

CEE 545

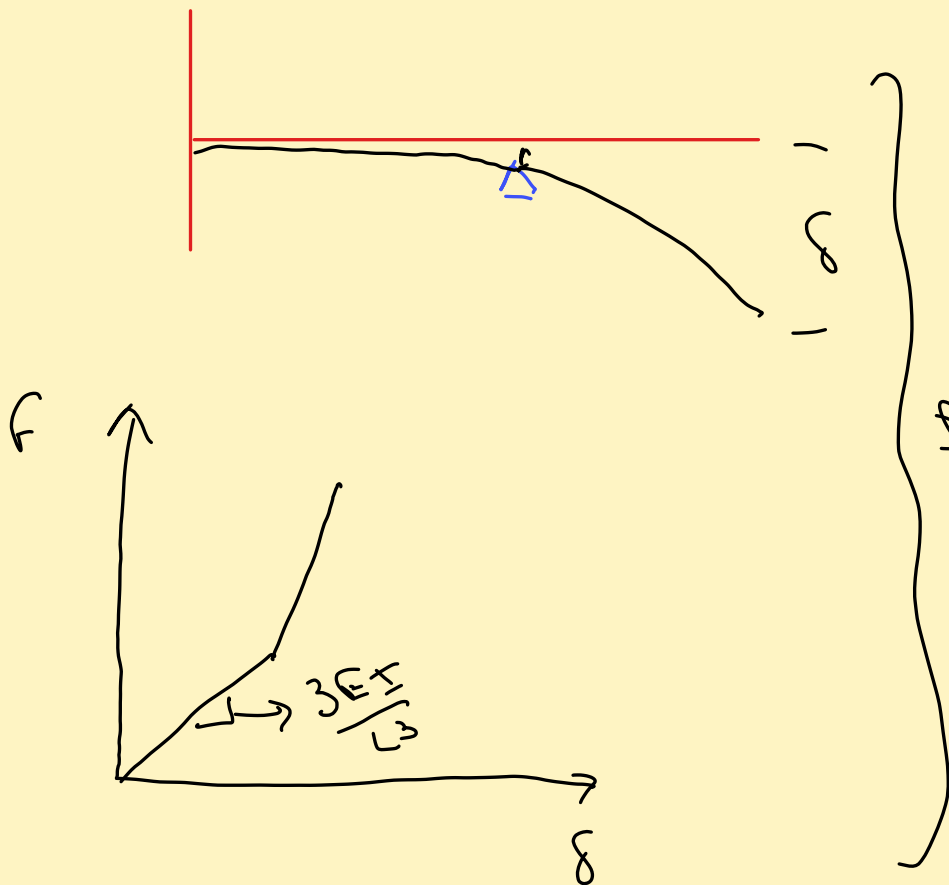
5/9/23

(Midterm 24/10 is 31/10)  
↓  
85%

→ 40% του βαθμού  
10% Αποκρίσεις  
50% Final

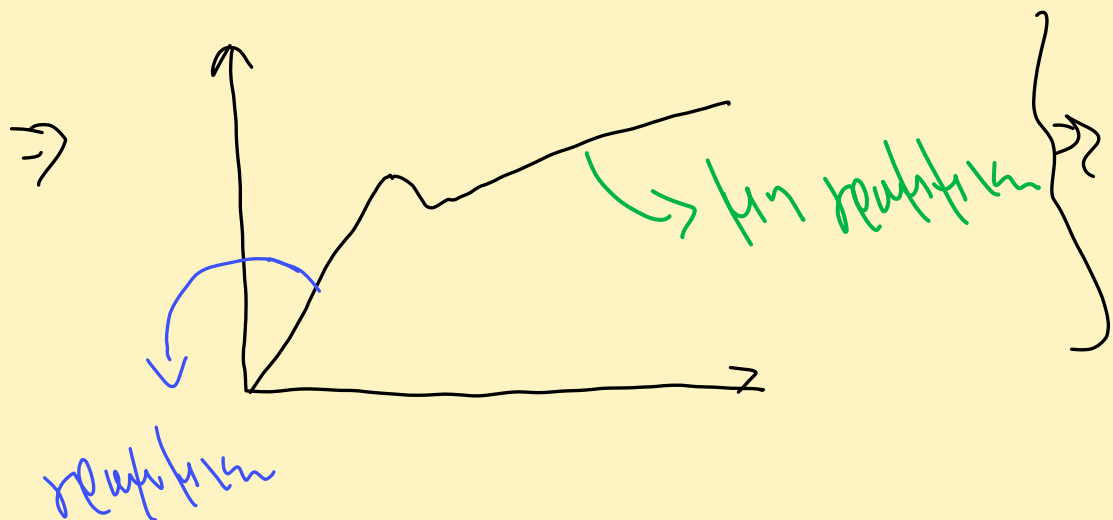
Performance Base Design

→ Σχεδιασμός με βάση την απόδοση



Με γραμμικό επίπεδο  
→ αλλαγή το  $k$  λόγω  
συνεχούς ενδυνάμωσης

→ To Loading Sequence for final so if  
on practice can be - practice analysis



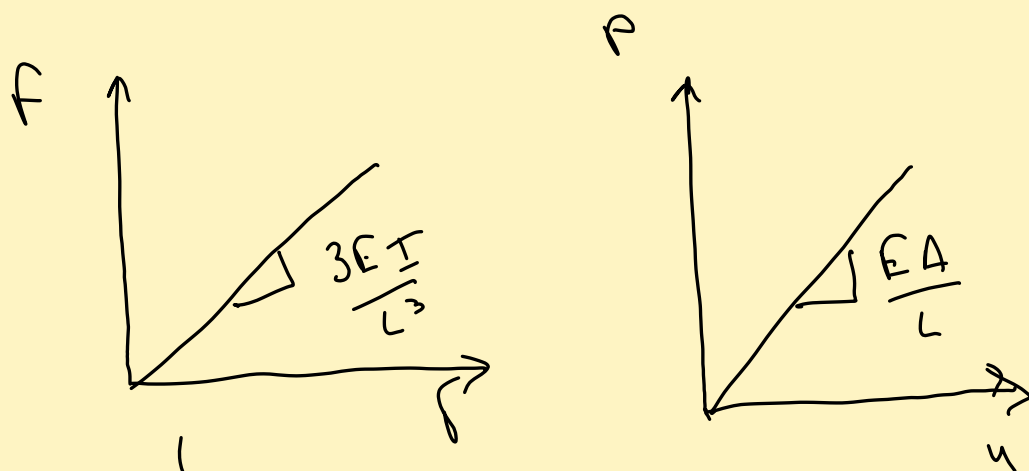
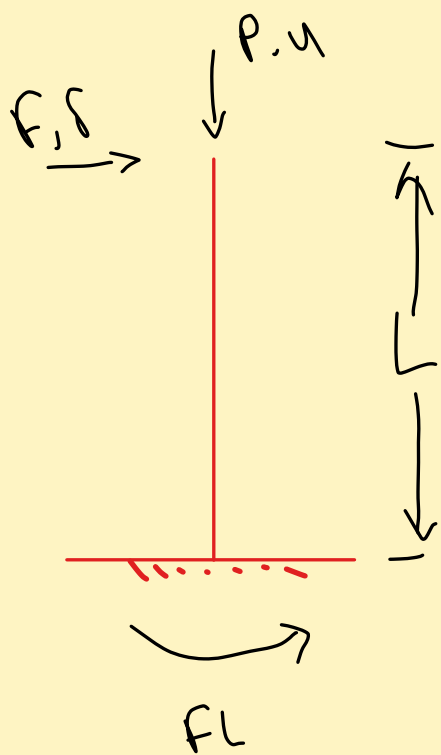
→ For example in  
initial so then  
on the practice

⇒ Δεν ισχύει η αναλογία στη μη-γραμμική

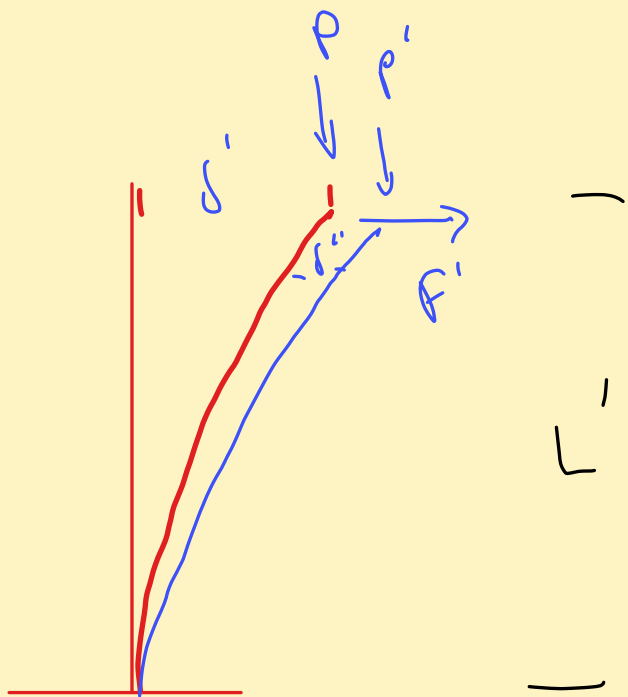
⇒ Μια ανάλυση μπορεί να είναι μη γραμμική αλλά να έχει ελαστικές παραμορφώσεις (πχ ένα ελατήριο)

σε φάση να γίνει με χρησιμοποίηση π είναι μη γραμμική θα είναι και ανελαστικά (ο σ, χαλύβες)

## Geometric Non-Linear

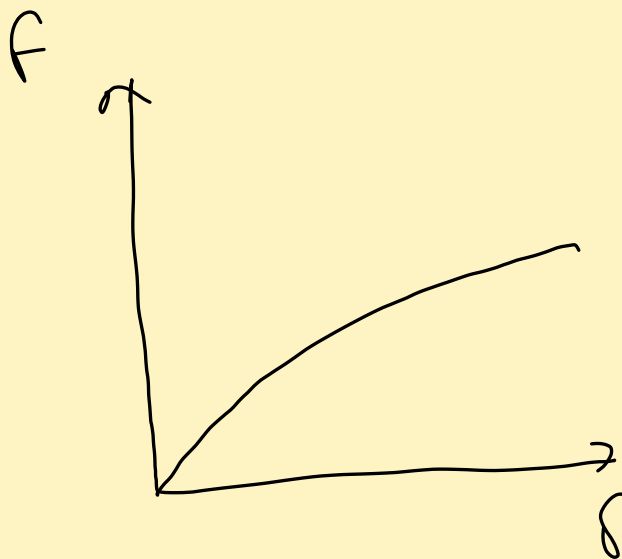


⇓  
γραμμικά απαντήματα  
αρχική γεωμετρία

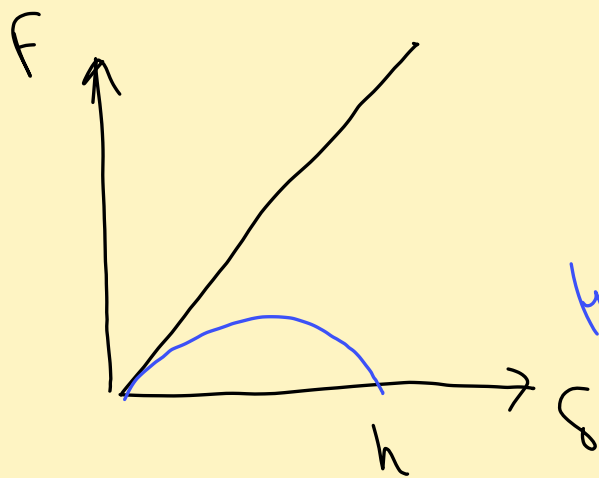
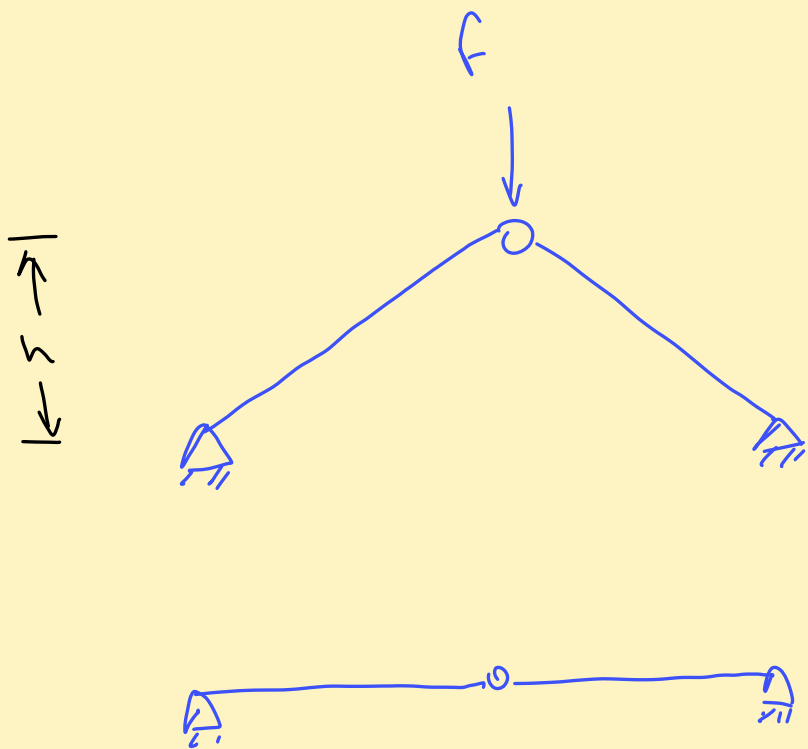


$$M = P(s'' + s') + F' L'$$

$$L' \approx L$$



Παραστήση

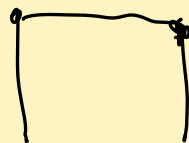


ελαστική  
μη-ελαστική

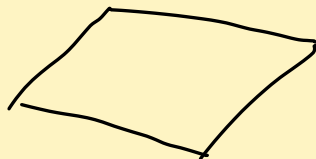
12/9/23

## SAP 2000 INTRO

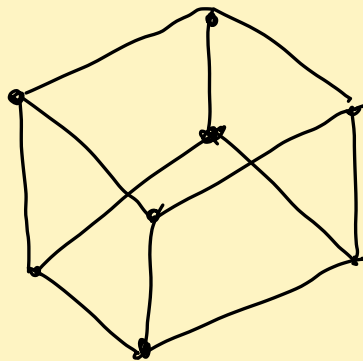
Frame Elements



Shell Elements



Solid Elements



Παράδειγμα Διεύθυνσης 1

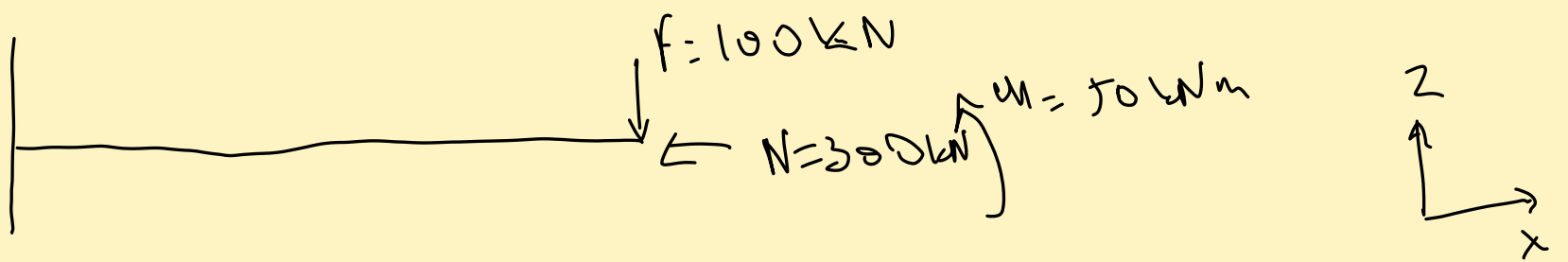
→ kN, m, L

→ Europe

Load Pattern → Είδος φόρτισης

Load Cases → Πόρτες αναλύσεων πρέσβι to SAP

Load Combinations → Συνδυασμοί



Β Ε

1 - Άξονας

2 - Κατακόρυφο

3 - Στροφή

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

Να επιβεβαιώσω  
τα αποτελέσματα  
στο SAP

$$[F] = [K] [u]$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -50 \end{bmatrix} \rightarrow \text{για φέρσιον } M$$

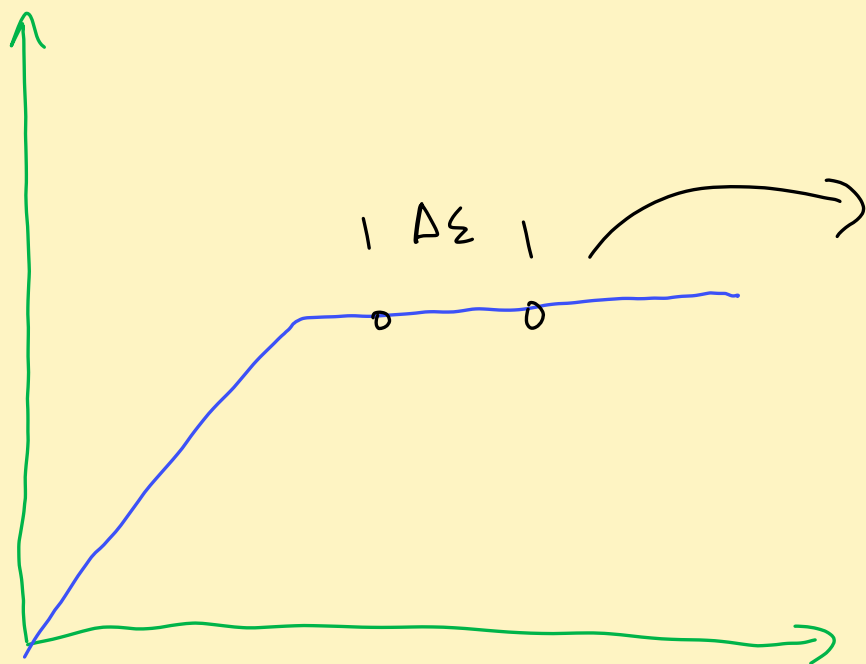
$$\Rightarrow [K^{-1}] \cdot [F] = [u]$$



3<sup>η</sup> Διάλεξη

## Material Nonlinearity

Irreversability  $\rightarrow$  Στο επάρκως  $\sigma$  αρχική κατάσταση  
 με ερδιαφέρη  $\epsilon$  κατάσταση



$$\Delta \sigma = 0$$

$$\Delta \sigma = E \Delta \epsilon$$

$$\Delta \epsilon = \Delta \epsilon_L + \Delta \epsilon_P$$

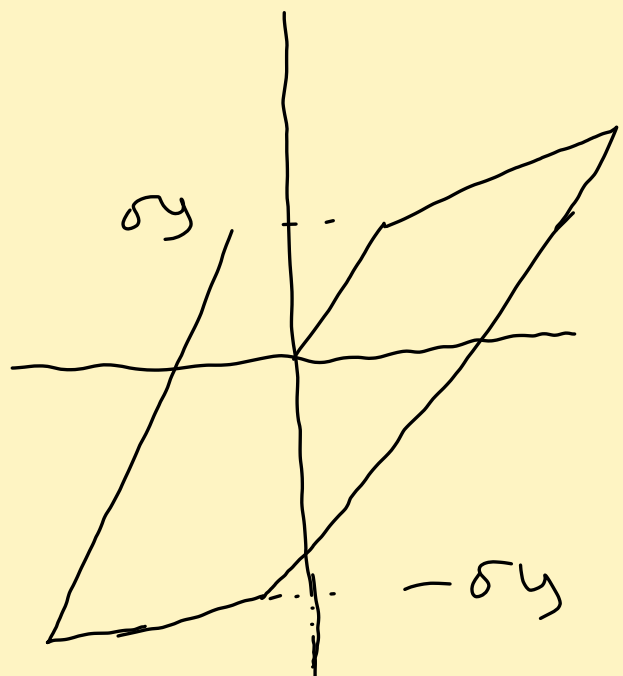
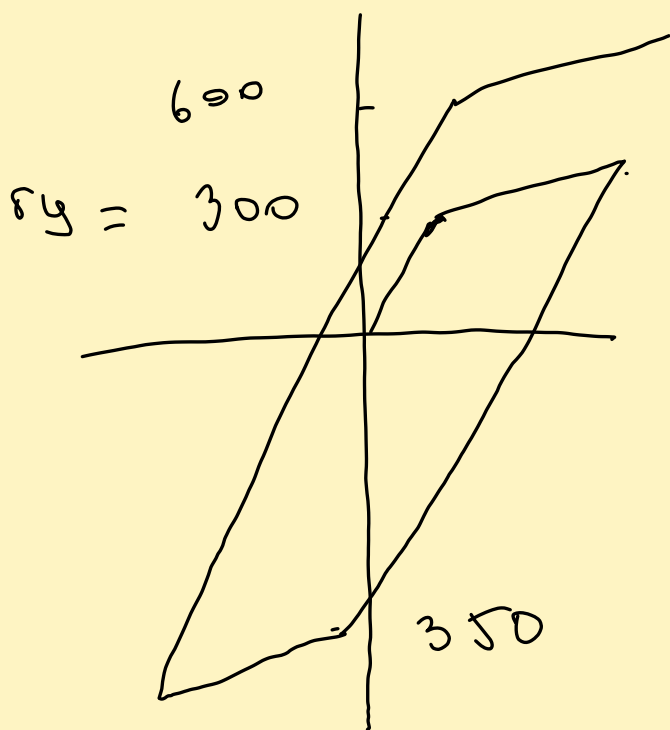
$$\Rightarrow \Delta \epsilon = \Delta \epsilon_P$$

26/9/23

$\rightarrow$  κρούσμον

Isotropic Hardening

Kinematic Hardening



Isotropic  $\Rightarrow$  Το  $\sigma_y$  αλλάζει με κάθε κύκλο μεταβολών  
το  $\sigma_y$

Kinematic  $\Rightarrow$  Το  $\sigma_y$  παραμένει σταθερό

Isotropic

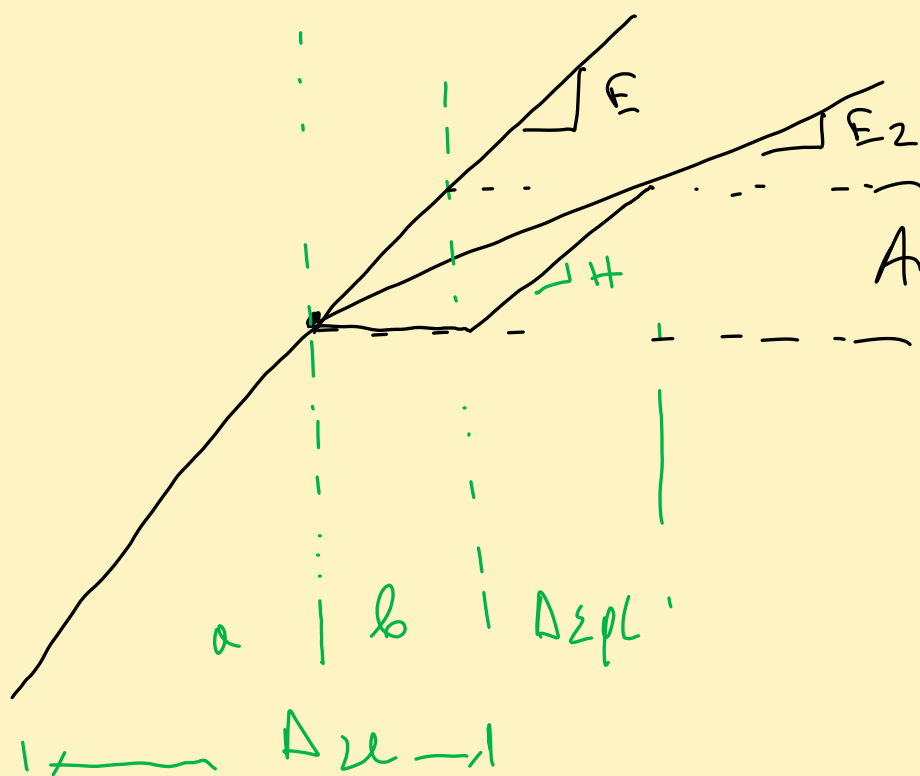
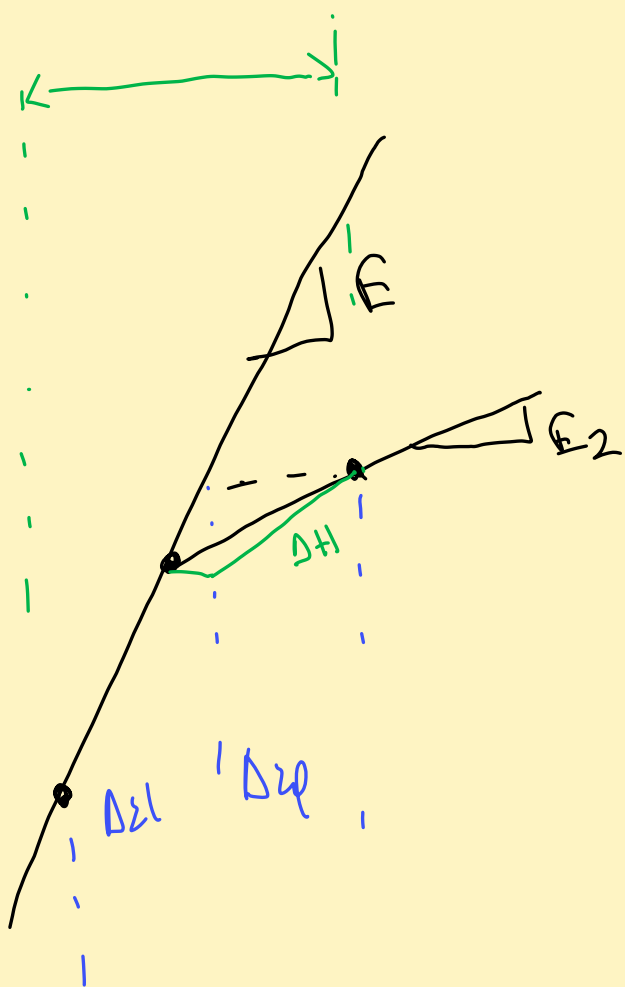
$$\sigma_y^{n+1} = \sigma_y^n + H |\Delta \epsilon_p|$$

$\sigma_y^n \rightarrow$  προηγούμενο  $\sigma_y$

$\sigma_y^{n+1} \rightarrow$  επόμενο  $\sigma_y$

$\Rightarrow$  Το  $\sigma_y^{n+1}$  πάντα αυξάνει  
 $\Delta \epsilon_{pl}$

$$E_2 = \frac{H \cdot E}{H + E}$$



$$\Delta \epsilon_p = a + b$$



$$\left. \begin{array}{l} A = E_2 (b + \Delta \epsilon) \\ A = H \Delta \epsilon \end{array} \right\} \Rightarrow H \Delta \epsilon = E_2 (b + \Delta \epsilon) \quad (1)$$

$$E b = H \Delta \epsilon \quad (2)$$

$$H \Delta \epsilon = E_2 (b + \Delta \epsilon)$$

$$E b \xrightarrow{\quad} = H \Delta \epsilon$$

$$\cancel{H \Delta \epsilon} = E_2 \left( \frac{\cancel{H \Delta \epsilon}}{E} + \cancel{\Delta \epsilon} \right)$$

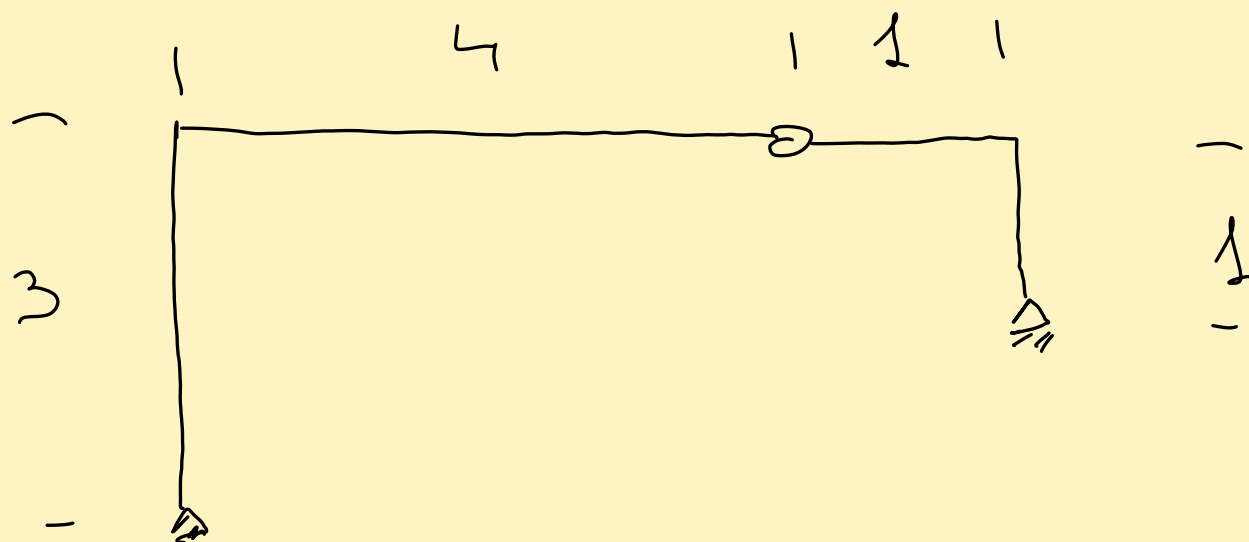
$$H = \frac{E_2}{E} (H + E) \Rightarrow E_2 = \frac{H E}{H + E}$$

Manders Concrete Model

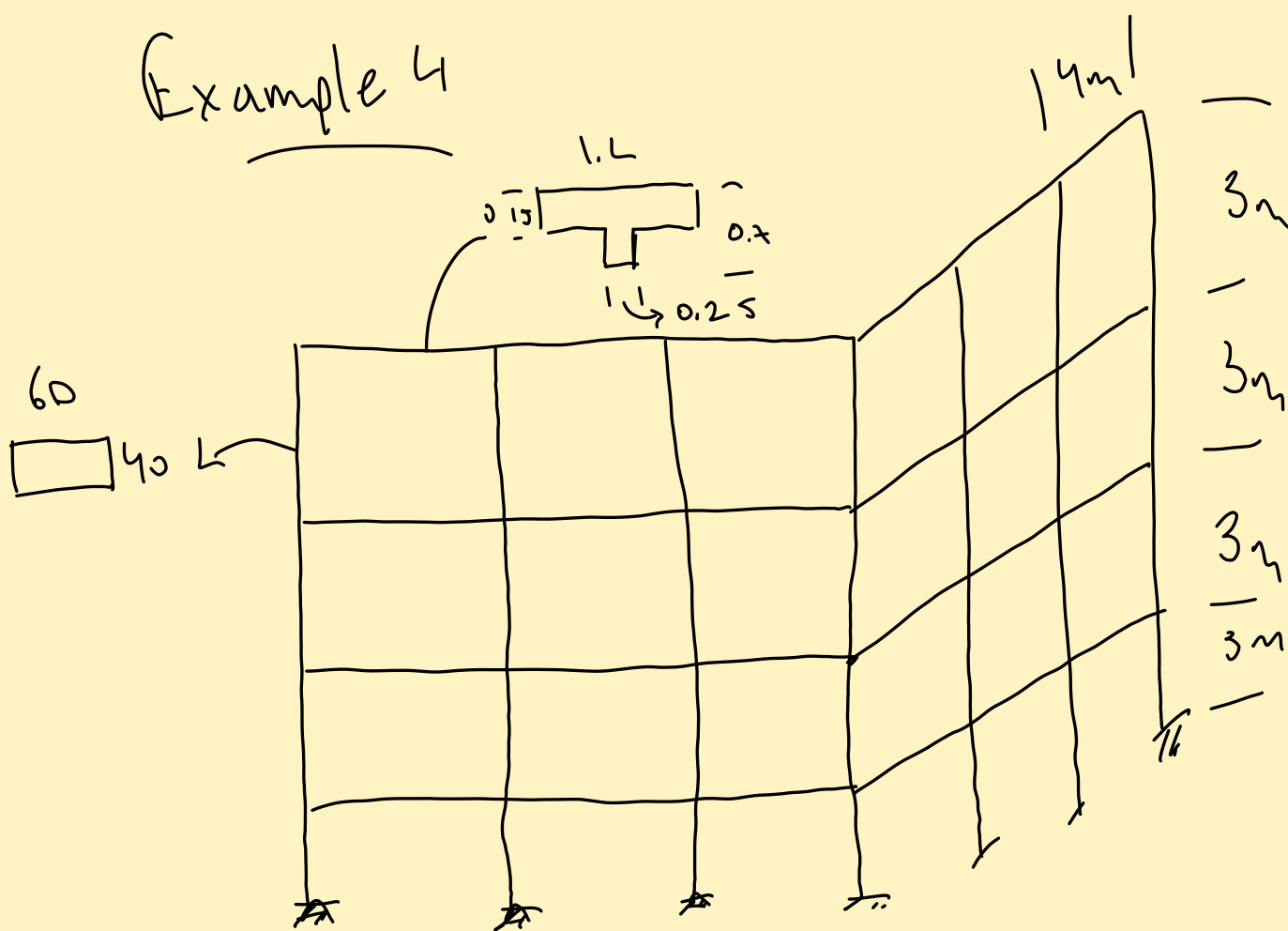
$\epsilon_c' \rightarrow$  képszo  $\Sigma$

$\delta_c' \rightarrow$  képszo rön

# Example 3 SAP 2000 (example 3 - mods)



## Example 4



$$\begin{aligned}
 E &= 286 \text{ Pa} \\
 \nu &= 0 \\
 G &= 195 \text{ kN/m} \\
 Q &= 5.5 \text{ kN/m} \\
 G_{\text{rest}} &= 13 \text{ kN/m} \\
 Q_{\text{rest}} &= 5.5 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

$$12 \text{ kN} \rightarrow 12 \text{ kN} \rightarrow 12 \text{ kN} \rightarrow 12 \text{ kN}$$

$$1.35 G + 1.5 Q$$

$$\begin{aligned}
 1 G + 0.3 Q + E_x + 0.3 E_y \\
 E_x - 0.3 E_y \\
 - E_x + 0.3 E_y \\
 - E_x - 0.3 E_y
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1 G + 0.3 Q + 0.3 E_x + E_y \\
 + 0.3 E_x - E_y \\
 - 0.3 E_x + E_y \\
 - 0.3 E_x - E_y
 \end{aligned}$$

3/10/23

# SAP 2000 - Example 5

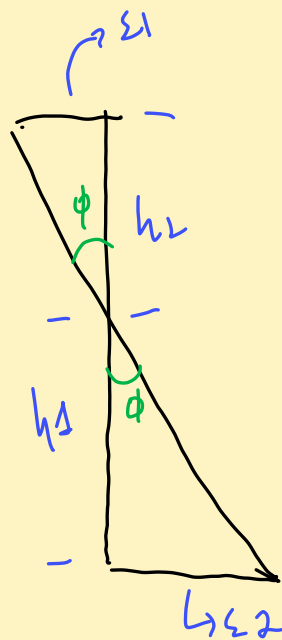
10/10/23

→ Analysis με μη-γραμμικά υλικά

$\theta \rightarrow$  στρέψη (γωνία)  $\rightarrow \int \theta dx \rightarrow$  μετακίνηση

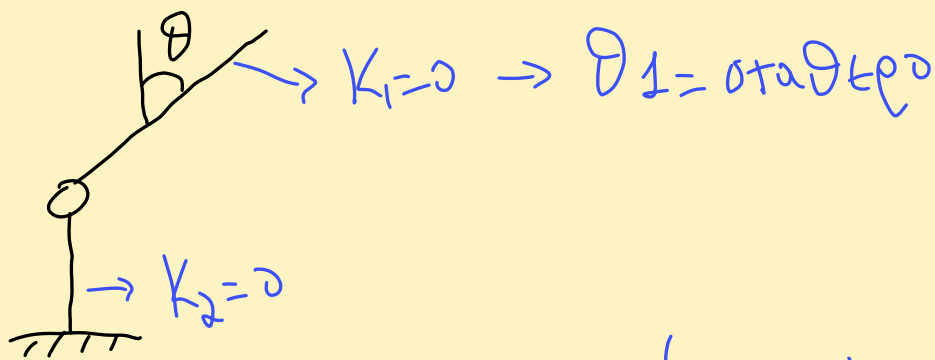
$K$  and  $C$  and  $\phi \rightarrow$  κοίβες  $1/m \rightarrow$  καμπυλότητα

$$\phi = \frac{\epsilon_2}{h_1} = \frac{\epsilon_1}{h_2} = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{h_1 + h_2}$$



$$\theta = \int \phi dx$$

$$\frac{d\theta}{dx} = \phi$$



$$\phi = \frac{M}{EI}$$

→ (μπορουν είναι και σε ελαστική περιοχή)

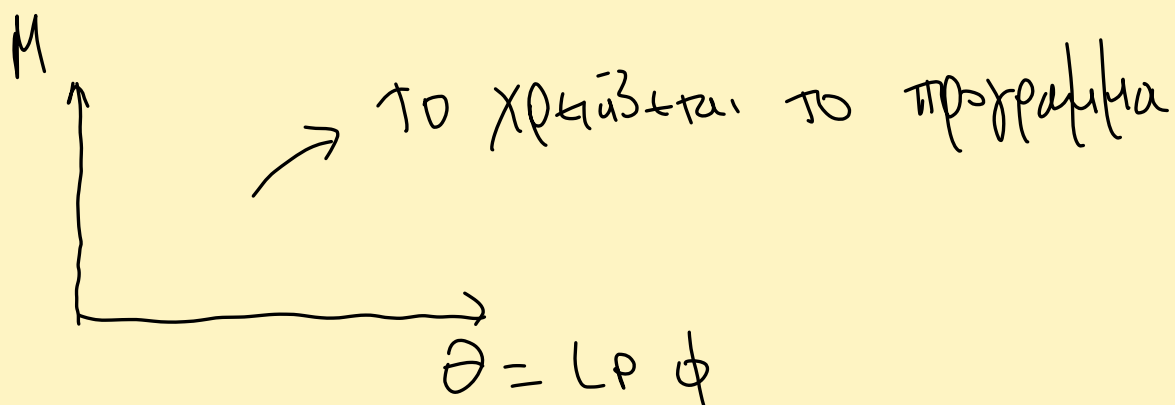
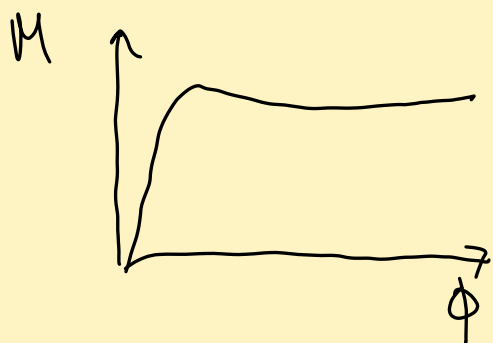
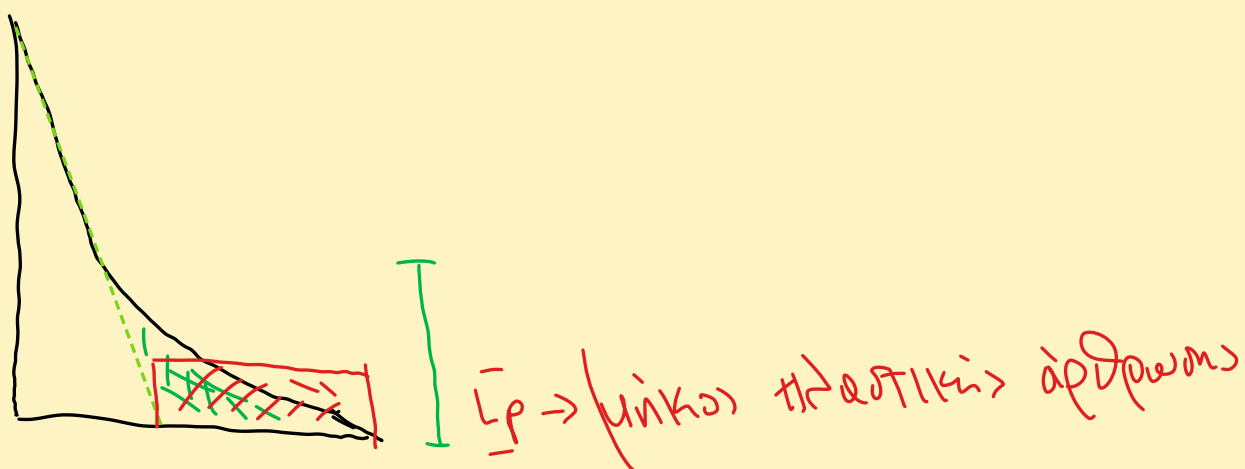
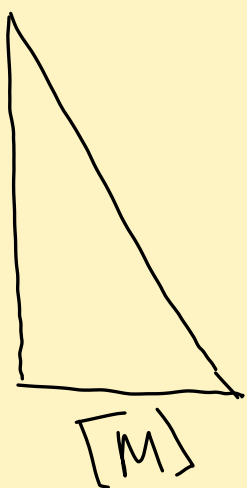
$$M_1 = FL$$

$$\phi_1 = \frac{M_1}{EI}$$

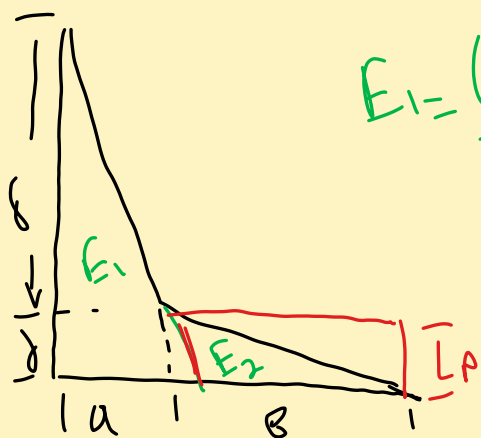
$$\delta_1 = A \cdot \frac{2L}{3} \rightarrow \text{απόσταση από κέντρο βάρους} \rightarrow$$

$$\delta_1 = \frac{\phi \cdot L}{2} \cdot \frac{2L}{3} \Rightarrow \delta_1 = \frac{\phi \cdot L^2}{3}$$

A  $M > M_y$



Παράδειγμα

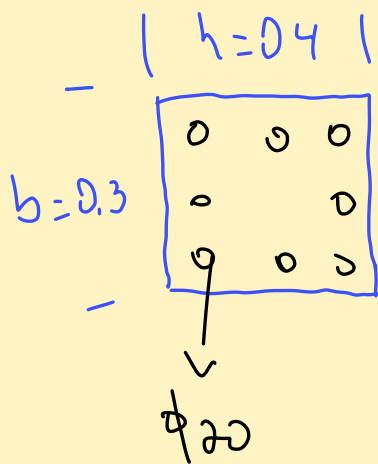
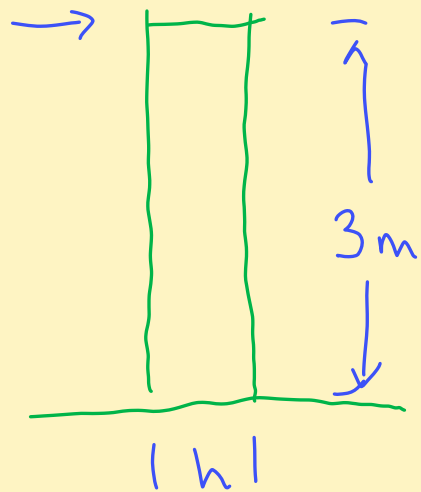


$$E_1 = \frac{(\delta + r)a}{2} \cdot \overbrace{(\delta + r) \frac{2}{3}}^{x_1} \rightarrow \text{απόσταση κέντρου βάρους από κορυφή}$$

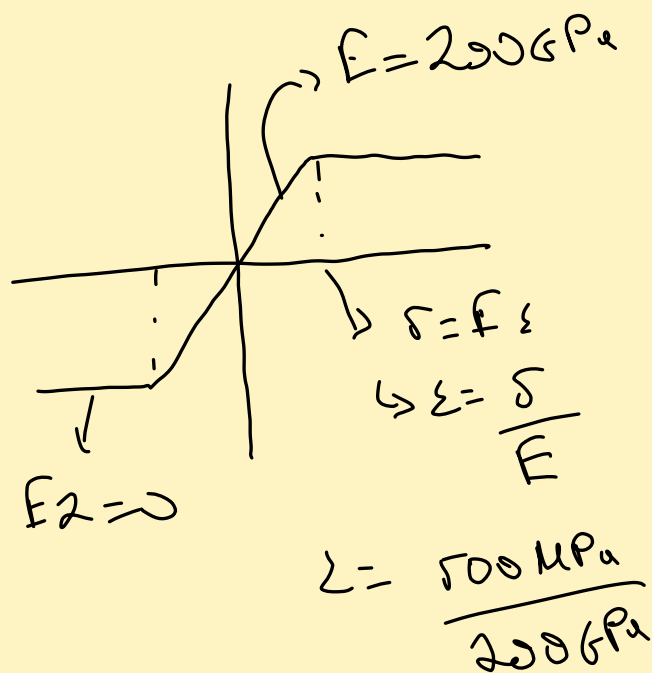
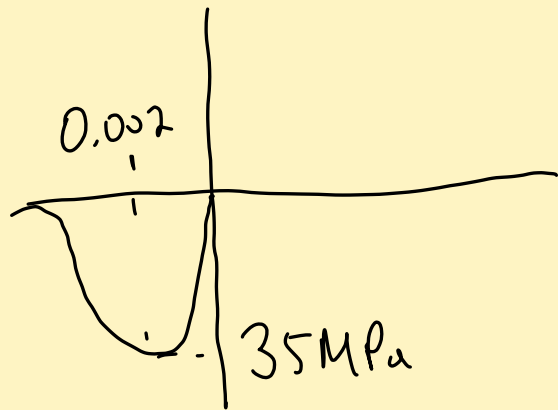
$$E_2 = \frac{br}{2} \cdot \underbrace{\left( \frac{2r}{3} + s \right)}_{x_2}$$

$$(Q L_p) \left( \delta + r - \frac{L_p}{2} \right) = E_1 x_1 + E_2 x_2$$

# SAP EXAMPLE 6



ΜΠΕΤΟ ΧΩΡΙΣ ΠΕΡΙΦ



17/10/23

Newton Raphson Iterative Solution Algorithm

Midterm 7/11/23

Convergence = σύγκλιση

Convergence tolerance SAP 2000 → ακρίβεια 20m

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

To fext (εξωτερική δύναμη) στο εξάρτημα από τις μετακινήσεις (u)

Iteration  $\rightarrow$  επαναληψεί

Increment  $\rightarrow$  μικρά βήματα για να έχω καλύτερες λύσεις  
(σπαζώ το φορτίο σε μικρά φορτία)

### Initial Stiffness N-R

$\hookrightarrow$  η Newton Raphson κρατά το αρχικό  $K$  (δεν αλλάζει)  
 $\hookrightarrow K^{-1}$

### Modified Stiffness N-R

$\hookrightarrow$  Το  $K$  γίνεται update μόλις σου βρει λύση στο increment ( $K^{-1}$ )

### Regular N-R

$\hookrightarrow$  Υπολογίζεται το  $K$  σε κάθε iteration ( $K^{-1}$ )

### Displacement Control

$\rightarrow$  ελέγχει τη μετατόμιση

$\rightarrow$  Βάζω  $u$ , όμως ο λόγος των φορτίων στους κομβούς μου είναι ο ίδιος

Διαλέγω έχω το βήμα του  $u$

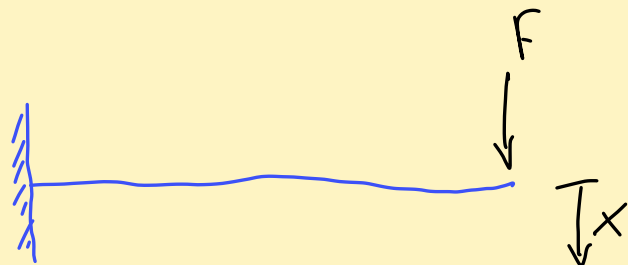
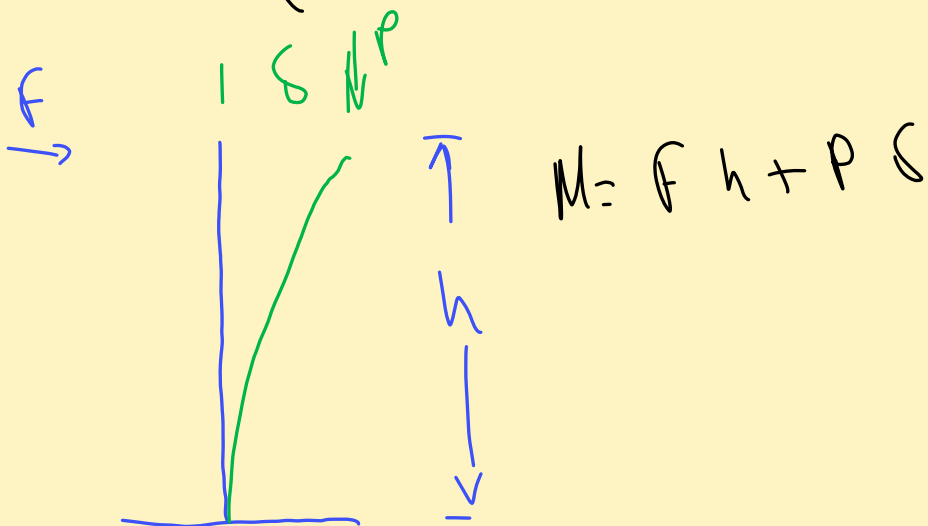
Βάζω τα Load Patterns μου ήτ τους αναλόγους λόγους  
 $\hookrightarrow$  Preference

24/10/23 Έκτος ούτως ενδύμενος

## Geometric Nonlinearity (Μη-γραμμικότητα γεωμετρίας)

→ Συμβαίνει ανεξάρτητα αν το υλικό είναι ελαστικό ή όχι

→ Παρουσιάζεται όταν έχω μεγάλες μετακινήσεις



$$x = \frac{FL^3}{3EI}$$

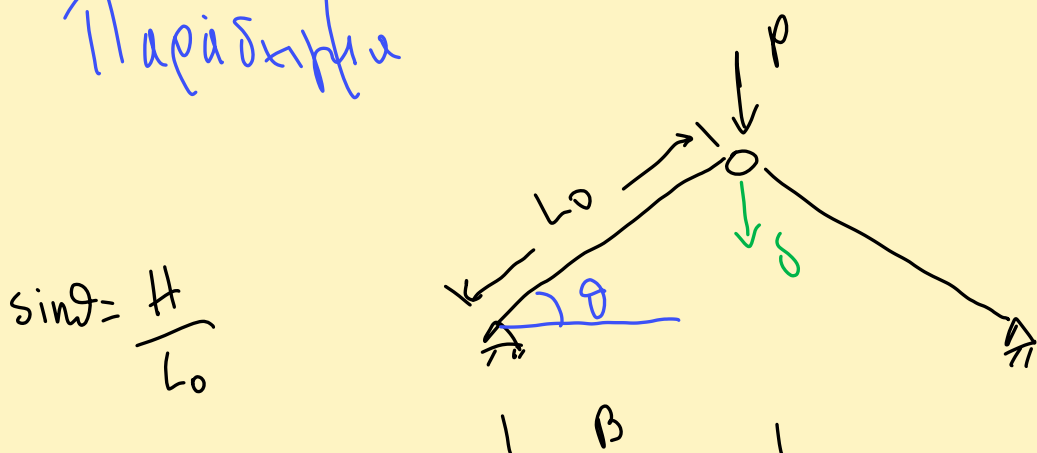
$$K = \frac{3EI}{L^3}$$

The equilibrium equations

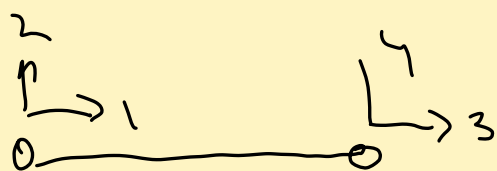
- ο εξισώσεις θα σχηματίζονται διαφορετικές υποψη  
for διαφορετικό φορτίο

The compatibility relationships

Παράδειγμα



Σχέση  $P-\delta$

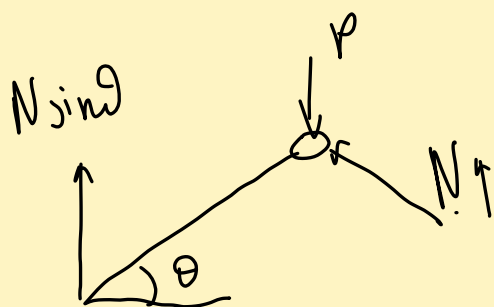


$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & \frac{EA}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_{44} = \frac{EA \sin^2 \theta}{L_0}$$

$$P = 0 \quad \delta \rightarrow \frac{2EAH^2}{L_0^3}$$

EXW 2 K44 (1 pla K44t K44s)

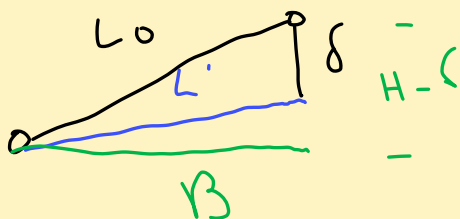


$$\sum f_y = 0$$

$$P = 2N \sin \theta$$

$$N = \sigma A = \epsilon E A$$

$$\epsilon = \frac{L_0 - L'}{L_0}$$



$$L' = \sqrt{B^2 + (H - \delta)^2}$$

$\rightarrow$  in reality

$$f(\delta) = L'$$

$$f(\delta) = \sqrt{B^2 + (H - \delta)^2}$$

$$f'(\delta) = \frac{1}{2} (B^2 + (H - \delta)^2)^{-1/2} (2(H - \delta)^2)(-1)$$

$$f(\delta) = f(0) + f'(0)\delta + f''(0)\delta^2 \frac{1}{2} \dots$$

$$f(0) = L_0$$

$$f'(0) = -\frac{H}{L_0}$$

$$f(\delta) = L_0 - \frac{H}{L_0} \delta$$

$$f(\delta) = L' = L_0 - \frac{H}{L_0} \delta$$

$$\rightarrow \epsilon = \frac{L_0 - L_0 + \frac{H_0}{L_0} \delta}{L_0} \Rightarrow \epsilon = \frac{H\delta}{L_0^2}$$



$$N = \frac{HS}{L_0^2} EA$$

$$P = 2 \frac{HS}{L_0^2} EA \sin \theta$$

$$P = 2 \frac{HS}{L_0^2} EA \frac{H}{L_0} \Rightarrow P = \frac{2H^2 EA}{L_0^3} \rightarrow \text{το ίδιο με πριν}$$

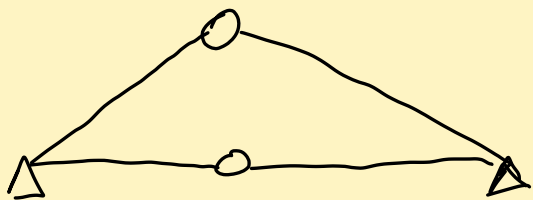
$$\Rightarrow P = 2N \sin \theta$$

③  $N = \frac{HS}{L_0^2} EA$   
 $\underbrace{L_0^2}_{\rightarrow \Sigma}$

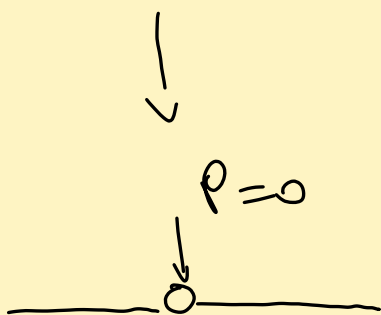
$$P = \frac{2H^2}{L_0^3} AE \delta$$

συμβαίνουν παραμορφώσεις  
 compatibility relationships

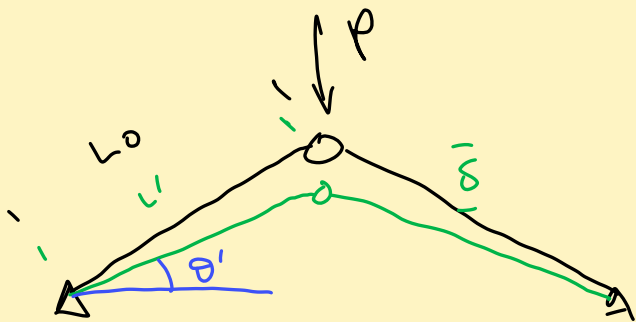
$$A \vee \delta = H$$



$$\hookrightarrow P = \frac{2H^3 EA}{L_0^3}$$



Πρέπει να έχω  $P=0$   
 φως οι πράξεις με τον  
 μη παραμορφωμένο φορέα  
 $P \neq 0$



θεωρώ την γραμμική το  $\delta$  αλλά γραμμική το  $\Sigma$   
 $\hookrightarrow$  εφ' όσον το equilibrium όχι το compatibility

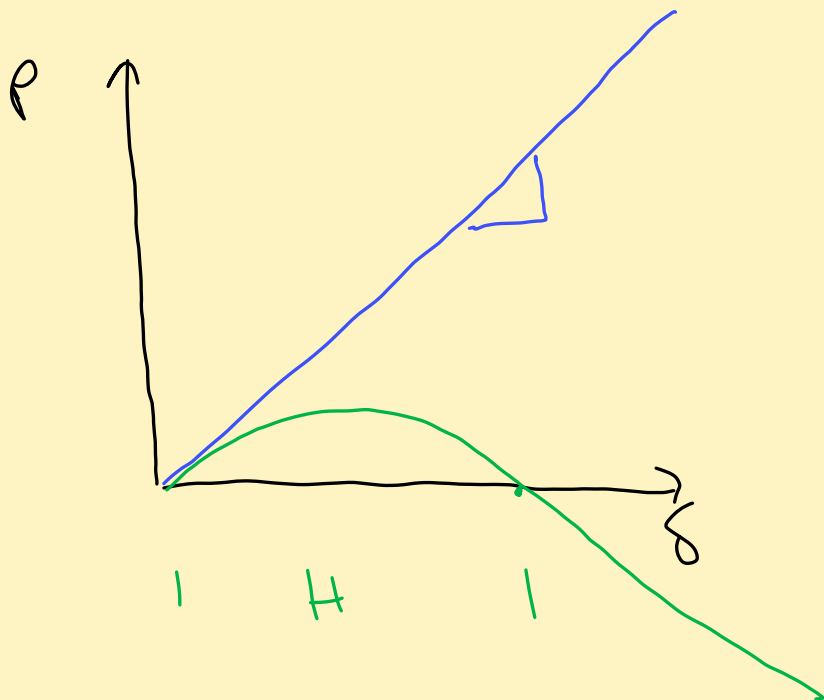
$$\Rightarrow P = 2N \sin \theta' \quad \textcircled{1}$$

$$\sin \theta' = \frac{H - \delta}{\sqrt{B^2 + (H - \delta)^2}} \quad \textcircled{2}$$

$\hookrightarrow L'$

Από 1. 2. 3

$$\hookrightarrow P = 2 \frac{HS}{L_0^2} EA \frac{(H-\delta)}{\sqrt{B^2 + (H-\delta)^2}}$$



— γραμμικό

— μη γραμμικό

$$\xi = \frac{L_0 - L'}{L_0}$$

Όπως το  $\xi$  και το  $\theta$  μη γραμμικά  
 $\hookrightarrow$  εφάπαξ το equilibrium και  
 to compatibility

$$\xi = \frac{L_0 - \left( \sqrt{B^2 + (H-\delta)^2} \right)}{L_0} \Rightarrow \xi'$$

$$\sin \theta' = \frac{(H-\delta)}{\sqrt{B^2 + (H-\delta)^2}}$$

$$P = 2EA \Rightarrow P = 2EA \xi' \sin \theta'$$

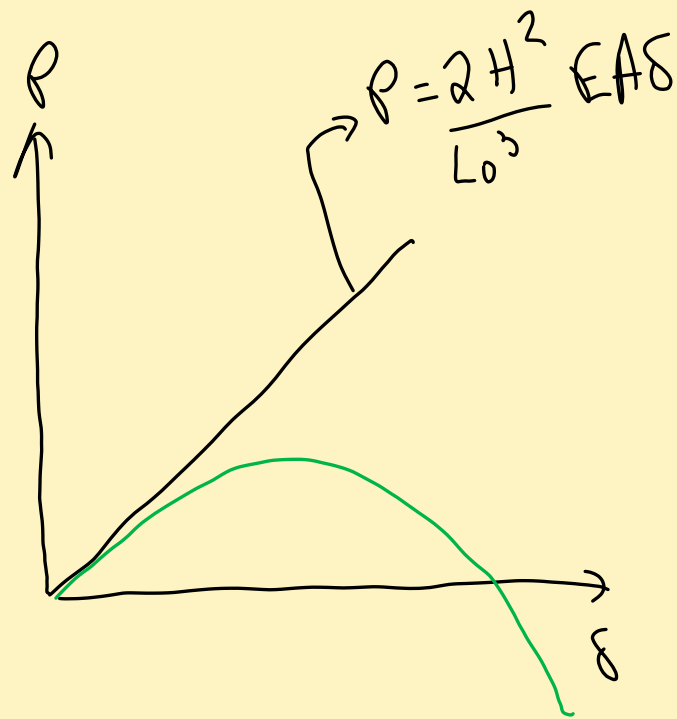
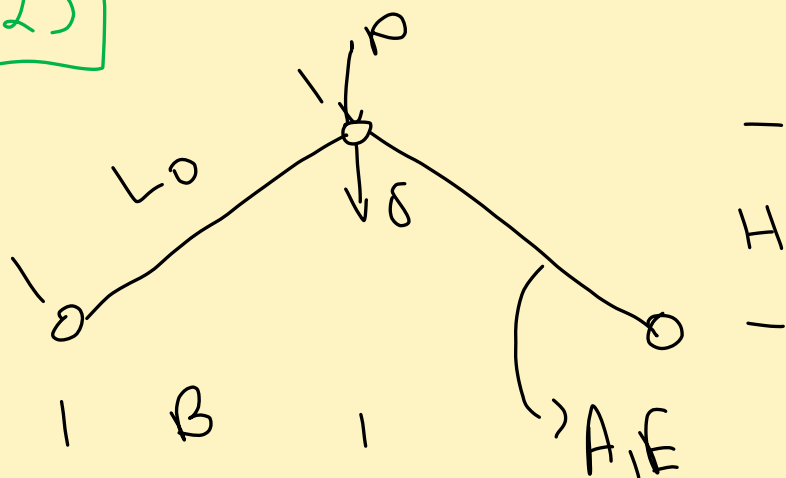
$$P = 2N \sin \theta'$$

SAP 2000

## Displacement Control

- Δε με ενδεδειγμένη το φορτίο ζήτη μετασπολή και που δίνει δύναμη
- Define Load Case - Modify - Load Application Modify Show, του Δεω ποιο κόμβο να κινεί monitor

14/11/23



excel → paradigma

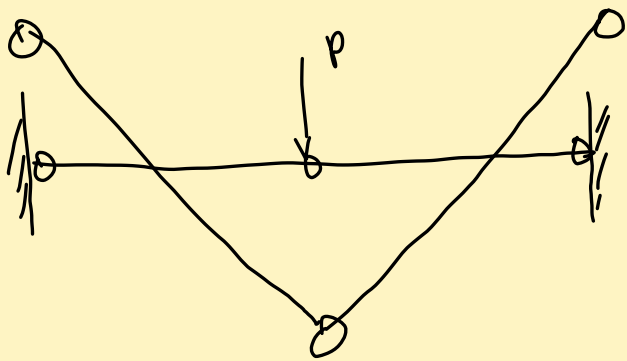
$$P = \frac{2HEA\delta}{L_0} \cdot \frac{(H-\delta)}{\sqrt{B^2 + (H-\delta)^2}} \quad \text{SAP arch-Pd}$$

SAP  
↳ arch-linear

$$P = \frac{2 \left[ L_0 - \sqrt{B^2 + (H-\delta)^2} \right] EA (H-\delta)}{L_0 \sqrt{B^2 + (H-\delta)^2}}$$

↳ arch-NG

21/11/23



→ Εξισώσεις 2<sup>η</sup>  
Αξόνων

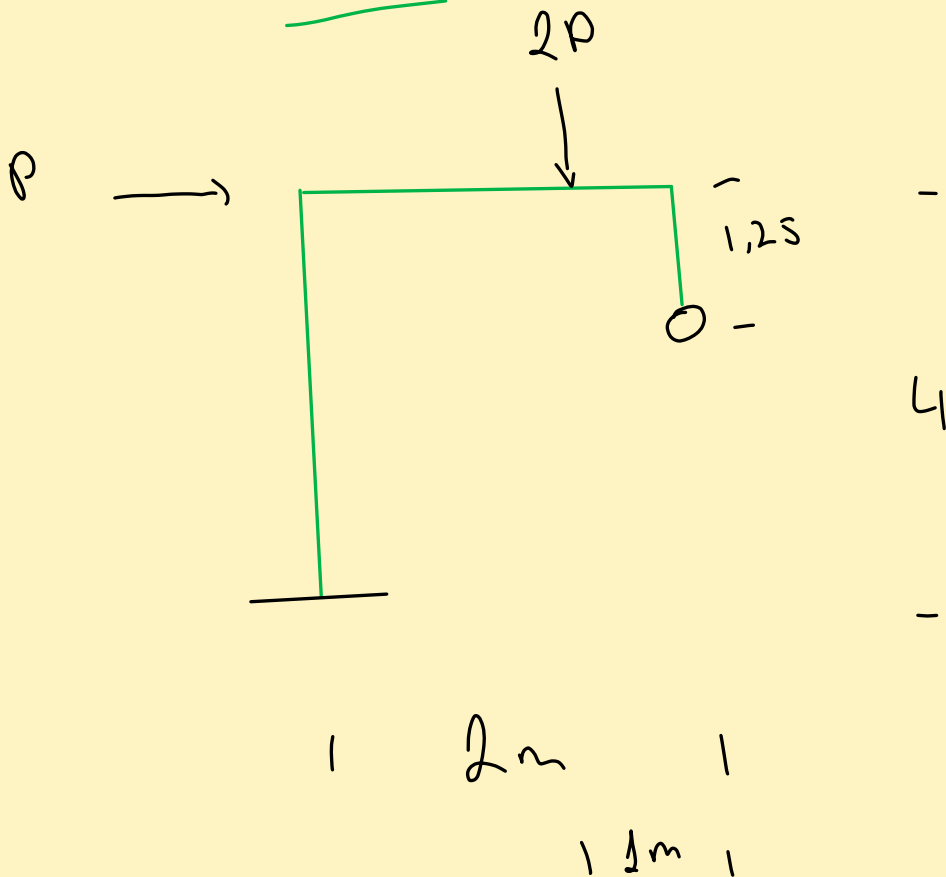
Πλαστική αρθρώση  
και στη μέση

Το K δεν αντιστρέφεται (ένταση κλίση = 0)

Αυτό συμβαίνει όταν δεν έχω θάλασσο  
ως σημείο (διάτμηση 7)

(διάτμηση 8) Plastic Method of Structural Analysis

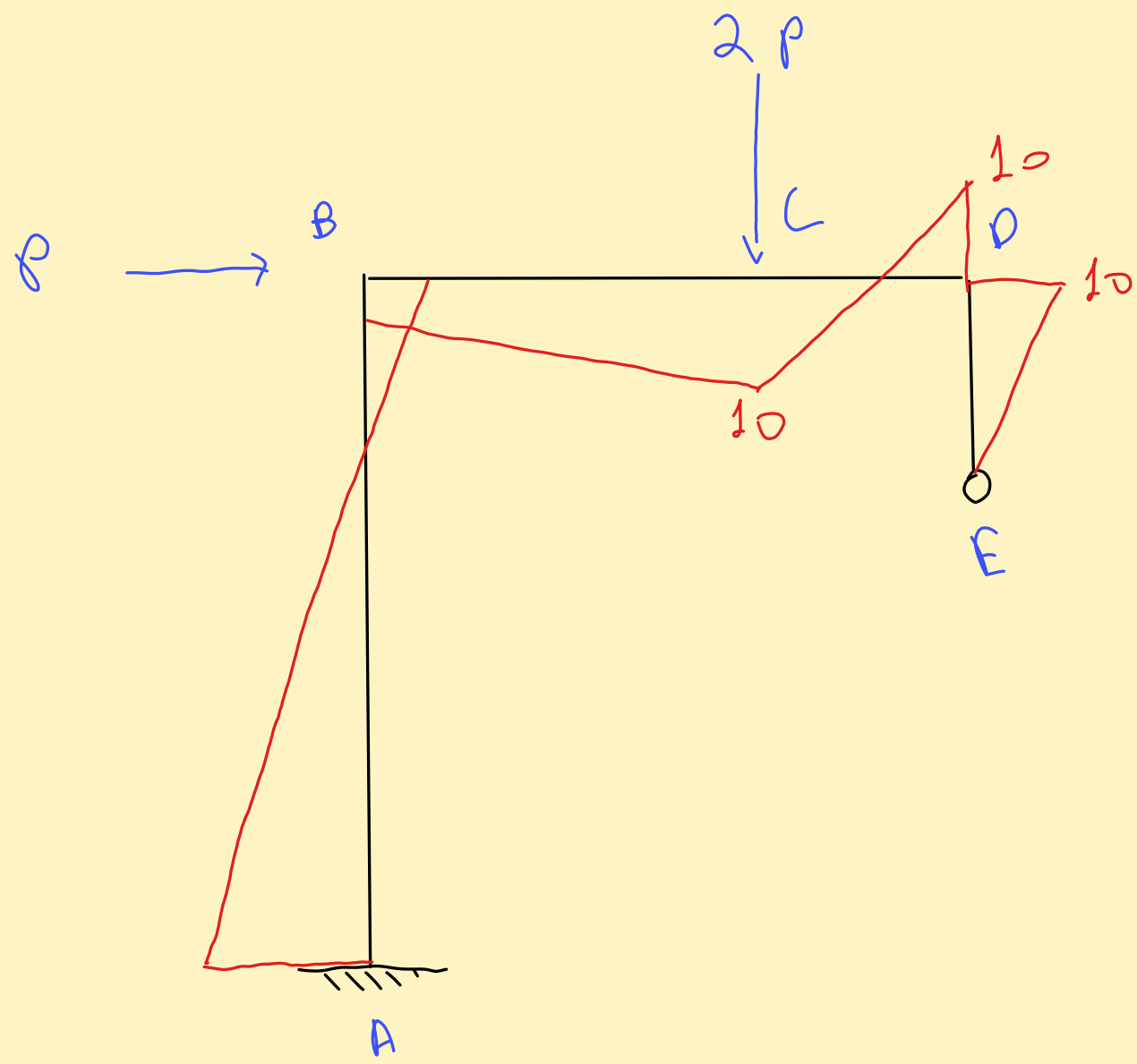
Static Theorem



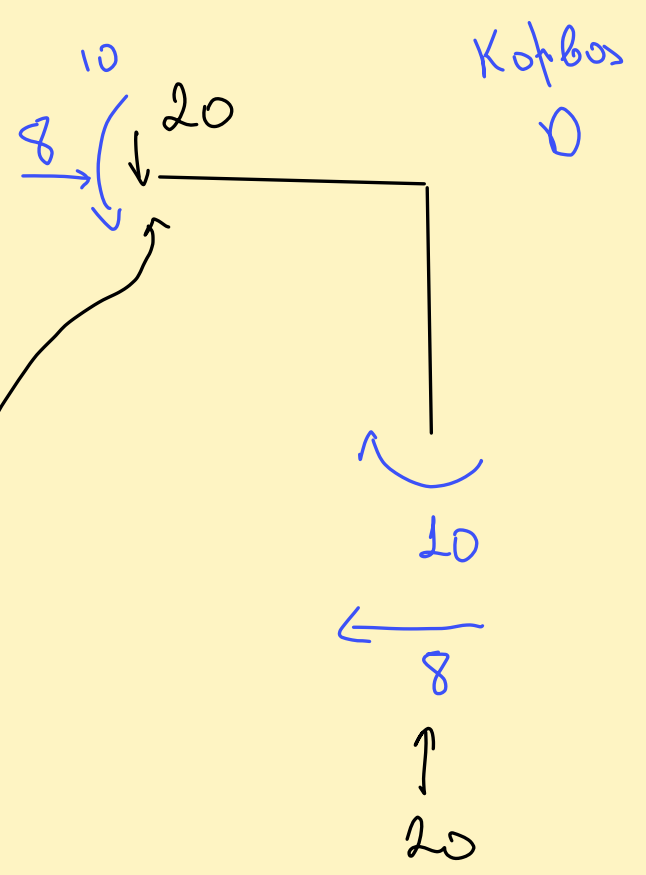
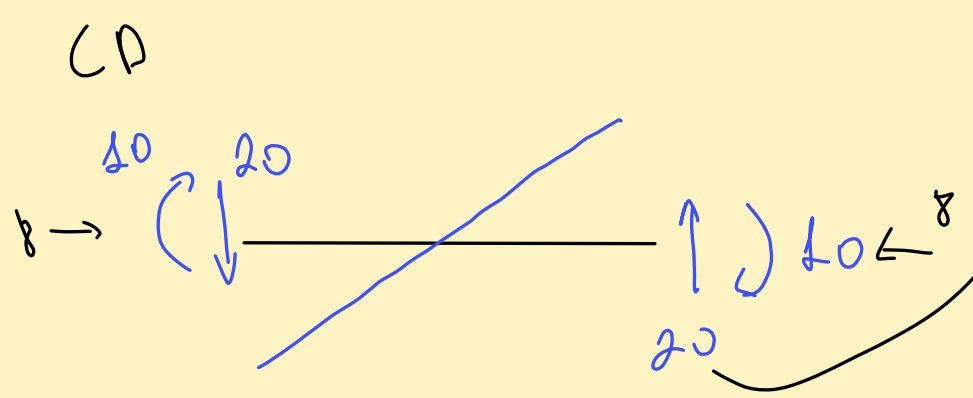
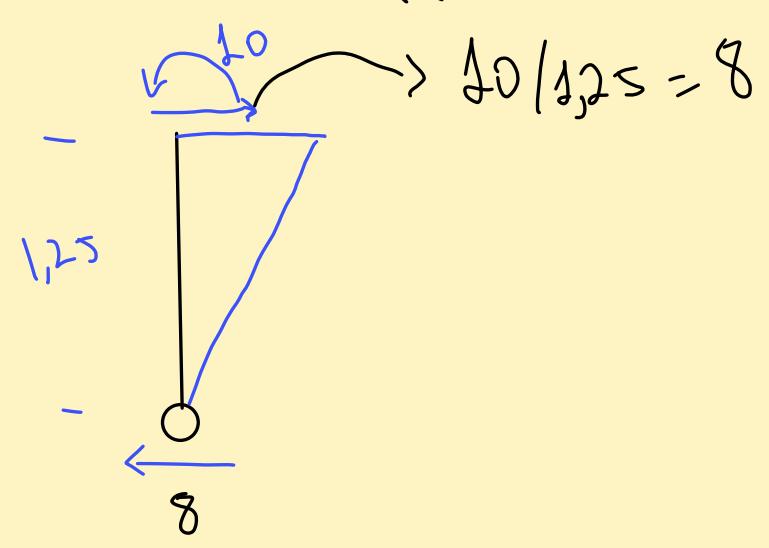
Beam capacity = 10 kNm

Column capacity = 20 kNm

Στο πρώτο φάσιν διαγράφη ροπών

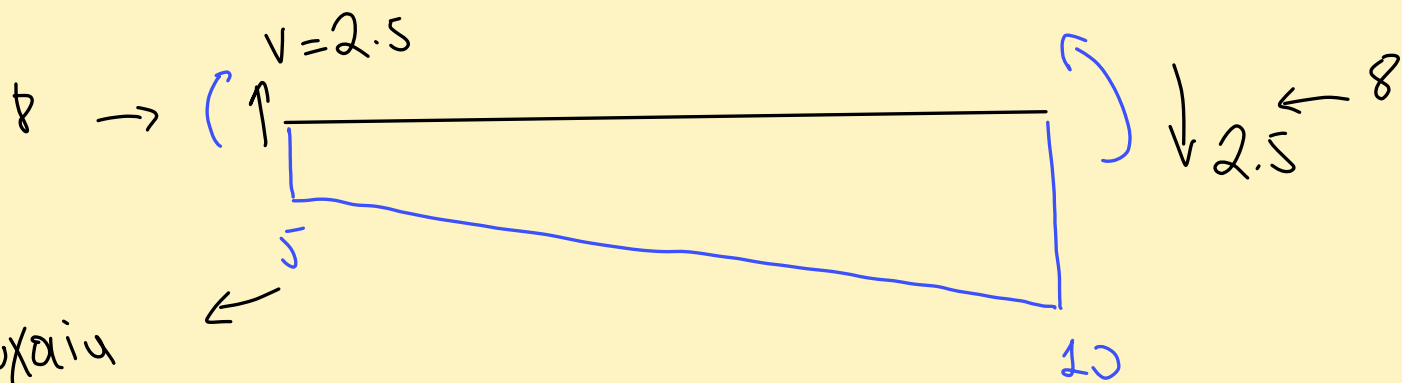


Το δάξω σε κομμάτια



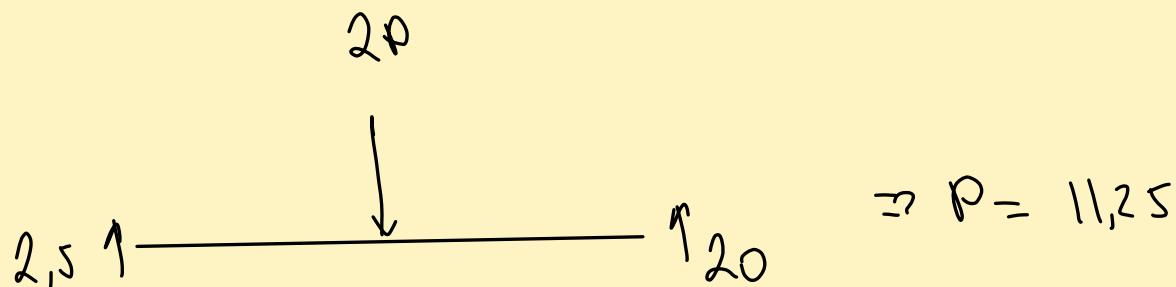
BC

$$V = 5 + \sqrt{2} = 10 \Rightarrow V = 2.5$$

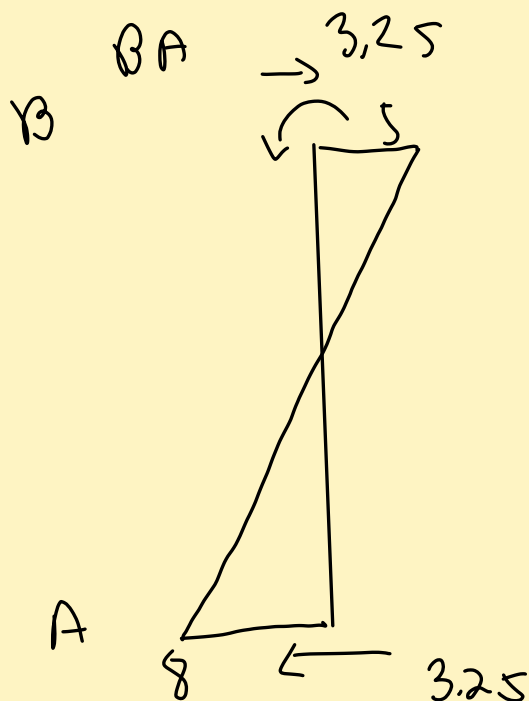
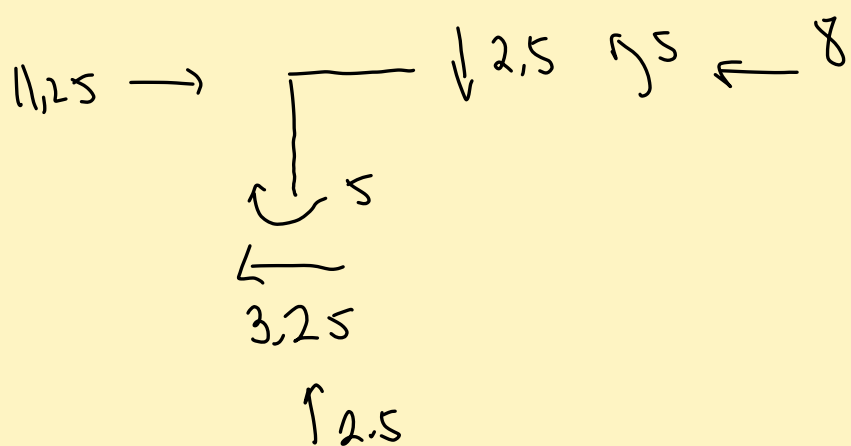


Τυχαία  
Τμήν

Κόμβος C

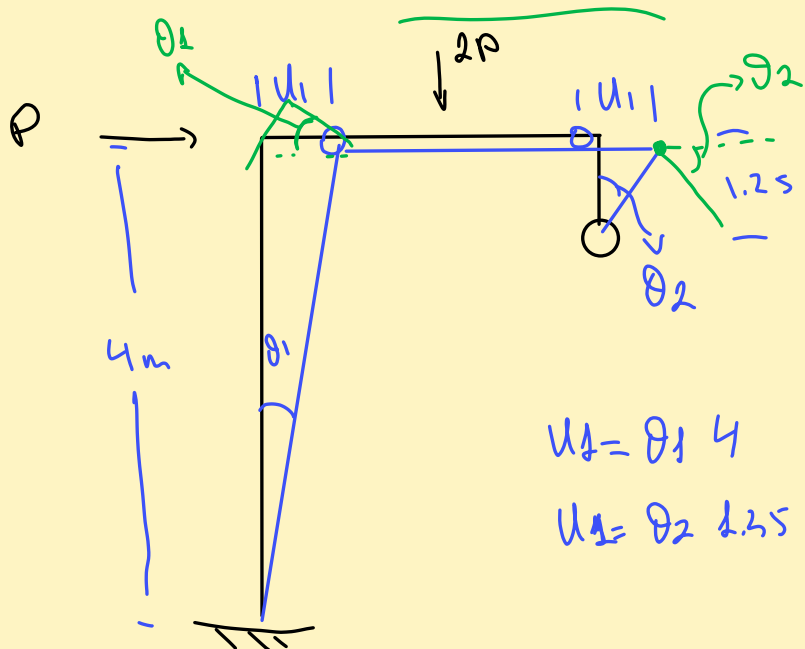


Κόμβος B



Το φορτίο  $P = 11.25 \text{ kN}$  είναι ορθόγων (επειδή δεν παραβιάζει το  $20 \text{ kNm}$  και  $20 \text{ kNm}$ ) παρόλο που να διατηρείται ότι είναι σωστά

# Kinematic Theorem



Βάζω πλαστικές αρθρώσεις  
για να γίνει μηχανισμός  
• φορέας

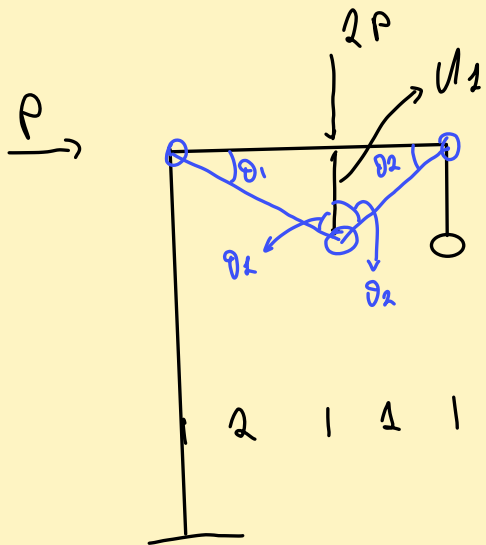
Εξωτερικό έργο ( $\approx 2P$  δέν παύει)

$$P u_1 = 20 \theta_1 + 10 \theta_1 + 10 \theta_2$$

$$P u_1 = 20 \frac{u_1}{4} + 10 \frac{u_1}{4} + 10 \frac{u_1}{1.25}$$

Εσωτερικό έργο

$$P = 15.5$$



$2P u_1 \Rightarrow$  Εξωτερικό έργο

$$u_1 = 2\theta_1$$

$$u_2 = 1\theta_1$$

$$2P u_1 = 10\theta_1 + 10\theta_2 + 10(\theta_1 + \theta_2)$$

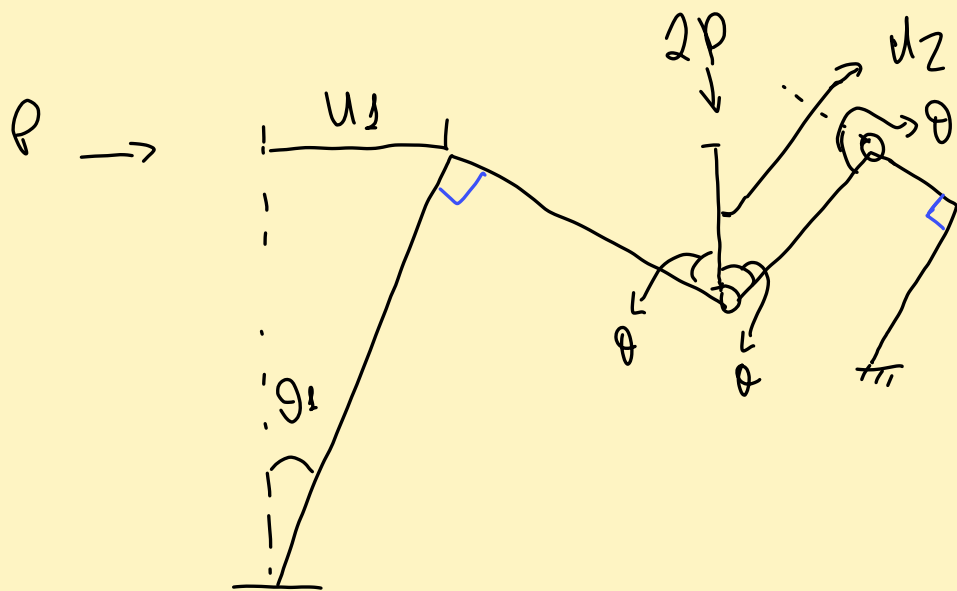
$$= 10 \frac{u_1}{2} + 10 \frac{u_1}{2} + 10 \left( \frac{u_1}{2} + \frac{u_1}{2} \right)$$

$$2P = 5 + 15 + 10$$

$$P = 15$$

$\hookrightarrow$  Άρα αρχίζει από 15 και κάτω

SAP  $\Rightarrow$  example 7



Να δώσω ζώντα και πρέπει να βρω  
 $P \approx 11.5$

28/11/23 FINAL

Προβλήθη στο χερτί

- να βρω φορτίο κατάρρευσης

όπως το παρίδειγμα που κάναμε στη τάξη

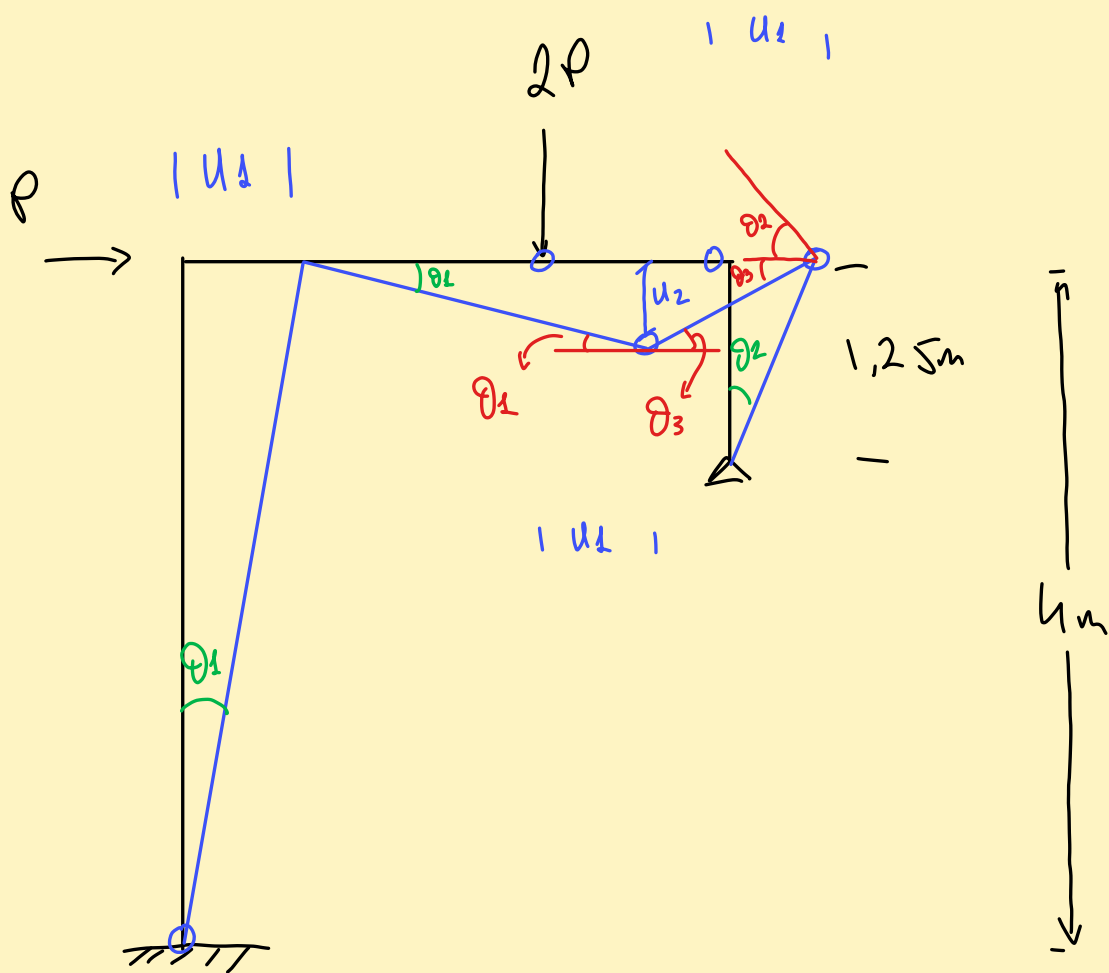
- Διαλέγω έχω τη μορφή κατάρρευσης (βρίσκω πάνω όριο)  
 και μετά το δίνω στο SAP.

Gauss elimination Αλγόριθμος



# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Σ.Ο. >

Columns = 20kNm  
Beams = 10kNm



$$\left. \begin{array}{l} \theta_1 = \frac{u_1}{4} \\ \frac{u_2}{2} = \theta_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{u_1}{2} = u_2$$

$$\frac{u_2}{1} = \theta_3 \Rightarrow \theta_3 = \frac{u_1}{2}$$

Εξωτερικό Εργο  $P u_1 + 2P u_2 \Rightarrow P u_1 + 2P \frac{u_1}{2}$

$$\hookrightarrow P u_1 + P u_1 = 2P u_1$$

Εσωτερικό Εργο

$$20\theta_1 + 10(\theta_1 + \theta_3) + 10(\theta_2 + \theta_3)$$

$$20\frac{u_1}{4} + 10\left(\frac{u_1}{4} + \frac{u_1}{2}\right) + 10\left(\frac{u_1}{1.25} + \frac{u_1}{2}\right)$$

$$5u_1 + 7.5u_1 + 13u_1 = 25.5u_1$$

Εξωτερικό = Εσωτερικό

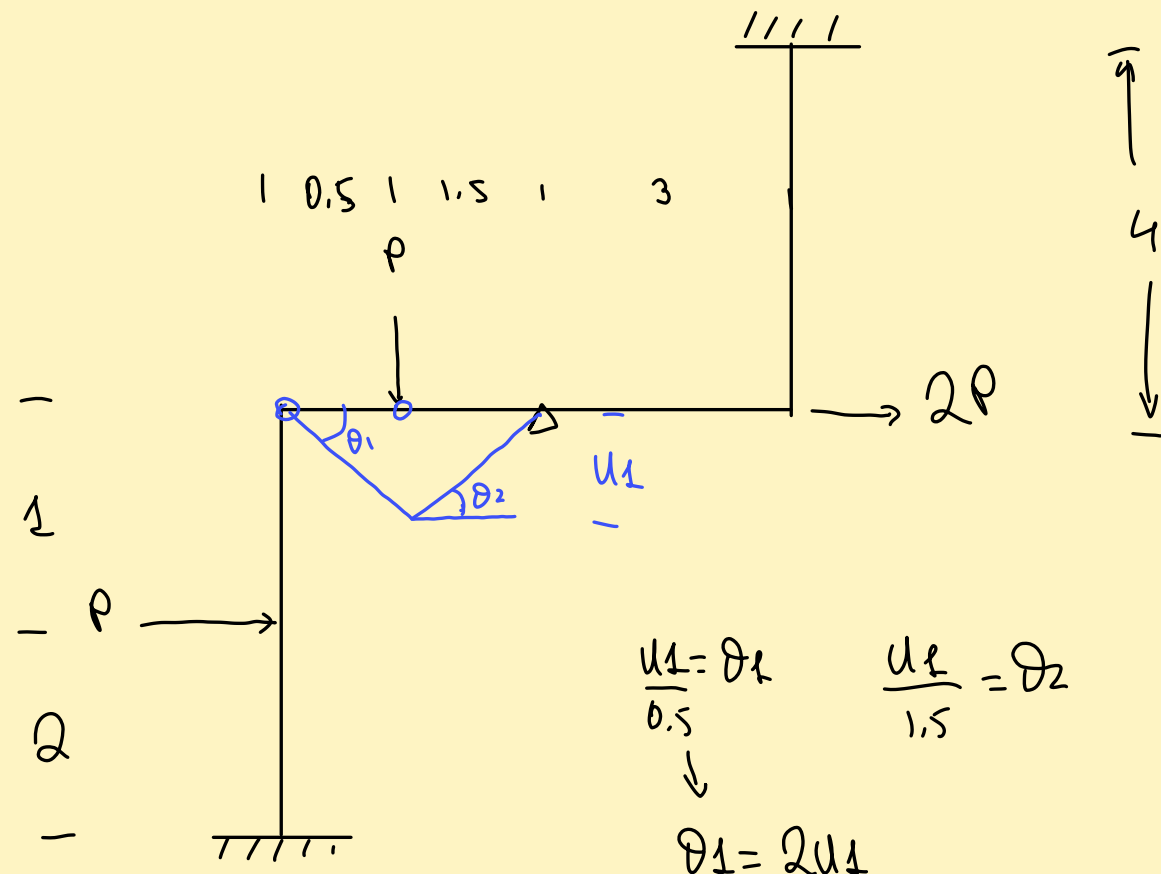
$$25.5u_1 = 2P u_1$$

$$\hookrightarrow P = 12.75$$

# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

$$M_y \rightarrow \text{Beam} = \text{Column} = 10 \text{ kNm}$$

1<sup>η</sup> = περίπτωση



$$\frac{u_1}{0.5} = \theta_1 \quad \frac{u_2}{1.5} = \theta_2$$

$$\downarrow$$

$$\theta_1 = 2u_1$$

Εξωτερικό Έργο  
 $\rightarrow P u_1$

Εσωτερικό Έργο

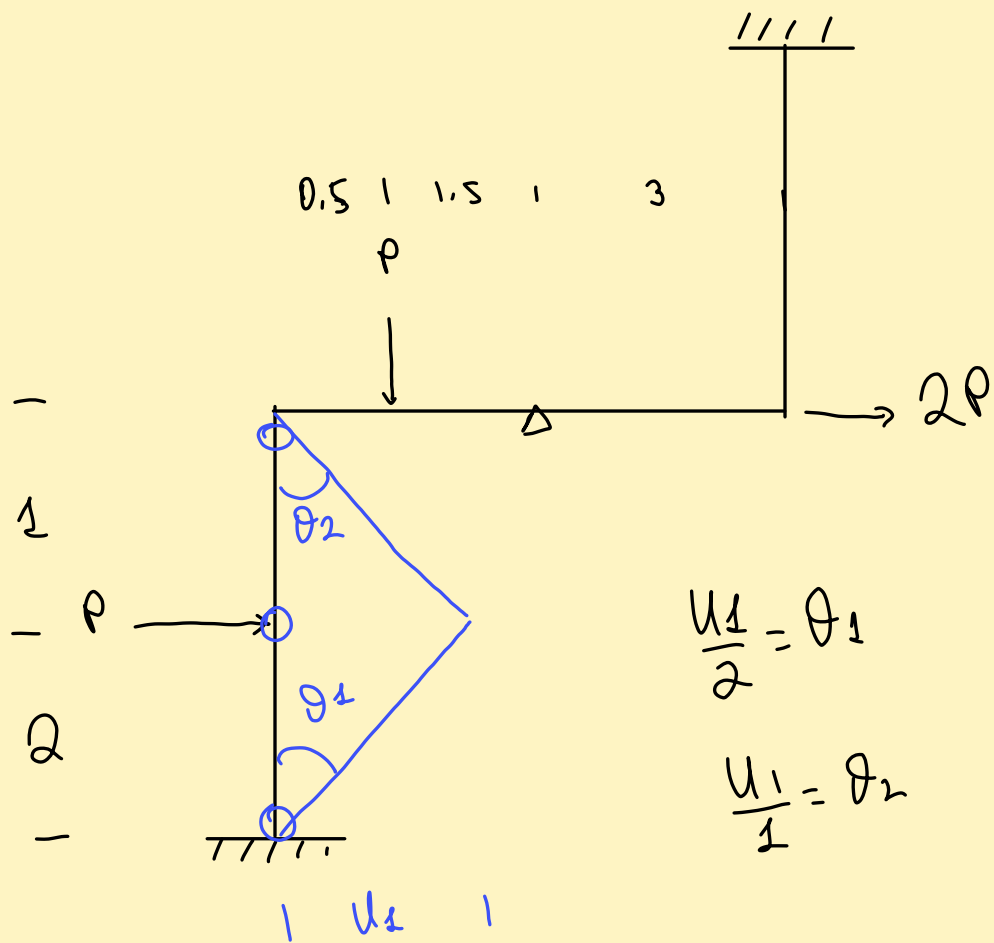
$$\rightarrow 10\theta_1 + 10(\theta_1 + \theta_2)$$

$$\rightarrow 20u_1 + 10\left(2u_1 + \frac{2}{3}u_1\right) \Rightarrow 46.66 u_1$$

$$P u_1 = 46.66 u_1 \Rightarrow P = 46.66$$

$\rightarrow$  Δεν μπορεί να αυξηθεί  
 πέρα από  $P = 46.66$

2η Περίπτωση



$$\frac{u_1}{2} = \theta_1$$

$$\frac{u_1}{1} = \theta_2$$

Εξωτερικό έργο  $P u_1$

Εσωτερικό  $10 \theta_1 + 10 (\theta_1 + \theta_2) + 10 \theta_2$

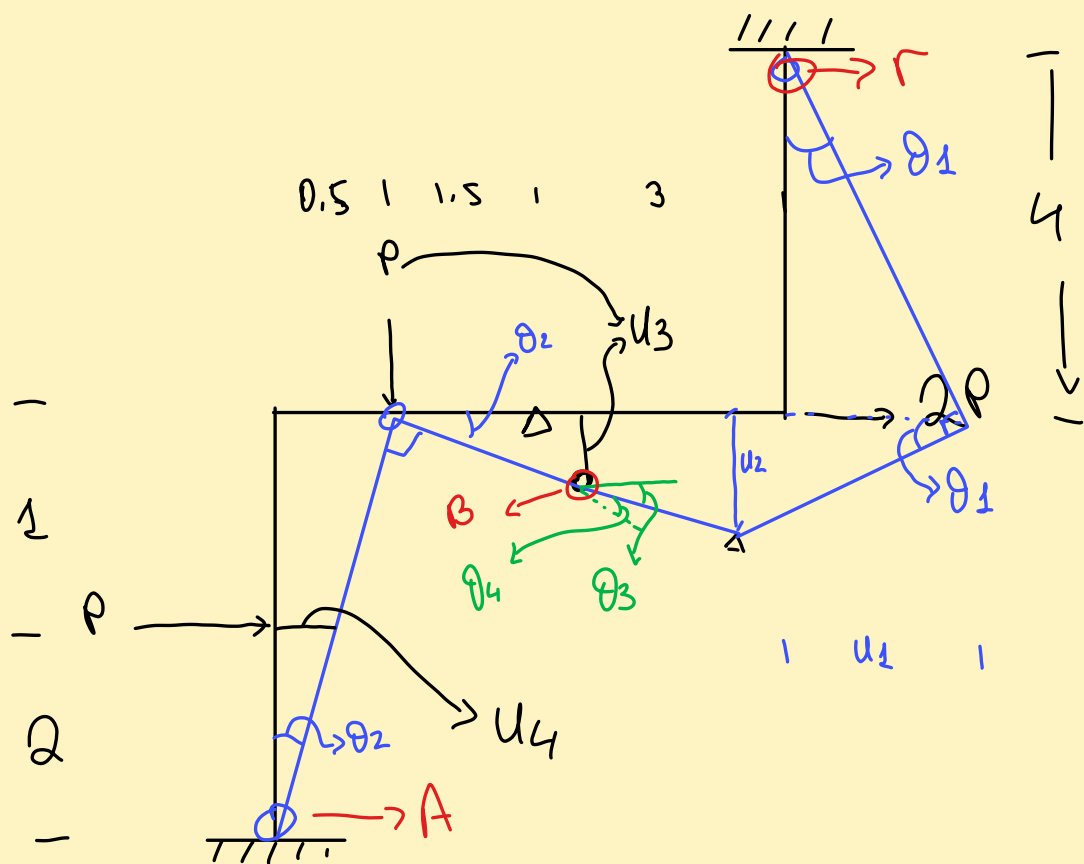
$$5u_1 + 10 \left( \frac{u_1}{2} + u_1 \right) + 10 u_1$$

$$5u_1 + 15u_1 + 10u_1 = 30u_1$$

$$\Rightarrow P u_1 = 30 u_1 \Rightarrow P = 30$$

↳ Δεν μπορεί να  
αντέξει πένω από  
 $P=30$

3<sup>η</sup> Περίπτωση



$$\frac{u_1}{4} = \theta_1$$

$$\frac{u_1}{3} = \theta_2$$

$$\frac{u_2}{3} = \theta_1 = \frac{u_1}{4} = u_2 = \frac{3u_1}{4}$$

$$2u_3\theta_2 = \frac{u_1}{3} \Rightarrow u_3 = \frac{u_1}{6}$$

$$\theta_3 = \frac{u_2 - u_3}{1.5}$$

$$\theta_4 = \theta_2 - \theta_3$$

$$\theta_2 = \frac{u_4}{2}$$

$$\hookrightarrow u_4 = \frac{2u_1}{3}$$

$$\theta_4 = -\frac{u_1}{18}$$

Εξωτερικό  $\rightarrow$  Μπορώ να έχω αρνητικό έργο

$$P \frac{2u_1}{3} + P \frac{u_1}{6} + 2Pu_1$$

Εσωτερικό

$$10\theta_2 + 10\theta_4 + 10\theta_1$$

$\downarrow$   
A

$\downarrow$   
B

$\downarrow$   
r

$\rightarrow$  Δεν γίνεται να έχω αρνητικό έργο

$$\text{Αρα στο B} \Rightarrow -10 \left( -\frac{u_1}{18} \right)$$

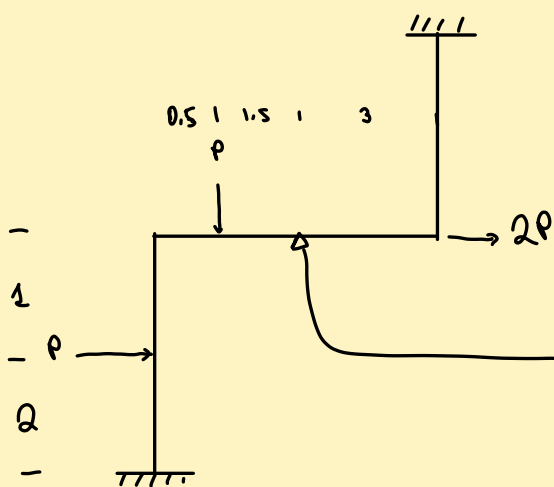
$$\text{Ερωτηρικό } \left( \frac{10}{3} + \frac{10}{18} + \frac{10}{14} \right) u_1 = 638 u_1$$

$$\text{Ερωτηρικό } \Rightarrow 2.83 P u_1$$

$$\hookrightarrow 2.83 P u_1 = 6.38 u_1$$

$$P = \frac{638}{2.83}$$

SAP → example 8



Σ TO SAP δτι βόλω σφιγμένη  
αρθρωση αλλα end release

Plastic hinges more likely to occur

- At max Bending Moment
- Intersection of two members, the hinge forms in the weaker member
- At restrained ends
- At point loads

Max number of plastic hinges ( $n$ )

$$n = r + 1$$

$r \rightarrow$  βαθμός υπερστατικότητας

Μπορώ να έχω αρθρώσεις λιγότερο από  $r+1$ , όταν υπάρχει τοπική αστοχία (αστοχία δοκού, προβολού)