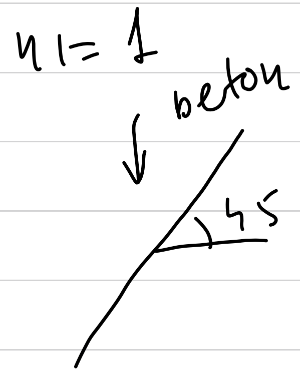
$f_{ctk} = 0{,}7\, f_{ctm}$

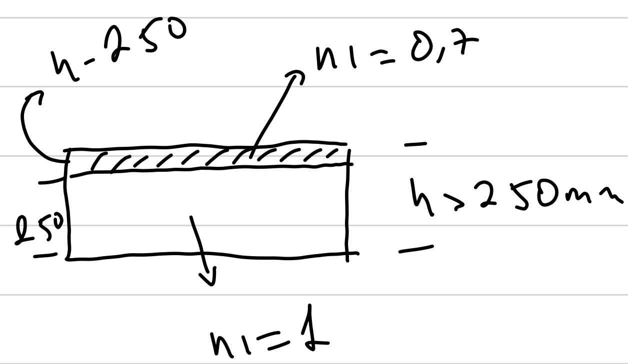
$f_{ctm} = 0{,}3\, f_{ck}$

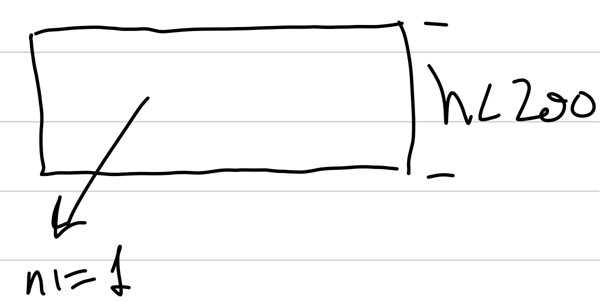
$\Rightarrow f_{bd} = 0{,}315\, f_{ck}^{2/3}\, n_1\, n_2$

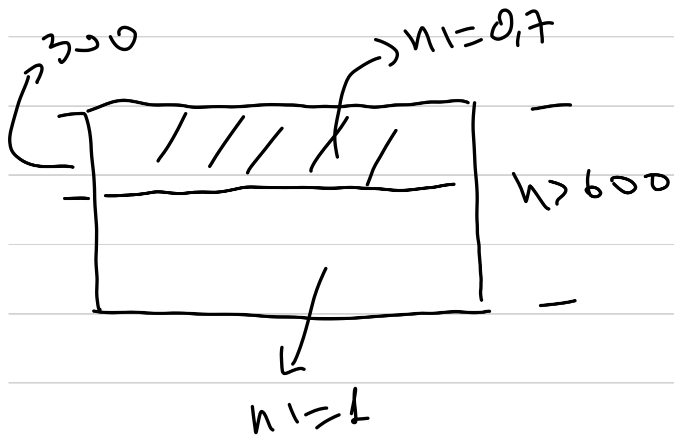
ευνοικες συνθήκες σκυροδετησης

$f_{ck} \to$ χαρ αντοχη μπετου









$n_2 = 1$ αν $\phi < 32$ mm

$n_2 = (132 - \phi)/100$ αν $\phi > 32$ mm

24/9/24

LECTURE 3

$f_{bd} = 0{,}315\, f_{ck}^{2/3}\, n_1 \cdot n_2$

εστω $n_1 = n_2 = 1$

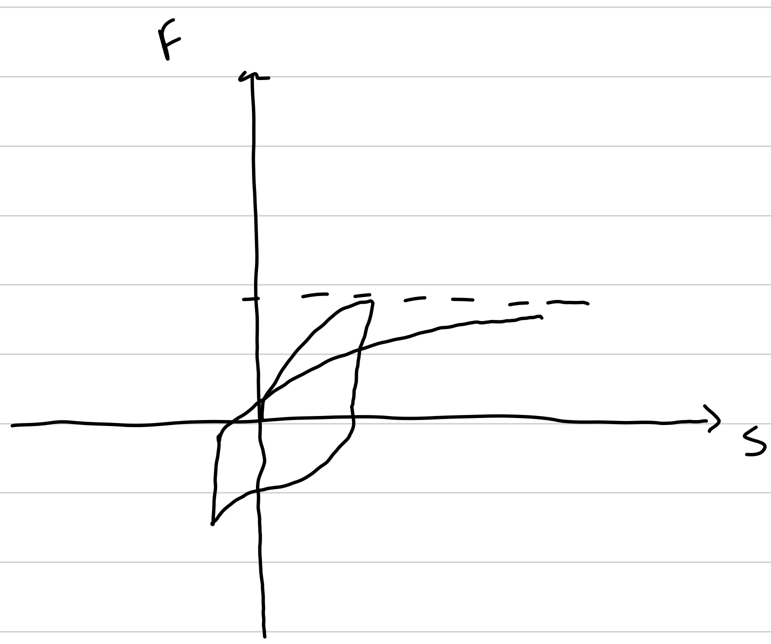
για f_{ck} 16 MPa – 30 MPa
↳ f_{bd} = 2 MPa – 3 MPa

απο πειράματα f_{bd} = 7,5 MPa – 13,5 MPa

αν διαρρεύσει η ράβδος το f_{bd} (απο τα πειράματα πέφτει στο 20%)

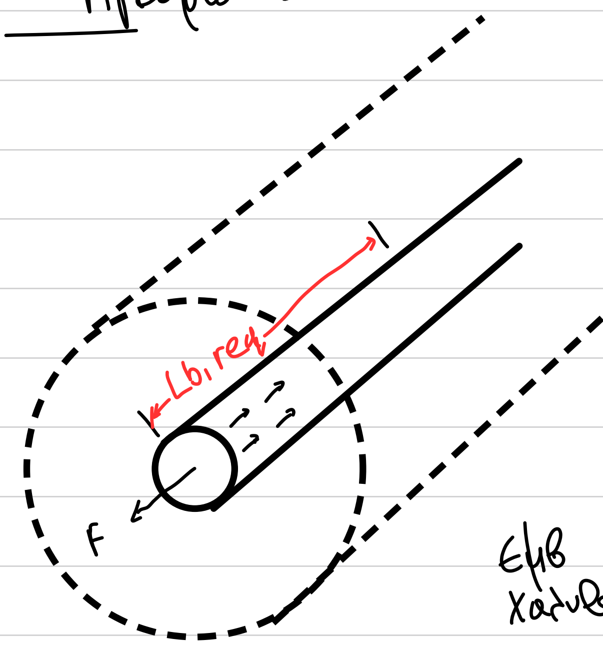
Ανακυκλική φόρτιση

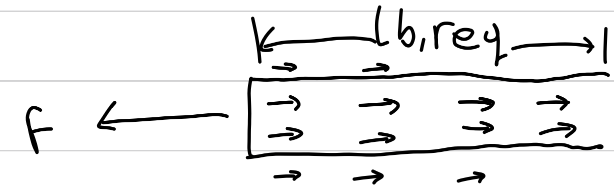
$s \rightarrow$ slip



σε κάθε κύκλο θέλω μεγαλύτερο s για να πάρω το ίδιο F

Μήκος Αγκύρωσης





fbd

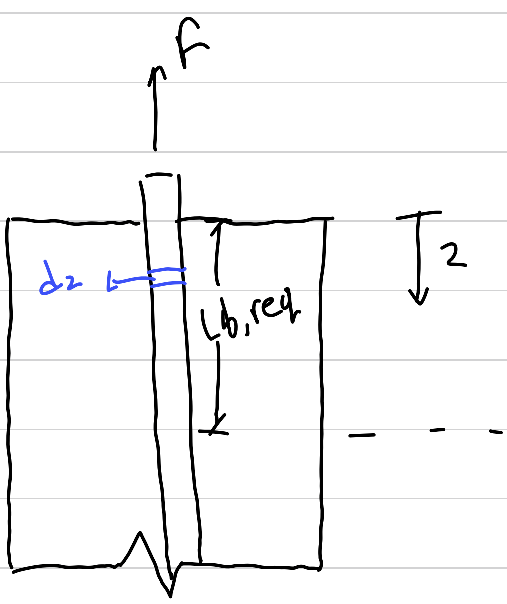
Περίμετρος ράβδου

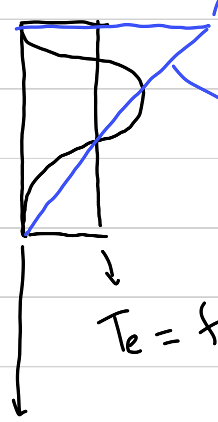
$$F = f_{bd}\; L_{b,req}\; \cancel{2}\pi \frac{D}{\cancel{2}}$$

Εμβ χάλυβα $\quad \frac{\pi D^2}{4}\sigma_s = f_{bd}\cdot L_{b,req}\,\pi D$

↳ Τάση χάλυβα

$$L_{b,req} = \frac{D}{4}\,\frac{\sigma_s}{f_{bd}}$$





$2T_e = 2f_{bd}$

$\tau(z) = \frac{2T_e}{L_{b,req}}\left(L_{b,req} - z\right)$

$T_e = f_{bd}$

γραμμικώς

$$F = \sigma_s \frac{\pi D^2}{4} = \int_0^{L_{b,req}} \tau(z)\,\pi D \cdot dz$$

$$= \pi D \frac{2T_e}{L_b}\int_0^{L_b} (L_b - z)\,dz$$

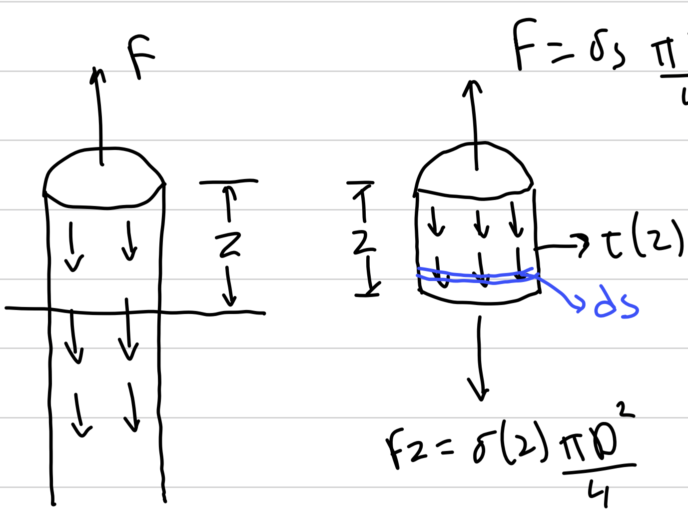
$$= \pi D \frac{2T_e}{L_b}\left[L_b z - \frac{z^2}{2}\right]_0^{L_b}$$

$$\sigma_s \frac{\pi D^2}{4} = \pi D\, T_e \cdot L_b \Rightarrow L_{b,req} = \frac{\sigma_s D}{4 T_e}$$

↳ $\sigma_s = \frac{l_e 4 T_e}{D}$

Stress distribution along the bar

$L_e = L_b = L_{b,req}$



$$F = F_z + \int_0^z \tau(z)\, \pi D \, ds$$

$$\sigma_s \frac{\pi D^2}{4} = \sigma(z) \frac{\pi D^2}{4} + \int_0^z \frac{2T_e}{l_e}(l_e - z)\, \pi D \, ds$$

$$\sigma(z) = \frac{T_e\, l_e\, 4}{D} - \frac{8T_e}{L_e D}\left(L_e \cdot z - \frac{z^2}{2}\right)$$

κατανομή τάσεων στη ράβδο

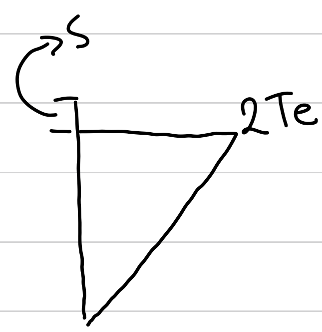
$$\varepsilon(z) = \frac{\sigma(z)}{E_s}, \quad slip = \int_0^{L_e} \varepsilon(z)\, ds = \int_0^{L_e} \frac{4T_e\, l_e}{D\, E_s} - \frac{8T_e}{L_e\, D E_s}\left(L_e z - \frac{z^2}{2}\right) dz$$

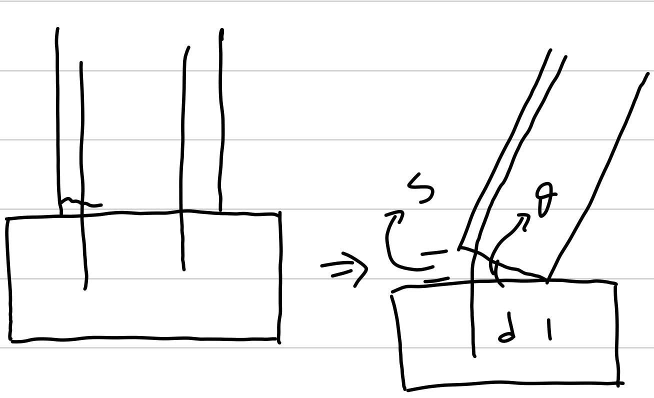
πόσο βγήκε
έξω η ράβδος

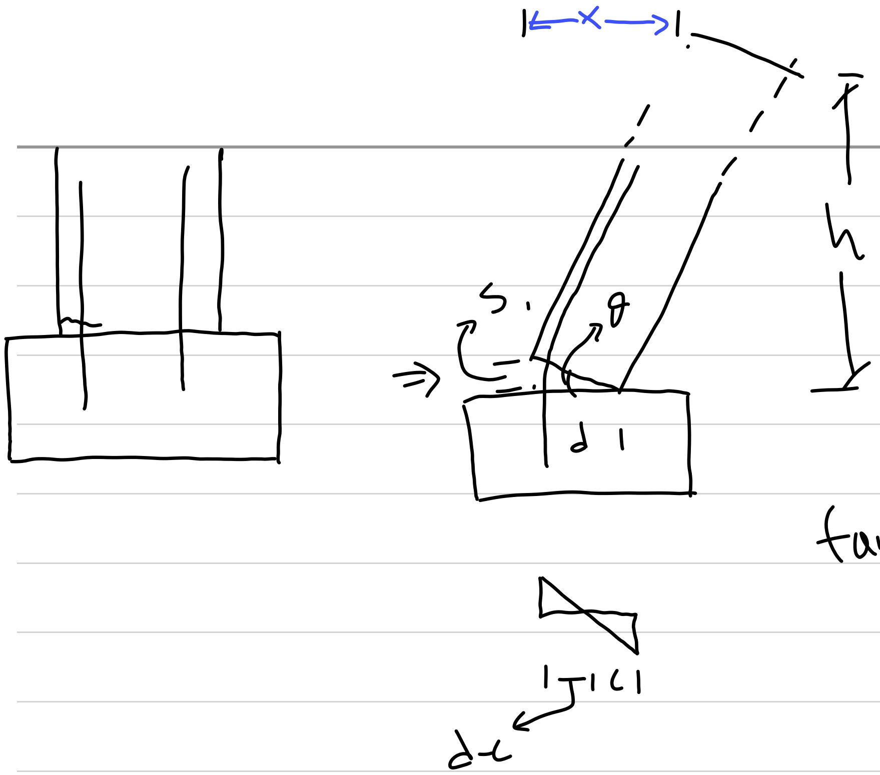
$$slip = \left[\frac{4T_e\, L_e\, z}{D\, E_s} - \frac{8T_e}{L_e\, D\, E_s}\left(L_e \frac{z^2}{2} - \frac{z^3}{6}\right)\right]_0^{L_e}$$

$$slip = \frac{4T_e\, L_e^2}{D\, E_s} - \frac{4T_e\, L_e^2}{D\, E_s} + \frac{8T_e\, L_e^2}{6 D E_s}$$

$$slip = \frac{4}{3}\frac{T_e\, L_e^2}{D\, E_s} \Rightarrow$$







Με αυτόν τον τρόπο μπορώ να βρω τη οριζόντια μετατόπιση (x) στη κορυφή του υποστυλώματος

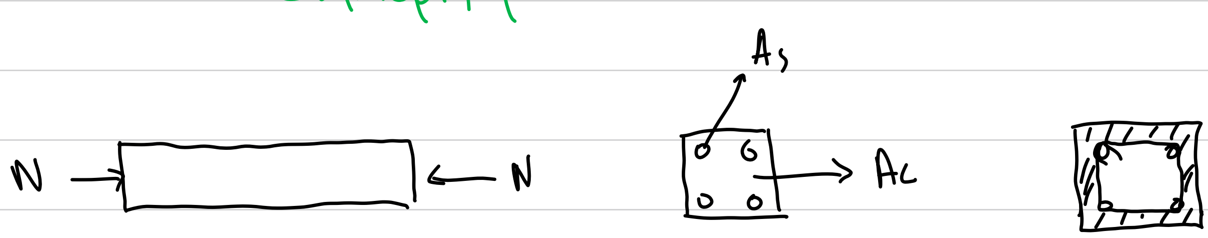
$$\tan\theta = \frac{s}{d-c}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Θεωρώ τέλεια συνάφεια

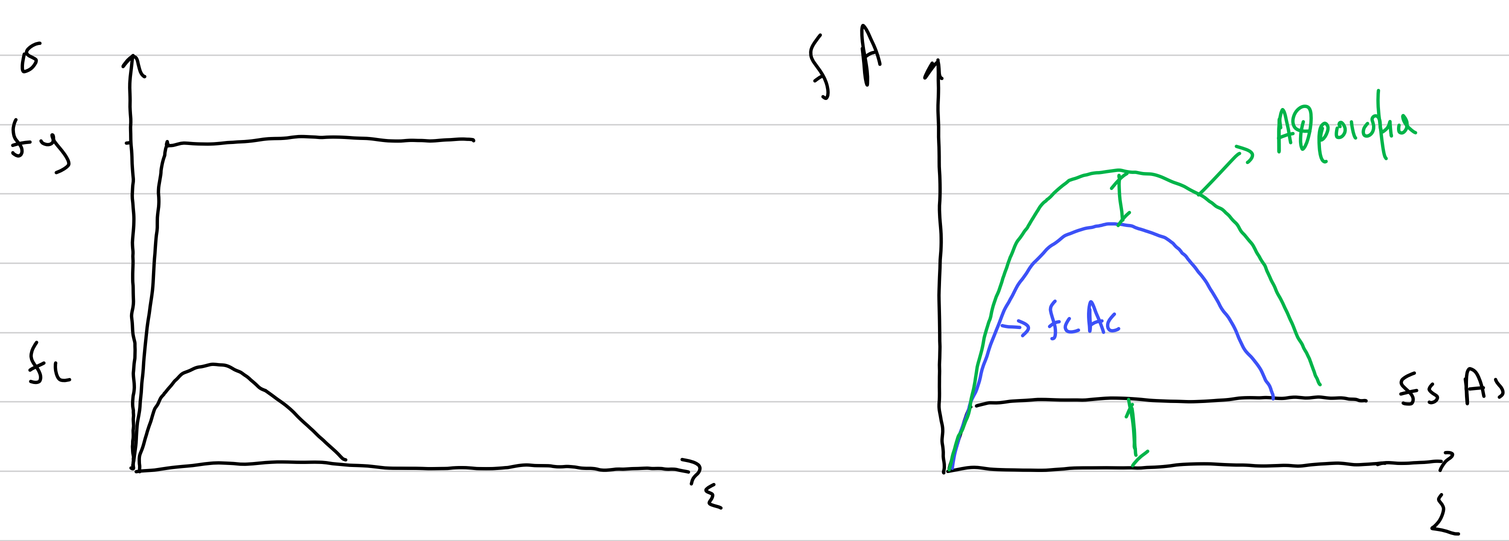
$\varepsilon_c = \varepsilon_s = \varepsilon$

Αξονική Συμπεριφορά

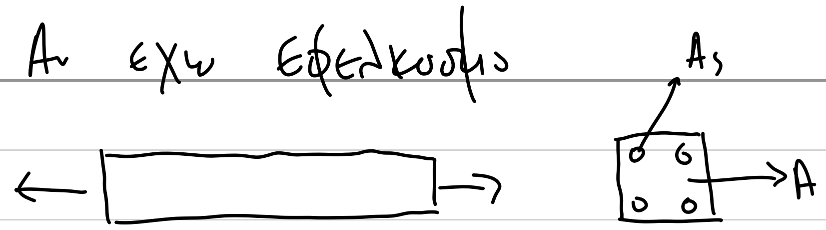


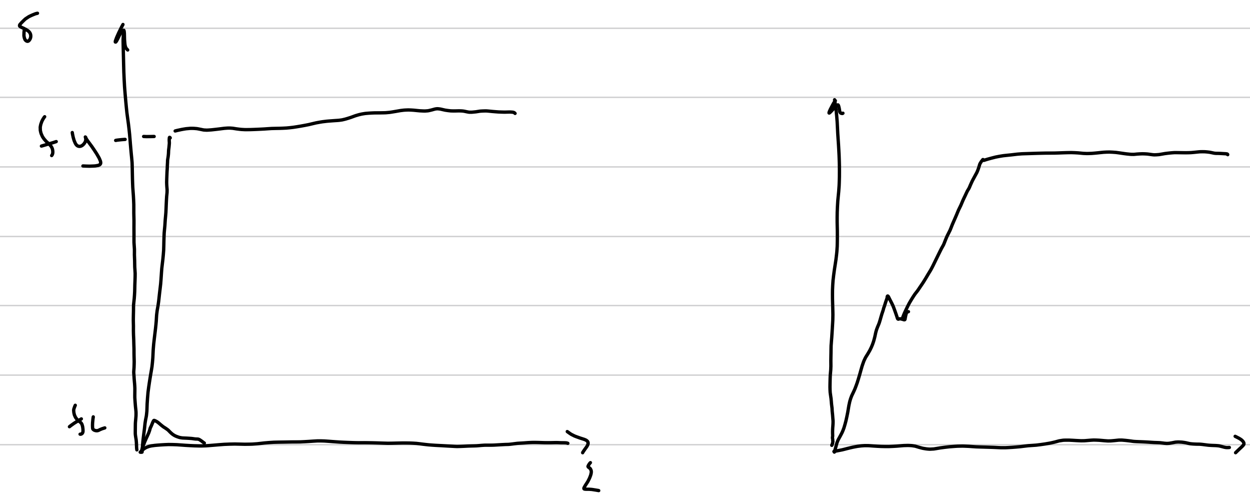
Από Ισορροπία

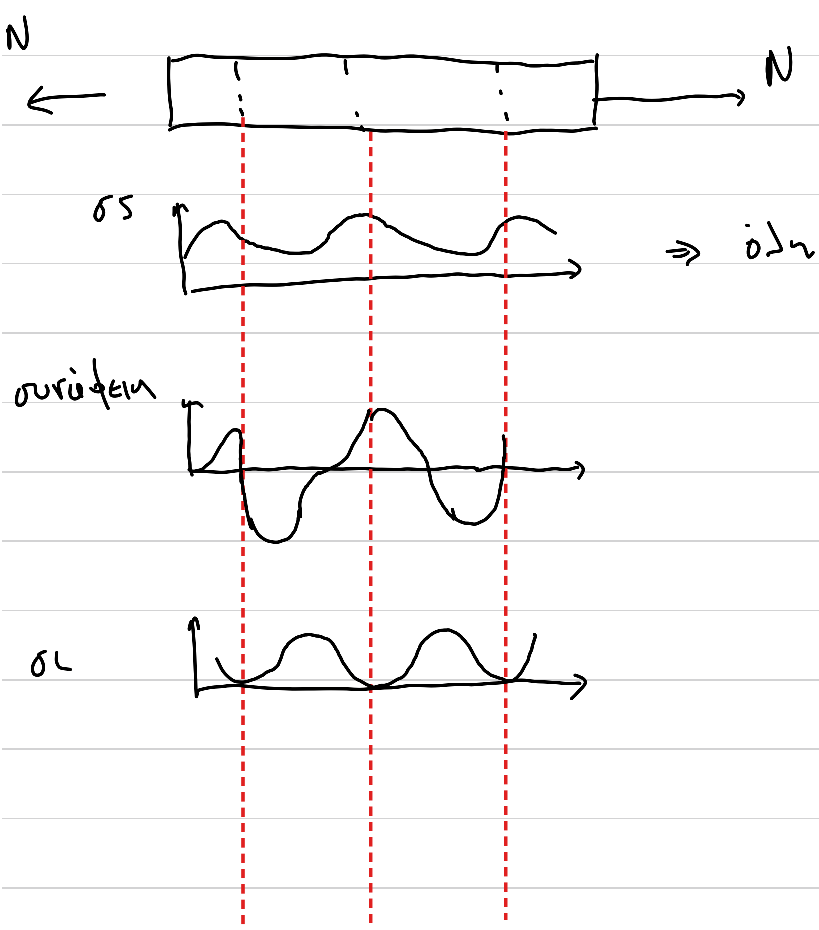
$\Sigma F = 0 \rightarrow N = f_c A_c + f_s A_s$



Αν έχω εφελκυσμό

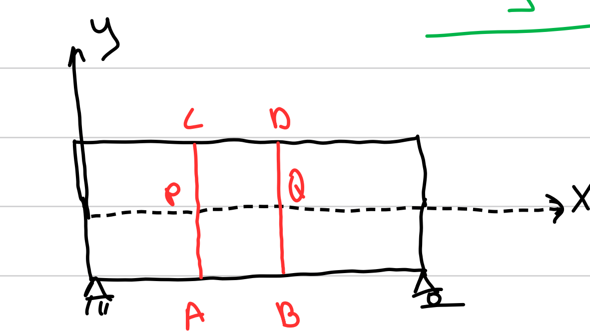


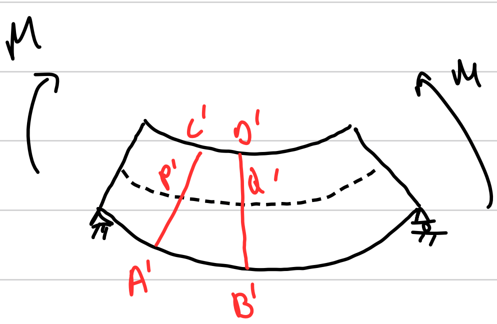




⇒ όλη τη παραμόρφωση τη παίρνει ο χάλυβας

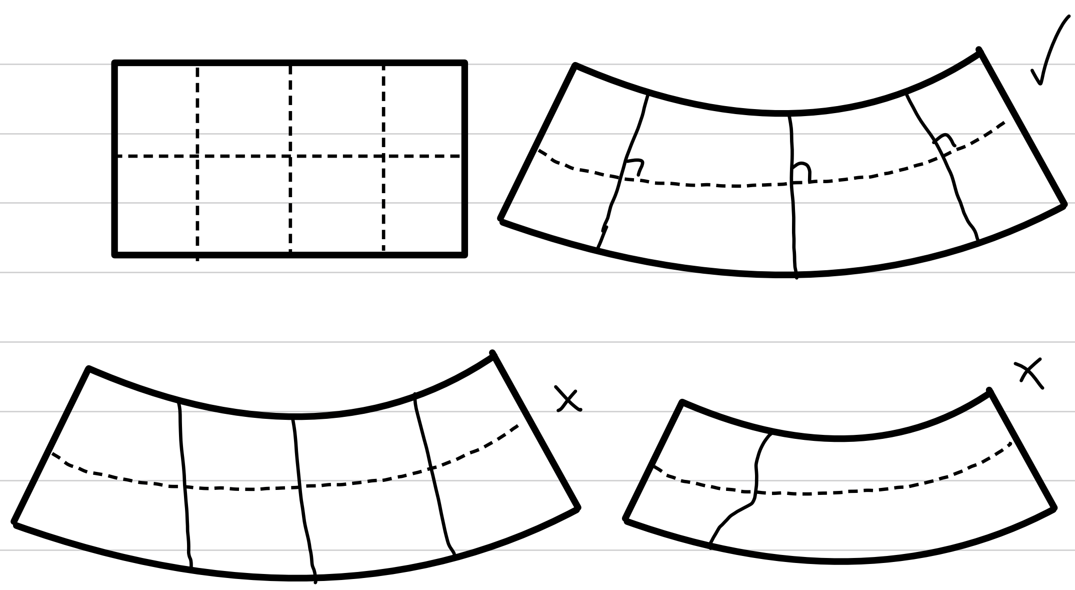
Bending (ΚΑΜΨΗ)



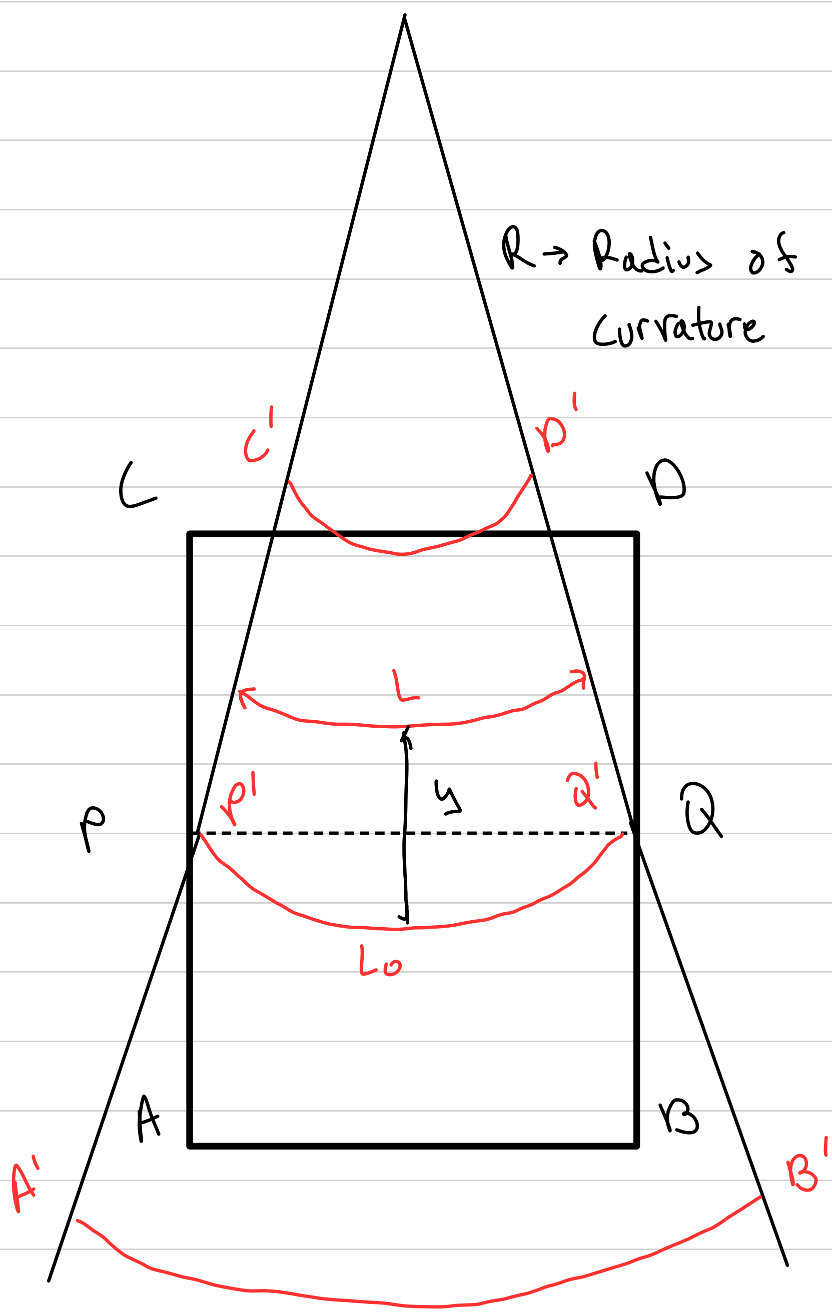


Euler- Bernoulli beam theory

- The cross- section remains normal (κάθετες) to the deformed neutural axis
- The cross- section of a beam remains plain (απαραμόρφωτες) after deformation



O → center of curvature



$C'D' < CD$

$A'B' > AB$

$P'Q' = PQ = L_0$

$L_0 = R \cdot d\theta$

$L = (R-y)d\theta$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{(R-y)d\theta - Rd\theta}{Rd\theta} = -\frac{y}{R}$$

$\varepsilon = -\frac{y}{R}$ όμως $\frac{1}{R} = \phi$ → καμπυλότητα

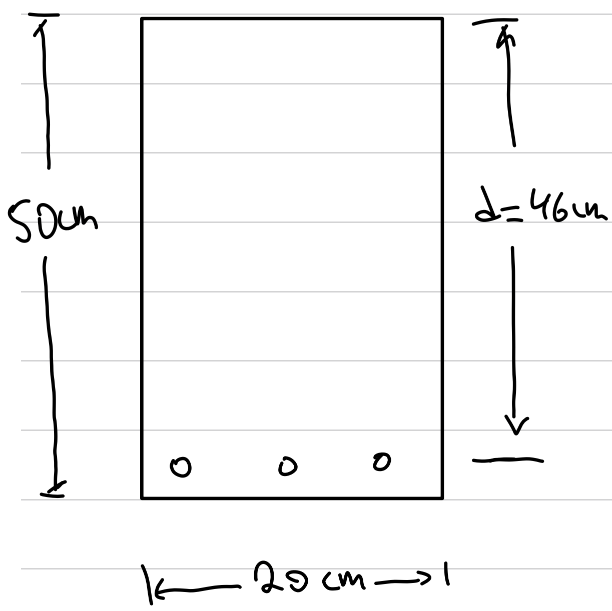
$\varepsilon = -\phi y$

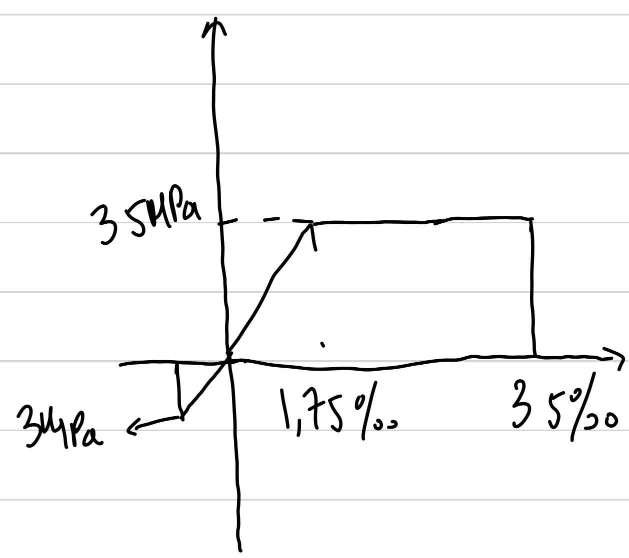
while in elastic region ⇒ $\phi = \frac{M}{EI}$

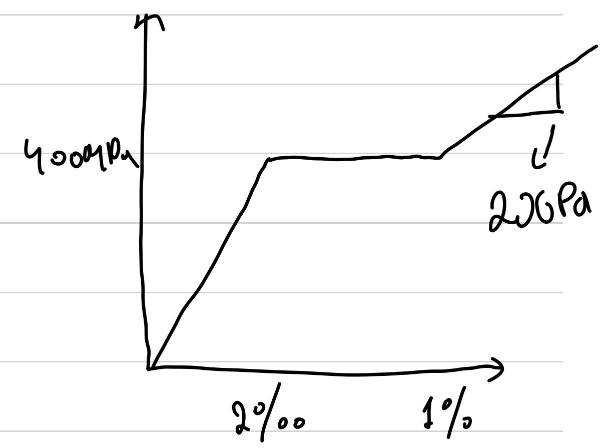
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ – Moment Curvature

Develop the moment – curvature relationship for the section below

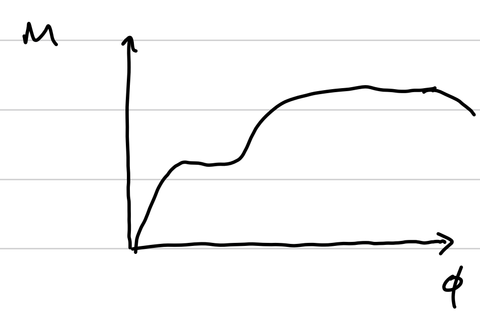
Axial Load $N = 0$



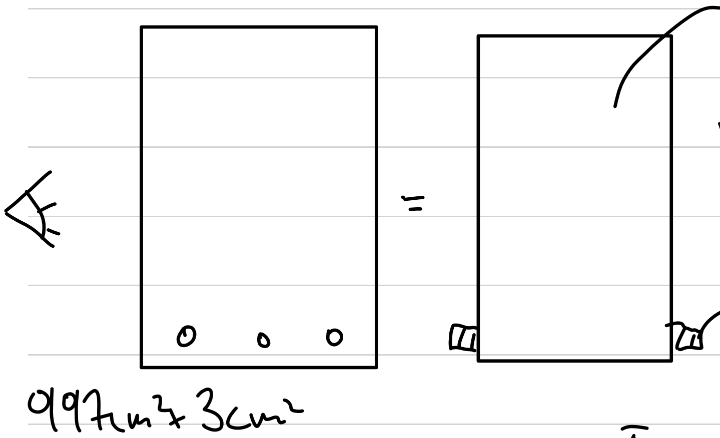




$\phi = \frac{M}{EI}$ $\quad \varepsilon = -\phi y$

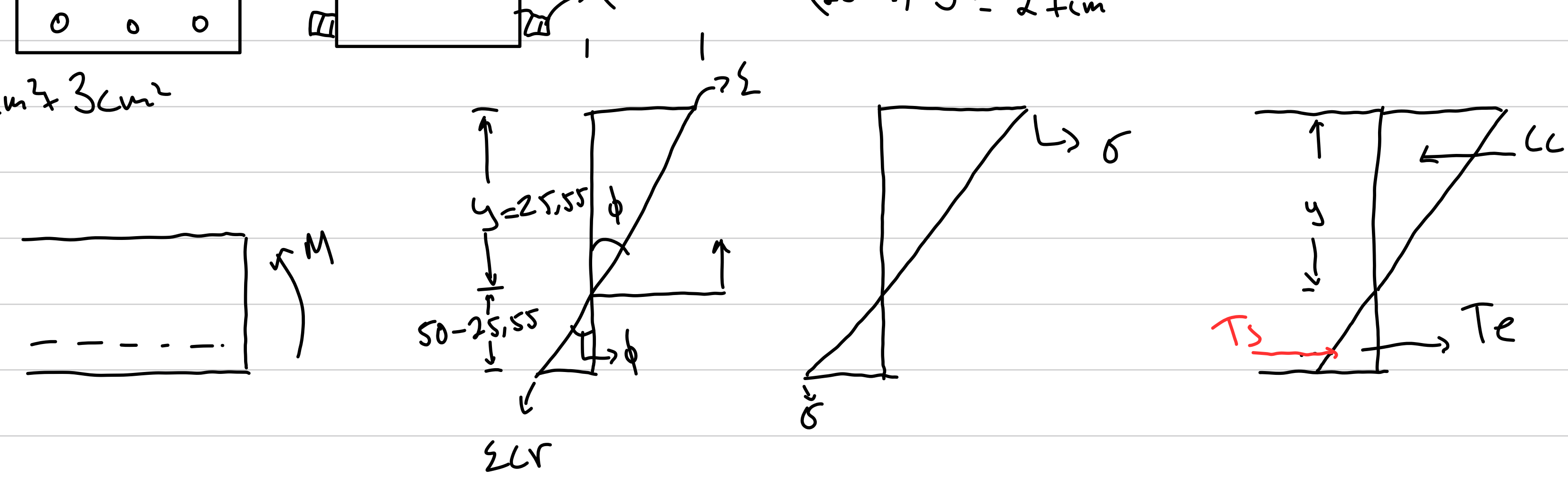


(a) Before cracking
(όταν έχω εφ στο μπετό 3MPa)

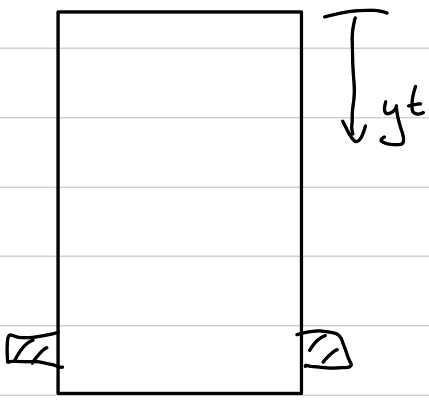


$n = \frac{E_s}{E_c} = 10 \qquad E_c = \frac{35\,MPa}{1{,}75 \times 10^{-3}} \Rightarrow E_c = 20\,GPa$

$(n-1)A_s \rightsquigarrow (10-1)\cdot 3 = 27\,cm^2$



$\varepsilon_{cr} = \frac{3MPa}{E_c} = \varepsilon_{cr} \rightarrow \varepsilon_{cr} = \frac{3MPa}{20GPa} \Rightarrow \varepsilon_{cr} = 0{,}15‰$



$$y_t = \frac{\Sigma A_i y_i}{\Sigma A_i} = \frac{1000 \cdot 25 + 27 \cdot 46}{1000 + 27}$$

$$y_t = 25,55\,cm$$

↳ $1000\,cm^2 + 27\,cm^2$

$$\varepsilon = -\phi y \Rightarrow \phi = \frac{\varepsilon_{cr}}{50 - 25,5} \Rightarrow \phi = 6,135 \times 10^{-6}\ \frac{1}{cm}$$

$$\varepsilon = -6,135 \times 10^{-6}\ \frac{1}{cm} \cdot 25.55\,cm$$

$$\varepsilon = -0,1567\ ‰$$

$$\sigma = \varepsilon E_c \Rightarrow \sigma = 3,135\,MPa$$

$C_c = \frac{0,2555 \cdot 3135}{2} \cdot 0,2 \Rightarrow C_c = 80,1\,kN$ (θλιπτική δυναμη που ασκειται στο μπετο)

$T_c = \frac{(0,5 - 0.2555)\,3000\ 0,2}{2} \Rightarrow T_c = 73,35\,kN$ (εφ δυναμη στο μπετο)

Για τον οπλισμο (να βρω τη δύναμη)

$$\frac{3\,MPa}{50 - 25,55} = \frac{\sigma}{46 - 25,55} \Rightarrow \sigma = 2,51\,MPa$$

$$T_s = 2,51\,MPa \cdot 27\,cm^2 \Rightarrow T_s = 6,77\,kN$$

Ισορροπια ροπων

↳ $M = 80.1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,255 + 73,35\,(0,5 - 0,255)\,\frac{2}{3} + 6,77\,(0,46 - 0,255)$

$M = 26,52\,kNm$ $\qquad M = \phi E I$

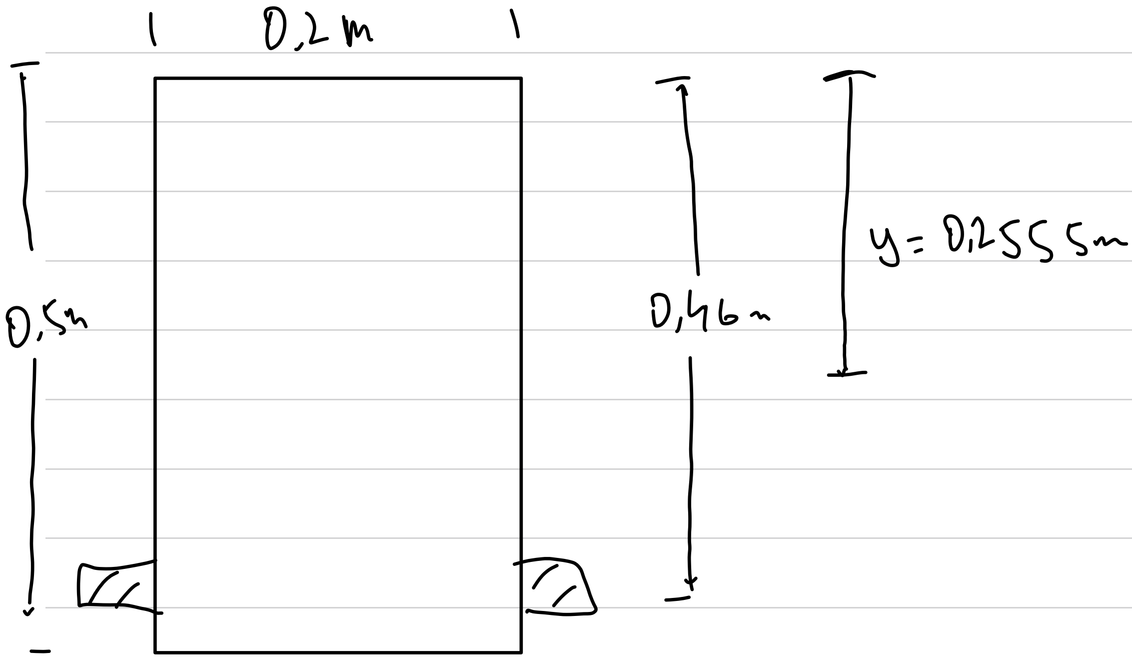
με I ισοδυναμης

$M = \phi E I \qquad \phi = 6{,}135 \times 10^{-6}\ 1/cm \rightarrow \phi = 6{,}135 \times 10^{-4}\ 1/m$

$E_c = 20\,GPa$

$A_s = 27\,cm^2$

$\hookrightarrow 2{,}7 \times 10^{-3}\ m^2$



$$I = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}5^3}{12} + 0{,}5 \cdot 0{,}2\,(0{,}25 - 0{,}2555)^2 + 2{,}7\times10^{-3}\,(0{,}46 - 0{,}2555)^2$$

$$I = 2{,}199 \times 10^{-3}\ m^4$$

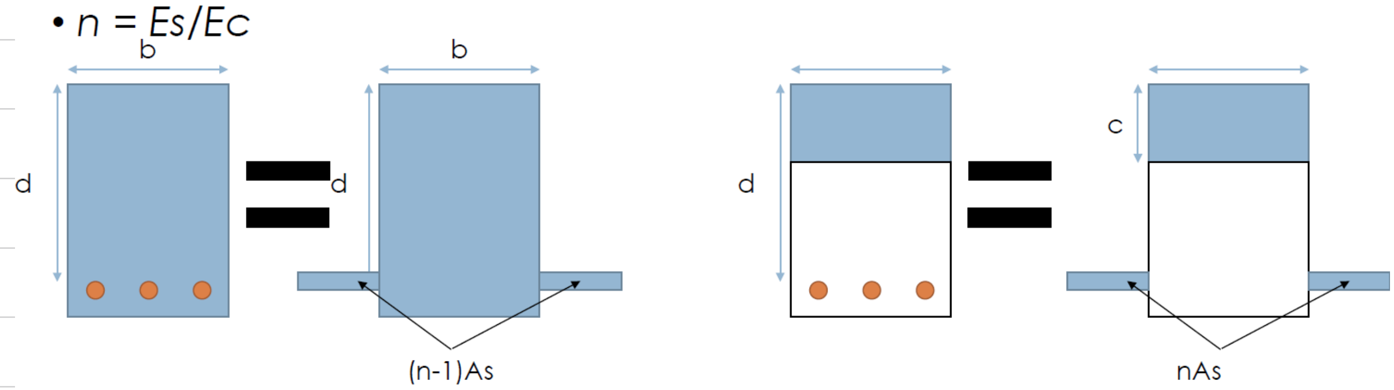
$$M = 6{,}135 \times 10^{-4} \cdot 20\,GPa \cdot 2{,}199 \times 10^{-3}$$

$$M = 26981{,}73\ Nm$$

$\hookrightarrow M = 26{,}98\ kNm$

Ροπή Αδρανείας Ισοδύναμης Διατομής

- $n = Es/Ec$



- *Υπολογίζουμε το κέντρο βάρους της ισοδύναμης διατομής*
- *Υπολογίζουμε την ροπή αδρανείας ως προς το κέντρο βάρους*

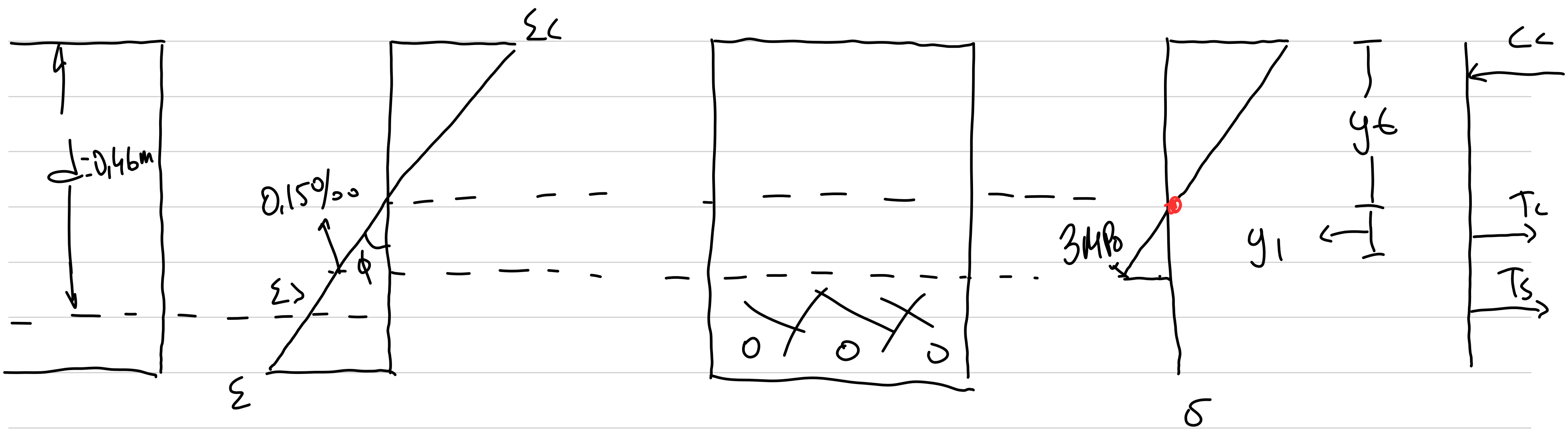
8/10/24 Lecture 4 $\varepsilon = -\phi y$

ϕ (1/cm)	M (kNm)
0	0
$6{,}135 \times 10^{-6}$	26,52
$12{,}26 \times 10^{-6}$	15,942

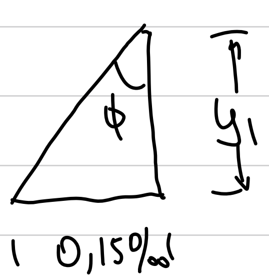
Συνέχεια παραδείγματος M-φ καμπύλη

Για εύρεση 2ου σημείου θέτω $\phi = 2\phi_{cr}$

$b = 20cm$ $A_s = 3cm^2$



$$\phi = 2\ 6{,}13 \times 10^{-6}\ \frac{1}{cm}$$



$$y_1 = \frac{0{,}15‰}{\phi} \Rightarrow y_1 = 12{,}22cm$$

$\varepsilon_c = y_t\,\phi = y_t\, 2\phi_{cr}$

$\sigma_c = \varepsilon_c E_c$

$\varepsilon_s = \phi\,(d - y_t)$

$\sigma_s = \varepsilon_s\, E_s$

$$C_c = \frac{y_t\ \sigma_c\ b}{2} = \frac{y_t\ E_c\ \phi y_t}{2}$$

$$T_c = \frac{y_1\ \overset{3MPa}{\sigma_c}\ b}{2} = 36{,}675kN$$

$T_s = A_s\ \sigma_s = E_s\ \varepsilon_s\ A_s$

$T_s = A_s E_s\ \phi(d - y_t)$

Για να βρω το y_t

$C_c = T_c + T_s$

$2454\, y_t^2\ kPa = 36.6675\,kN + 33{,}865 - 73{,}62\,\frac{kN}{m}\cdot y_t$

$\hookrightarrow y_t = 0{,}1522\,m = 15{,}22\,cm$

$C_c = 59{,}11\,kN$
$T_c = 36{,}675\,kN$
$T_s = 22{,}439\,kN$

ΓΙΑ ΝΑ ΒΡΩ Μ κάνω ισορροπία

$M_{0A} = C_c\,\frac{2}{3}y_t + T_c\,\frac{2}{3}y_1 + T_s(0{,}46 - y_t) \Rightarrow M = 15{,}942\,kNm$

ξανα στο
σκιτι ως προς άλλο σημείο

Κάνω έλεγχο για να δω σε ποιους κλάδους είναι

$\varepsilon_c = y_t\,\phi \Rightarrow \varepsilon_c = 0{,}19‰$

$\varepsilon_s = \phi(46 - y_t) \Rightarrow \varepsilon_s = 0{,}374‰$

και τα δυο ελαστικα

Για τα επόμενα σημεία excel

φ (1/cm)	2 φcr	3 φcr	4 φcr	8 φcr	20 φcr
yt (cm)	15,22	12,9	11,8	10,7	10,4
Cc (kN)	59,11	61,03	68	113	265
Tc (kN)	36,7	24,5	18,34	9,2	3.67
Ts (kN)	22,42	36,58	50,32	103	262
M (kNm)	15,94	18,68	23.35	44,9	111,73
εc (‰)	0,19	0,24	0.27	0,53	1,28
εs (‰)	0,374	0,61	0,83	1,73	436

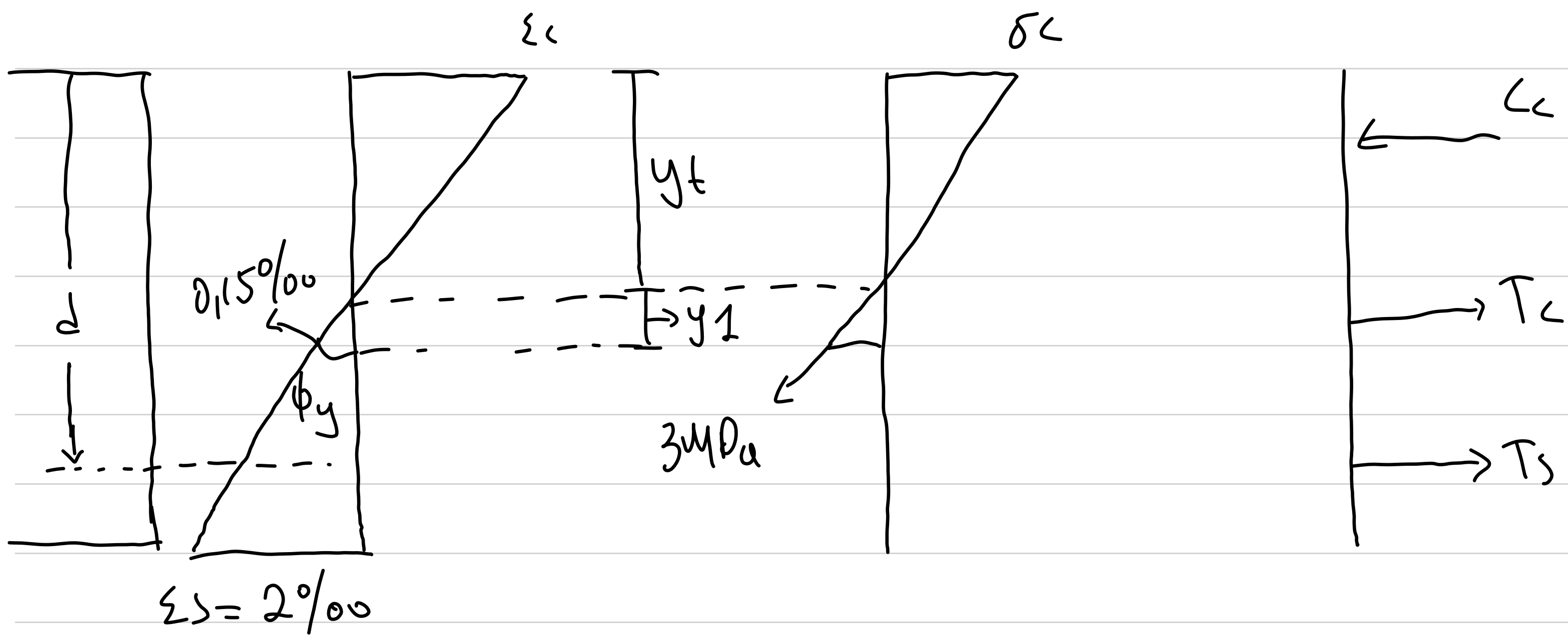
Δεν μπορώ να το θεωρήσω σωστό διότι έχω διαρροή

φ (1/cm)	M
0	0
$6,13 \times 10^{-6}$	26,52
$12,26 \times 10^{-6}$	15,94
3φcr	18,68
4φcr	23,35
8φcr	44,9

Βάζω $\varepsilon_s = 2‰$ για να δω πόσο Μ και φ έχω

$\varepsilon = \phi y$

b=20cm



$$\phi_y = \frac{\varepsilon_s}{d - y_t} = \frac{2‰}{0,46 - y_t} = 56,5 \times 10^{-6}\ 1/cm$$

$$y_1 = \frac{0,15‰}{\phi_y} = \frac{0,15‰}{2‰}(0,46 - y_t)$$

$$\varepsilon_c = \phi_y\, y_t = \frac{2‰}{0,46 - y_t}\, y_t$$

$\sigma_c = E_c\, \varepsilon_c$

$\sigma_s = 400MPa$

$$C_c = \frac{y_t\ \sigma_c\ b}{2} \Rightarrow C_c = 4\, 10^3\, \frac{kN}{m} \cdot y_t^2\ \frac{1}{0,46 - y_t} = 127,95$$

$$T_c = \frac{y_1\ 3MPa\ b}{2} \Rightarrow T_c = 22,5\, \frac{kN}{m}(0,46 - y_t) = 7,95$$

$T_s = A_s\, \sigma_s = 3cm^2\ 400MPa \Rightarrow T_s = 120kN$

$C_c = T_s + T_s \Rightarrow y_t = 0,106m$

↳ Αντικατάσταση

$\delta\phi_{cr} = 49,9 \times 10^{-6}$

$M = 51,65\,kNm$

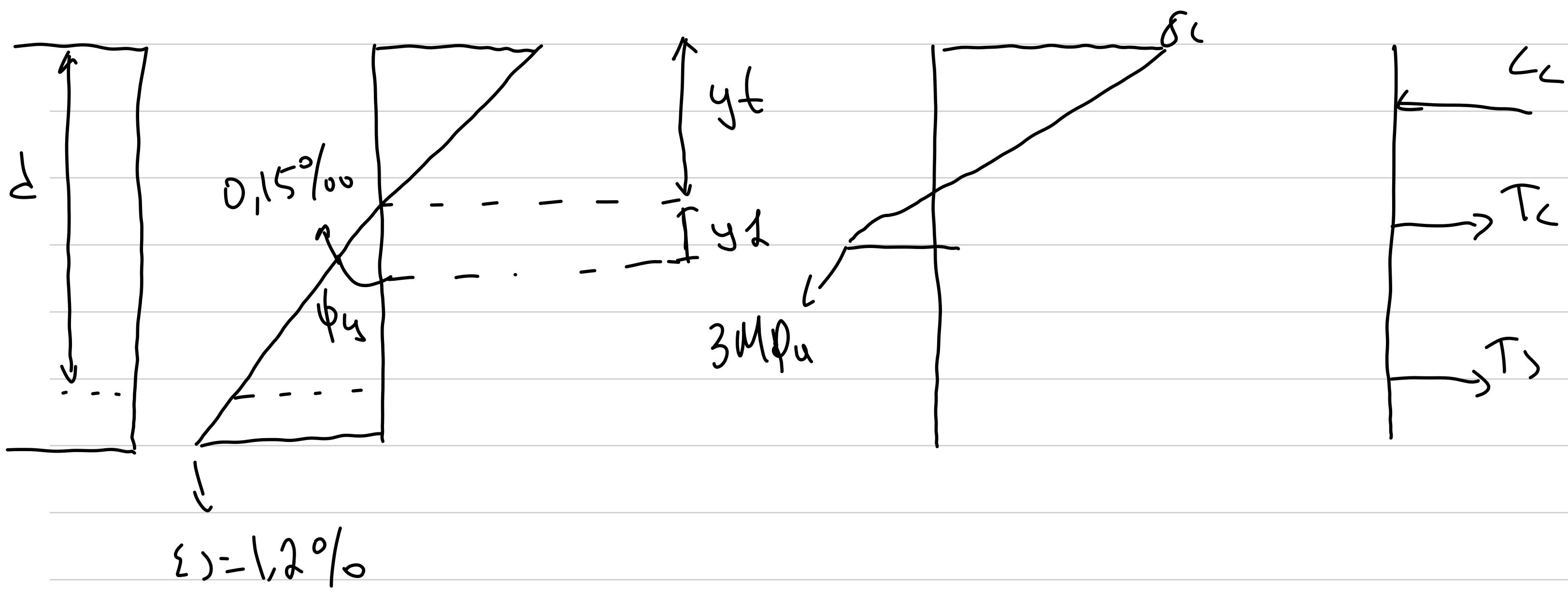
ϕ	56,1	104,5	243,9
M	51,65	52,42	53,9
T	8	4	1,8
ε_c	0,6 ‰		
ε_s	20‰	4 ‰	1‰

Για να δω αν διαρρέει το μπετό

Αυτό αλλάζω

$\varepsilon = -\phi y$

Βάζω $\varepsilon = 1,2\%$ για να δω τι γίνεται στο μπετό αν διαρρέει



$\sigma_s = 400MPa + 20GPa(1,2-1)\% \Rightarrow \sigma_s$

$$C_c = \frac{y_t \overbrace{\sigma_c}^{\sigma = E\varepsilon} \cdot b}{2} = 4\,10^3 \frac{kN}{m} y_t^2 \frac{1}{0,46 - y_t}$$

$$T_c = \frac{y_1\, 3MPa\, b}{2} = 22,5 \frac{kN}{m} (0,46 - y_t)$$

$$T_s = A_s \cdot \sigma_s$$

$C_c = T_c + T_s$

$\downarrow$

Λύνω βρίσκω

$y_t = 4,8$

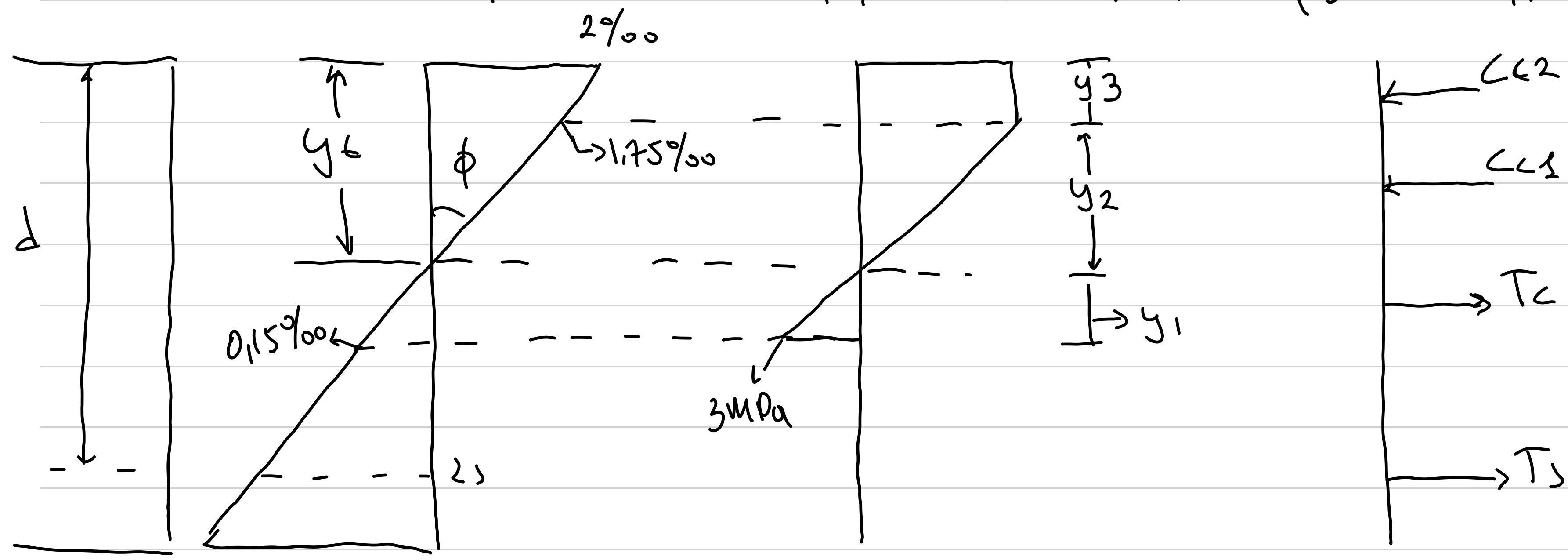
κάνω ισορροπία για το M

Αλλάζω ε_s

ε_s	1,2%	1.6%	1.9%
ϕ (1/cm)	291×10^{-6}	386×10^{-6}	
T_c	1,5	1,2	
M	58,7	64,47	
ε_c (‰)	1,39	1,74	1,91

→ ΔΙΑΡΡΟΗ ΜΠΕΤΟΥ
Δεν μπορώ να το χρησιμοποιήσω

→ Βάζω $\varepsilon = 2‰$ (ΔΙΑΡΡΟΗ ΜΠΕΤΟΥ ΓΙΑ ΝΑ βρω M−φ)
→ έχει ήδη διαρρεύσει ο χάλυβας



$$\phi = \frac{2‰}{y_t}$$

$$\varepsilon_s = \phi(0{,}46 - y_t) = \frac{2‰}{y_t}(0.46 - y_t)$$

$$y_1 = \frac{0{,}15‰}{\phi} \qquad y_2 = \frac{1{,}75‰}{\phi} \qquad y_3 = y_t - y_2$$

$C_c = C_1 + C_2$

$= \frac{1}{2} y_2 \, 35MPa \; b + y_3 \; 35MPa \; b$

$T_c = \frac{y_1 \, 3MPa \, b}{2}$

$T_s = A_s \sigma_s = 3cm^2 \left[400MPa + 20GPa \, (\varepsilon_s - 1\%)\right]$

$C_c = T_c + T_s \Rightarrow$ Λυνω βρίσκω $y_t = 4{,}4 \, cm$

Ισορροπια Ροπων $M = 77 kNm$

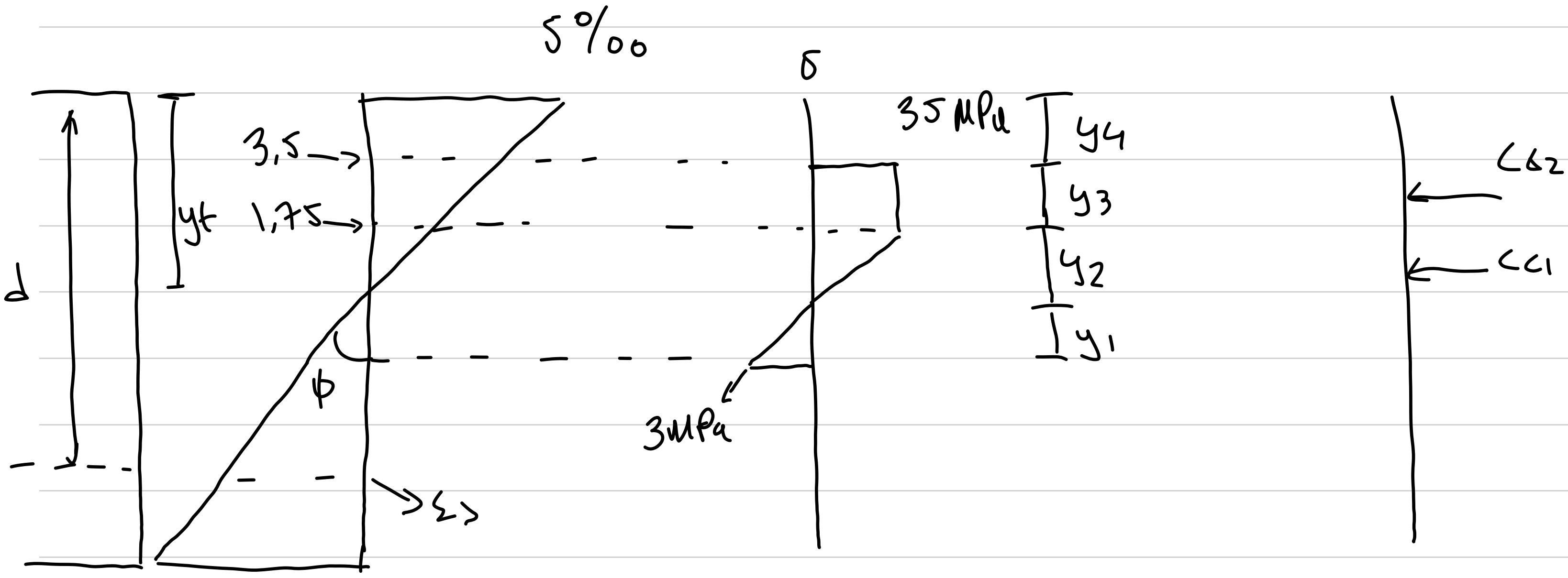
$\times 10^{-6}$

ε_c	2‰	3‰	3,5 ‰
ϕ	452	660	742
y	4,4	4,5	4,7
M	77	99	108
ε_s	1,7%	2,7%	3,19 %

Βάζω $\varepsilon_c > 3.5‰$ (θα χάνω το ΜΠΕΤΟ να δω τι γίνεται)

ο χάλυβας έχει διαρρεύσει

$\varepsilon_c = 5‰$



$$\phi = \frac{5‰}{y_t}$$

$$\varepsilon_s = \phi\,(0{,}46 - y_t) = \frac{5‰}{y_t}(0{,}46 - y_t)$$

$$y_1 = \frac{0{,}15‰}{\phi}, \quad y_2 = \frac{1{,}75‰}{\phi} \quad y_3 = \frac{3{,}5‰ - 1{,}75‰}{\phi}$$

$$y_4 = y_t - y_3 - y_2$$

$$C_c = C_{c1} + C_{c2} = \frac{1}{2} y_2\, 35\,\text{MPa}\cdot b + y_3\, 35\,\text{MPa}\; b$$

$$T_c = \frac{y_1\; 3\text{MPa}\; b}{2}$$

$$T_s = A_s \cdot \sigma_s = 3\,\text{cm}^2\left[400\,\text{MPa} + 20\,\text{GPa}\,(\varepsilon_s - 2‰)\right]$$

$$C_c = T_c + T_s \Rightarrow y_t = 6{,}6\,\text{cm}$$

$$\phi = 762 \times 10^{-6}\ 1/\text{cm}$$

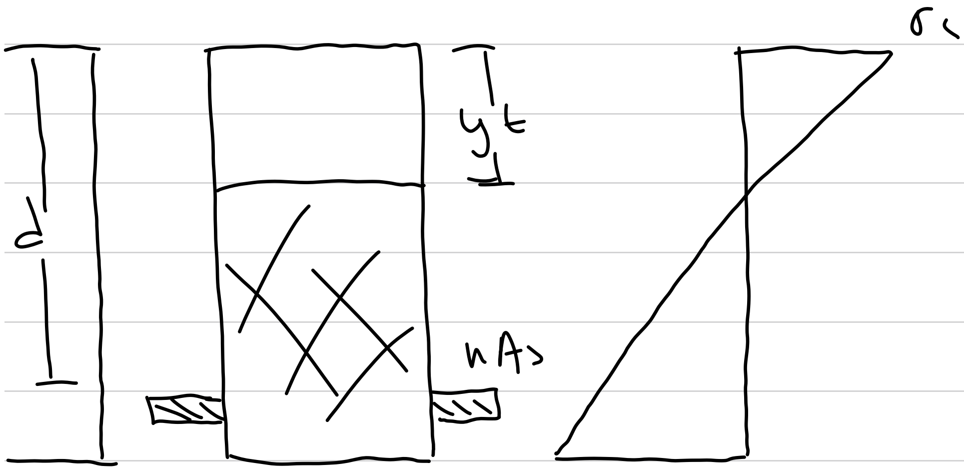
$$M = 101$$

ε_c	5‰	10‰	20‰
ϕ	762	814	931
M	101	82	52
ε_s	3%	2,7%	2,3%
y_t	6,6	12,3	21,5

ϕ (1/cm) $x10^{-6}$	M (kNm)
0	0
6,13	26,52
12,26	15,94
$3\phi_{cr}$	18,68
$4\phi_{cr}$	23,35
$8\phi_{cr}$	44,9
5,6	51,65
104,5	52,42
243,9	53,3
291	58,7
386	69,42
452	77
660	94
747	108
762	101
814	82
931	52

$\Rightarrow$ Δεν υπάρχει απλοποιημένη μέθοδος για αυτά τα σημεία

Απλοποιημένη Μεθόδου (Θεωρούμε πως το Μπετό δεν έχει εφ αντοχή)



$$\frac{1}{2} y_t \overset{E_c \varepsilon_c}{\sigma_c}\, b = n A_s \overset{E_s \varepsilon_s}{\sigma_s}$$

↳ $n = 10$

Ισχύει μόνο όσο το μπετό είναι ελαστικό και έχω ρηγμάτωση

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c \rightarrow \varepsilon_c = \phi\, y_t$$

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \rightarrow \varepsilon_s = \phi (d - y_t)$$

$$\frac{1}{2} y_t^2 \phi\, b = 10 \cdot 3\,cm^2\, \phi (d - y_t)$$

x

$$y_t = 10{,}3\,cm$$

$$I_{cr} = \frac{y_t^3 b}{12} + y_t b \left(\frac{y_t}{2}\right)^2 + n A_s (d - y_t)^2$$

$$I_{cr} = 4{,}552 \times 10^4\ cm^4$$

$$\phi = \frac{M}{E_c I_{cr}}$$

⇒ I_{cr} σταθερό μέχρι $\varepsilon_c \leq 1{,}75$ ‰

y_t σταθερό

ή

$\varepsilon_s \leq 2$ ‰

Τωρα πρεπει να ελεγξουμε τι διαρρεει πρωτα

Μπετο

$$\phi = \frac{1{,}75‰}{y_t} = 169 \times 10^{-6}$$

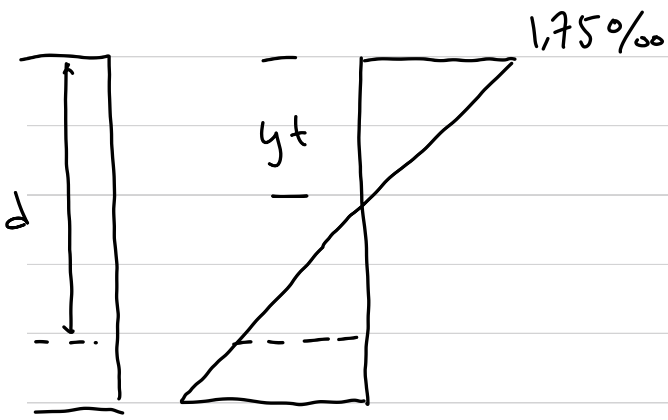
Χαλυβας

$$\phi = \frac{2‰}{0{,}46 - y_t} = 56 \times 10^{-6}$$

→ Πρώτα διαρρεει ο χαλυβας

$\phi \rightarrow 56 \times 10^{-6} \Rightarrow M = \phi E_c I_{cr} = 51{,}06\,kNm$

Υποθετω $\varepsilon_c = 1{,}7‰$ και χαλυβα στο πλατο ($\varepsilon_s < 1\%$)



$T_s = 3cm^2 \; 400MPa = 120kN$

$C_c = y_t \; 35MPa \; \frac{b}{2} = 120kN$

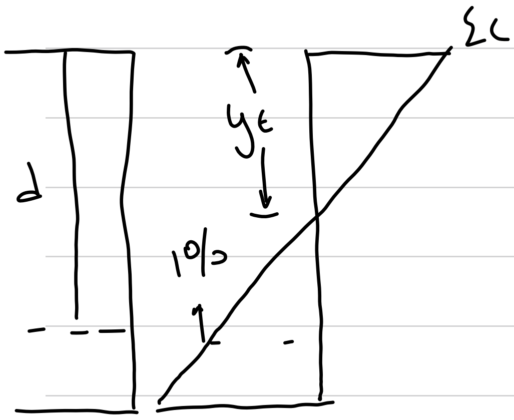
$$\phi = \frac{1{,}75‰}{3{,}4} =$$

$\varepsilon_s = \phi(0{,}46 - 0{,}0{,}034) = 2{,}2\% > 1\%$

↳ Λάθος υπόθεση

↳ Χαλυβας σε κρατυνση

Bu3w $\varepsilon_s = 1‰$



$$\phi = \frac{1‰}{0{,}46 - y_t}$$

$$\varepsilon_c = \phi \, y_t$$

$$\sigma_c = 20\,\text{GPa}\;\varepsilon_c$$

$$T_c = 120\,\text{kN} = \frac{y_t}{2} \cdot \sigma_c \, b$$

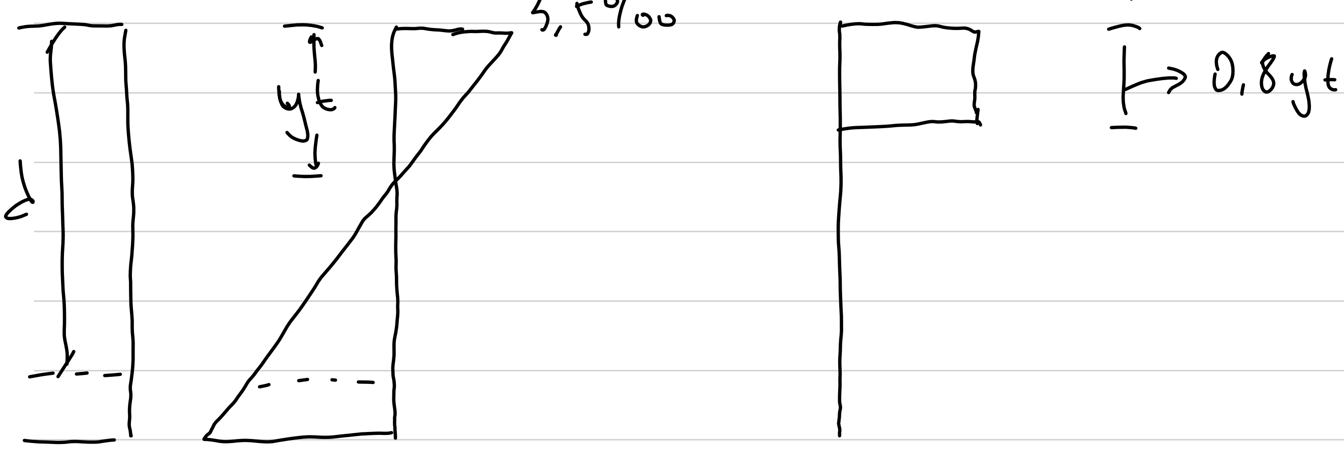
↳ $y_t = 0{,}05\,\text{m}$

$\phi = 243{,}7 \times 10^{-6}$

$\varepsilon_c = 1{,}209‰$

$$M = 120\,(0{,}46 - 0{,}05) + 120\,\frac{2}{3}\,y_t \Rightarrow M = 53{,}215\,\text{kNm}$$

Βάζω $\varepsilon_c = 3,5‰$ (Χάλυβας σε κράτυνση)



$C = 35\,MPa \; 0,8\, y_t\, b$

$T = 3cm^2 \left[400\,MPa + 20\,GPa\,(\varepsilon_s - 2\%)\right] = 252,29\; kN$

$\varepsilon_s = \phi(0,46 - y_t)$

$\phi = \dfrac{3,5‰}{y_t} \qquad y_t = 0,045 \;, \quad \phi = 775 \times 10^{-6}\; \dfrac{1}{cm} \Rightarrow \phi_u$

$C = 252,9\,kN$

$M = 252,9\,kN\,(0,46 - y_t) + 252,9\,(\underbrace{0,6\,y_t}_{y_t - \frac{0,8y}{2}})$

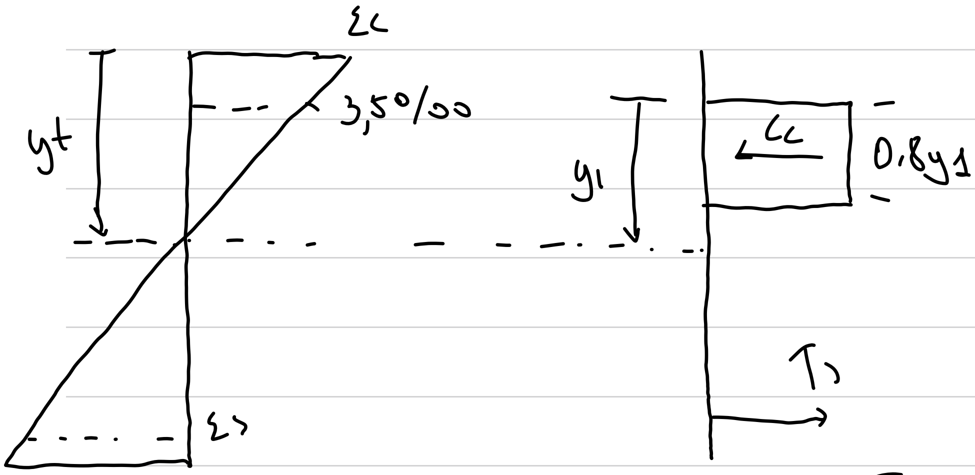
$M = 117,7\,kNm \Rightarrow M_u$ η μέγιστη ροπή που μπορώ να πάρω

(A) Να λύσω για $\phi = 900 \times 10^{-6}$ το block του μπετού θα έρθει κάτω

(B) Να λύσω και για μια αξονική στο κέντρο της διατομής ($N = 600\,kN$) τι γίνεται για $\varepsilon_c = 3,5‰$

15/10/24 Lecture 5

(A) $\phi = 900 \times 10^{-6}$ 1/cm



$\phi = \dfrac{3{,}5‰}{y_1} \Rightarrow y_1 = 3{,}88\,cm$

$C_c = 0{,}8 \; 35\,MPa \; 20\,cm \; 3{,}88$

$C_c = 217{,}8\,kN$

$T_s = C_c = 3\,cm^2 \left[400\,MPa + 20\,GPa\,(\varepsilon_s - 1\%)\right]$

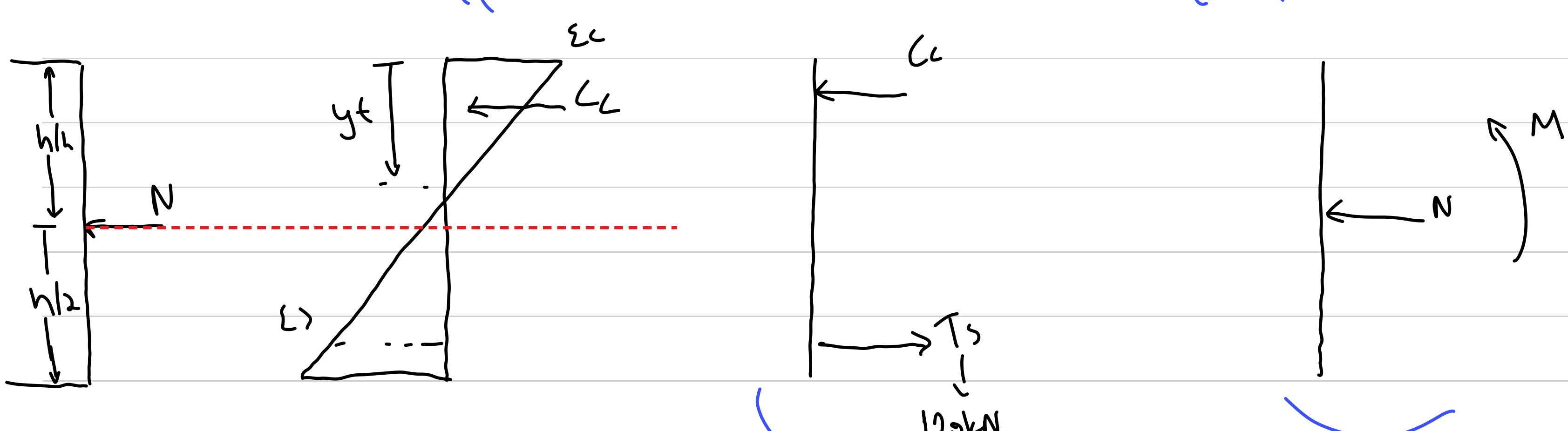
$\varepsilon_s = \phi\,(0{,}46 - y_t)$

$\Rightarrow y_t = 16{,}8\,cm$

$M = C_c \; 0{,}6 y_1 + T_s\,(0{,}46 - y_t) \Rightarrow M = 68{,}71\,kNm$

(B) N=600kN find (M_y, ϕ_y) and (M_u, ϕ_u) Απλοποιημένη μέθοδος
steel without hardening

⇒ Υποθέτω διαρρέον χάλυβα και ελαστικό σκυρόδεμα



Εσωτερικές δυνάμεις Εξωτερικά

$\phi = \dfrac{0{,}2\%}{0{,}46 - y_t}$ $\varepsilon_c = \phi\, y_t$

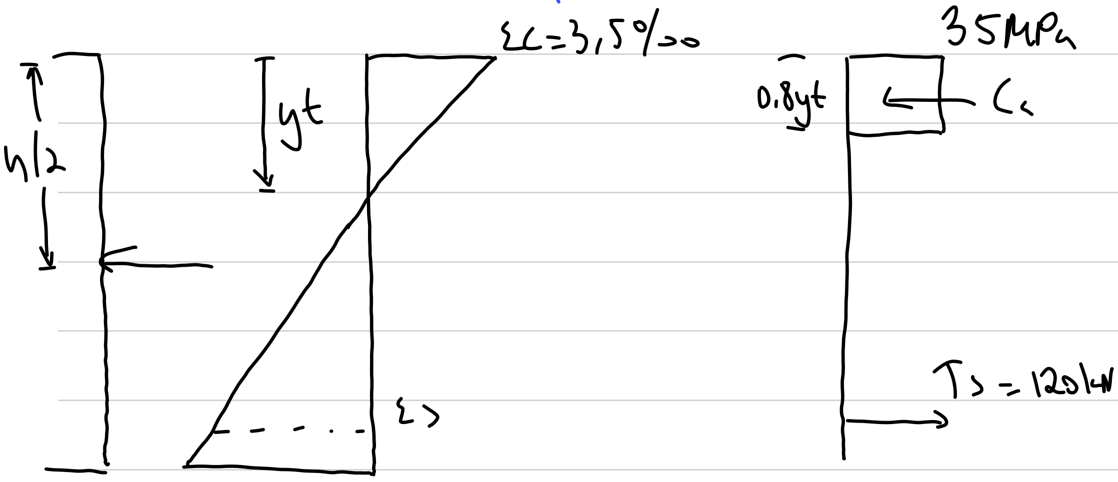
$C_c = T_s + N$

$\frac{1}{2}\,\varepsilon_c\, E_c\, y_t = 120\,kN + N$

$$M = C_c\left(\frac{h}{2} - \frac{y_t}{3}\right) + T\left(0{,}46 - \frac{h}{2}\right)$$

N (kN)	0	100	200	300	400	500	600	700
ε_c (‰)	0,58	0,82	1,02	1,21	1.38	1.55	1,71	1,85
y_t (m)	0,10	0,13	0,156	0,173	0,188	0,201	0,211	
M_y (kNm)	51	70,4	88,5	105,9	122,6	138,8	154	
φ_y $\left(\frac{\times 10^{-6}}{cm}\right)$	56,1	61,3	65,8	69,8	73.5	77,1	80,77	

Για να βρω M_u, φ_u, βάζω $\varepsilon_c = 0{,}35\%$ Υποθέτω πως διαρρέει ο οπλισμός



$$C_c = T_s + N$$

$$\varphi = \frac{0{,}35\%}{y_t}$$

$$C_c = 0{,}8 y_t \; 35\,MPa \; 0.2\,m = N + 120$$

$$y_t = \frac{N + 120}{0.8 \; 35\,MPa \; 0{,}2\,m}$$

$$M_u = C_c\left(\frac{h}{2} - 0{,}4 y_t\right) + T_s\left(0{,}46\,m - \frac{h}{2}\right)$$

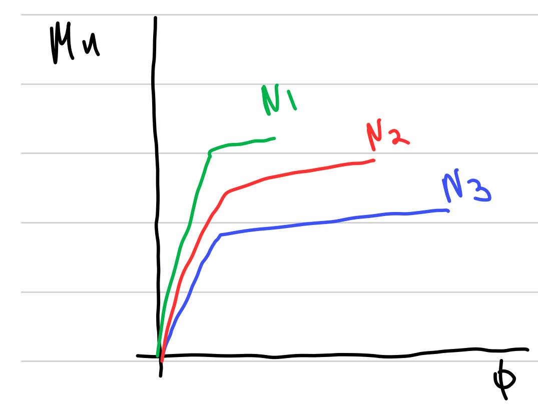
N (kN)	0	100	200	300	400	500	600	700
ε_s (‰)	72	37	25	18	14	11	9	7,5
y_t (m)								
M_y (kNm)	54,2	76,7	97,9	117,6	135,9	152,67	168,2	182
φ_y (10^{-6}/cm)	1633	840	613	467	376	316	272	234

	1000	1300	1519
ε_s	4,55	2.85	2
y_t			
M_y	215.6	236,2	243
φ_y	175	138	117

Αν θέλω να λύσω για μεγαλύτερα N το T_s δεν είναι 120kN

$T_s = \varepsilon_s E_s$, $\varphi = ?$ Δευτεροβάθμια εξίσωση

N	1600	1900	2500	3400
ε_s	1,8	1	0,09	−0,8
y_t				
M_y	241	229	179	25
φ_y	114	99	78	58



Αξονικό $N_1 > N_2 > N_3$

Τι γίνεται αν αλλάξω τον οπλισμό

$N = 100kN$

$A_s = 3cm^2 \Rightarrow \rho = \dfrac{3cm}{50\ 20} \Rightarrow \rho = 3‰$

ρ	3‰	5‰	1%	2%	3%	3,85%	4%	5%
ε_s	37	27	15	6.5	3,4	2	1,9	1.7
M_u	76,7	110,7	191	335	456	541	545	565
φ_u	890	653	392	217	151	120	118	112
φ_y	61	65	72	88	105	120		

διαρροή οπλισμού και μετά θραύση σκυροδέματος

θραύση σκυροδέματος πριν τη διαρροή οπλισμού

→ Όσο αυξάνει το ρ μειώνεται η πλαστιμότητα σε όρους καμπυλότητας

ΕΚ 8 όριο ρ (αποφυγή ψαθυρής αστοχίας)

$\rho_{max} = \rho' + \dfrac{0{,}0018\, f_{cd}}{\mu_\phi\, \varepsilon_{yd}\, f_{yd}}$ DCH or DCM

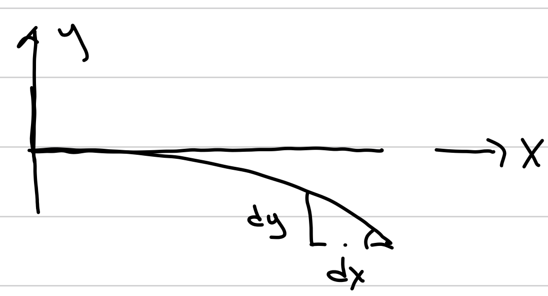
$\rho_{max} = 0{,}04$ $\rho_{max} \Rightarrow$ Ποσοστό εφ. οπλισμού

ρ' = Ποσοστό θλιβόμενου οπλισμού

$\mu_\phi = 2q - 1$ $T_1 > T_c$

$\mu_\phi = 1 + 2(q+1)\dfrac{T_c}{T}$ $T_1 < T_c$

BEAM DEFLECTION

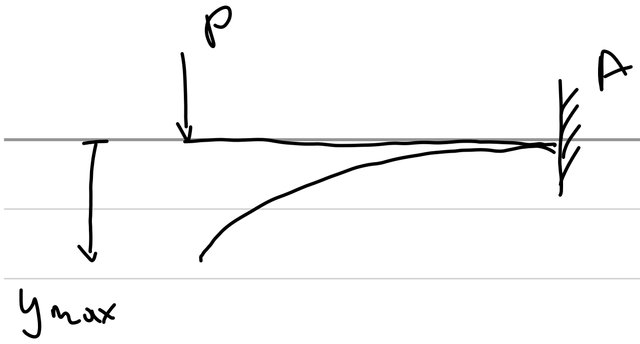


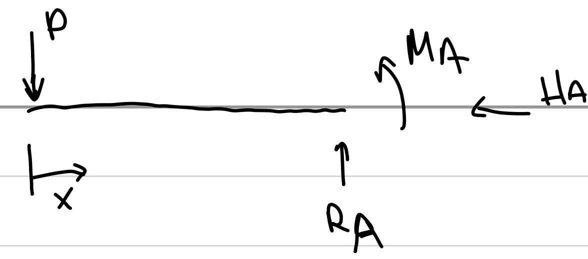
$\phi = \dfrac{1}{R} = \dfrac{d^2y}{dx^2}$

$\theta = \dfrac{dy}{dx}$

$\phi = \dfrac{M}{EI} = \dfrac{d^2y}{dx^2}$ $y = \iint \dfrac{M}{EI}\, dx\, dx$

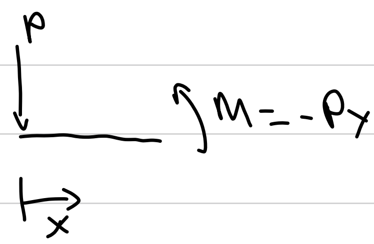
$\theta = \dfrac{dy}{dx} = \int \dfrac{M}{EI}\, dx$ Double Intergration Point





$R_A = P$

$M_A = -PL$



$$\frac{d^2x}{dy^2} = \frac{M}{EI}$$

$$\frac{dx}{dy^2} = \frac{1}{EI}\int -Px\,dx = \frac{1}{EI}\left(\frac{-Px^2}{2} + c_1\right)$$

$$y = \frac{1}{EI}\left(-\frac{P\,x^3}{6} + c_1x + c_2\right)$$

$$y(L) = 0$$

$$\theta = y'(L) = 0$$

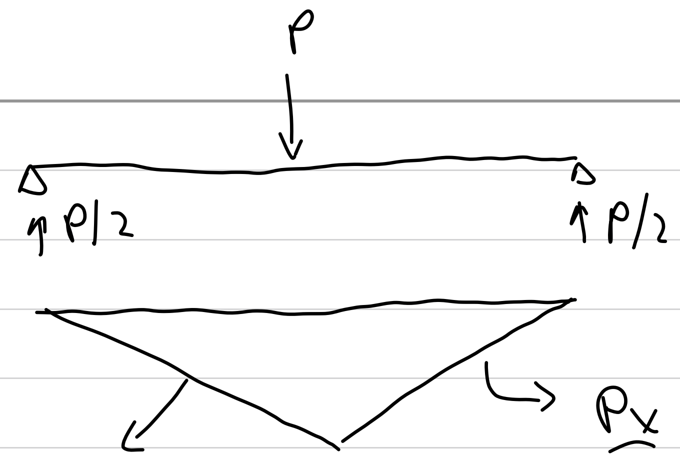
$$0 = \frac{1}{EI}\left(\frac{-PL^2}{2} + c_1\right) \Rightarrow c_1 = \frac{PL^2}{2}$$

$$0 = \frac{1}{EI}\left(\frac{-PL^3}{6} + \frac{PL^2}{2}L + c_2\right) \Rightarrow c_2 = \frac{-PL^3}{3}$$

$$y = \frac{1}{EI}\left(\frac{-Px^3}{6} + c_1x + c_2\right)$$

$$y_{max} = y(0) = \frac{-PL^3}{3EI}$$

| Section 1 | Section 2 |



$\frac{Px}{2}$ $\qquad$ $\frac{Px}{2} - P\left(x - \frac{L}{2}\right)$ → ο διαφορετικός όρος μπαίνει στα Macaulay Brackets

$0 \rightarrow L/2$

$$y_1 = \frac{1}{EI}\left(\frac{P}{12}x^3 + C_1 x + C_2\right)$$

$L/2 \rightarrow L$

$$y_2 = \frac{1}{EI}\left(-\frac{Px^3}{12} + \frac{PLx^2}{4} + C_3 x + C_4\right)$$

$y_1\left(\frac{L}{2}\right) = y_2\left(\frac{L}{2}\right)$

$y_1'\left(\frac{L}{2}\right) = y_2\left(\frac{L}{2}\right)$

$y_1(0) = 0$

$y_2(L) = 0$

Macaulay Brackets

$$\langle x - a \rangle = \begin{cases} 0 & \text{if } x < a \\ x - a & \text{if } x > a \end{cases}$$

$$M(x) = \frac{Px}{2} - P\left\langle x - \frac{L}{2}\right\rangle$$

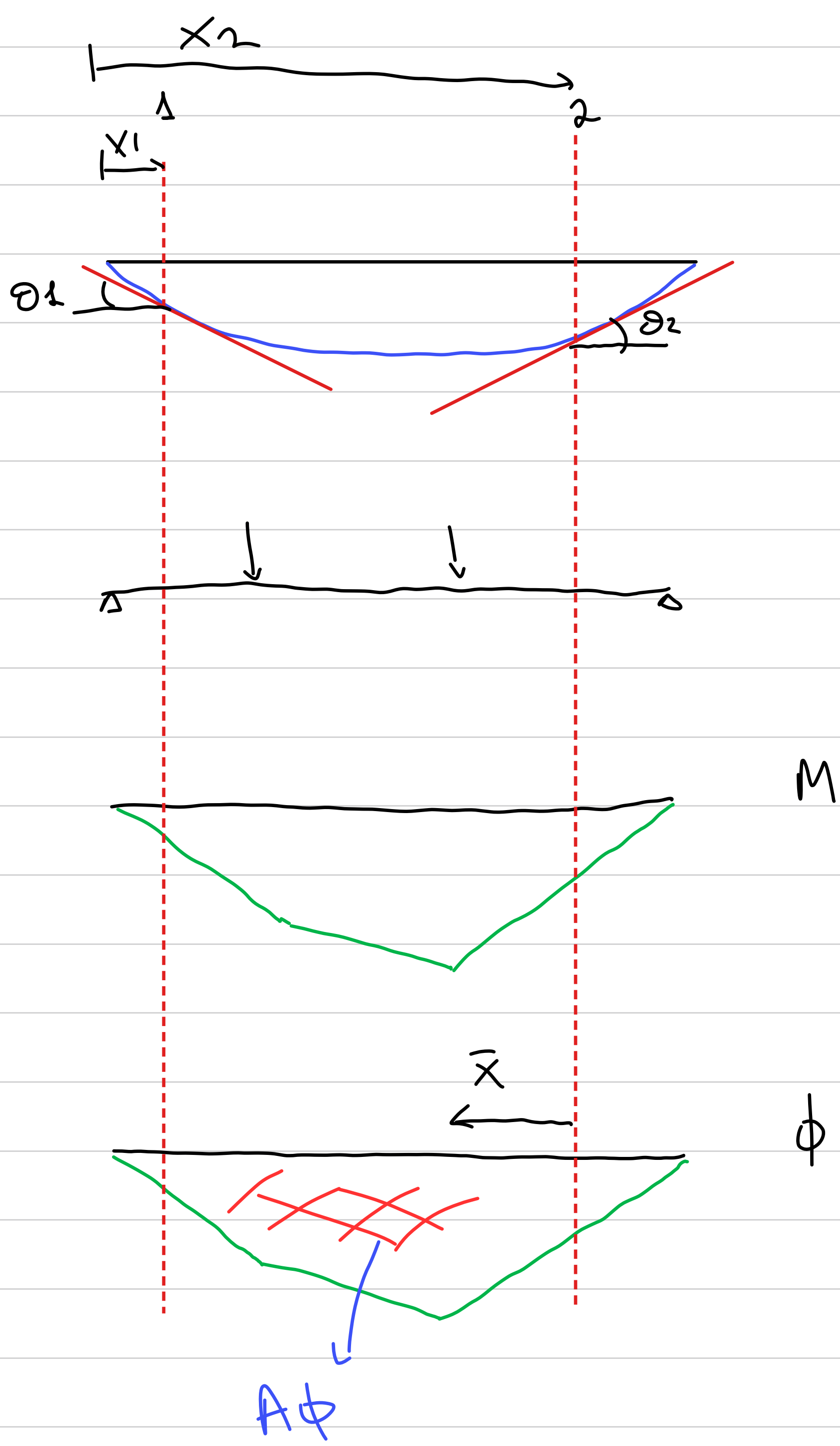
$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{EI}\left(\frac{Px}{2} - P\left\langle x - \frac{L}{2}\right\rangle\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{EI}\left(\frac{Px^2}{4} - \frac{P}{2}\langle x - \frac{L}{2}\rangle\right)$$

$$y = \frac{1}{EI}\left(\frac{Px^3}{12} - \frac{P}{6}\langle x - \frac{L}{2}\rangle^3 + C_1 x + C_2\right)$$

$C_2 = 0 \qquad C_1 = -\dfrac{3PL^2}{48}$

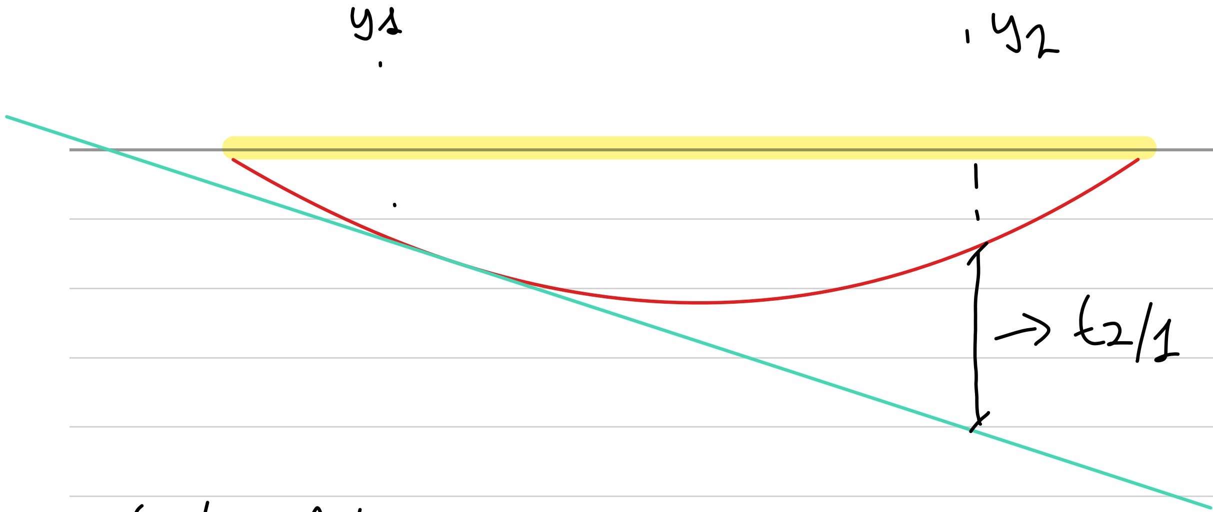
Θεωρήματα Ροπών



$$\int_{x_1}^{x_2} \phi = \int_{x_1}^{x_2} \frac{d^2y}{dx^2}\,dx$$

$$= \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x_1}^{x_2}$$

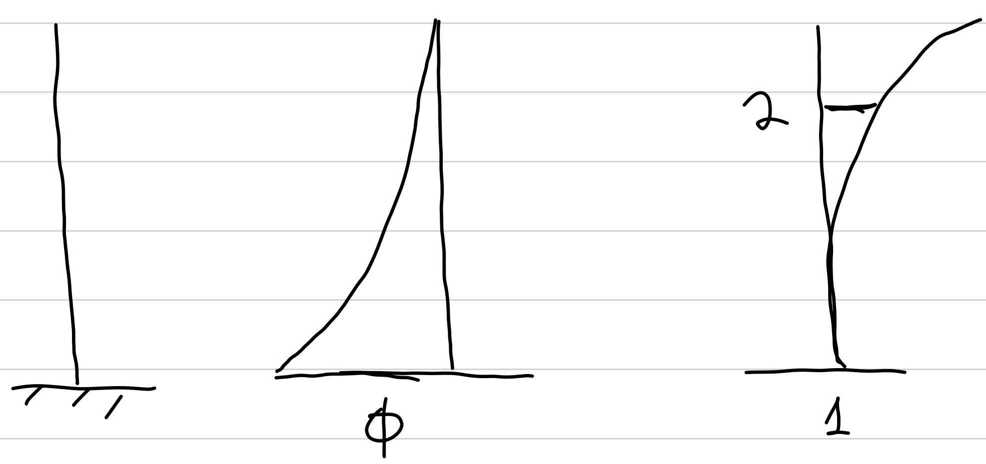
$$A\phi = \theta_2 - \theta_1$$



$$t_{2/1} = A_\phi \, \bar{x}$$

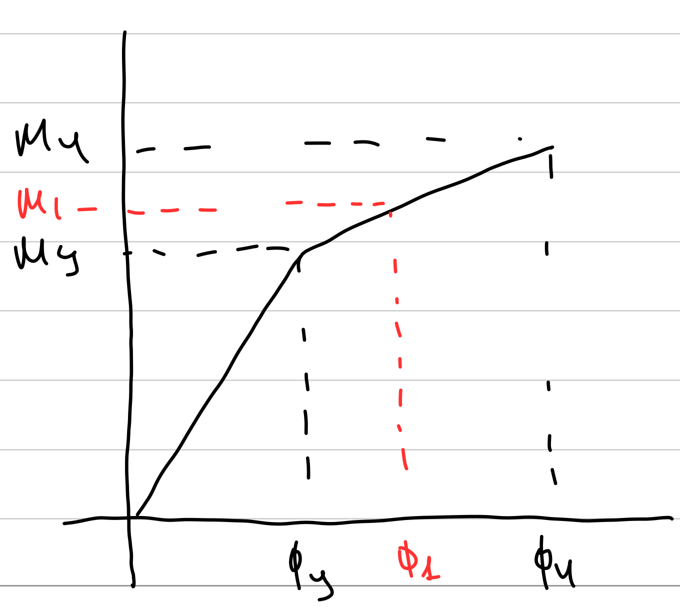
$\bar{x} \to$ Απόσταση κέντρου βάρους A_ϕ από 2

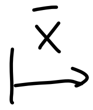
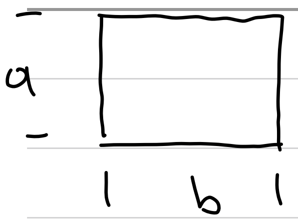
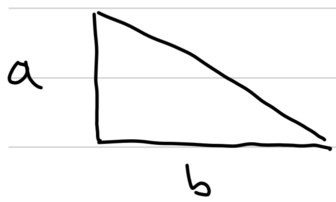
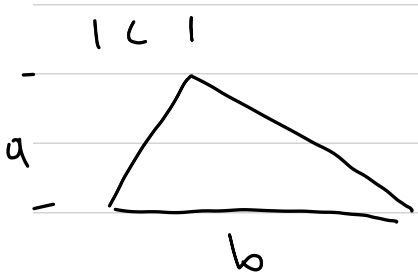
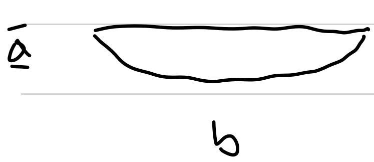
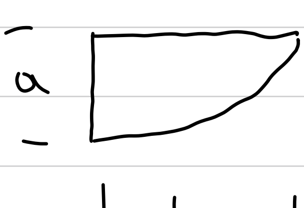
Παράδειγμα



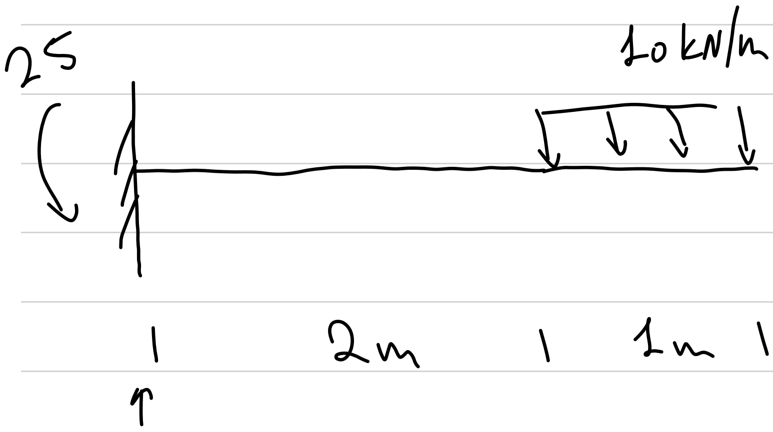
Σημείο 1 στη βάση
Σημείο 2 όπου θέλω να βρω τη μετακίνηση

Μετακίνηση στο 2
$t_{2/1}$



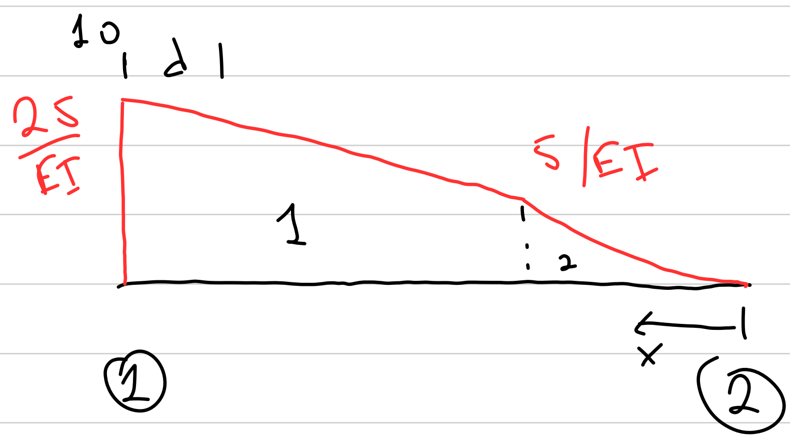
	Area	$\bar{x}$
	ab	$b/2$
	$\frac{ab}{2}$	$\frac{b}{3}$
	$\frac{ab}{2}$	$\frac{b+c}{3}$
	$\frac{(a+c)b}{2}$	$\frac{b}{3}\left(\frac{2c+a}{c+a}\right)$
	$\frac{2}{3}ab$	$\frac{b}{2}$
	$\frac{2}{3}ab$	$\frac{3b}{8}$
	$\frac{ba}{3}$	$\frac{b}{4}$

EXAMPLE

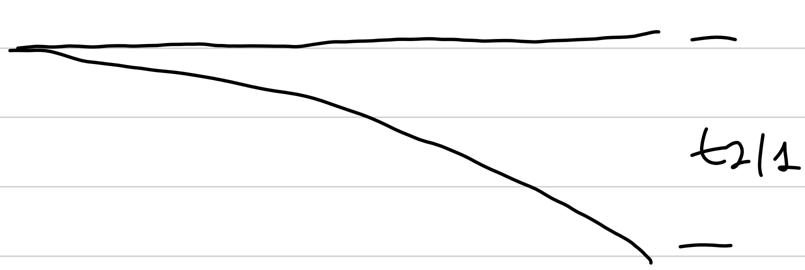


$EI = 22000\ kNm^2$

Ποιο EI χρησιμοποιούμε?



$[\phi]$



$d = 0{,}77$

$A_1 = \frac{1}{EI}\,\frac{(5+25)}{2}\,2 \qquad \bar{x}_1 = 3m - d \qquad d = \frac{1}{3}\left(\frac{2,5+25}{5+25}\right)$

$\bar{x}_1 = 2{,}23m$

$A_2 = \frac{1}{3}\,1\,\frac{5}{EI} \qquad \bar{x}_2 = 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\,5$

$t_{2/1} = 3{,}09 \times 10^{-3}\ m \qquad \bar{x}_2 = 0{,}75m$

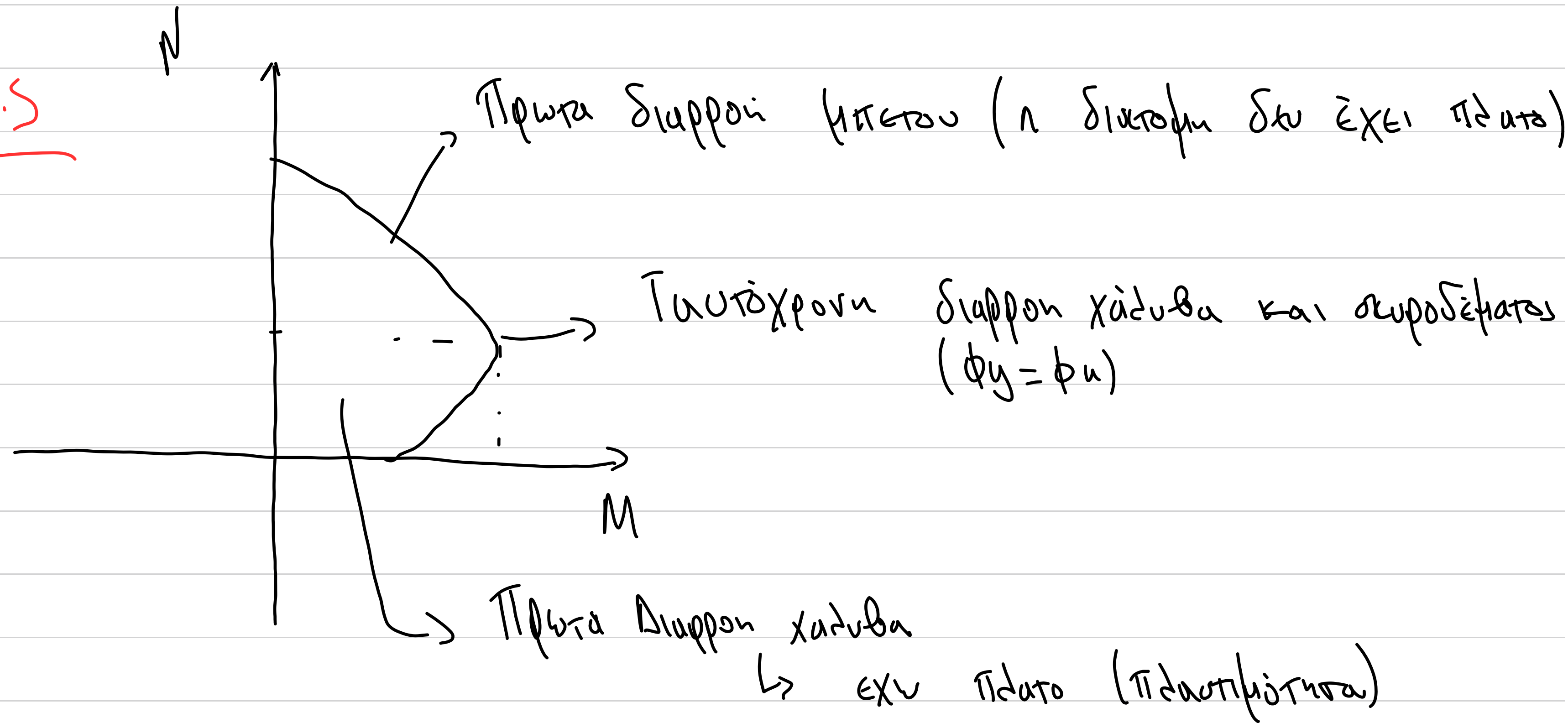
$D_C = \frac{30}{EI}\,2.23 + \frac{5}{3EI}\,0.75$

$D_C = \frac{1363\ kNm^3}{20EI} = \frac{1363 \times 10^3}{2022000 \times 10^3} \Rightarrow \Delta_C = 3{,}09 \times 10^{-3} m$

$= 3{,}097 mm$

LECTURE 6 22/10/24

SOS



Όταν κάνω ικανοτικο διαλεγω το αξονικο που θα μου δώσει τη μικρότερη ροπη

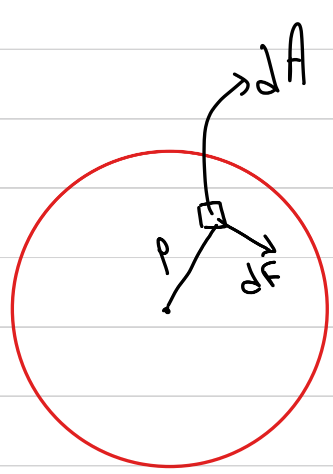
Απο εδω και κάτω (Στρέψη) εκτος ενδιάμεσης

ΣΤΡΕΨΗ (TORSION)

https://www.youtube.com/watch?v=1YTKedLQOa0

-> Υπαρχει Διάλεξη στο blackboard

-> Τα κυκλικά μελη είναι πιο εύκολα



$$dT = dF\,\rho$$

$$T = \int dT = \int \rho\, dF$$

Τάση

$dF = \tau$ (είναι η διάτμηση στο μικρο κομμάτι)

$dF = dA \Rightarrow T = \int \rho \tau\, dA$

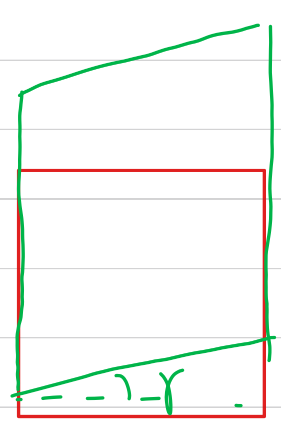
Deformation due to torsion

$\phi \rightarrow$ angle of twist (γωνία στρέψης)

Μεγάλο $T \Rightarrow$ μεγάλο ϕ

Μεγάλο μήκος μέλους $\Rightarrow$ μεγάλο ϕ

Shear strain - γ Διατμητική Παραμόρφωση (γ)



$$\gamma = \frac{\rho\phi}{L} \qquad \gamma_{max} = \frac{c\phi}{L}$$

$$\gamma = \gamma_{max}\frac{\rho}{c}$$

Διατμητική Τάση $\Rightarrow \tau$

$$\tau = G\gamma$$

$G \rightarrow$ μέτρο διάτμησης (shear modulus)

$$\tau = \frac{\tau_{max}\,\rho}{c}$$

$J \rightarrow$ πολική ροπή αδράνειας $c_1 = 0$ αν η διατομή δεν έχει κενό

$$J = \frac{1}{2}\pi\left(c_2^4 - c_1^4\right)$$

$$\Rightarrow \quad \phi = \frac{L}{G}\cdot\frac{T}{J}$$

Thin - walled sections

→ η τάση κάθετη στη επιφάνεια είναι μηδέν

→ έχω μόνο μια τάση αυτή που είναι παράλληλη με την επιφάνεια

$dA = t\,ds$

t → πάχος

ds → μικρο μήκος

$dF = \tau\, dA = \tau t\, ds = q\, ds$

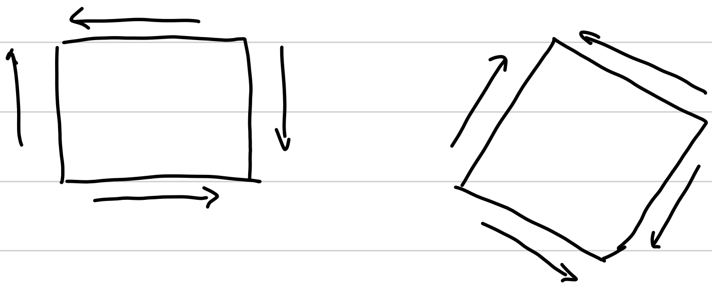
$da = \frac{p\,ds}{2} \Rightarrow p\,ds = 2\,da$

$\tau = \frac{T}{2ta}$

t → πάχος

a → εμβαδον

$\tau t = q$



Κυκλος του Mohr → να το ξαναδώ

TORSIONAL REINFORCEMENT EXAMPLE

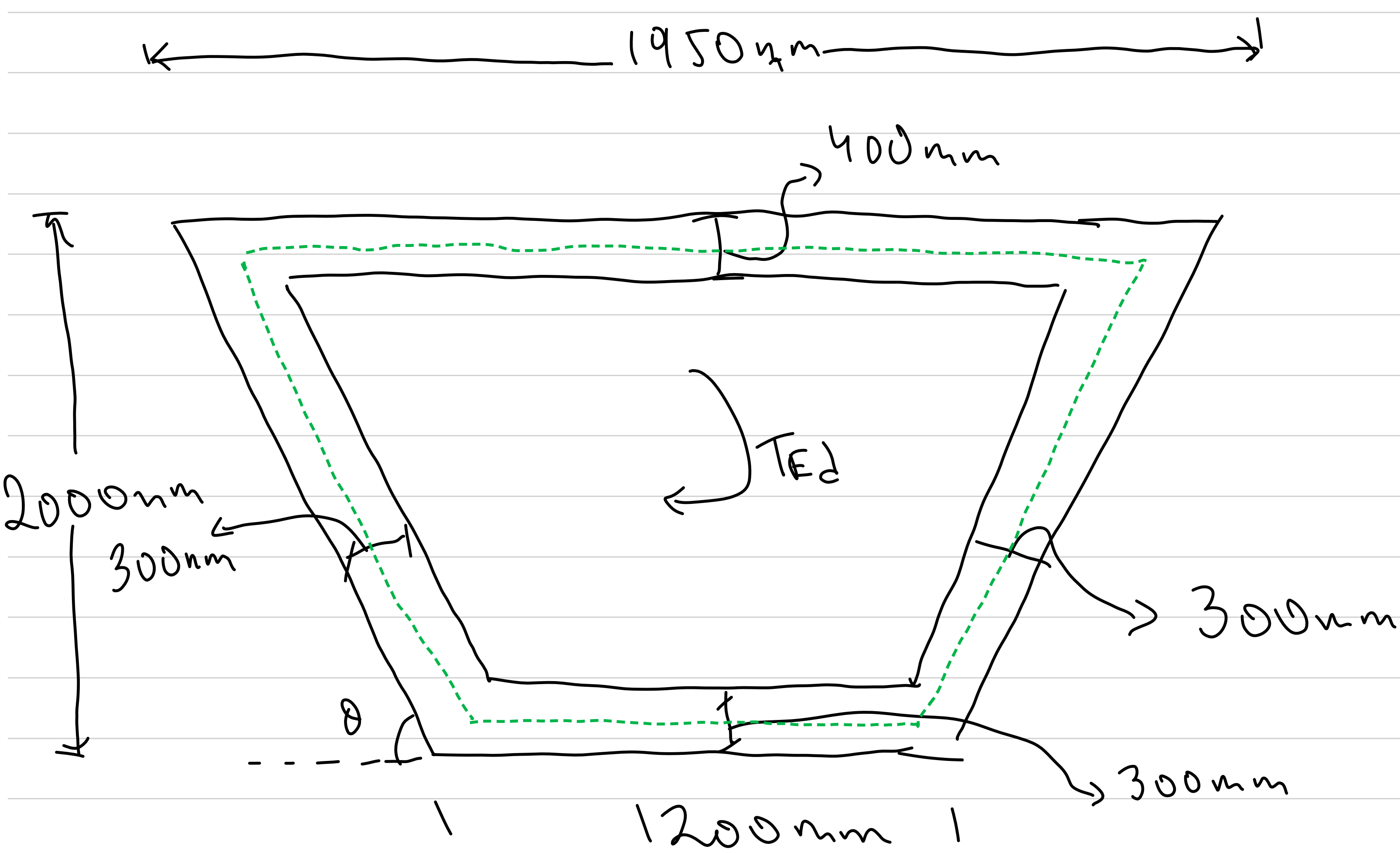
$$\frac{\Sigma A_{sl} f_{yd}}{u_k} = \frac{T_{Ed}}{2A_k} \cot\theta$$

$f_{ck} = 30MPa$ $f_{yk} = 500MPa$

$f_{yd} = \frac{30}{1{,}5} = 20MPa$ $f_{yd} = \frac{500}{1{,}15} = 435MPa$

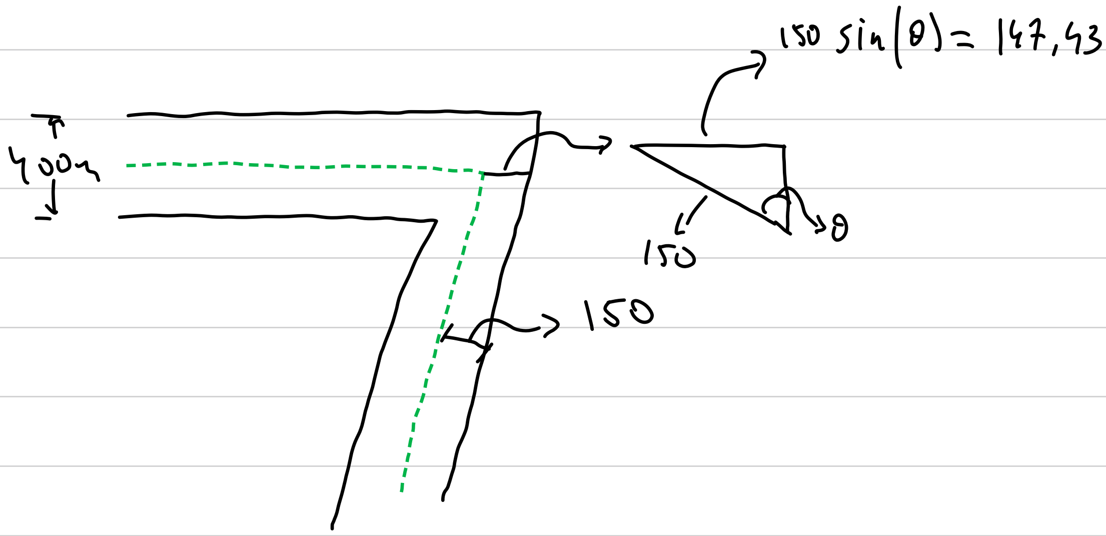
$$V_{Rs} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{yw} \cot\theta$$

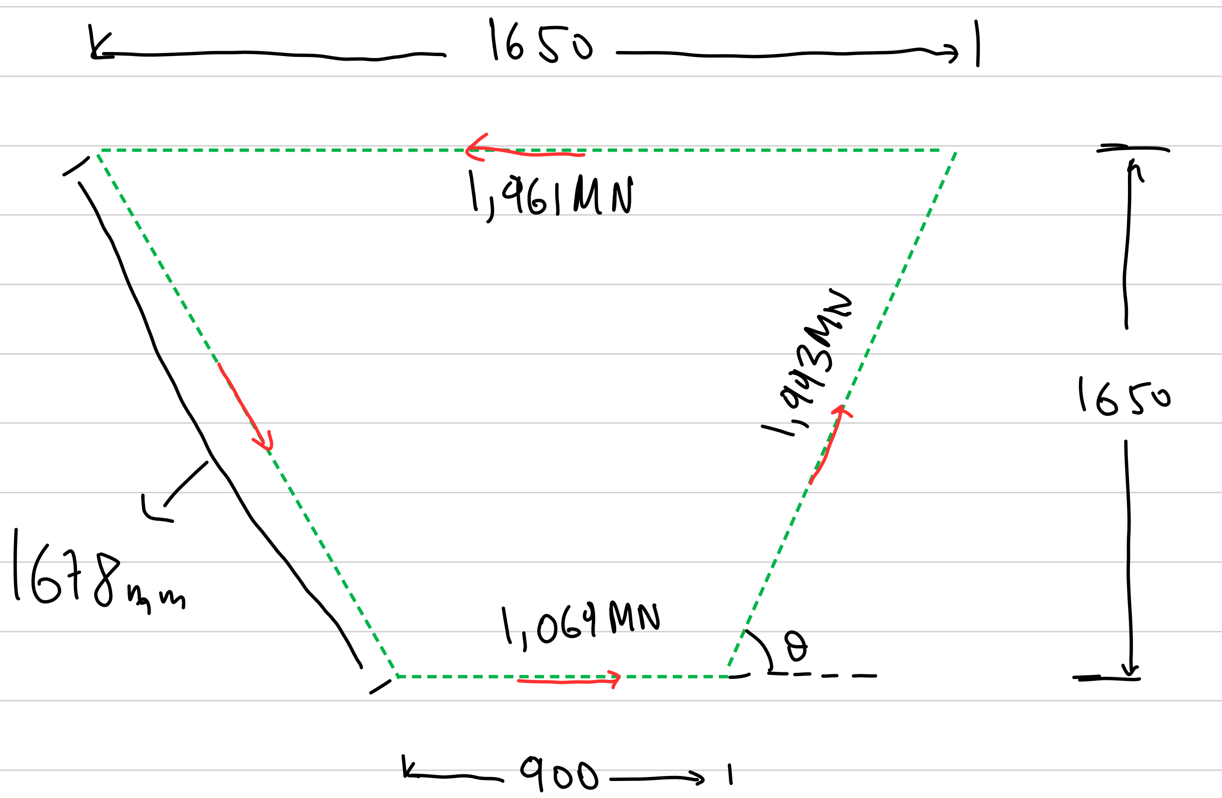
$T_{Ed} = 5000kNm$



$\theta = 74{,}38°$

$$\tau t = \frac{T_{Ed}}{2 A_k}$$



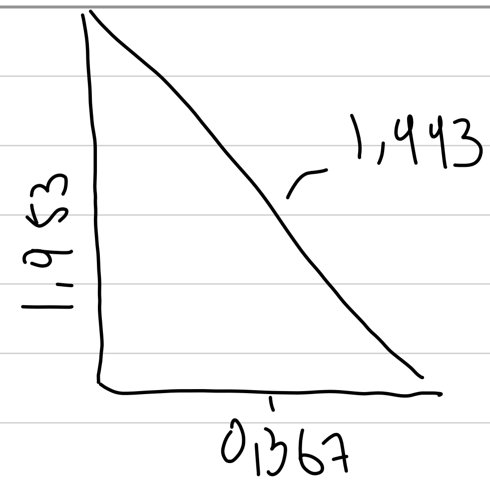


$$A_k = \frac{(1650+900)}{2} \cdot 1650 \Rightarrow A_k = 2,103 \times 10^6 \ mm^2$$

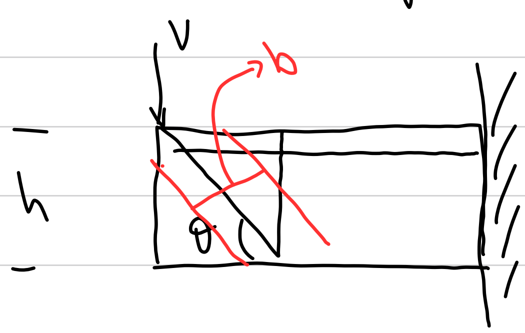
$$q = \frac{T_{Ed}}{2 A_k} = \frac{5 \times 10^9 \ N\,mm}{2 \cdot 2,103 \times 10^6 \ mm^2} \Rightarrow q = 1188 \ \frac{N}{mm}$$

Τέμνουσες κάθε στοιχείου $q L$

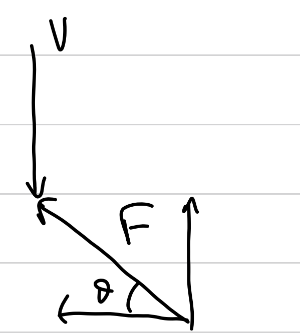
$$q = \tau t$$



$\cot\theta \to \theta \to$ γωνια θλιπτηρα



$b = h\cos\theta$



$F\sin\theta = V$

$\sigma = v_1 f_{cd}$ $\quad v = 0{,}6\left(1 - \frac{30}{250}\right)$

$F = t\, b\, v\, f_{cd}$ $\quad 1 < \cot\theta < 2{,}5$

$\downarrow$

$b = h\cos\theta$

$t\, h\cos\theta \cdot \sin\theta\; v\; f_{cd} = q\, h$

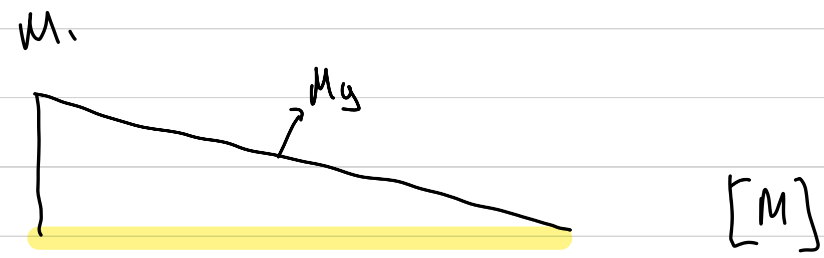
$\hookrightarrow \theta =$

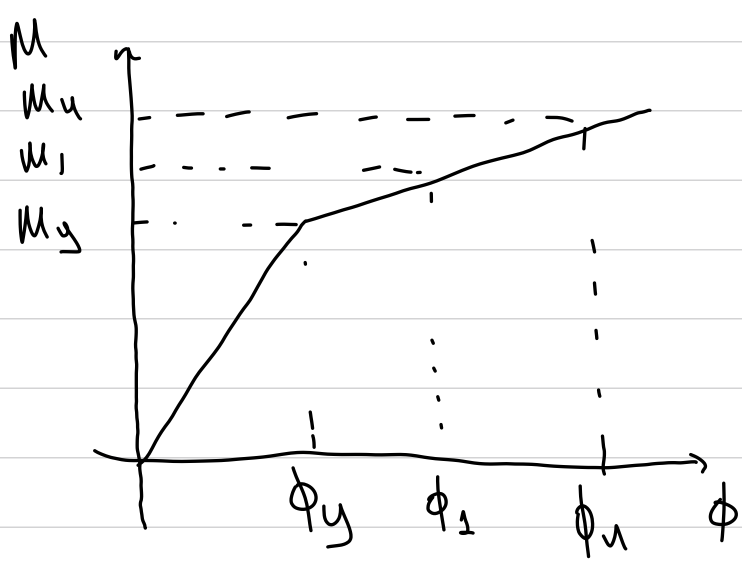
29/10/24 Lecture 6

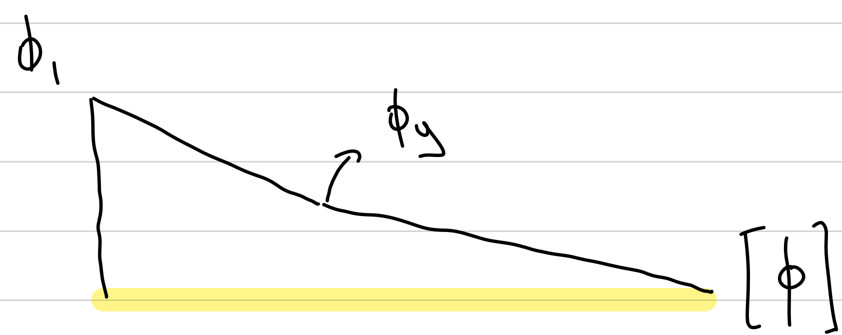
Δικό μου Τυπολόγιο για ενδιάμεση

↳ Να βάλω δικούς μου τύπους και πως βγαίνουν

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

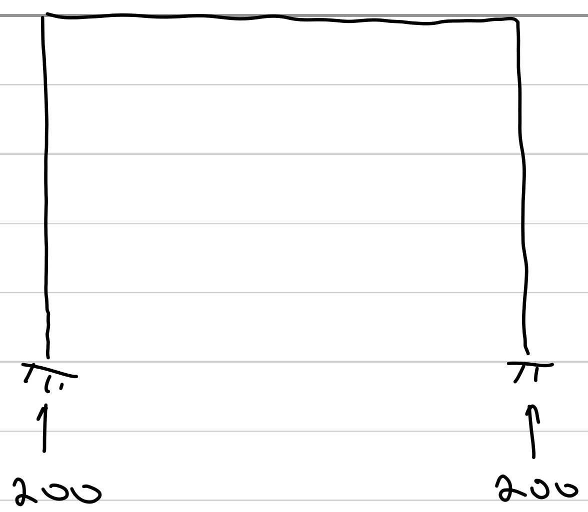




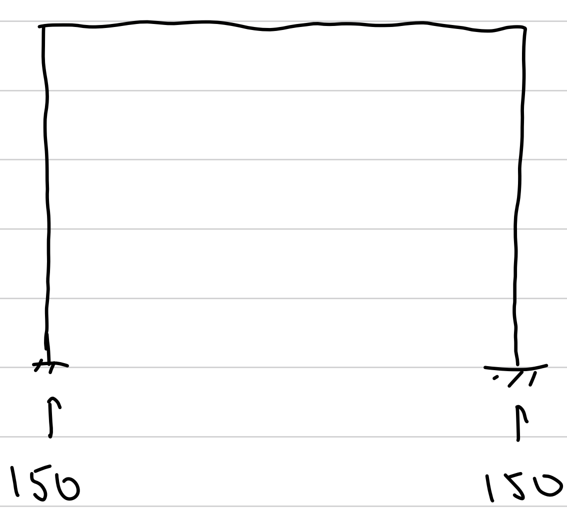


Αν η ροπή είναι στη ελαστική περιοχή τότε χρησιμοποιώ $\phi = \frac{M}{EI}$

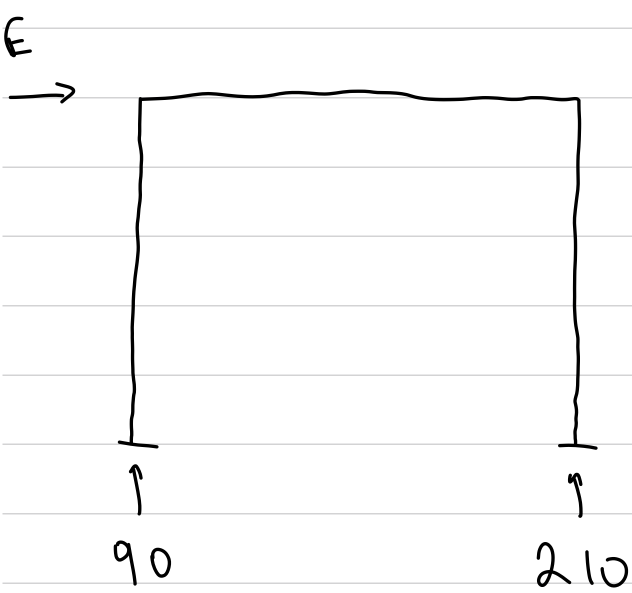
EI → ισοδύναμης



$1,5Q + 1,35G$



$G + \psi_2 Q$



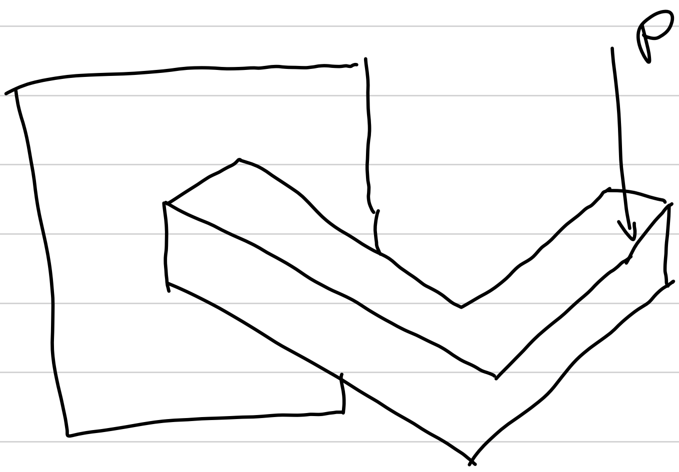
$E + G + \psi_2 Q$

Εδω θα χρησιμοποιησω το N που θα μου δώσει το μικρότερο M

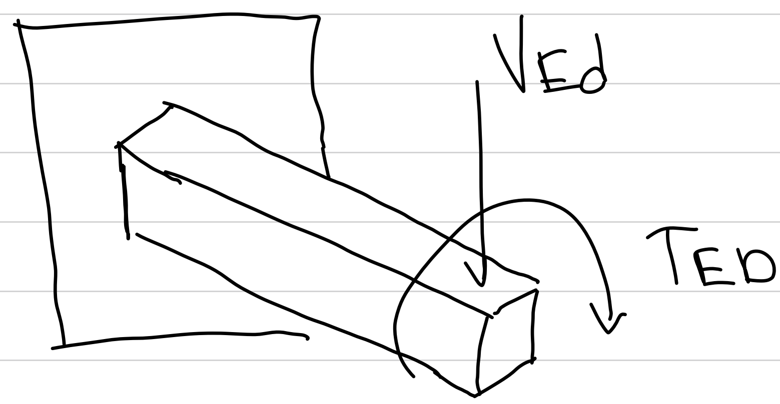
M → Ροπη Αντοχής (M_u)

ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,c}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}} \le 1.0 \Rightarrow$ Αν ισχύει βάζω τον ελάχιστο οπλισμό



$\Rightarrow$

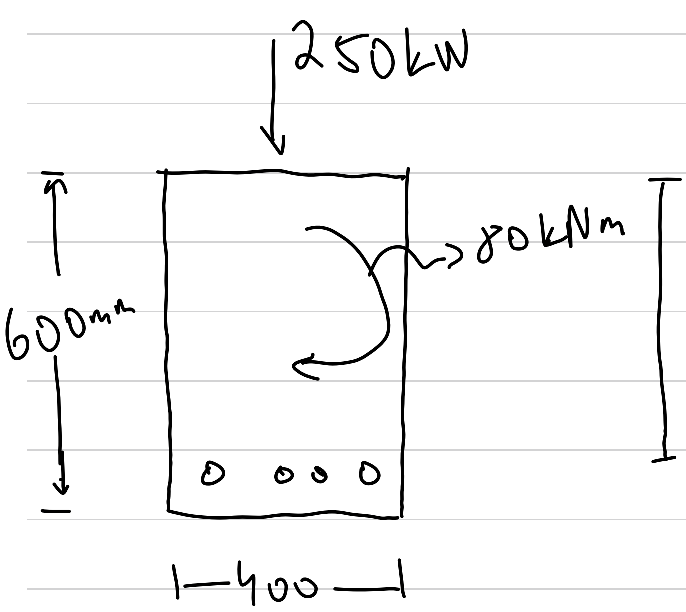


Έλεγχος λοξού θλιπτήρα θ $\Rightarrow$ Αν δεν ισχύει αλλάζω διατομή

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (υπάρχει διάλεξη)

$4\Phi 25$ $\quad f_{ck} = 28MPa \quad f_{yk} = 500MPa$

$d = 550mm \quad A_{sl} = 4\Phi 25$



→ Πρώτα υπολογίζω t_{eff} (ενεργό πάχος)

→ Επιφάνεια μέσα από τη μέση γραμμή A_k

→ Περίμετρο u_k

→ Αποφασίζω ποιο θ θα χρησιμοποιήσω

$$1 < \cot\theta < 2.5$$

Η θλίψη στον λοξό θλιπτήρα μεγαλώνει όσο το θ μειώνεται

Διαλέγω με βάση

$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,c}} + \frac{V_{ED}}{V_{Rd,c}} \leq 1.0$ ⇒ Διαλέγω θ, που θα μου δώσει το μεγαλύτερο αποτέλεσμα αλλά μικρότερο από 1

→ Torsional and shear resistance of the concrete

Ελέγχος με $\frac{T_{Ed,max}}{T_{Rd,c}} + \frac{V_{Ed,max}}{V_{Rd,c}} \leq 1.0$

Αν είναι μεγαλύτερο από 1 ⇒ οπλίζω

→ Βρίσκω την αντοχή του άοπλου σκυροδέματος

→ Βρίσκω επιμήκου οπλισμό (extra από τα 4Φ25) Μόνο για να οπλίσω σε στρέψη (Διαμήκη οπλισμό)

Τα 4Φ25 είναι μόνο για τη κάμψη

→ Υπολογίζω εγκάρσιο οπλισμό (συνδετήρες) για στρέψη και διάτμηση

Χρειάζονται και τα δύο

TIME EFFECTS → Υπάρχει Διάλεξη

Ερπυσμός = Αύξηση Παραμορφώσεων υπό σταθερή τάση (Creep)

Συστολή (shrinkage)

Αύξηση Αντοχής

time effects συνέχεια στο τέλος του μαθήματος

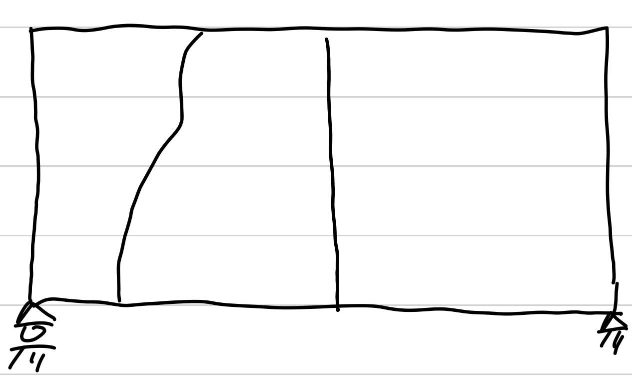
12/11/24

Strut and Tie Models (STM) $\boxed{\text{SOS}}$

Εκ 2 5 6 4 → Ανάλυση

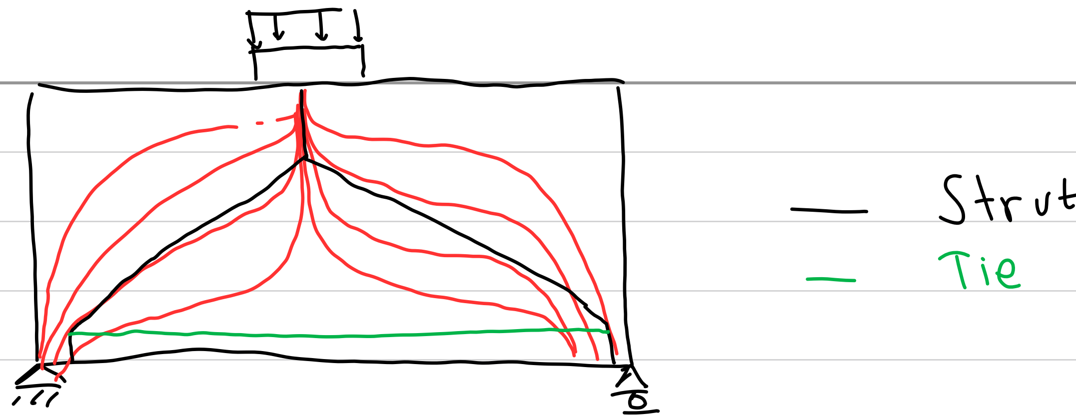
6 5 → Σχεδιασμός

Χρήση σε μη συμβατικές Διατομές



Διατομές με μεγάλο ύψος προς μήκος

Ιδέα Μεταφορά φορτίων από σημείο εφαρμογής σε συνοριακές συνθήκες



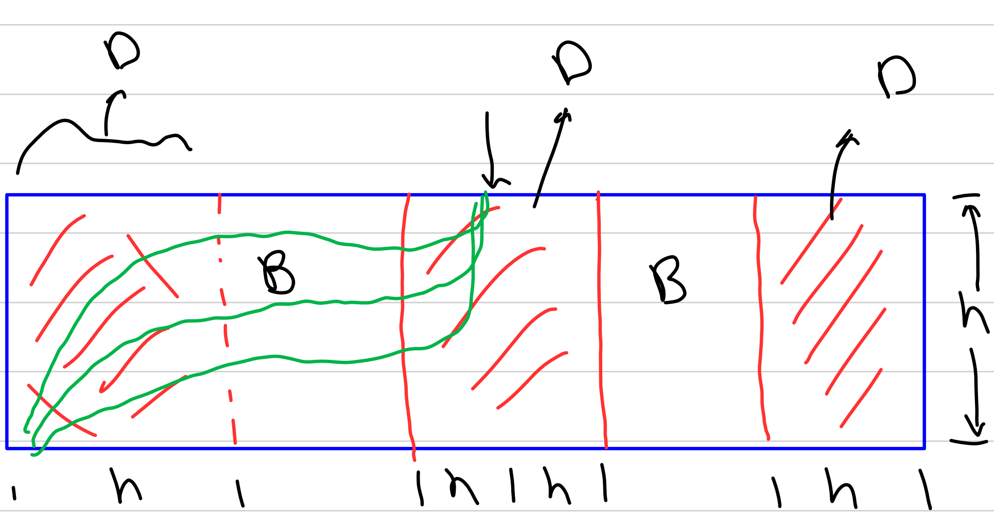
19/12/24 STM (Strut and Tie)

Χρηση για ULS

Περιοχές B and D

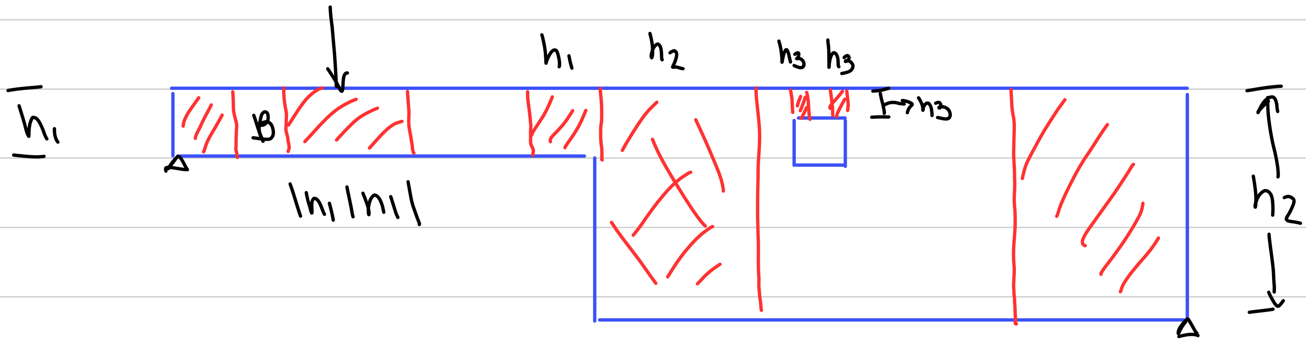
B: Ικανοποιει την υποθεση Bernoulli, οτι οι
→ διατομές παραμένουν επίπεδες

D Περιοχη Ασυνεχειας (Discontinuity) λόγω
→ συγκεντρωμένου φορτίου
→ αλλαγη γεωμετριας
→ αλλαγη μηκους πλάτους

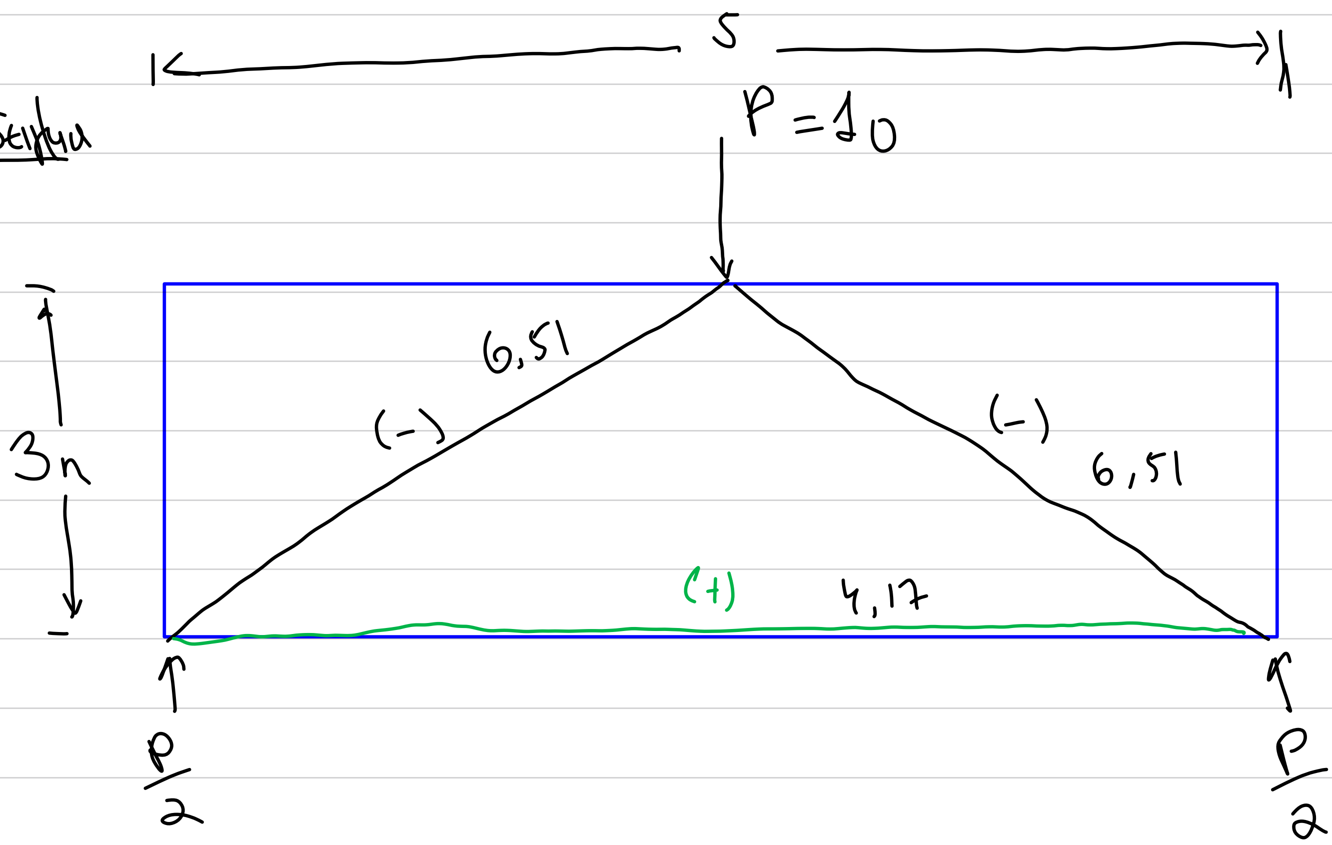


— ΤΑΞΕΙΣ

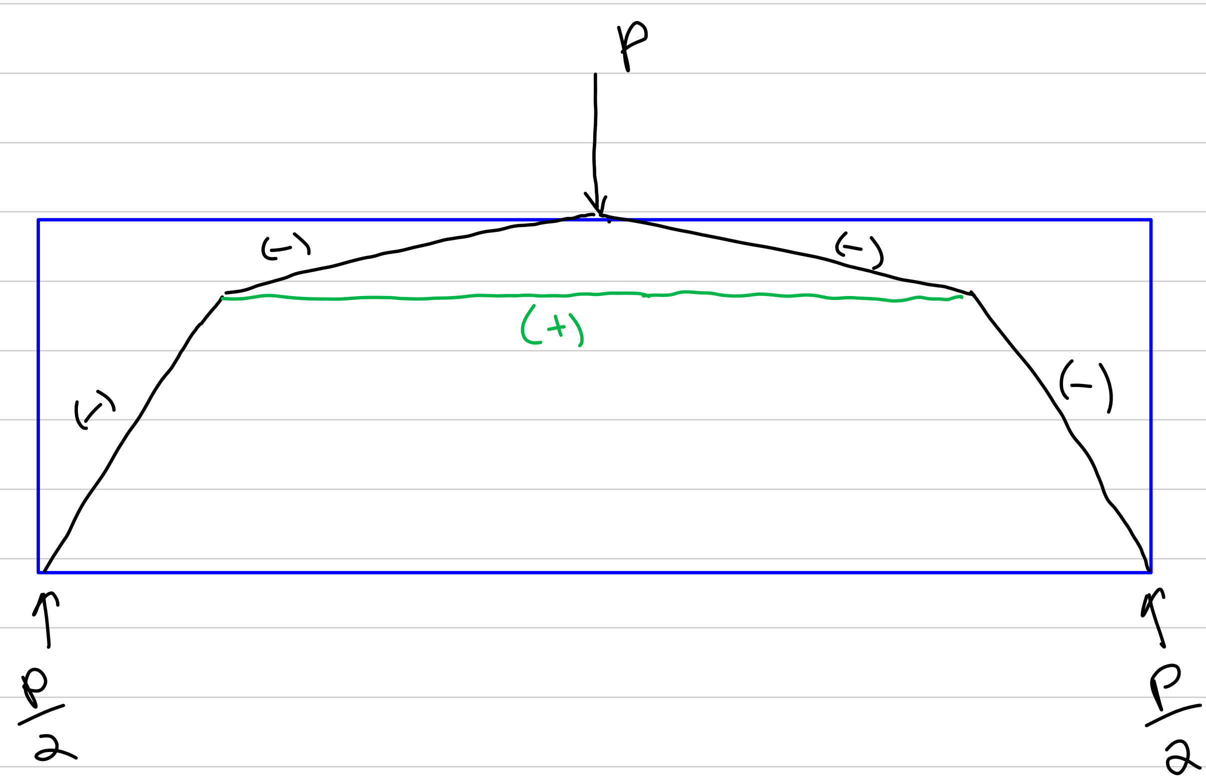
→ Περιοχές D



Παράδειγμα

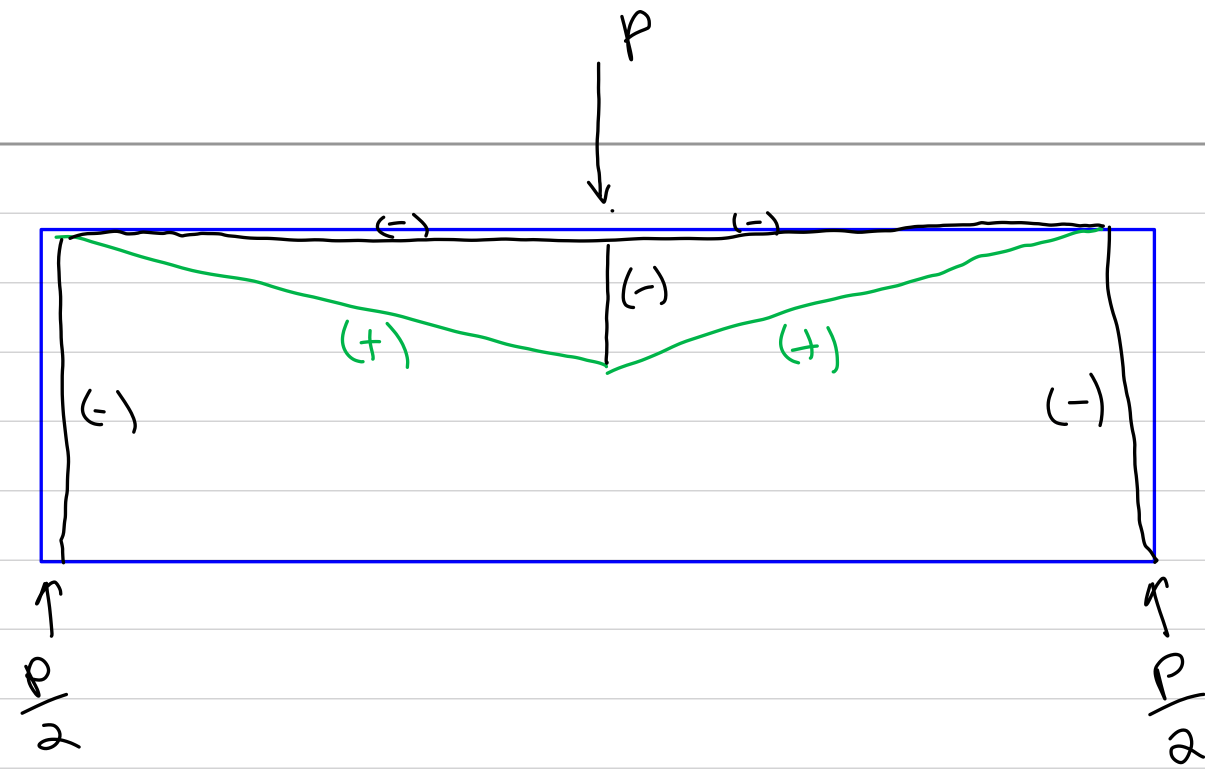


(A)

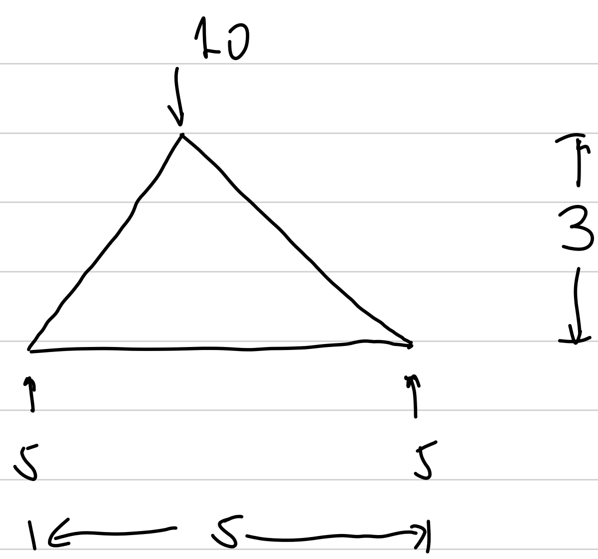


(B)

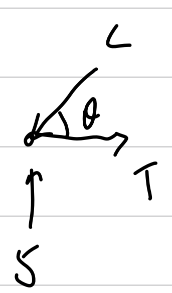
(γ)



(A) $\Rightarrow$



Ισορροπία Κόμβου



$C\sin\theta = 5$

$T = \cos\theta \; C$

$\theta = \tan^{-1}\frac{3}{2,5}$

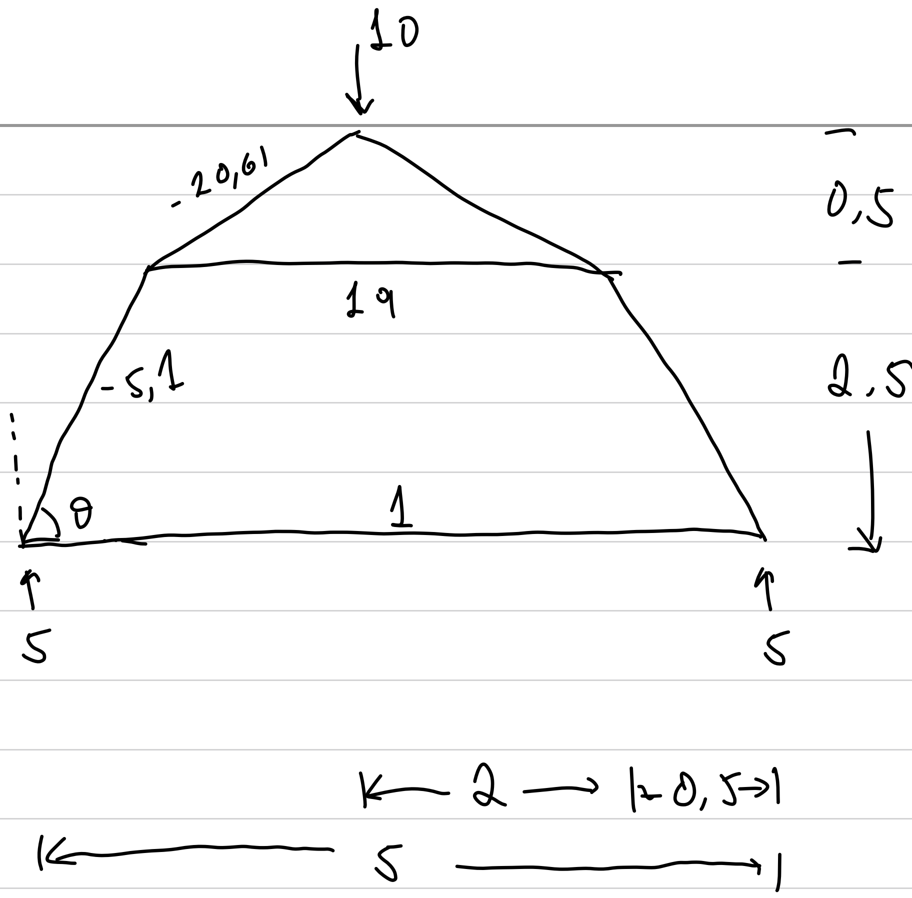
$\theta = 50.19°$

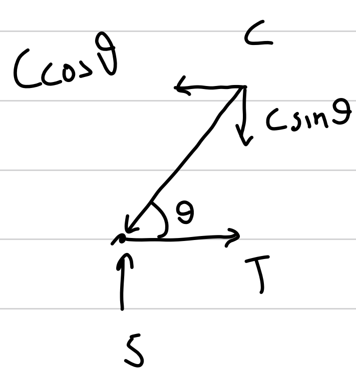
$C = \frac{5}{\sin\theta}$

$C = 6,51$

$T = \cos\theta \; 6,51 \Rightarrow T = 4,19$

(B)





$S = C \sin\theta$

$T = C \cos\theta$

$\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{2,5}{0,5}\right)$

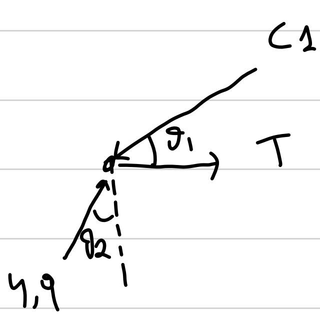
$\theta = 78,69°$

$C = \dfrac{5}{\sin 78,69}$

$C = 5,1$

$T = C \cos\theta$

$T = 1$



$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\dfrac{0,5}{2}\right)$

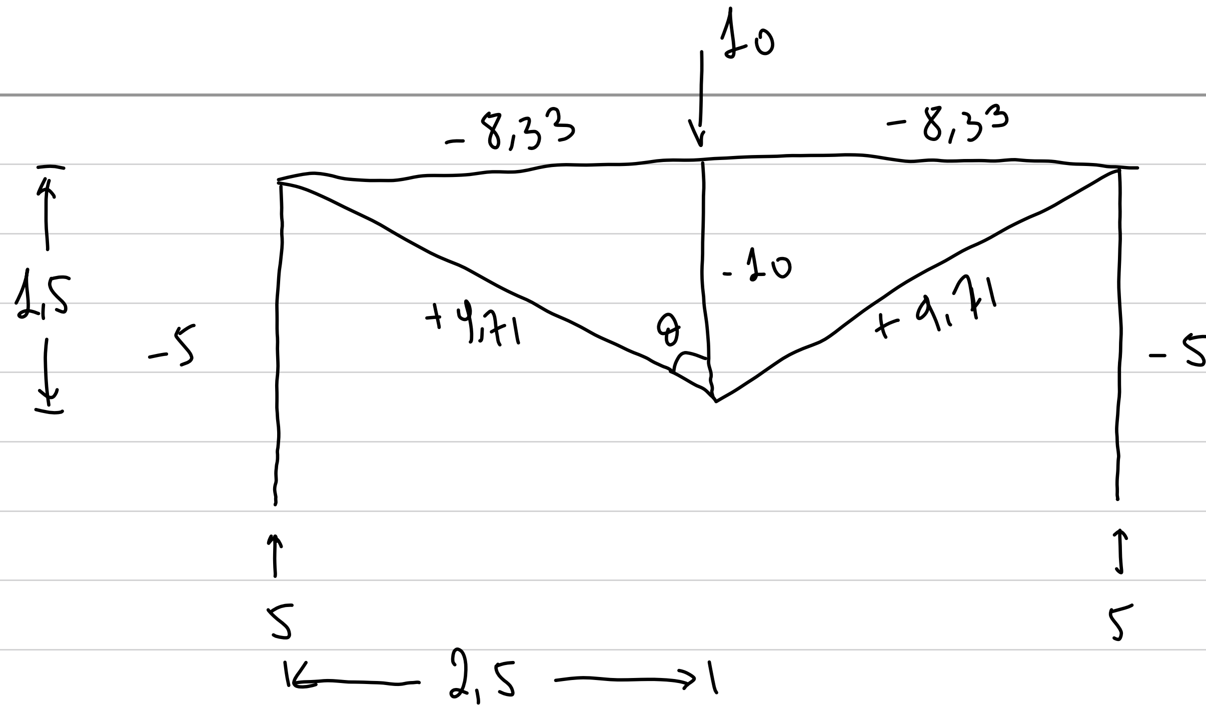
$\theta_2 = 90 - 78,69$

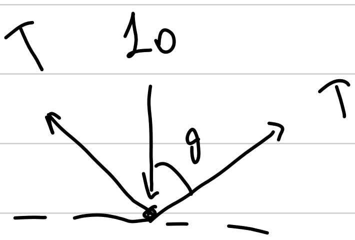
$\theta_2 = 11,31°$

$C1 \sin\theta_1 = 5,1 \cos\theta_2 \Rightarrow C1 = 20,61$

$4,9 \sin\theta_2\ T = C1 \cos\theta_1 \Rightarrow T = 19$

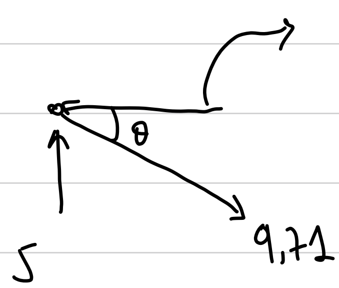
(Γ)





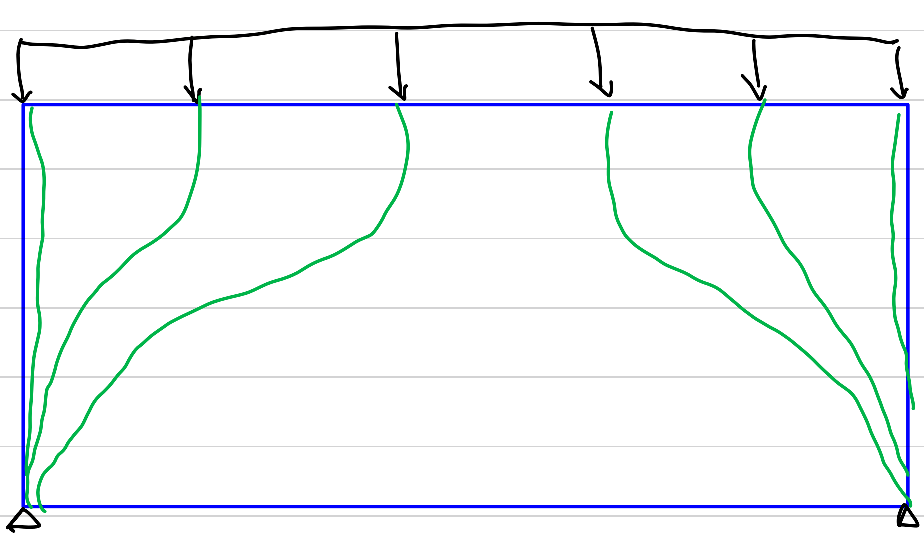
$$10 = 2T\cos\theta \qquad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{2,5}{1,5}\right)$$

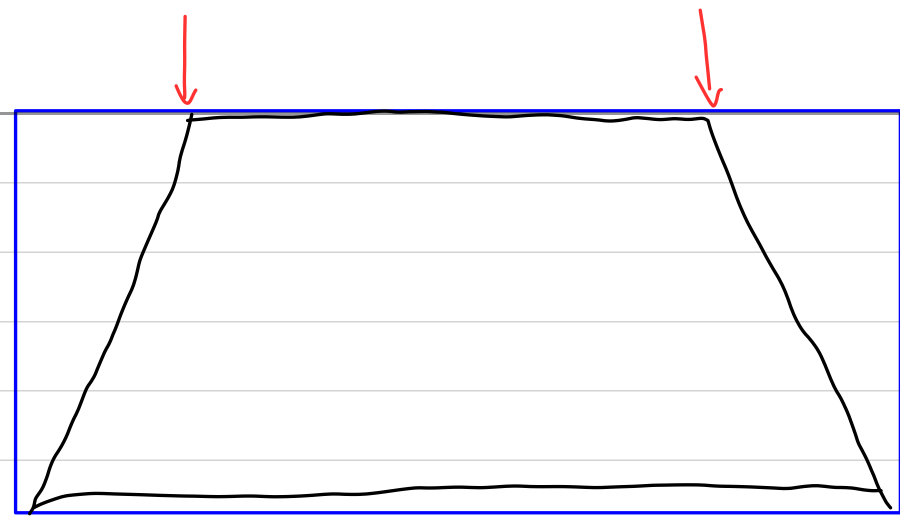
$$T = 9,71$$

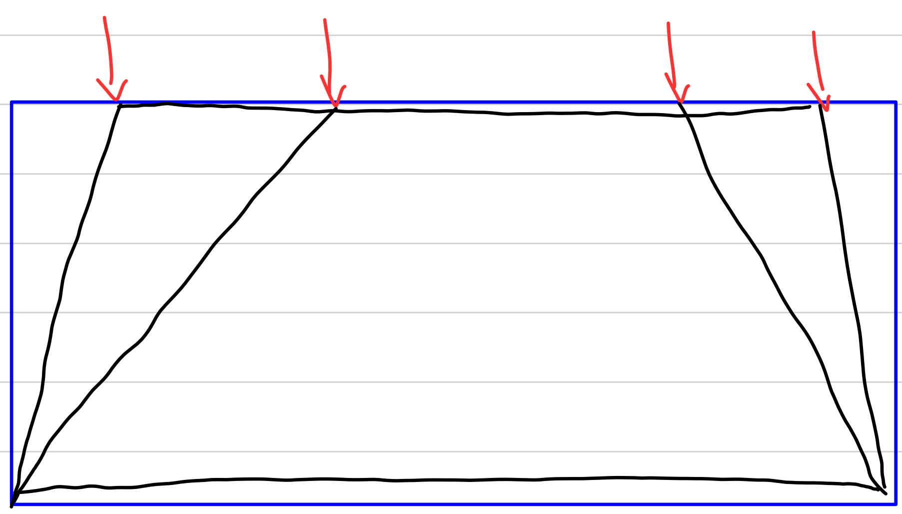


$$9,71\cos\theta = 8,33$$

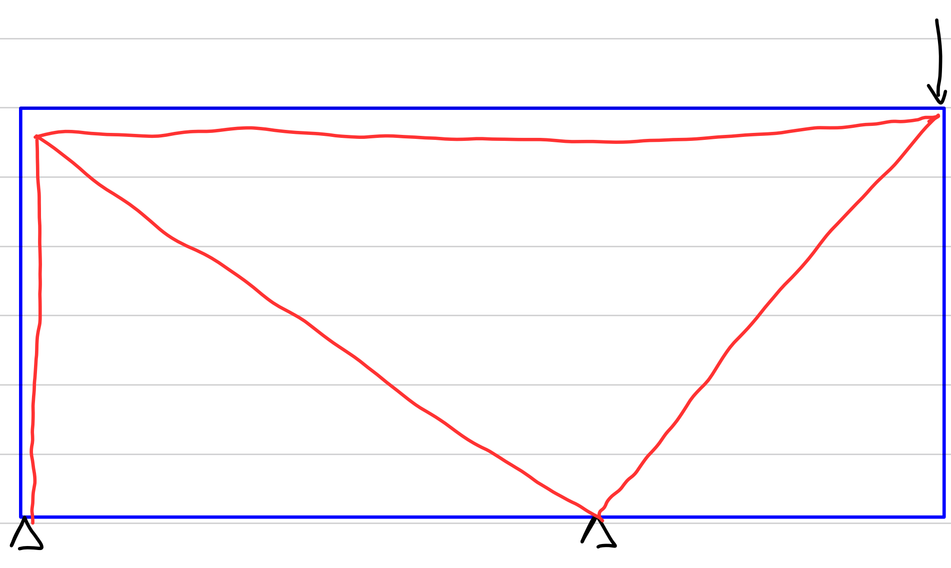
Παράδειγμα με κατανεμημένο (Σπάζω το κατανεμημένο)

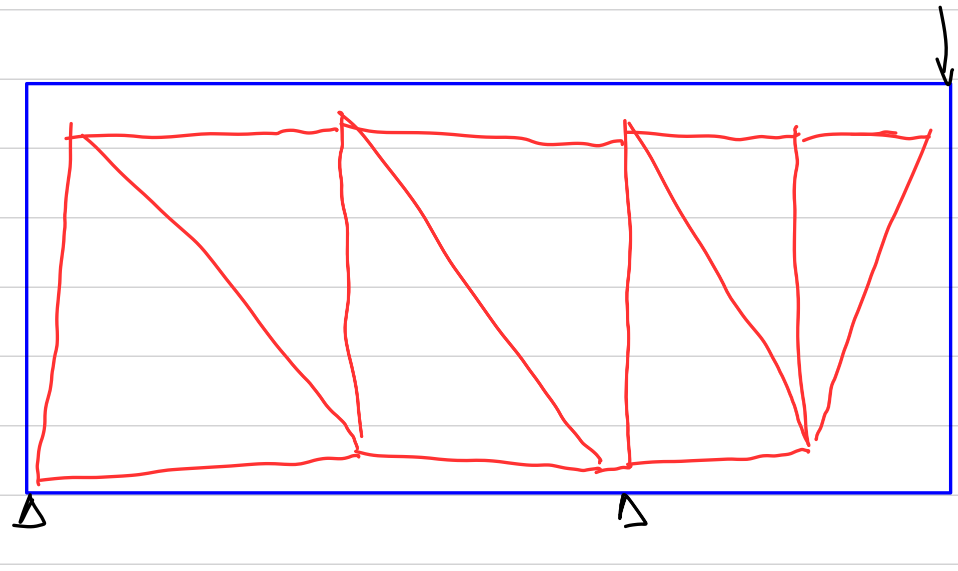


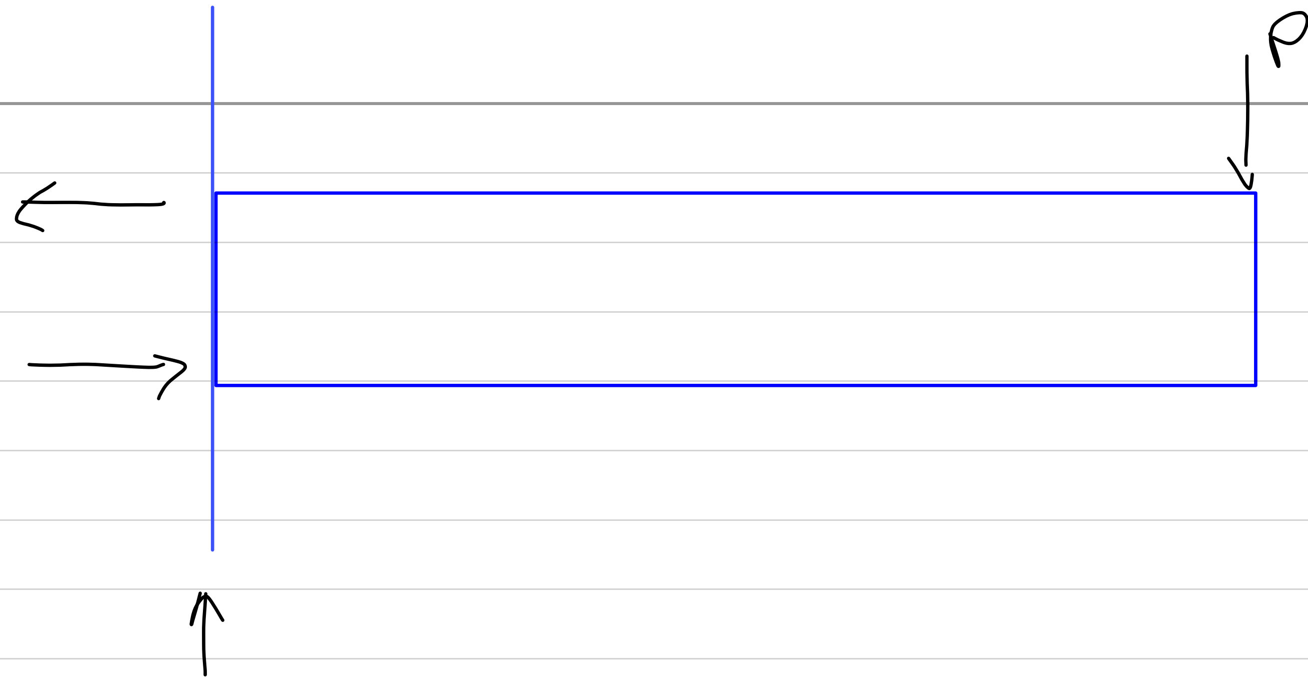


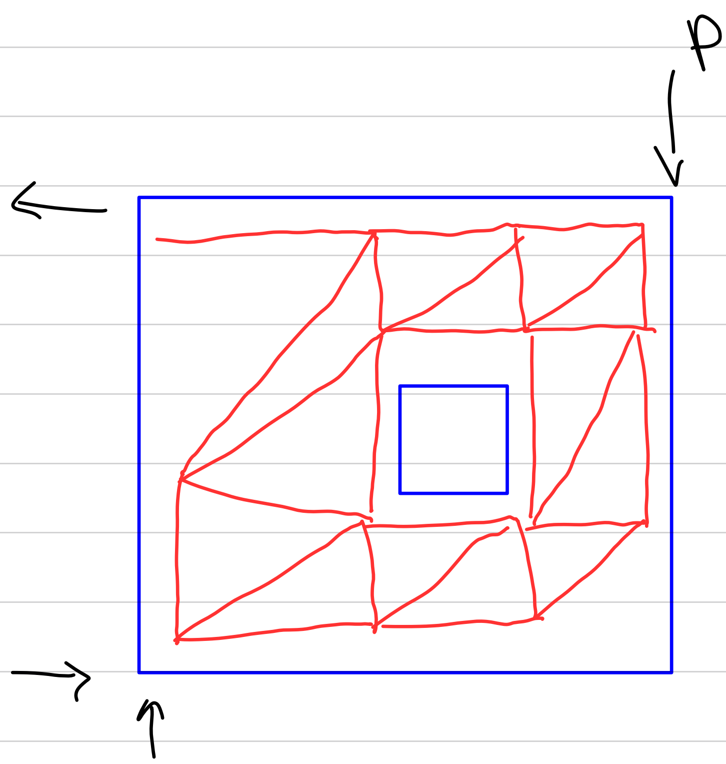


ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ









Για την επιλογη του STM πρεπει να ισχυουν τα ακολουθα

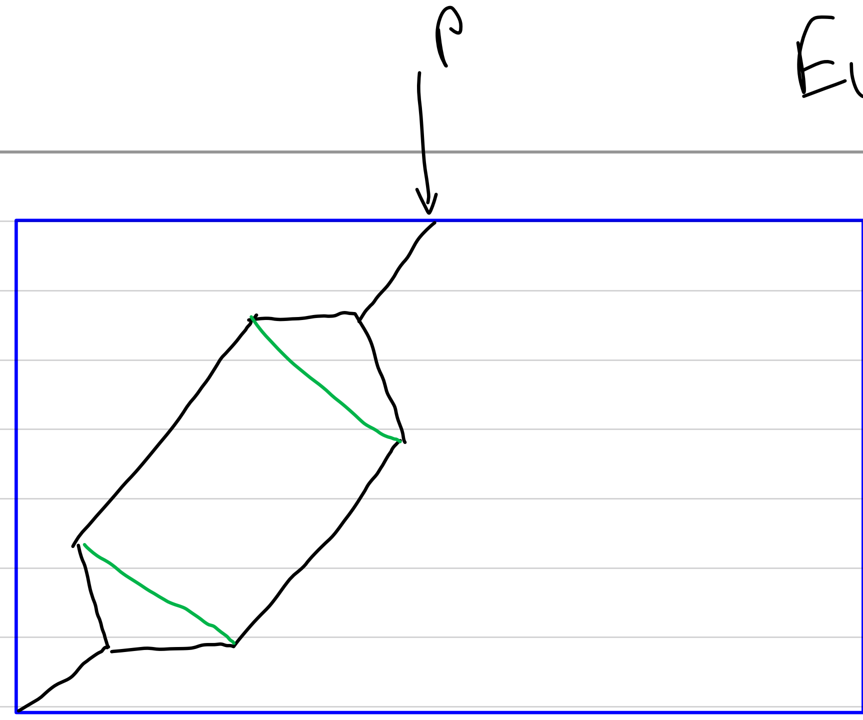
1) Ικανοποιει Ισορροπια

2) Θλιπτηρες να μην διασταυρωνονται

3) Οι ελκυστηρες (Ties) να μπορουν να αντικατασταθουν με οπλισμο

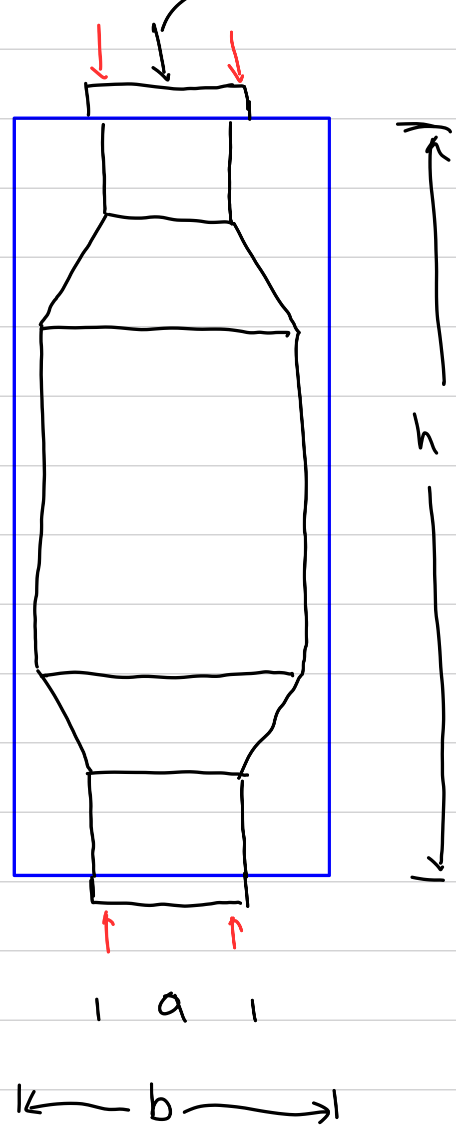
4) Οι γωνιες μεταξυ θλιπτηρα και ελκυστηρα να ειναι τουλαχιστον 25°

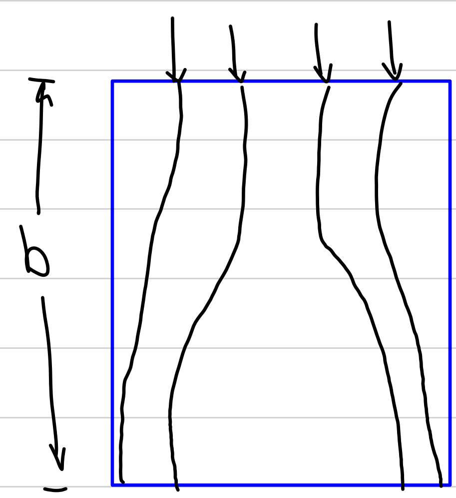
Eurocode

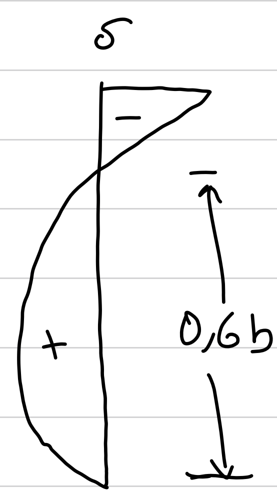


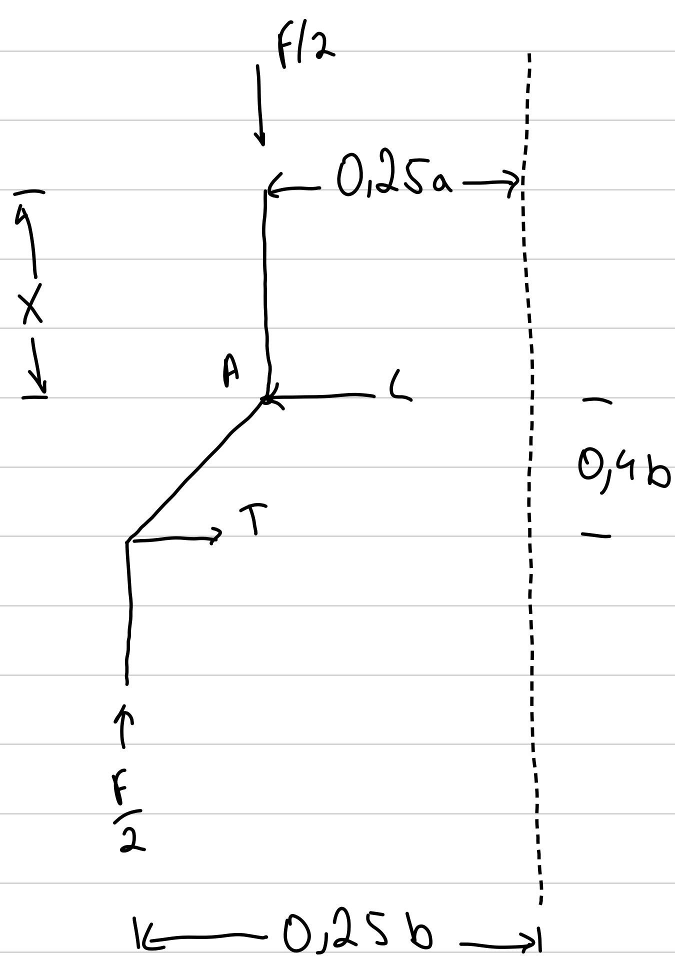
⇒ EK

Χωρίζω τη Διατομη









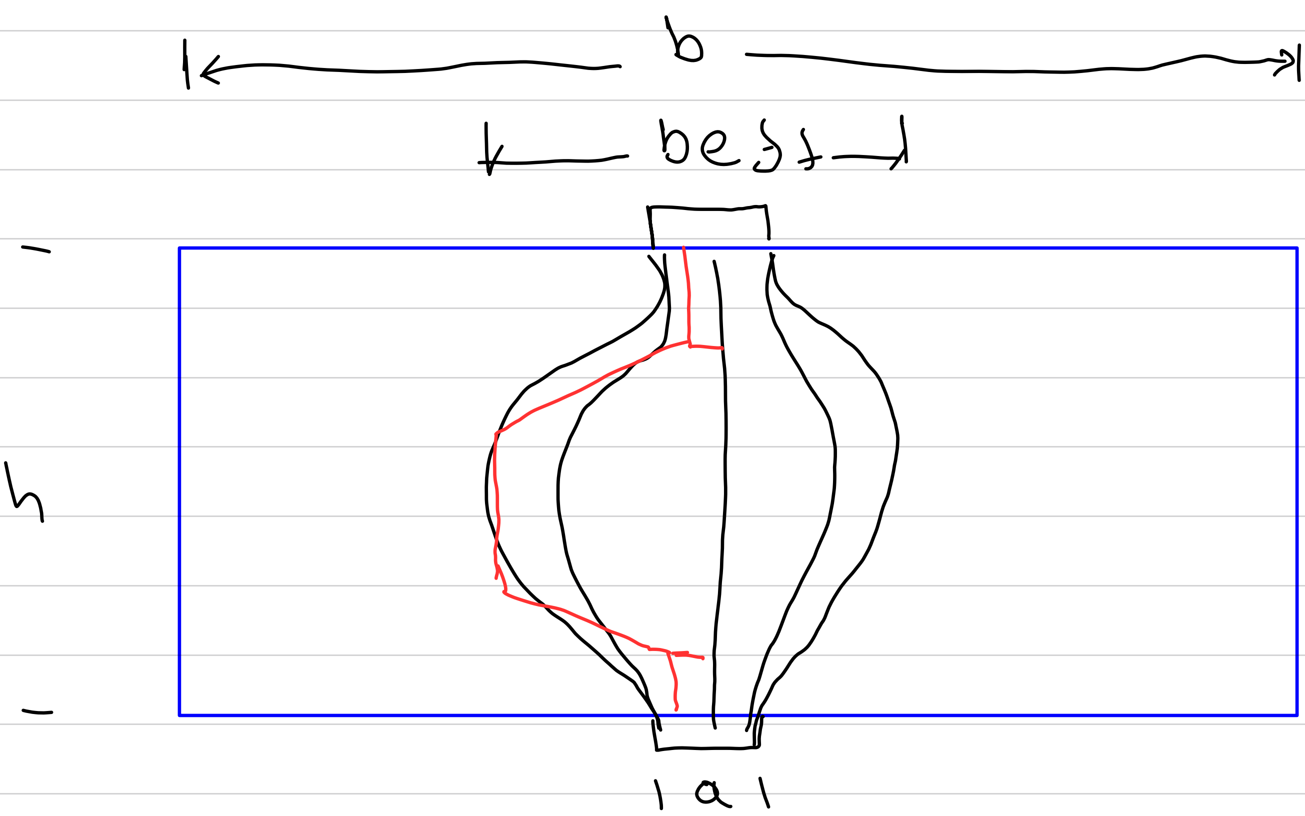
C=T

ΣM_A

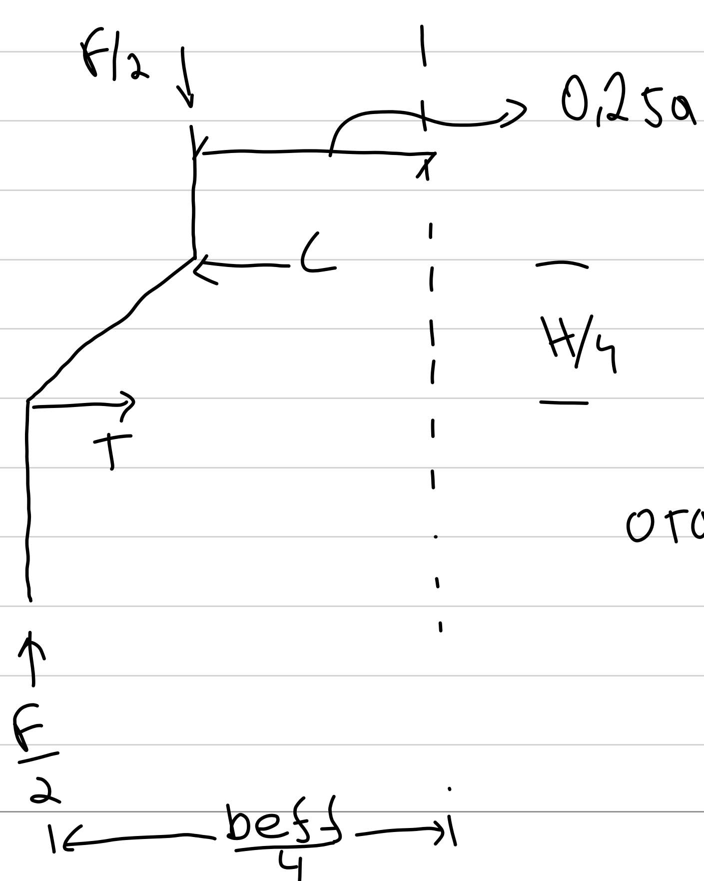
$$\hookrightarrow \frac{F}{2}(0.25b - 0,25a) + Cx = T(0,4b + x)$$

$$\frac{F}{2}(0,25b - 0,25a) + Cx = T\,0,4b + Tx$$

$$T = \frac{F(b-a)}{4b}$$ όταν $\frac{H}{2} < b$



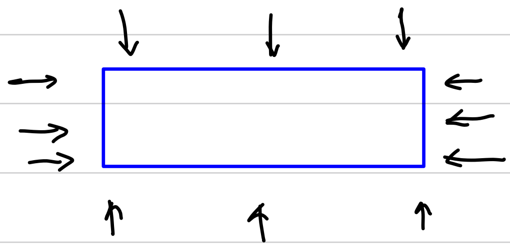
$$b_{eff} = 0,5h + 0,65\,a$$



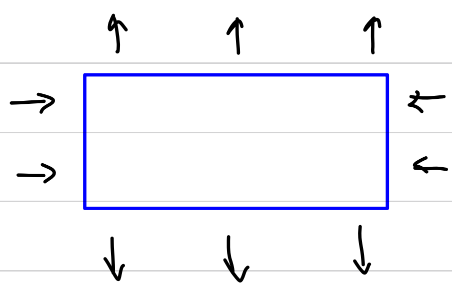
$$T = \frac{1}{4}F\left(1 - \frac{0,7a}{H}\right)$$ όταν $b > \frac{H}{2}$

Σχεδιασμός με Eurocode

6.5.2



Έχω περίσφυξη $\sigma_{R,D\,max} = f_{cD}$

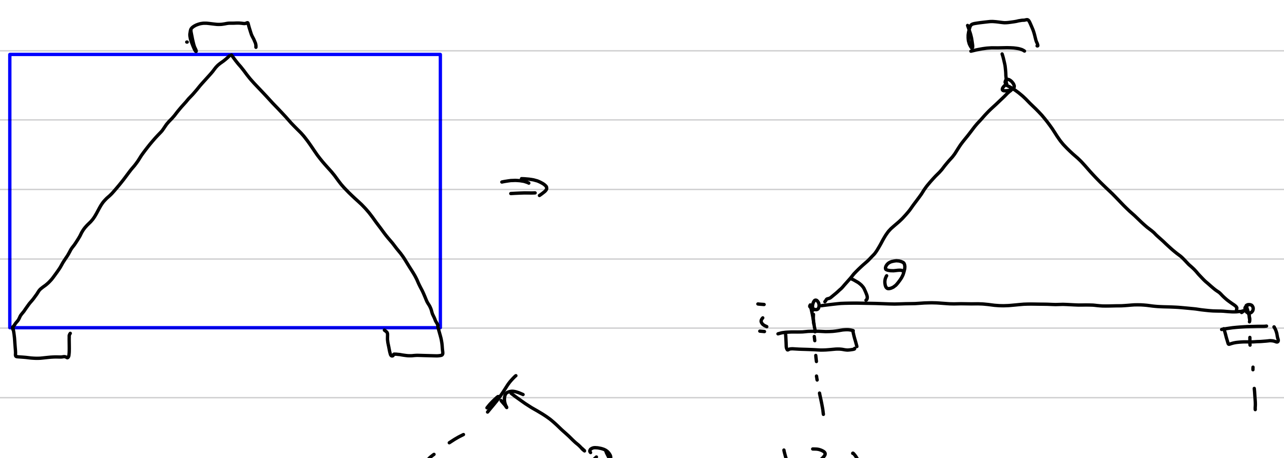


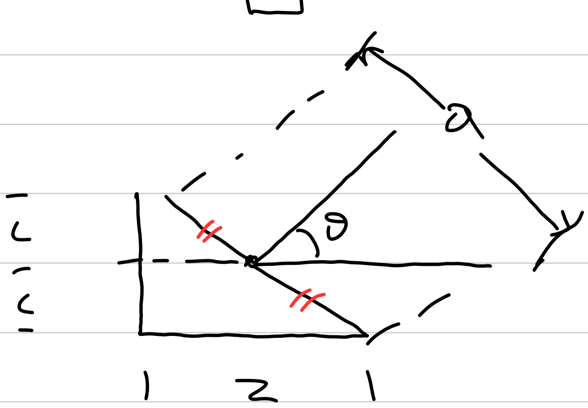
Χωρίς περίσφυξη

$\sigma_{R,D\,max} = 0{,}6\ v\ f_{cd}$

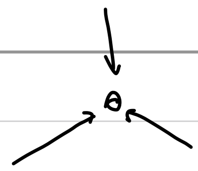
$v = 1 - \frac{f_{ck}}{250}$

Κόμβοι

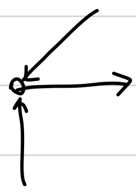




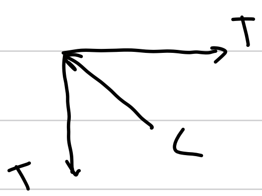
a → στη πιο πάνω σελίδα



C – C – C $\Rightarrow$ νf_{cd}

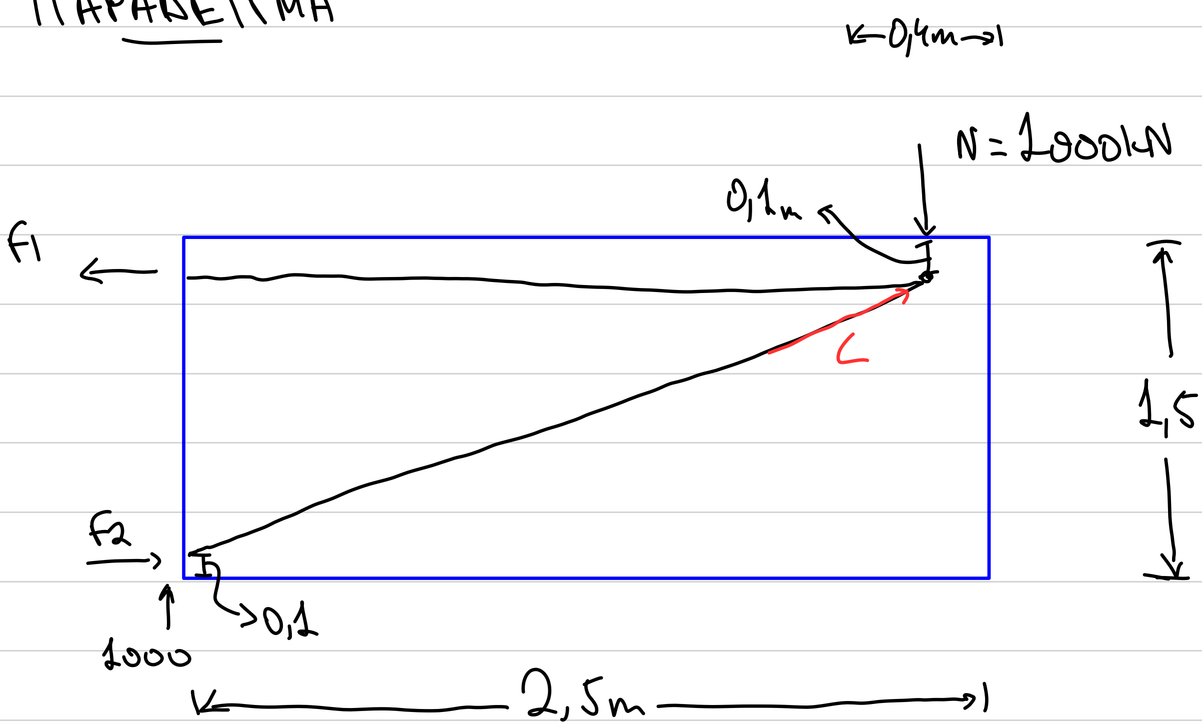


C – C – T $\Rightarrow$ $0.85\, \nu f_{cd}$



C – T – T $\Rightarrow$ $0,75\, \nu f_{cd}$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

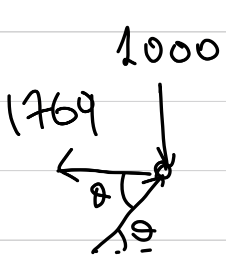


$\Sigma M_2 = 0$ $\qquad$ $F_1 = F_2$

$\hookrightarrow N(2,5-0,2) = F_1(1,5-0,1-0,1)$

$F_1 = 1769$ kN

$F_2 = 1769$ kN

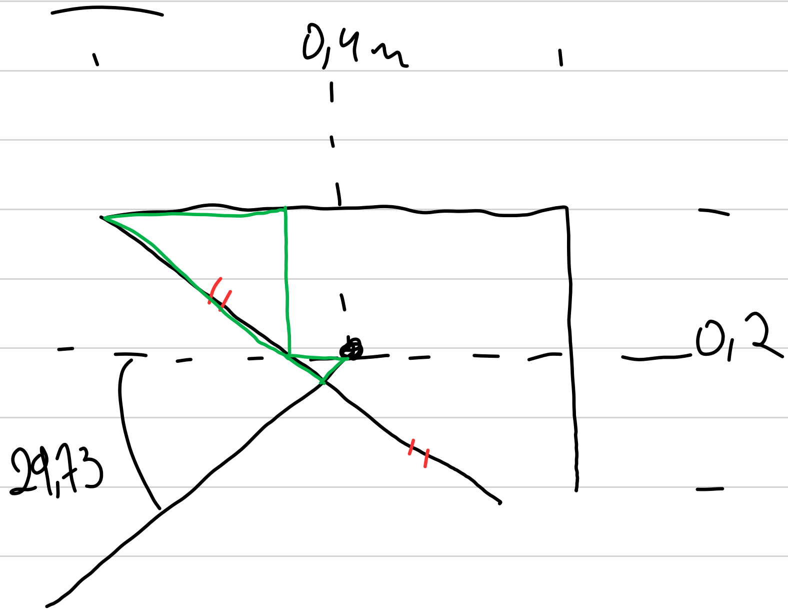


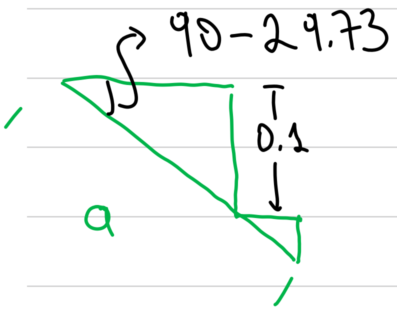
$\tan\theta = \dfrac{1,3}{2,3}$

$\theta = 29,47°$

$$\left.\begin{aligned} C \sin\theta &= 1000 \\ &\;\text{“} \\ C\cos\theta &= 1769 \end{aligned}\right\} \Rightarrow C = 2031 \text{ kN}$$

Κομβοι





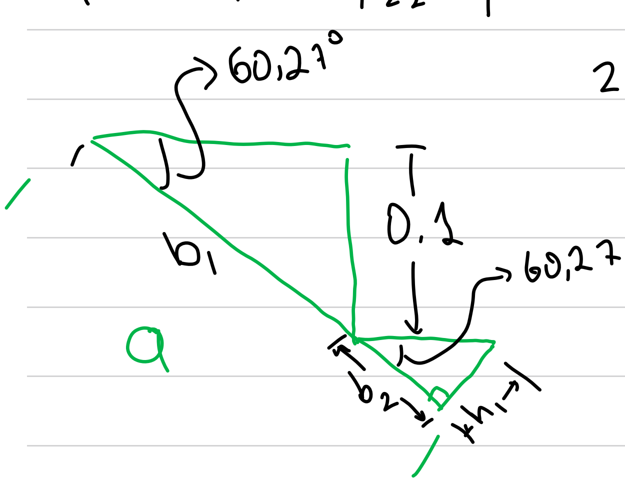
$| \leftarrow 0,2 \rightarrow |$

$| \quad z_1 \quad | \quad z_2 \quad |$

$z1 = \frac{0,1}{\tan\theta} \Rightarrow z1 = 0,057m$

$z1 + z2 = 0.2$

$\hookrightarrow z2 = 0,143m$



$\sin\theta = \frac{h1}{z2} \Rightarrow h1 = 0,143 \sin\theta$

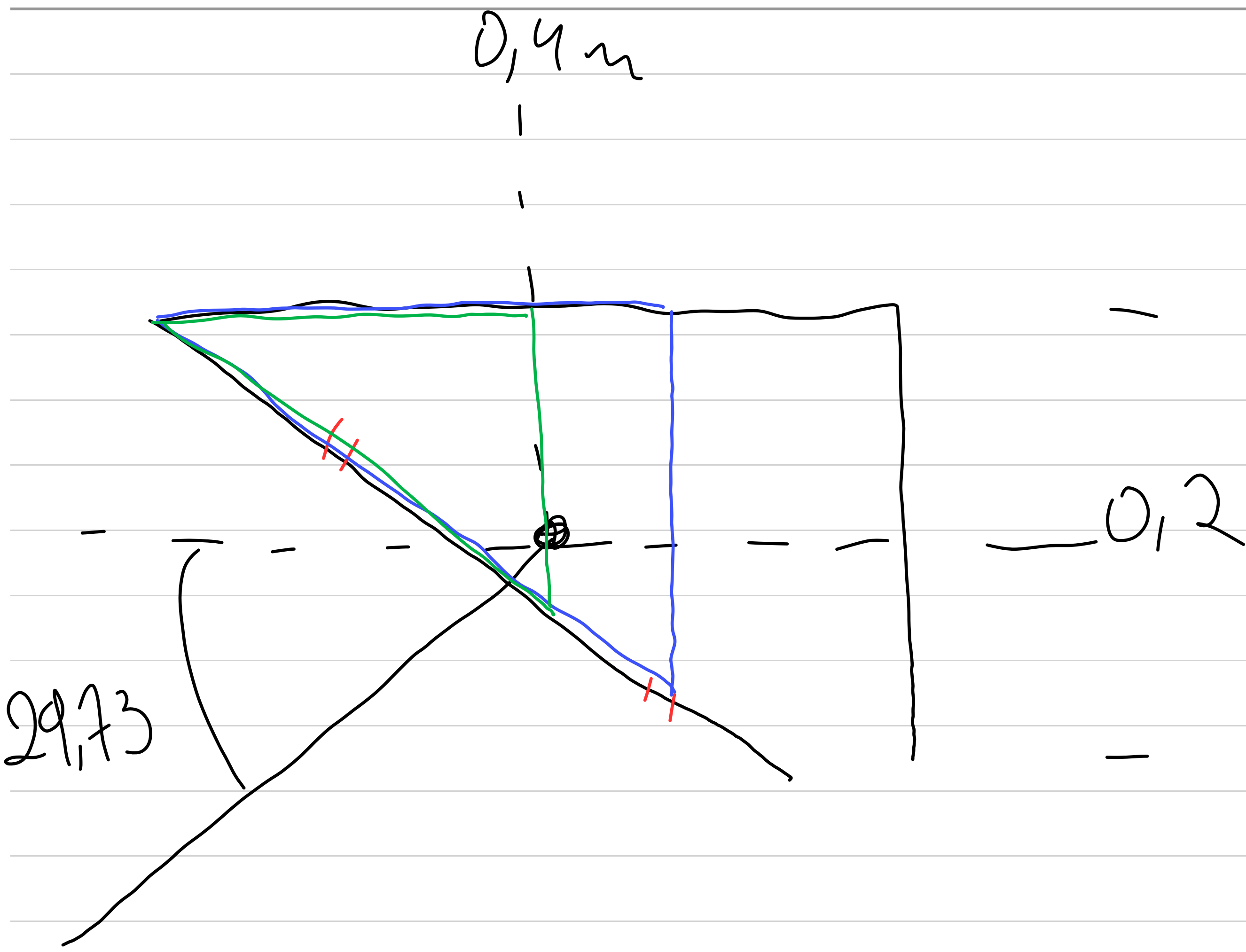
$h1 = 0,124m$

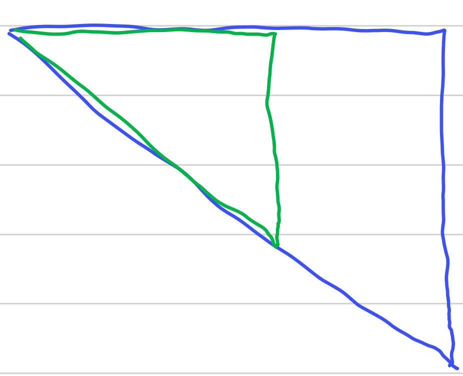
$a = b1 + b2$

$b1 = \sqrt{0,1^2 + 0,057^2} \Rightarrow b1 = 0,115m$

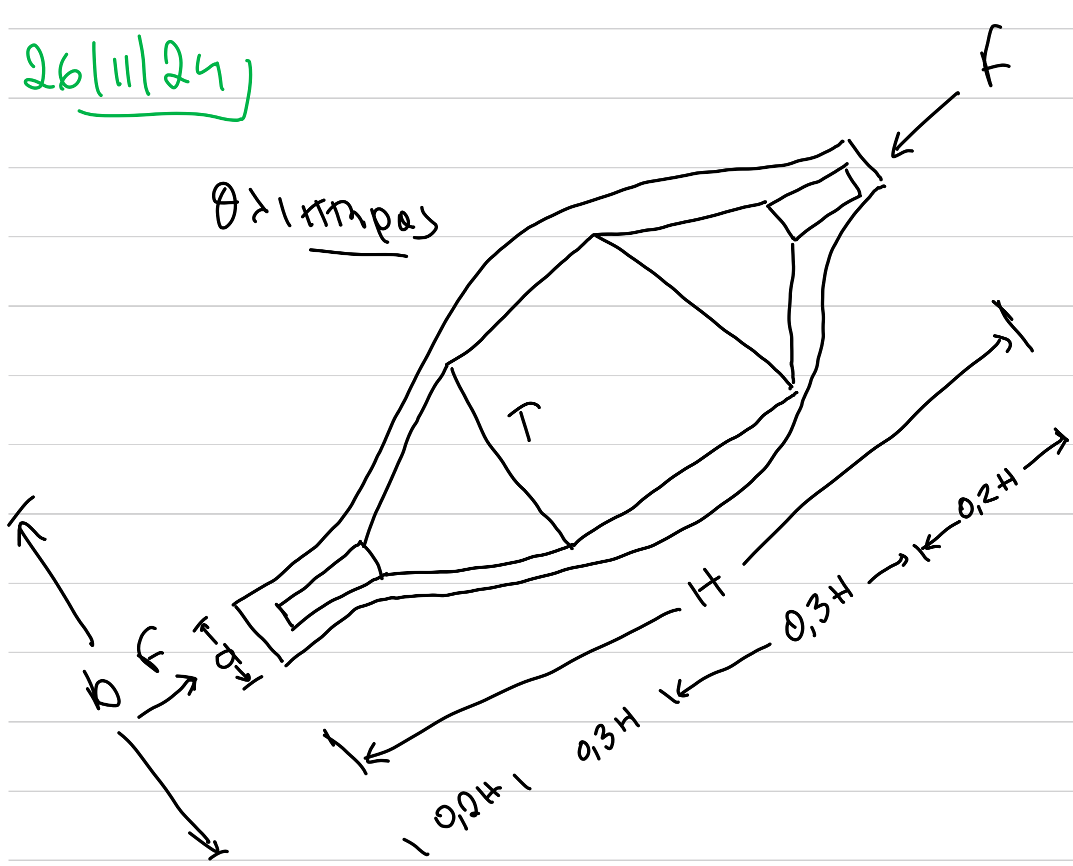
$z2^2 = b_2^2 + h1^2 \Rightarrow 0,143^2 = b_2^2 + 0,124^2 \Rightarrow b2 = 0,0712m$

$\Rightarrow a = 0,1862m$



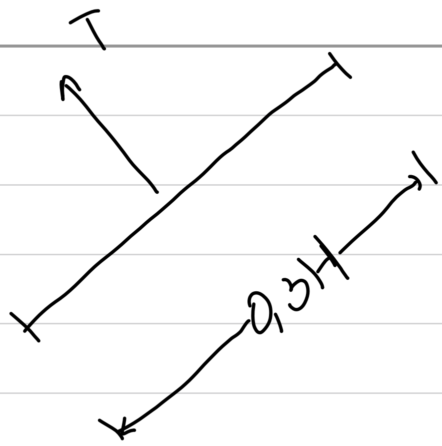


26/11/24



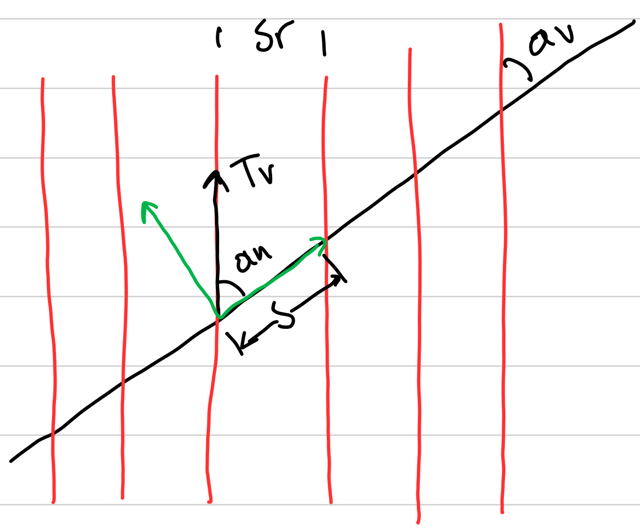
$b < \frac{H}{2}$ $\quad T = \frac{F\,(b-a)}{4b}$

$b > \frac{H}{2}$ $\quad T = \frac{F}{4}\left(1 - \frac{0,7a}{H}\right)$



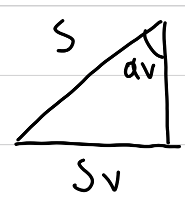
$T = A_s f_{yd}$

Βαζω κατακόρυφο οπλισμό



$T_v = A_{sv} f_{yd}$

$T_v \sin a_v = A_{sv} \cdot f_{yd} \sin a_v$

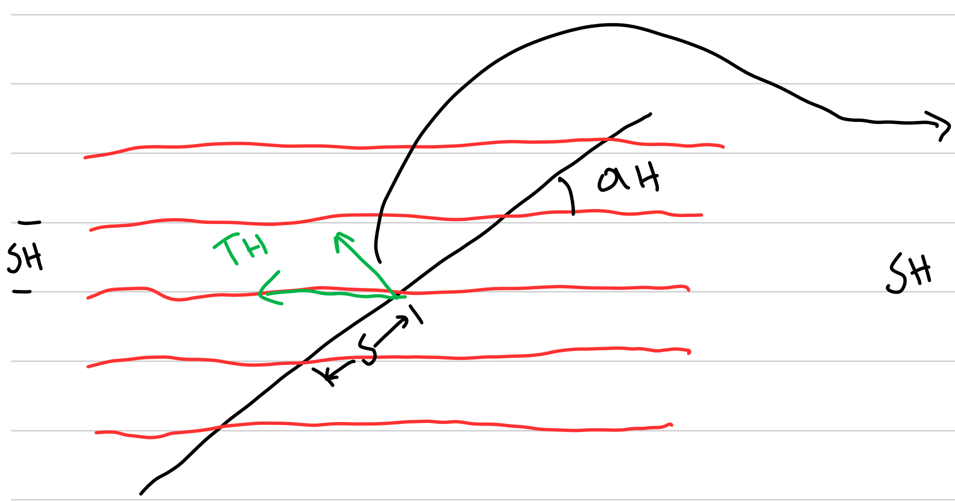


$s = \dfrac{s_v}{\sin a_v}$

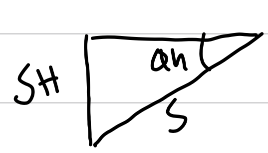
$$\frac{T}{0{,}3H} = \frac{T_v \sin a_v}{s} = \frac{A_{sv} f_{yd} \sin a_v}{s_v / \sin a_v}$$

A_{sv} = εμβαδό 1 ράβδου

$$\frac{T}{0{,}3H f_{yd}} = \frac{A_{sv} \sin^2 a_v}{s_v} \Rightarrow \text{Κατακόρυφος Οπλισμός}$$



$T_H = \sin a_h$



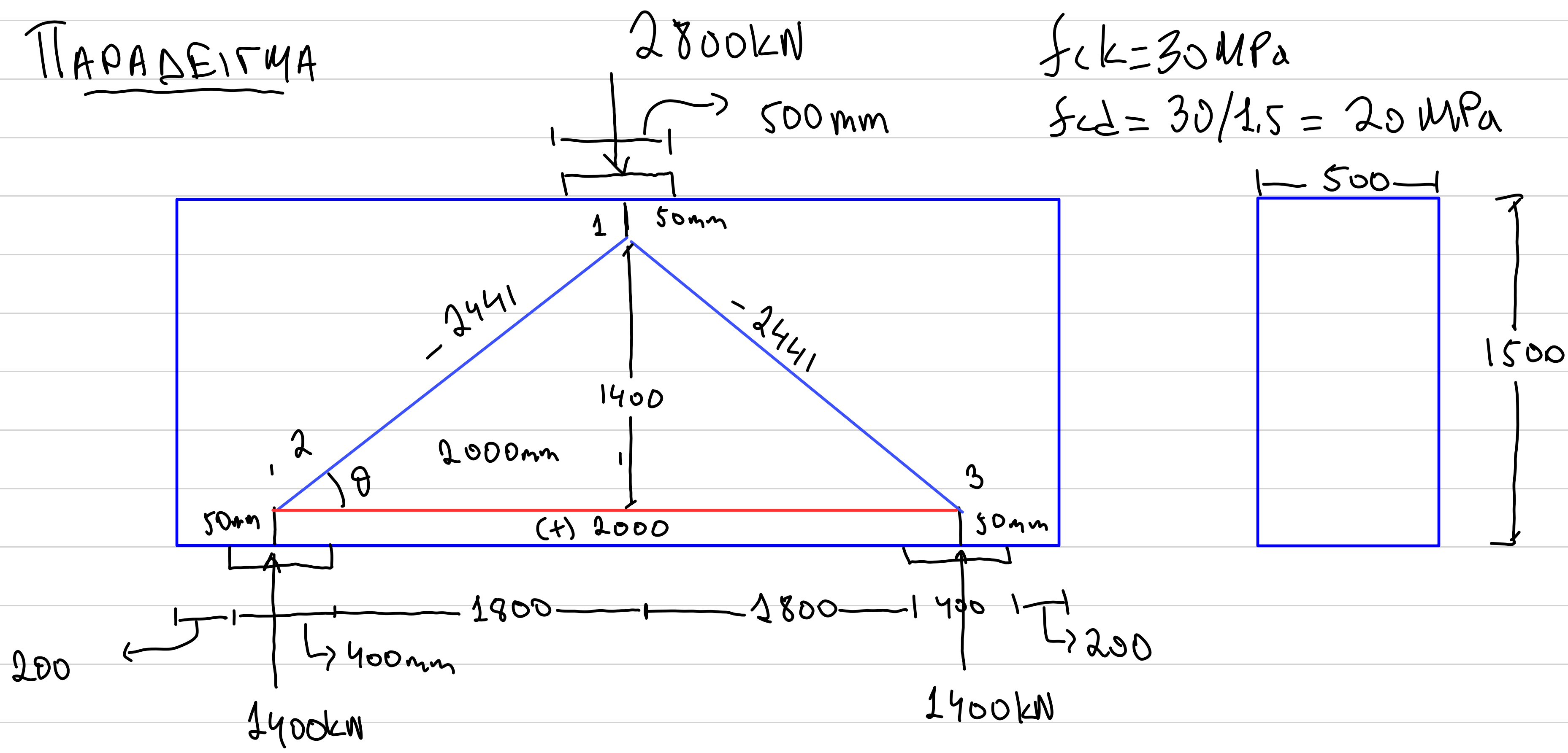
$$\frac{T}{0{,}3H f_{yd}} = \frac{A_{sH} \sin^2 a_h}{s_H} \Rightarrow \text{Οριζόντιος Οπλισμός}$$

$$\frac{T}{0{,}3\,H\,f_{yd}} = \frac{A_{sv}\ \sin^2 a_v}{s_v} + \frac{A_{sH}\ \sin^2 a_h}{s_h}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

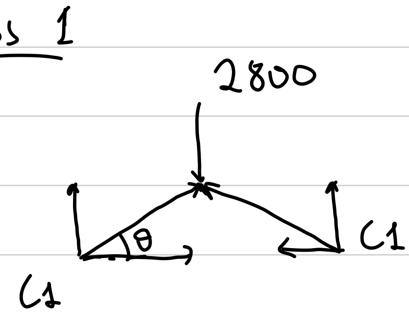
$f_{ck} = 30\,MPa$

$f_{cd} = 30/1{,}5 = 20\,MPa$



$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1400}{2000}\right) \Rightarrow \theta = 35^\circ$$

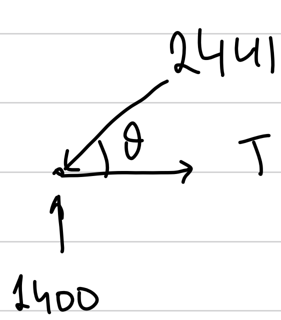
Κόμβος 1



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow \quad 2\,C_1 \sin\theta = 2800\,kN$

$C_1 = 2441\ kN$

Κόμβος 2



$\Sigma F_x = 0$

$2441 \cos\theta = T$

$T = 2000\,kN$

Διαστασιολόγηση

Αντοχη διαγώνιου θλιπτήρα

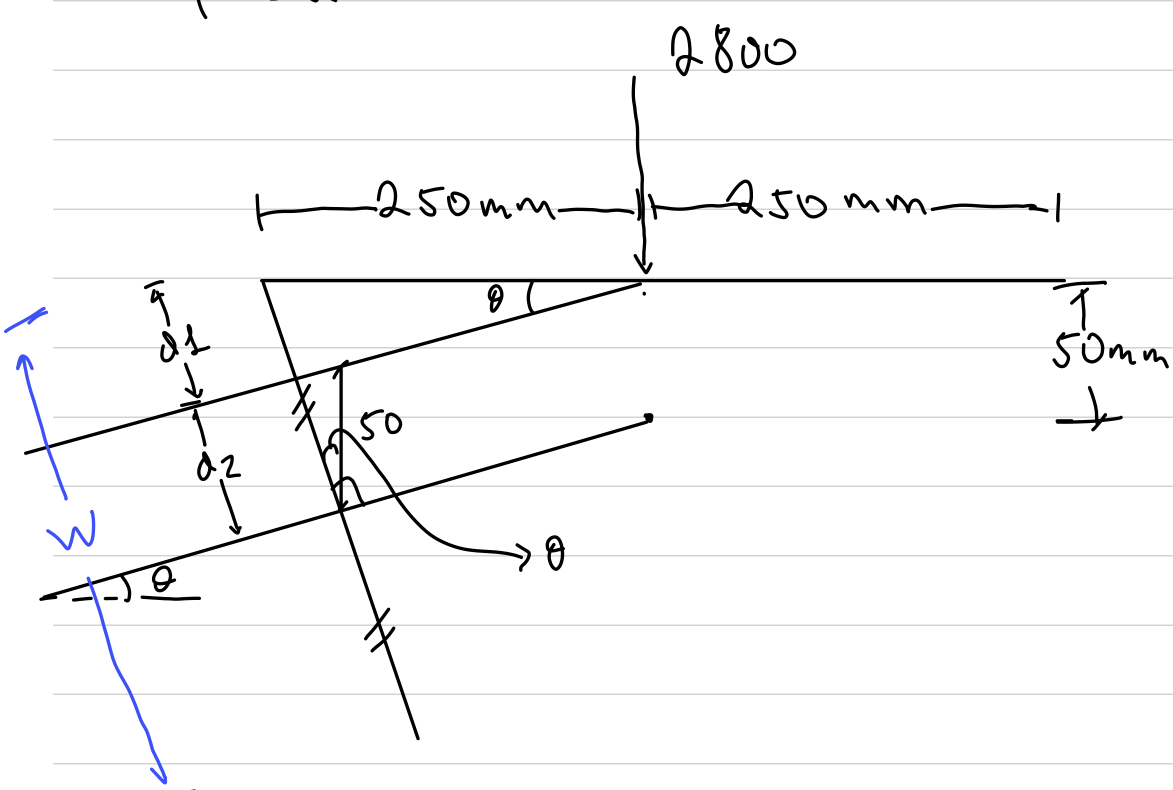
$$\sigma_{RDmax} = 0,6\overbrace{\left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)}^{r} f_{cd} = 10,56\,MPa$$

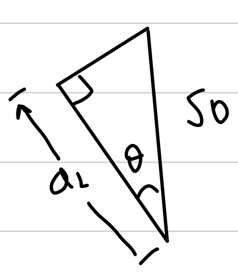
$K1 \Rightarrow$ C – C – C $\qquad \sigma_{RDmax} = r\, f_{cd} = 17,6\,MPa$

$K2,3 \Rightarrow$ C – C – T $\qquad \sigma_{RDmax} = 0,85\, r\, f_{cd} = 14,96\,MPa$

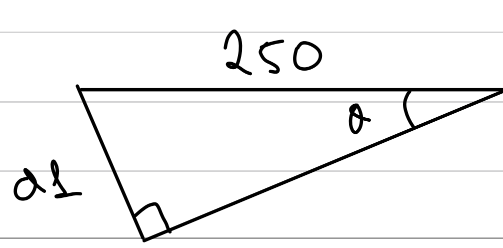
Πρέπει να ελέγξω τους κόμβους, θλιπτήρες και να οπλίσω

Κόμβος 1





$\frac{d2}{50} = \cos\theta \Rightarrow d2 = 41m$



$d1 = \sin\theta\ 250$

$d1 = 143,4\,mm$

$w = 2(a_1 + a_2) = 368,7\,m$

σA ⇒ Τάση κόμβου (στο σημείο που ασκείται το φορτίο)

$\sigma A = \dfrac{2800 \times 10^3}{500 \cdot 500} = 11,2\,MPa < 17,6 \Rightarrow$ check OK

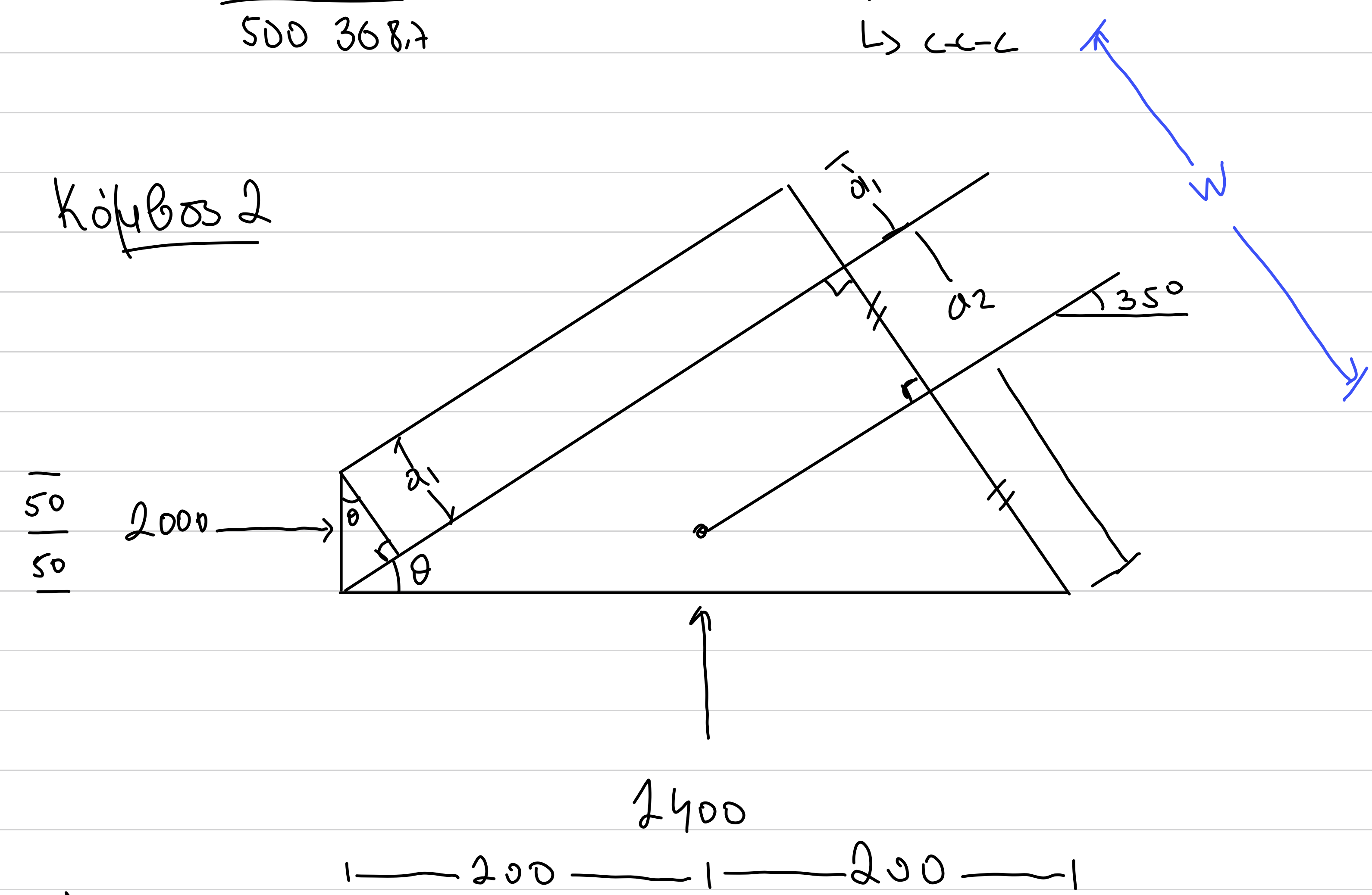
↳ C-C-C

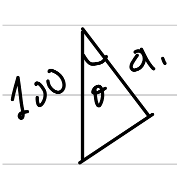
σB ⇒ Τάση κόμβου (εκεί που είναι ο ελκυστήρας) (επιφάνεια w)

$\sigma B = \dfrac{2441 \times 10^3}{500 \cdot 368,7} = 13.24\,MPa < 17,6\,MPa \Rightarrow$ check OK

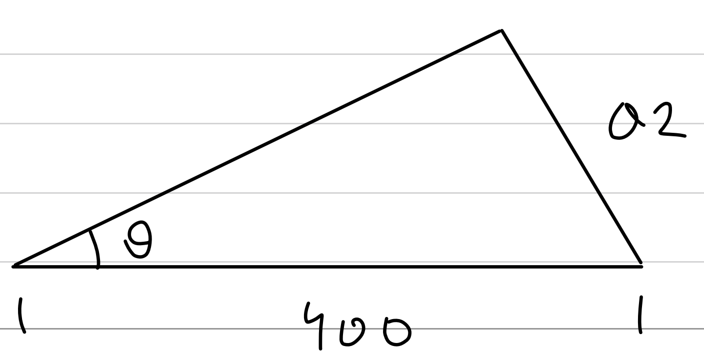
↳ C-C-C

Κόμβος 2





$a_1 = 100 \cos 35 \Rightarrow a_1 = 82\,mm$



$\Rightarrow a_2 = 400 \sin 35$

$a_2 = 229\,mm$

$w = a_1 + a_2 = 310,9\,mm$

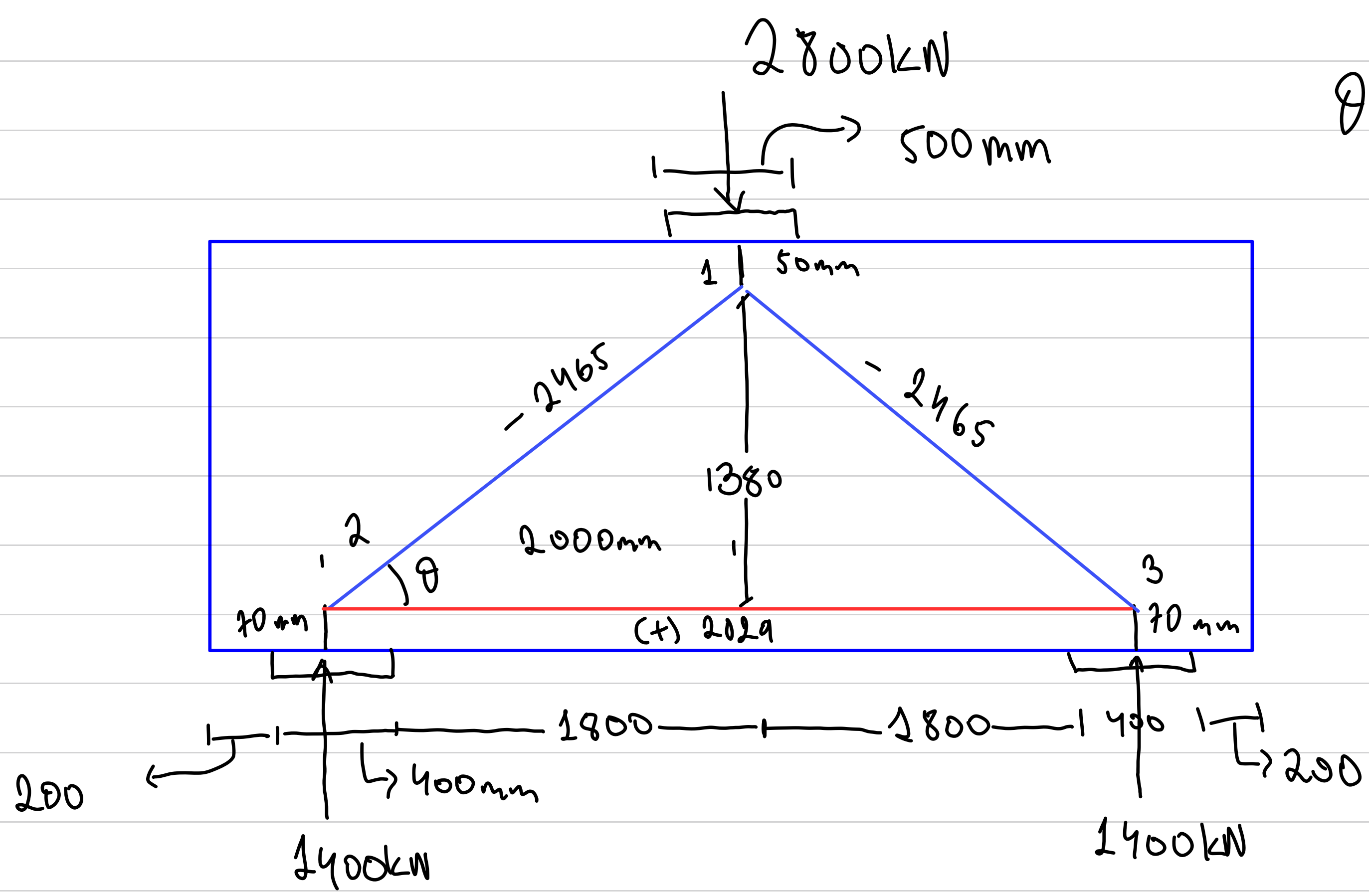
$\sigma A = \dfrac{2441 \times 10^3}{310{,}4 \cdot 500} = 15{,}7\,MPa > \overset{C-C-T}{14{,}96\,MPa}$ check not OK

↳ Τιμή στη πλευρά που είναι ο θλιπτήρας

Πρέπει να αλλάξω κάτι

→ Διαλέγω να αυξήσω το ύψος των κόμβων στη βάση
από 50 mm → 70 mm

Άρα οι ΔΥΝΑΜΕΙΣ



$\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{1380}{2000}\right)$

$\theta = 34{,}6^\circ$

Κάνω ξανά τις πράξεις για τον Κόμβο 2 (Να κάνω ξανά το σχήμα)

$a_1 = 140 \cos 34{,}6 \Rightarrow a_1 = 115\,mm$

$a_2 = 400 \sin 34.6 \Rightarrow a_2 = 227{,}1\,mm$

$\sigma A = \dfrac{2465 \times 10^3}{342{,}1 \cdot 500} \Rightarrow \sigma A = 14{,}41\,MPa \Rightarrow$ OK

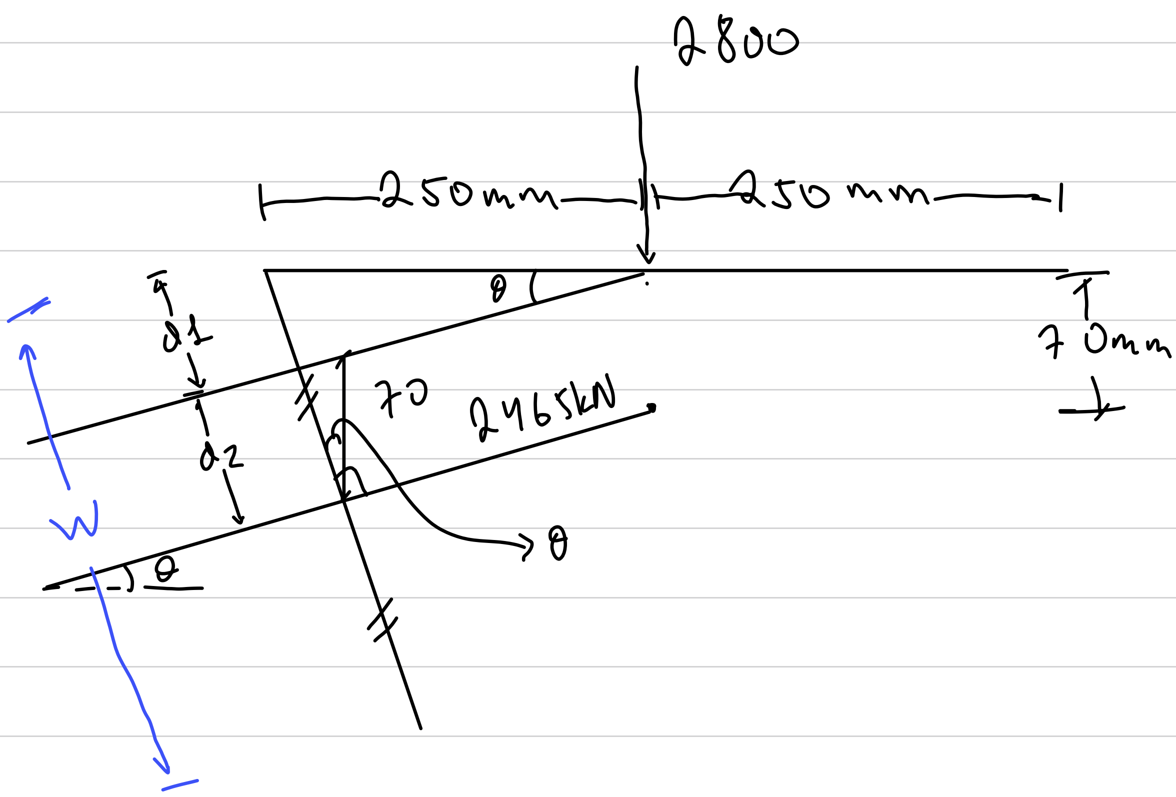
↳ Από τη πλευρά του θλιπτήρα

C-C-T

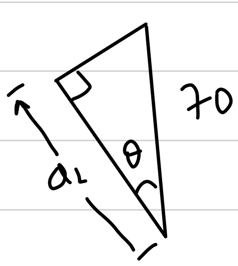
$\sigma_B = \frac{1400 \times 10^3}{400\ 500} = 7MPa \Rightarrow \underline{OK}$ (C-C-T)

↳ check στο σημείο της Αντίδρασης

Πρέπει να γίνει ξανά ο έλεγχος για τον Κόμβο 1

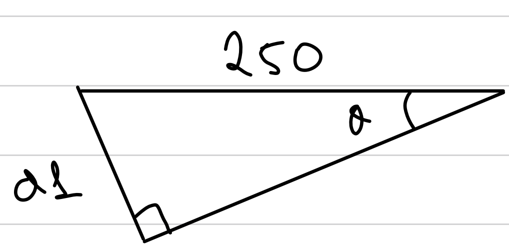


$\theta = 34{,}6^\circ$



$\frac{d2}{70} = \cos\theta \Rightarrow d2 =$ m

$w = 366{,}4$



$d1 = \sin\theta\ 250$

$d1 =$ mm

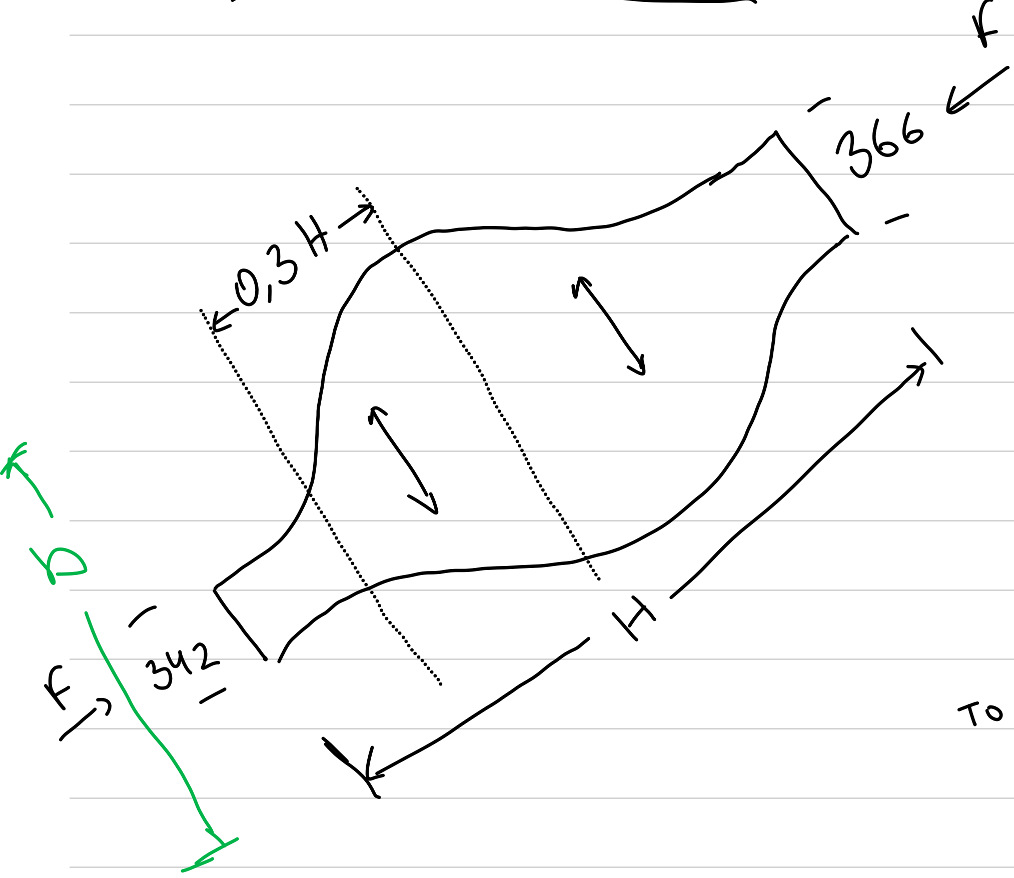
$\sigma = \frac{2465 \times 10^3}{366{,}4\ 500} < 17{,}6$ MPa

↳ check $\underline{ok}$

$\sigma = \frac{2800 \times 10^3}{500\ 500} < 17{,}6$ MPa

↳ $\underline{O.K}$

Έλεγχος του θλιπτήρα



$H = \sqrt{1380^2 + 2000^2}$

$H = 2430\,mm$

Αντοχή θλιπτήρα = 10,56 MPa

$$\sigma = \frac{2465 \times 10^3}{342 \cdot 500} = 14,42\,MPa < 10,56$$

Άρα πρέπει να βάλω περίσφιγξη

Το νέο $\sigma = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) f_{cd}$

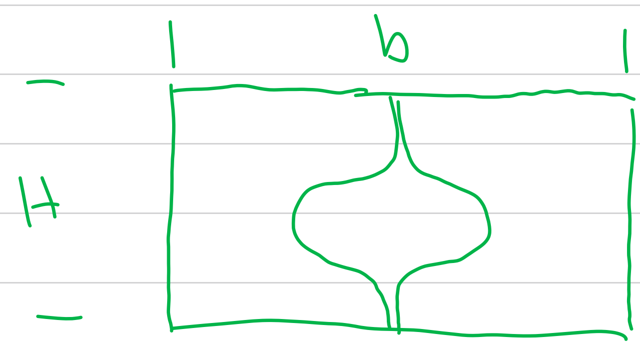
$\sigma = 17,6\,MPa > 10,56$

$a = 342$, $F = 2465\,kN$ είμαι οκ με περίσφ

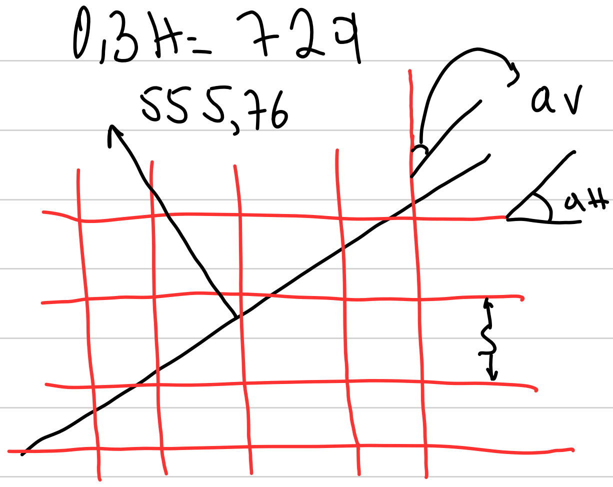
$$T = \frac{F}{4}\left(1 - \frac{0,7a}{H}\right)$$

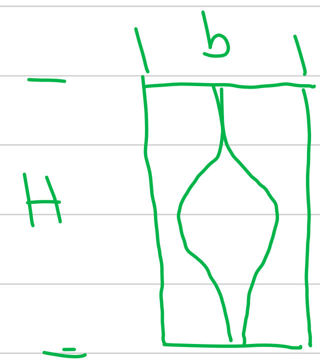
$T = 555,76\,kN$

$b > \frac{H}{2}$



$0,3H = 729$





$a_v = 55,4°$

$a_h = 34,6°$

$$\frac{A_{sv}}{s_v}\underbrace{\sin^2 a_v}_{0,667} + \frac{A_{sH}}{s_H}\underbrace{\sin^2 a_H}_{0,333} \geq \frac{T}{0,3H\, f_{yd}\, \underbrace{2}_{\text{επειδή έχω 2 πλέγματα}}}$$

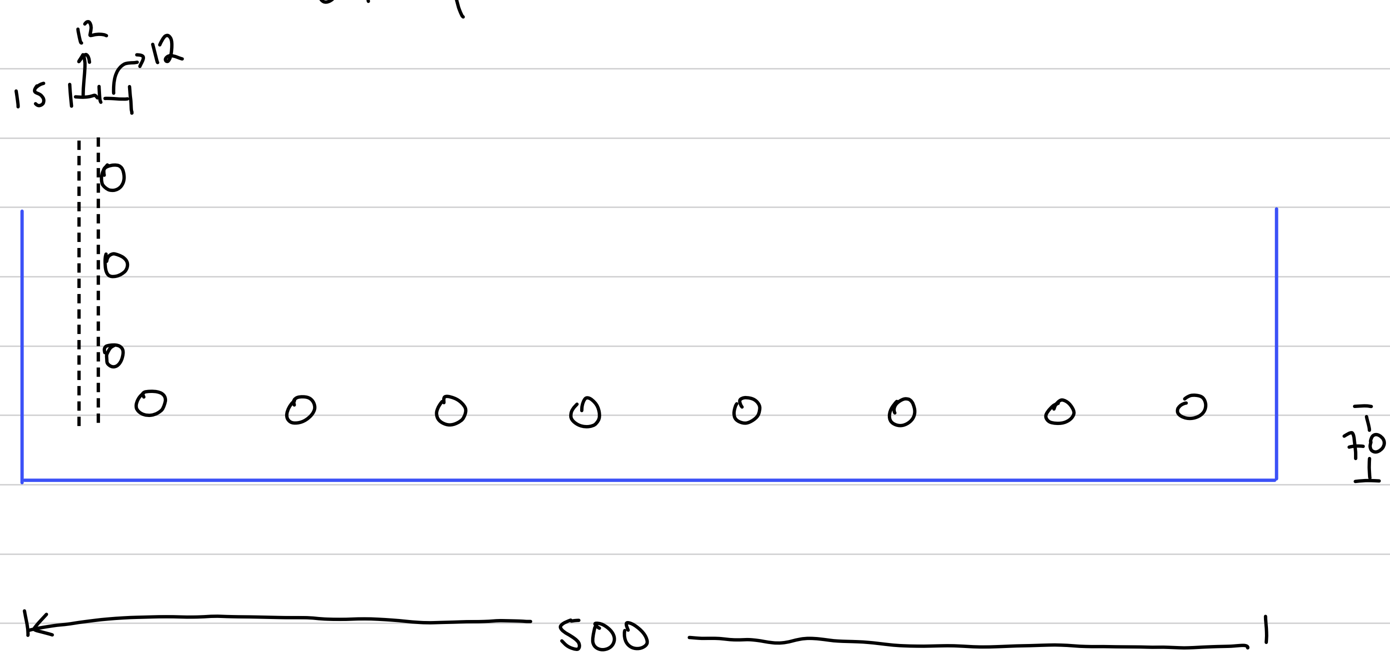
$8,765\ cm^2/m$

$$\frac{A_{sv}}{s_v} = \frac{A_{sH}}{s_H} \qquad \text{Βάζω } \frac{\Phi 12}{120} = 9,42\ cm^2/m$$

Εμβαδο για εφελκυσμο κάτω

$$A = \frac{2029\,kN}{f_{yd}} = \frac{2029}{\frac{500000}{1{,}15}} \Rightarrow A = 46{,}7\,cm^2$$

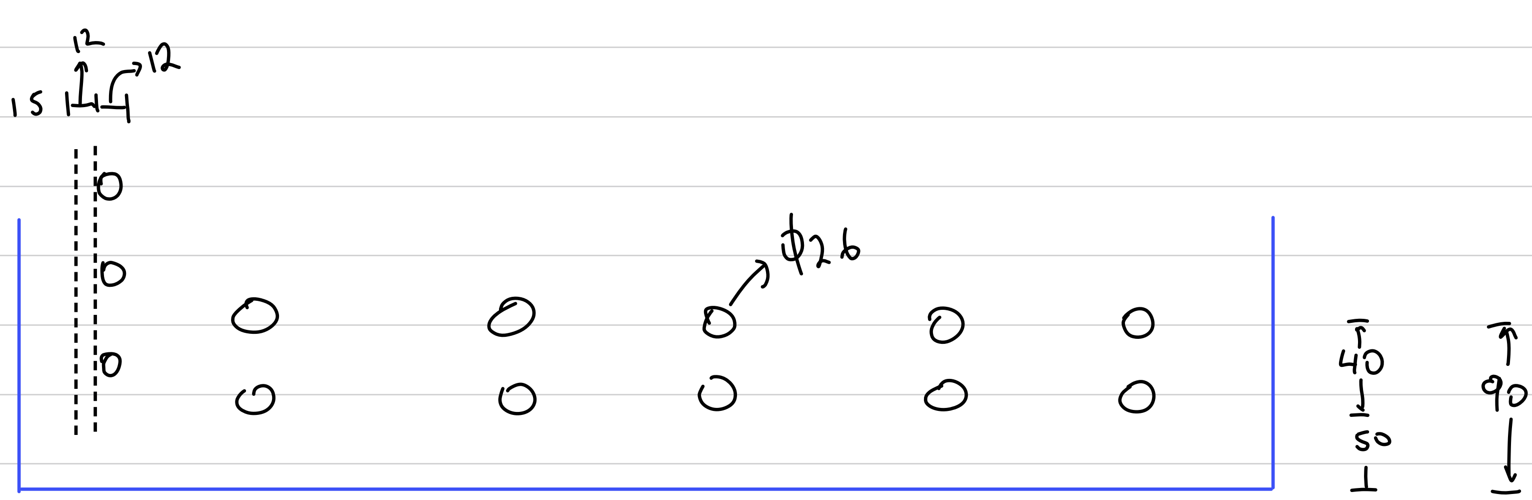
Τοποθετηση οπλισμου



$\Phi 28$ ($6{,}16\,cm^2$) = 8 bars

18mm

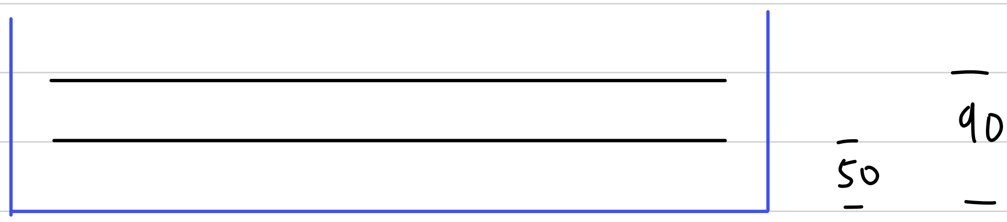
↳ Αποσταση Ράβδων



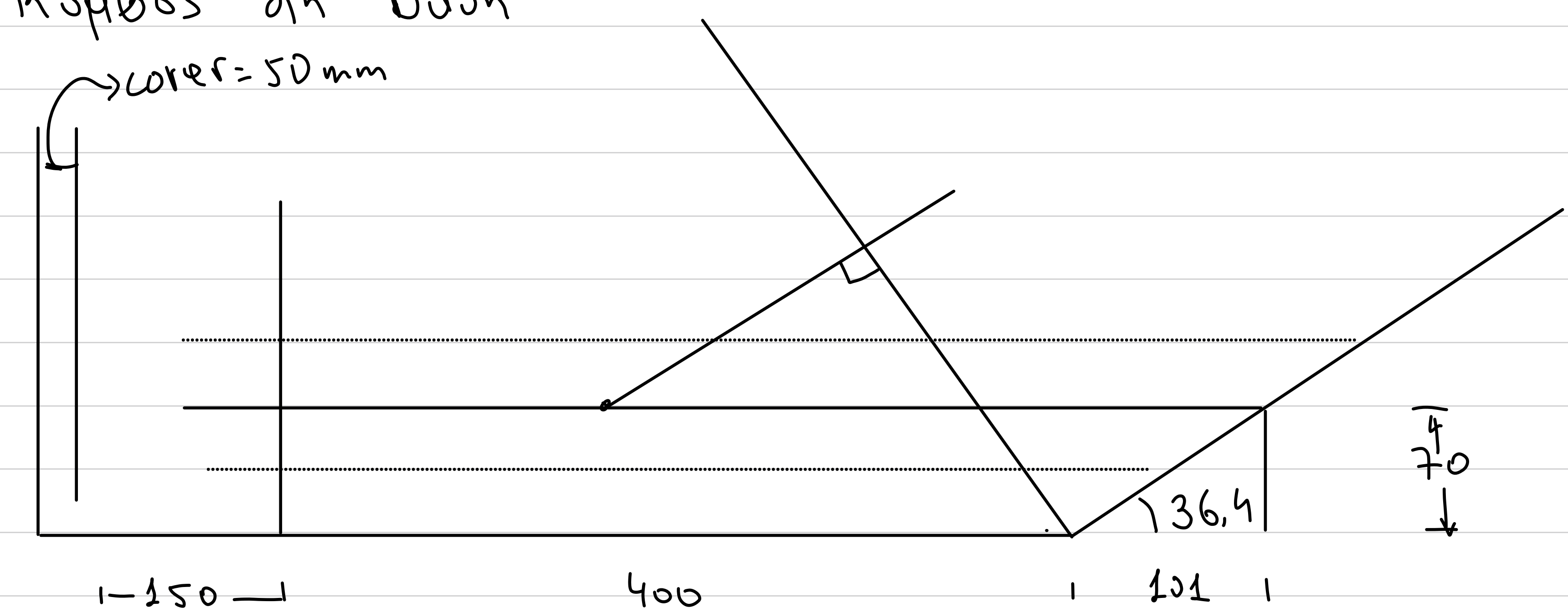
$\Phi 26 \rightarrow$ 10 bars 5 πάνω 5 κατω

$$\frac{(90+50)}{2} = 70\,mm \Rightarrow \text{OK}$$

Έλεγχος Αγκύρωσης



Κόμβος στη βάση



$L_{ark} = 150 + 400 + 101 = 651\,mm$

$L_{BD} = a_1\ a_2\ a_2\ a_3\ a_4\ L_{breq}$

$f_{bd} = 2{,}25\ \cancel{\eta_1}^{1}\ \cancel{\eta_2}^{1}\ f_{ctd}\ \frac{2{,}9}{1{,}5}$

$= 4{,}35\,MPa$

$L_{breq} = \frac{\phi}{4}\ \frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}}$

$\sigma_{sd} = \frac{2029\,kN}{10\ \pi\ \frac{0{,}026^2}{4}} = 382{,}16\ MPa$

$\rightarrow \phi 26\ 10$

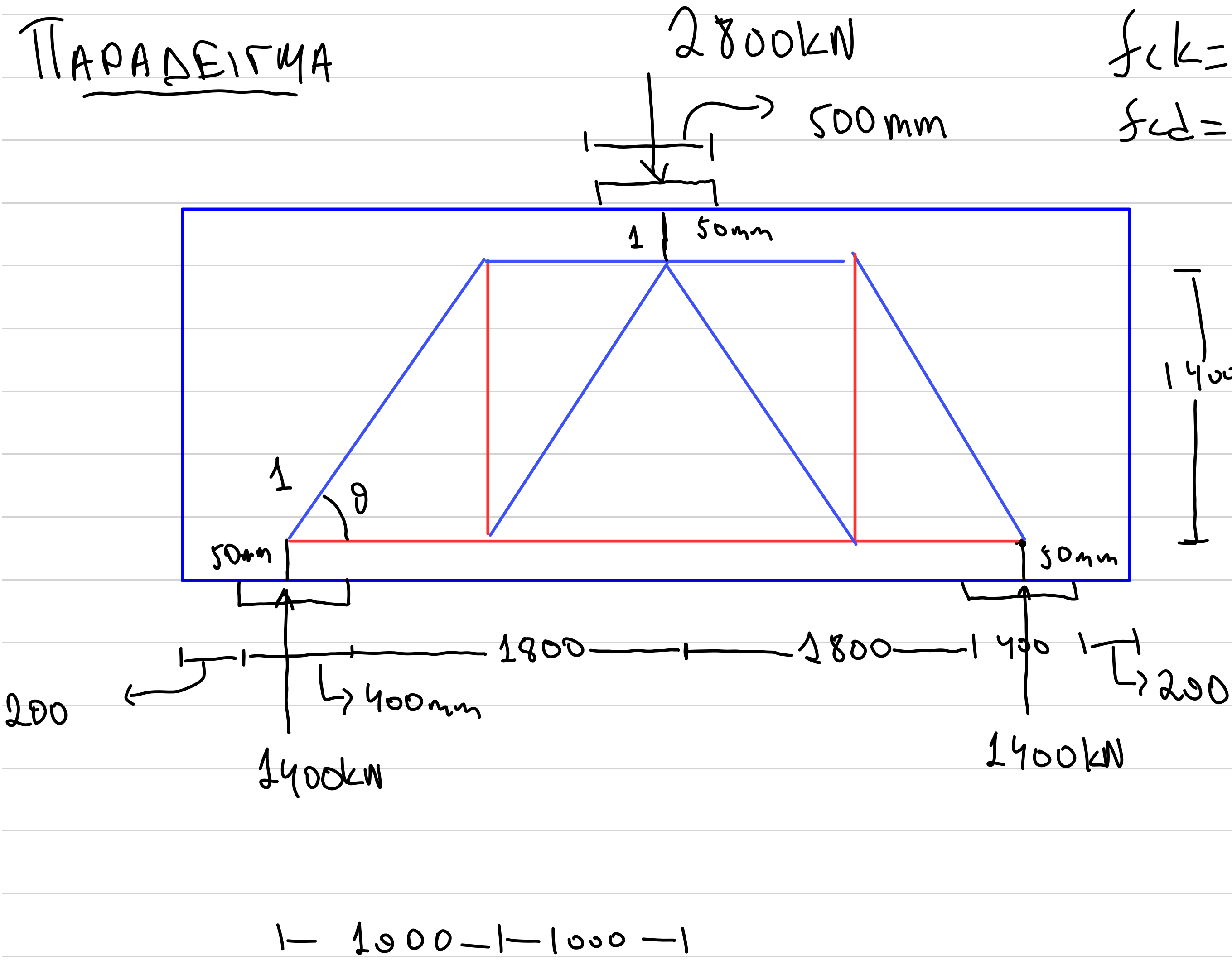
$L_{breq} = 571\,mm < L_{ark} \Rightarrow$ O.K

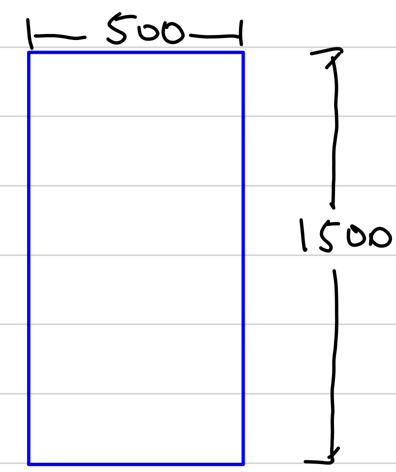
Λυνω ξανα το ίδιο Προβλημα με άλλο δικτυωμα

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

$f_{ck} = 30\,MPa$

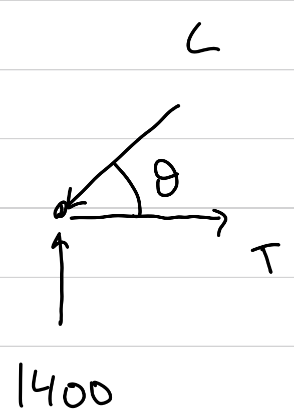
$f_{cd} = 30/1{,}5 = 20\,MPa$





$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1400}{1000}\right) \Rightarrow \theta = 54{,}46^\circ$$

Κομβος 1



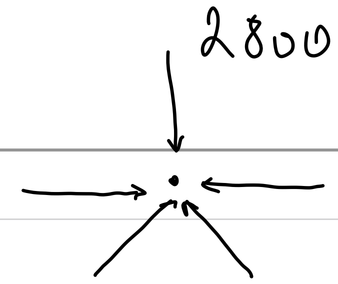
$T = \cos\theta \; C$

$C \sin\theta = 1400$

$C = 1720\,kN$

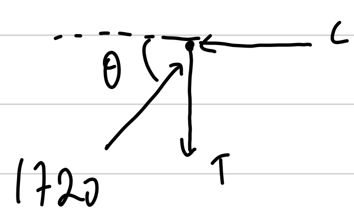
$T = 1000\,kN$

Κομβος



$2C \sin 54{,}46 = 2800$

Κομβος



$C = 1720 \cos\theta$

$T = 1720 \cdot \sin\theta$

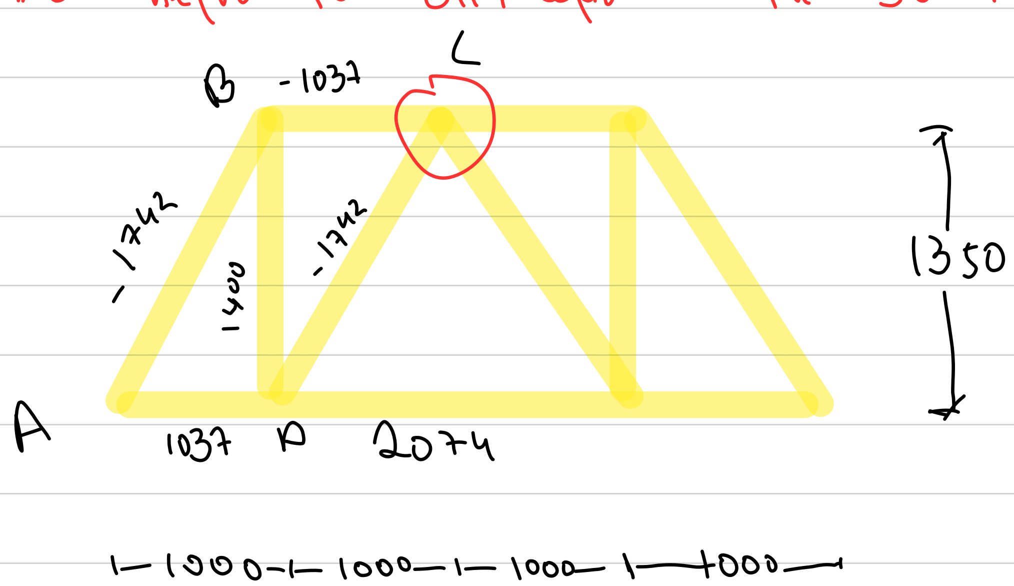
Να λυσω την Ασκηση.

Μονο οι 3 κόμβοι εχουν γεωμετρια

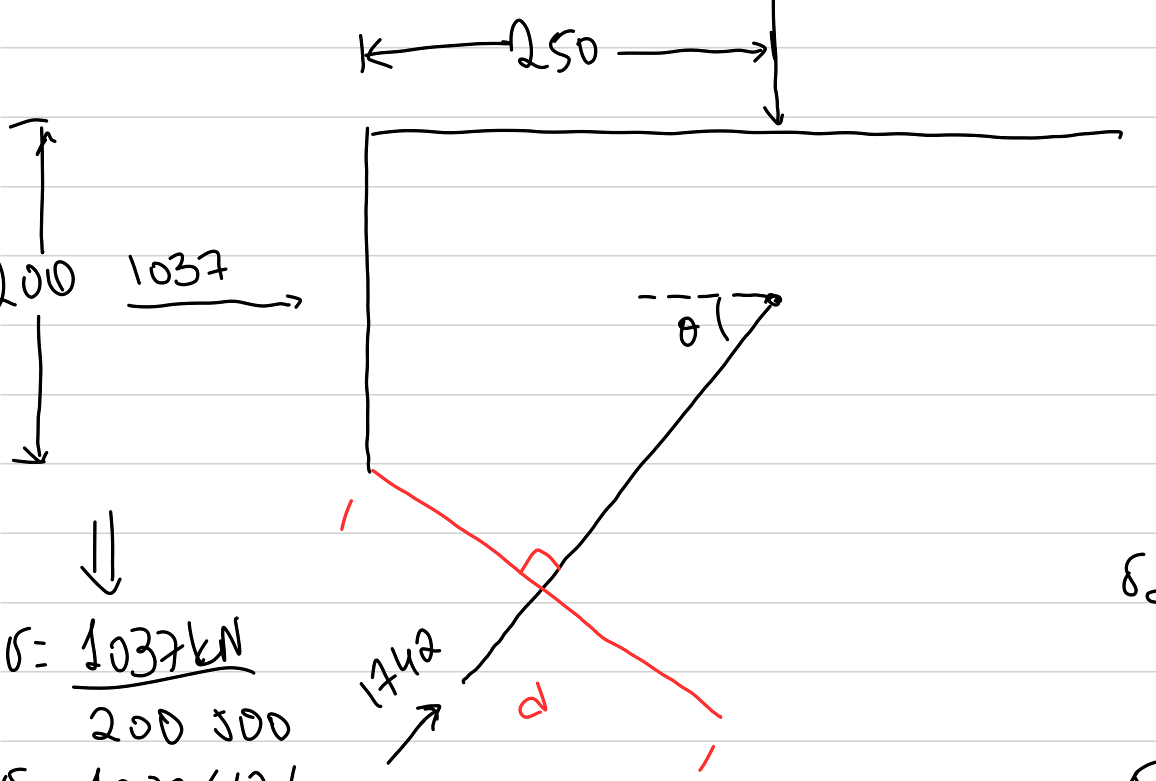
3/12/24

⇒ Συνεχεια Παραδειγματος

Δεν περνω το δικτυωμα Τα 50mm τα κάτω 100mm



Κόμβος C (ξανα) F=2800



$$\sigma = \frac{1037kN}{200\ 500}$$

$$\sigma = 10{,}37 < 17{,}6$$

$d = 282mm$

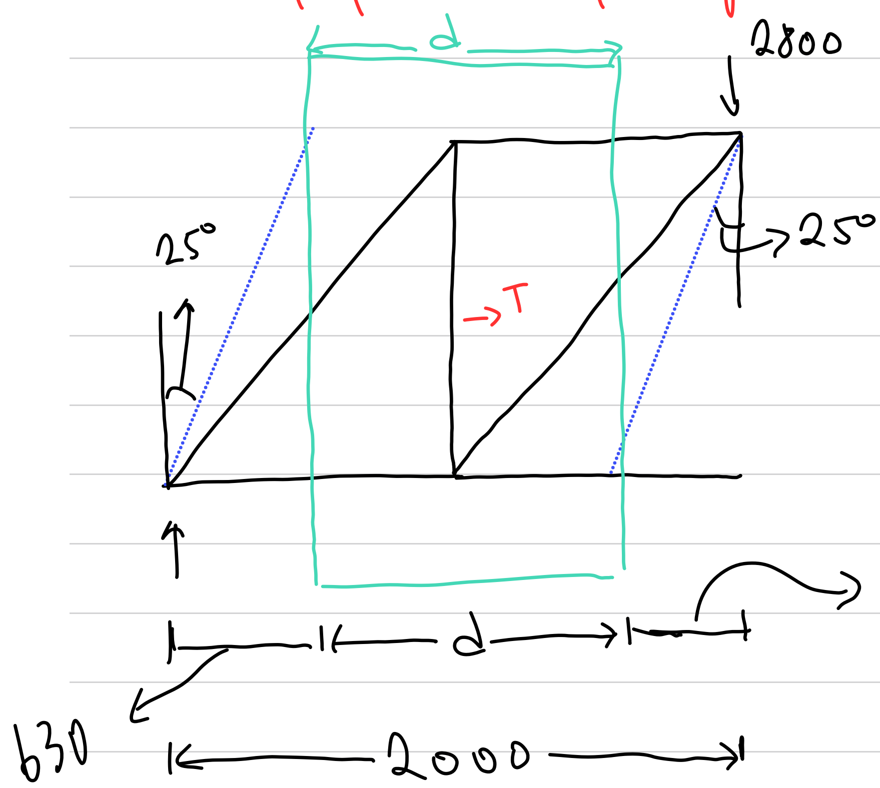
$$\sigma d = \frac{1742\ kN}{282\ \ 500}$$

$\sigma d = 12{,}4 MPa < 17{,}6 MPa$

$$\sigma F = \frac{2800}{500\ 500} = 11{,}2\ MPa < 17{,}6$$

Κανονικά πρέπει να ελέγξω και τον Κόμβο Α

Κατακόρυφος Οπλισμός για ΑΔ



Μπορώ να βάλω το T ως συνδετήρες μέσα στη απόσταση d

$1350 \tan 25° = 630$

$d = 2000 - 2\ 630 \Rightarrow d = 740\ mm$

Πόσους συνδετήρες θέλω για να περιλάβω τη T μέσα στο d

$$f_{yd} \frac{A_s}{s} = \frac{1400\,kN}{740\,mm} \Rightarrow \frac{A_s}{s} = 43{,}51\ cm^2/m$$

$$f_{yd} = \frac{500}{1{,}15}$$

$$\frac{\phi 18}{100\,mm} = 25{,}45\ cm^2/m$$

Άρα $\Rightarrow \frac{2\phi 18}{100}$ (δίτμητος) $= 50{,}90 > 25{,}45$

Ποιος από τους 2 τρόπους είναι καλύτερος;

→ Το καλύτερο truss είναι αυτό με τη μικρότερη ενέργεια

$$E = \sum F_i \, \Delta L_i$$

F_i: δύναμη, ΔL_i: Παραμόρφωση μέλους

Λαμβάνω υπόψη μόνο εφελκυσμό

$$E = \sum T_i \, \Delta L_i$$

$$\Delta L = \varepsilon L_i = \frac{\sigma}{E} L_i = \frac{T}{AE} L_i$$

$$A = T_i \, f_{yd}$$

$$E = \sum \frac{T_i \, T_i \, L_i}{T_i \, f_{yd} \, E}$$

$$\Sigma = \frac{T_i \, L_i}{f_{yd} \, E}$$

1η Περίπτωση

$$E_1 = \frac{\Sigma T_i L_i}{f_{yd} E_s} = \frac{20294}{f_{yd} E_s} \Rightarrow E_1 = \frac{8116}{f_{yd} E_s}$$

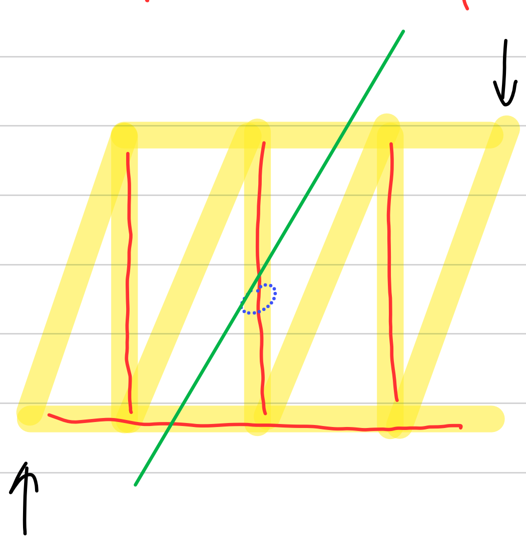
2η Περίπτωση

$$E_2 = \frac{\Sigma T_i L_i}{f_{yd} E_s} = \frac{1400 \cdot 1.35 \cdot 2}{f_{yd} E_s} + \frac{1037 \cdot 1 \cdot 2}{f_{yd} E_s} + \frac{2074 \cdot 2}{f_{yd} \cdot E_s}$$

$$E_2 = \frac{10002}{f_{yd} E_s}$$

$E_2 > E_1 \Rightarrow$ Το 1ο είναι πιο αποδοτικό

Αν έχω truss με πολλά μέλη

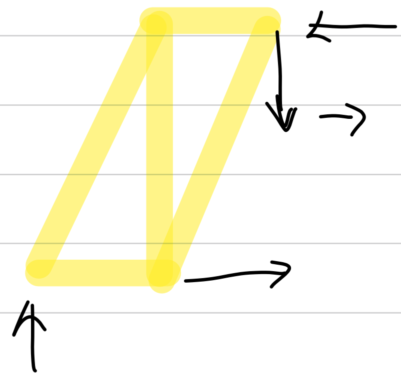


– εφελκυσμός

Εστω ότι ψάχνω τον εφ στα μπάρε

→ κόβω το truss

Κόβω σε τρίγωνο



→ 1400 η δυναμη που ψάχνω

1400

→ Εφαρμόζω τη μέθοδο των τομών όχι των κόμβων