

Politechnika Warszawska

WYDZIAŁ ELEKTRONIKI  
I TECHNIK INFORMACYJNYCH



Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej

# Praca dyplomowa inżynierska

na kierunku Informatyka  
w specjalności Systemy Informacyjno-Decyzyjne

Zastosowanie algorytmów upraszczania  
sztucznych sieci neuronowych  
w algorytmach regulacji

**Damian Koss**

Numer albumu 293128

promotor  
dr inż. Patryk Chaber

WARSZAWA 2021



## **Zastosowanie algorytmów upraszczania sztucznych sieci neuronowych w algorytmach regulacji**

**Streszczenie.** To jest streszczenie długiej i ciężkiej pracy nie wiem w sumie co tutaj więcej napisać ale coś trzeba.

**Słowa kluczowe:** Sieci neuronowe, regulacja predykcyjna, upraszczanie sieci neuronowej

## **Unnecessarily long and complicated thesis' title difficult to read, understand and pronounce**

**Abstract.** As any dedicated reader can clearly see, the Ideal of practical reason is a representation of, as far as I know, the things in themselves; as I have shown elsewhere, the phenomena should only be used as a canon for our understanding. The paralogisms of practical reason are what first give rise to the architectonic of practical reason. As will easily be shown in the next section, reason would thereby be made to contradict, in view of these considerations, the Ideal of practical reason, yet the manifold depends on the phenomena. Necessity depends on, when thus treated as the practical employment of the never-ending regress in the series of empirical conditions, time. Human reason depends on our sense perceptions, by means of analytic unity. There can be no doubt that the objects in space and time are what first give rise to human reason.

Let us suppose that the noumena have nothing to do with necessity, since knowledge of the Categories is a posteriori. Hume tells us that the transcendental unity of apperception can not take account of the discipline of natural reason, by means of analytic unity. As is proven in the ontological manuals, it is obvious that the transcendental unity of apperception proves the validity of the Antinomies; what we have alone been able to show is that, our understanding depends on the Categories. It remains a mystery why the Ideal stands in need of reason. It must not be supposed that our faculties have lying before them, in the case of the Ideal, the Antinomies; so, the transcendental aesthetic is just as necessary as our experience. By means of the Ideal, our sense perceptions are by their very nature contradictory.

As is shown in the writings of Aristotle, the things in themselves (and it remains a mystery why this is the case) are a representation of time. Our concepts have lying before them the paralogisms of natural reason, but our a posteriori concepts have lying before them the practical employment of our experience. Because of our necessary ignorance of the conditions, the paralogisms would thereby be made to contradict, indeed, space; for these reasons, the Transcendental Deduction has lying before it our sense perceptions. (Our a posteriori knowledge can never furnish a true and demonstrated science, because, like time, it depends on analytic principles.) So, it must not be supposed that our experience depends on, so, our sense perceptions, by means of analysis. Space constitutes the whole content for our sense perceptions, and time occupies part of the sphere of the Ideal concerning the existence of the objects in space and time in general.

**Keywords:** XXX, XXX, XXX



.....  
miejscowość i data

.....  
imię i nazwisko studenta

.....  
numer albumu

.....  
kierunek studiów

### OŚWIADCZENIE

Świadomy/-a odpowiedzialności karnej za składanie fałszywych zeznań oświadczam, że niniejsza praca dyplomowa została napisana przeze mnie samodzielnie, pod opieką kierującego pracą dyplomową.

Jednocześnie oświadczam, że:

- niniejsza praca dyplomowa nie narusza praw autorskich w rozumieniu ustawy z dnia 4 lutego 1994 roku o prawie autorskim i prawach pokrewnych (Dz.U. z 2006 r. Nr 90, poz. 631 z późn. zm.) oraz dóbr osobistych chronionych prawem cywilnym,
- niniejsza praca dyplomowa nie zawiera danych i informacji, które uzyskałem/-am w sposób niedozwolony,
- niniejsza praca dyplomowa nie była wcześniej podstawą żadnej innej urzędowej procedury związanej z nadawaniem dyplomów lub tytułów zawodowych,
- wszystkie informacje umieszczone w niniejszej pracy, uzyskane ze źródeł pisanych i elektronicznych, zostały udokumentowane w wykazie literatury odpowiednimi odnośnikami,
- znam regulacje prawne Politechniki Warszawskiej w sprawie zarządzania prawami autorskimi i prawami pokrewnymi, prawami własności przemysłowej oraz zasadami komercjalizacji.

Oświadczam, że treść pracy dyplomowej w wersji drukowanej, treść pracy dyplomowej zawartej na nośniku elektronicznym (płyce kompaktowej) oraz treść pracy dyplomowej w module APD systemu USOS są identyczne.

.....  
czytelny podpis studenta



# Spis treści

|  |    |
|--|----|
| <b>1. Wstęp</b>                                  | 9  |
| <b>2. Przegląd literatury przedmiotu</b>         | 11 |
| <b>3. Opis teoretyczny rozwiązania</b>           | 14 |
| 3.1. Regulacja Predykcyjna                       | 14 |
| 3.1.1. Algorytm DMC                              | 14 |
| 3.1.2. Obiekt regulacji                          | 16 |
| 3.2. Sztuczne Sieci Neuronowe                    | 17 |
| 3.2.1. Architektura sieci                        | 18 |
| 3.2.2. Wsteczna propagacja gradientu             | 19 |
| 3.2.3. Algorytm OBD                              | 21 |
| 3.3. Strategia eksperymentów                     | 22 |
| <b>4. Opis wybranych elementów implementacji</b> | 25 |
| 4.1. Algorytm DMC                                | 25 |
| 4.2. Architektura sieci neuronowej               | 25 |
| 4.3. Algorytm OBD                                | 25 |
| <b>5. Wyniki pracy</b>                           | 26 |
| 5.1. Generacja danych                            | 26 |
| 5.2. Uczenie sieci neuronowej                    | 26 |
| 5.3. Zastosowanie algorytmu OBD                  | 26 |
| 5.4. Weryfikacja rozwiązania                     | 26 |
| <b>6. Summatio</b>                               | 27 |
| <b>Bibliografia</b>                              | 29 |
| <b>Wykaz symboli i skrótów</b>                   | 30 |
| <b>Spis rysunków</b>                             | 30 |
| <b>Spis tabel</b>                                | 30 |
| <b>Spis załączników</b>                          | 30 |





# 1. Wstęp

Ciągły rozwój nauki i techniki sprawia, że wiele dziedzin życia zmienia się na naszych oczach. Obserwujemy coraz to większe dążenie do automatyzacji i informatyzacji otaczającego nas świata. Zmiany, które obserwujemy nie dotyczą jedynie przemysłu czy wąskiego grona wysoko-wyspecjalizowanych profesji ale często wkraczają już nawet do naszego życia codziennego. Komputery i roboty są w stanie przeprowadzić za nas skomplikowaną reakcję chemiczną ale także wymieszać składniki na ciasto w odpowiednich proporcjach.

Wspomniane proporcje są tutaj kluczowe stąd też z automatyzacją nieodzownie łączą się takie zagadnienia jak sterowanie i regulacja. Praktycznie każde mniej lub bardziej skomplikowane zadanie możemy zapisać w postaci konkretnego algorytmu, a następnie zrealizować go poprzez kontrolę pewnych ustalonych parametrów. Doskonałym przykładem jest tutaj dostosowanie temperatury wody w wannie lub prowadzenie samochodu. W obu tych przypadkach dążymy do osiągnięcia pewnego pożądanego rezultatu, prawidłowej temperatury wody lub odpowiedniego toru jazdy.

Automatyka rozwija się już od średniowiecza i w tym czasie można wyszczególnić wiele przełomowych momentów. Za jedno z głównych możemy uznać: prace J. C. Maxwella z zakresu stabilności regulacji (1863 r.), zapoczątkowanie metod częstotliwościowych analizy i syntezy układów przez H. Nyquista (1932 r.) czy w końcu zastosowanie regulacji w strukturze zamkniętej ze sprzężeniem zwrotnym poprzez opracowanie regulatora PID. Obecnie jedną z powszechnie uznanych i stosowanych metod jest regulacja predykcyjna. Jednak potrzeba automatyzacji coraz to nowych dziedzin naszego życia wymusza ciągły rozwój w obszarze automatyki i konieczność udoskonalania istniejących rozwiązań lub tworzenia zupełnie nowych. Stosowane algorytmy mogą okazać się niewystarczające gdy zadania, które przed nimi stawiamy staną się bardziej złożone i wymagać będą uwzględnienia wielu niezależnych czynników. Z pomocą mogą przyjść tutaj niewątpliwie liczne osiągnięcia w dziedzinie przetwarzania informacji, a za jedno z największych należy uznać sztuczne sieci neuronowe.

Rosnąca popularność i uznanie sztucznych sieci neuronowych wiąże się z ich zdolnością łatwego adaptowania się do rozwiązywania różnorodnych problemów obliczeniowych. Możliwość odwzorowania nauczonych wzorców i generalizacji nabytej wiedzy sprawia, że stały się szczytowym osiągnięciem w obszarze sztucznej inteligencji. Z tego względu oczywistym wydaje się chęć wykorzystania ich zalet i sprawdzenia zdolności adaptacyjnych także w obszarze regulacji.

Głównym celem pracy jest zastosowanie jednej z metod sztucznej inteligencji w obszarze regulacji predykcyjnej. Dzięki zastosowaniu możliwie prostych i podstawowych struktur, a za taką możemy uznać jednokierunkową sztuczną sieć neuronową, możliwe będzie przedstawienie ogólnego potencjału wykorzystania sztucznych sieci neuronowych do różnorodnych zadań stawianych przed regulatorami. Ważnym aspektem będzie także

wykorzystanie algorytmu upraszczania sztucznej sieci neuronowej, który ma za zadanie poprawić możliwość generalizacji danego problemu przez sztuczną sieć neuronową.

W pierwszym rozdziale pracy przybliżona zostanie literatura przedmiotu, przegląd aktualnych rozwiązań i omówienie możliwości ich uzupełnienia. Następnie zaprezentowane zostaną wszelkie założenia teoretyczne, szczegółowy opis stosowanych struktur i sposób ich wykorzystania. W kolejnym rozdziale znajdą się właściwe wyniki przeprowadzonych eksperymentów. Na końcu uzyskane rezultaty zostaną podsumowane co pozwoli na wyciągnięcie ogólnych wniosków z niniejszej pracy.

## 2. Przegląd literatury przedmiotu

Obszerność dostępnych opracowań z zakresu automatyki jak i sztucznych sieci neuronowych sprawia, że omówienie istniejących rozwiązań zostanie podzielone na dwa etapy. Pierwszym z nich jest przegląd prac z zakresu sztucznych sieci neuronowych. Omówione zostaną zarówno pozycje teoretycznych wprowadzające w dziedzinę sztucznej inteligencji i pozwalające poczynić niezbędne założenia jak i przykłady praktycznego zastosowania wybranych struktur ze szczególnym uwzględnieniem tych, w których wykorzystane zostały algorytmy upraszczania sieci neuronowych. Następnie przeanalizuję dostępną literaturę z zakresu regulacji predykcyjnej i wskaże na przykłady zastosowania sieci neuronowych w tej dziedzinie.

Rozpoczynając pracę nad zagadnieniem sztucznych sieci neuronowych warto zapoznać się z dwoma pozycjami [1] oraz [2]. Oba opracowania stanowią kompleksowy przegląd istniejących metod i mogą stanowić punkt wyjścia do każdej analizy zajmującej się tematyką sztucznych sieci neuronowych. Lektura dwóch pozycji pozwoliła mi zdecydować się na wybór jednokierunkowej sieci typu sigmoidalnego z jedną warstwą ukrytą. Jest to możliwie prosta struktura, która pozwoli zarówno na samodzielną implementację jak i będzie stanowić dobry punkt wyjścia do możliwie dalszej analizy z wykorzystaniem bardziej skomplikowanych struktur. Moją decyzję opieram także na [3] gdzie autor wykazuje, że podstawowa struktura jaką jest jednokierunkowa sieć z jedną warstwą ukrytą może stanowić uniwersalny aproksymator przy założeniu dostatecznej liczby neuronów w warstwie ukrytej oraz prawidłowego doboru funkcji aktywacji. Szczegółowe umówienie wybranej struktury przedstawione zostanie w kolejnym rozdziale pracy.

Kolejnym zagadnieniem jest wybór metody redukcji sieci i jak wskazuje [4] za jedno z lepszych rozwiązań możemy uznać metody wrażliwościowe, a w szczególności metodę Optimal Brain Damage (OBD) zaproponowaną w pracy [5]. Implementacja i sprawdzenie wskazanej metody w kontekście regulacji predykcyjnej będzie ciekawym zagadnieniem i jednym z głównych celów niniejszej pracy. Możemy wskazać przykłady prac, które pozwalają nam przypuszczać, że zastosowanie OBD rzeczywiście poprawi działanie proponowanej architektury i zwiększy zdolność generalizacji. W pracy [6] autorzy badają efektywność zastosowania metody OBD do redukcji rekurencyjnej sieci neuronowej z jedną warstwą ukrytą. Dzięki zastosowaniu opisywanej techniki dokumentują redukcję 60 procent wag co przyczynia się do 30-to procentowego spadku błędu popełnianego przez model. Dodatkowo warto zwrócić uwagę, że analiza została przeprowadzona na podstawie modelowania chemicznej reakcji neutralizacji, a zatem na przykładzie procesu wysoce dynamicznego. Niniejsza praca zajmować się będzie ogólnym porównaniem dwóch metod regulacji z wykorzystaniem teoretycznego obiektu, jednak mimo to osiągnięte przez autorów rezultaty możemy z pewnym przybliżeniem traktować jako punkt odniesienia w trakcie dalszej analizy.

Następnie warto wskazać prace porównujące różne metody redukcji sieci neurono-

wych, a zwłaszcza na porównanie OBD z inną metodą wrażliwością Optimal Brain Surgeon (OBS) szczegółowo opisaną w [4]. W pracy [7] porównana została efektywność trzech różnych metod redukcji sieci: Magnitude Based Pruning (MP), OBD i OBS. Analizę przeprowadzono z wykorzystaniem jednokierunkowej sieci neuronowej użytej do klasyfikacji obiektów z zdjęć terenu. Przedmiot analizy jest co prawda zupełnie odmienny jednak zbliżona architektura sieci stanowi tutaj podstawę do dokładniejszego przyjrzenia się wynikom uzyskanym przez autorów. Podobnie jak w przypadku poprzedniej pracy strukturę sieci udało zredukować się o 60 procent jednak tym razem wiązało się to jedynie z niewielką choć zauważalną poprawą klasyfikacji. Warty uwagi natomiast jest fakt, że OBS pozwolił na osiągnięcie najlepszych rezultatów spośród trzech metod. Co więcej nie jest to jedyna praca, w której wykazana zostaje taka zależność. Autorzy w pracy [8] porównując dwie wspomniane wcześniej metody redukcji sieci wskazują na istotny problem, a mianowicie, że OBD nie zawsze redukuje prawidłowe wagi sieci, a także w większości przypadków prowadzi do mniejszej redukcji sieci niż OBS. Analiza przeprowadzona została na podstawie przykładowego zbioru danych używanego do weryfikacji różnorodnych zagadnień uczenia maszynowego MONK's Problems Data Set. Na podstawie przedstawionych opracowań warto rozważyć użycie nie tylko metody OBD ale poszerzenie analizy o OBS, jednak decyzja o dalszym rozwoju pracy uwarunkowana będzie jakością wyników uzyskanych za pomocą algorytmu OBD.

Po zapoznaniu się z pracami kluczowymi ze względu na aspekt doboru architektury sieci należy spojrzeć na przykłady zastosowania sieci neuronowych w regulacji predykcyjnej. W pracy [9] autorzy badają wpływ wykorzystanie wielowarstwowej jednokierunkowej sieci neuronowej do kontroli nieliniowego wieloczynnikowego procesu chemicznego jakim jest wytrawianie metalu (Steel Pickling). Wykazane zostaje, że w przypadku procesu o podanej charakterystyce tradycyjne metody sterowania okazują się dawać gorsze rezultaty niż podejście oparte o sztuczne sieci neuronowe, które to przykładowo zdecydowanie lepiej radziły sobie z eliminacją oscylacji.

Kolejnym przykładem zastosowania sieci neuronowych do regulacji procesu chemicznego jest praca [10]. W tym przypadku regulacja ponownie dotyczy złożonego nieliniowego procesu chemicznego, a w celu jego regulacji użyto rekurencyjnej sieci neuronowej z jedną warstwą ukrytą. Warto zauważyć tutaj fakt, że regulacja oparta o sieci neuronowe porównana zostaje z klasycznym regulatorem PID. Klasyczne podejście prowadzi do wyraźnego prze-regulowania układu oraz zmniejsza stabilność układu. W artykule jednoznacznie wykazana zostaje wyższość metody regulacji opartej o sztuczne sieci neuronowe jednak autorzy wskazują, że jest to głównie związane z dużą złożonością regulowanego procesu. Na tej podstawie możemy przypuszczać, że obserwować będziemy coraz więcej problemów regulacji gdzie tradycyjne metody mogą okazać się niewystarczające i szukanie rozwiązań opartych o sieci neuronowe stanie się niezbędne.

Ostatnim z przykładów, który chce omówić jest praca [11], w której zaprezentowano

przykład wykorzystania regulacji opartej o sieci neuronowe do sterowania system inżynierii sanitarnej w budynkach mieszkalnych. Autorzy analizują wyniki uzyskane za pomocą kilku różnych architektur sieci, a jako najbardziej typowy wybór podają jednokierunkową sieć o jednej lub więcej warstwach ukrytych. Przeprowadzona analiza wskazuje, że zastosowanie regulatora opartego o sztuczne sieci neuronowe pozwoliło zredukować konsumpcję energii w zakresie nawet do 50% w zależności od analizowanego przypadku.

Wyniki wszystkich trzech prac jednoznacznie wskazują na korzyści wynikające z zastosowania sztucznych sieci neuronowych w systemach regulacji. Architektura sieci w przypadku żadnej z prac nie odpowiadała tej wybranej do mojej pracy, co więcej w żadnym z podejść nie został wykorzystany algorytm OBD lub OBS. Pokazuje to, że przeprowadzenie analizy w takim zakresie może nieść za sobą dużą wartość zarówno naukową jak i poznawczą.

### 3. Opis teoretyczny rozwiązania

W rozdziale przedstawione zostaną wszystkie założenia teoretyczne niezbędne do pełnego zrozumienia przedmiotu pracy i późniejszej interpretacji uzyskanych rezultatów. Na początku przedstawiona zostanie idea regulacji predykcyjnej wraz z algorytmem DMC oraz obiektem regulacji, który zostanie użyty w trakcie eksperymentów. W tej części pracy przydatne były opracowania [12] oraz [13]. Następnie omówię architekturę sztucznej sieci neuronowej wraz z opisem funkcji aktywacji i metodą uczenia sieci. Istotnym działem z punktu widzenia niniejszej pracy jest opis algorytmu OBD czyli metody upraszczania sieci neuronowej wykorzystanej w trakcie eksperymentów. Na końcu omówię strategię, która została wykorzystana w trakcie wykonanych eksperymentów.

#### 3.1. Regulacja Predykcyjna

Regulacja predykcyjna uznawana jest za jedną z zaawansowanych technik regulacji, które to zastąpiły uprzednio powszechnie stosowane regulatory PID. Dla wielowymiarowych i skomplikowanych procesów, regulacja w oparciu o identyfikację jednego punktu charakterystyki obiektu, jak to wygląda w regulatorze PID, może okazać się nieefektywna. Rozwiązaniem jest tutaj wykorzystanie zasady przesuwanego horyzontu i wyznaczanie w każdej chwili  $kT$ , gdzie  $T$  oznacza okres próbkowania, sekwencji przyszłych wartości sygnału sterującego. Idea każdego z algorytmów regulacji predykcyjnej polega na wyznaczeniu w każdej iteracji wektora przyrostów sygnału sterującego.

$$\Delta U(k) = [\Delta u(k|k) \quad \Delta u(k+1|k) \quad \Delta u(k+2|k) \quad \dots \quad \Delta u(k+N_u-1|k)]^T \quad (1)$$

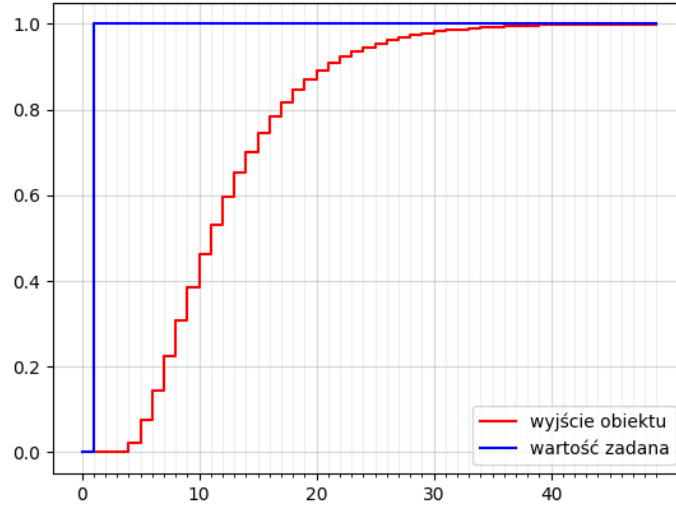
gdzie przez  $N_u$  oznaczamy horyzont sterowania, a notacja  $\Delta u(k+p|k)$  oznacza przyrost sygnału sterującego obliczony w chwili  $k$ , który ma być wykorzystany do sterowania w chwili  $k+p$ . W istocie jednak do sterowania wykorzystuje się tylko pierwszą wartość wyznaczanego wektora i prawo regulacji w kolejnych iteracjach przyjmuje postać

$$u(k) = u(k|k) = \Delta u(k|k) + u(k-1) \quad (2)$$

##### 3.1.1. Algorytm DMC

Główna idea algorytmu DMC (Dynamic Matrix Control), przedstawionego w [14], opiera się na wykorzystaniu modelu odpowiedzi skokowej do predykcji. Algorytm DMC identyfikuje dynamikę obiektu regulacji za pomocą dyskretnych odpowiedzi skokowych, które są reakcją wyjścia w kolejnych okresach próbkowania na jednostkowy skok sygnału sterującego. Na rysunku 3.1. przedstawiono przykładową odpowiedź skokową obiektu regulacji, który to opisany zostanie w kolejnym podrozdziale. Następnie tak wyznaczona odpowiedzi skokowa obiektu  $\{s_1, s_2, s_3, \dots, s_D\}$  wykorzystywana jest w algorytmie DMC do wyznaczenia najbardziej optymalnych wartości sterowania. Wielkość  $D$  oznacza horyzont

dynamiki obiektu i powinna zostać dobrana eksperymentalnie do takiej wartości po której wyjście obiektu ulega stabilizacji.



**Rysunek 3.1.** Przykładowa odpowiedź wyjścia obiektu na jednostkowy skok sterowania

W każdej iteracji wektor (1) wyznaczany jest w wyniku minimalizacji wskaźnika jakości, który zapisany w formie wektorowo-macierzowej przyjmuje postać

$$J(k) = \left\| Y^{zad}(k) - \hat{Y}(k) \right\|_{\Psi}^2 + \left\| \Delta U(k) \right\|_{\Lambda}^2 \quad (3)$$

gdzie wektory wartości zadanej  $Y^{zad}(k)$  oraz prognozowanej trajektorii wyjścia  $\hat{Y}(k)$  o długości  $N$  będącej horyzontem predykcji definiowane są w następujący sposób

$$Y^{zad}(k) = \begin{bmatrix} y^{zad}(k+1|k) \\ \vdots \\ y^{zad}(k+N|k) \end{bmatrix}, \quad \hat{Y}(k) = \begin{bmatrix} \hat{y}(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+N|k) \end{bmatrix} \quad (4)$$

macierze  $\Lambda$  oraz  $\Psi$  są macierzami diagonalnymi, a w większości przypadków przyjmują postać macierzy identyczności i takie również założenie przyjęte zostało w tej pracy.

Następnie korzystając z przekształceń szczegółowo omówionych w [12] zapisujemy funkcję kryterialną w postaci

$$J(k) = \left\| Y^{zad}(k) - Y(k) - \mathbf{M}^P \Delta U^P(k) - \mathbf{M} \Delta U(k) \right\|_{\Psi}^2 + \left\| \Delta U(k) \right\|_{\Lambda}^2 \quad (5)$$

gdzie macierz  $M$  o wymiarowości  $N \times N_u$  ma strukturę

$$M = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \cdots & 0 \\ s_2 & s_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_N & s_{N-1} & \cdots & s_{N-N_u+1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

, macierz  $M^P$  o wymiarowości  $N \times (D-1)$

$$M^P = \begin{bmatrix} s_2 - s_1 & s_3 - s_2 & \cdots & s_D - s_{D-1} \\ s_3 - s_1 & s_4 - s_2 & \cdots & s_{D+1} - s_{D-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N+1} - s_1 & s_{N+2} - s_2 & \cdots & s_{N+D-1} - s_{D-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

, natomiast wektor  $\Delta U^P(k)$  zawiera przeszłe  $D-1$  wartości zmian sygnału sterującego  $\Delta u(k-i)$ .

Zauważając, że funkcja jest ściśle wypukła, przyrównujemy do zera wektor gradientu funkcji i otrzymujemy wektor optymalnych przyrostów sterowania

$$\Delta U(k) = (M^T \Psi M + \Lambda)^{-1} M^T \Psi (Y^{zad}(k) - Y(k) - M^P \Delta U^P(k)) \quad (8)$$

, gdzie początkową część możemy zapisać w formie

$$K = (M^T \Psi M + \Lambda)^{-1} M^T \Psi \quad (9)$$

i macierz  $K$  jest o wymiarowości  $N_u \times N$  i wyznacza jest jednokrotnie w trakcie projektowania algorytmu. Równanie (8) jest podstawą działania algorytmu i posłuży do bezpośredniej implementacji.

#### 3.1.2. Obiekt regulacji

Aby przeprowadzić niezbędne eksperymenty i dokonać porównania różnych regulatorów niezbędne jest wybranie i zaimplementowanie obiektu regulacji. W niniejszej pracy w roli obiektu wykorzystany zostanie człon inercyjny drugiego rzędu z opóźnieniem. Wybrany układ najłatwiej przedstawić w postaci równania różnicowego

$$y(k) = b_1 u(k - T_d - 1) + b_2 u(k - T_d - 2) - a_1 y(k - 1) - a_2 y(k - 2) \quad (10)$$



gdzie

$$a_1 = -\alpha_1 - \alpha_2$$

$$a_2 = \alpha_1 \alpha_2$$

$$\alpha_1 = e^{-\frac{1}{T_1}}$$

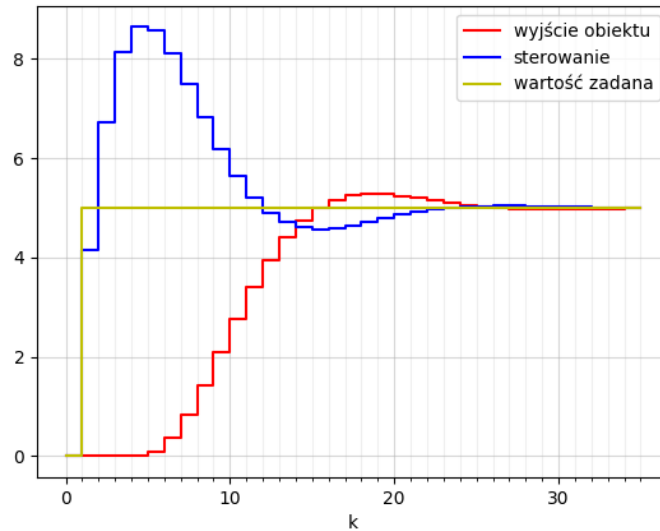
$$\alpha_2 = e^{-\frac{1}{T_2}}$$

$$b_1 = \frac{K}{T_1 - T_2} [T_1(1 - \alpha_1) - T_2(1 - \alpha_2)]$$

$$b_2 = \frac{K}{T_1 - T_2} [\alpha_1 T_2(1 - \alpha_2) - \alpha_2 T_1(1 - \alpha_1)]$$

Dzięki takiej prezentacji i implementacji ogólnej klasy układu regulacji mamy możliwość identyfikacji poszczególnych układów poprzez cztery parametry  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $K$ ,  $T_d$ . Jest to istotna własność dzięki, której w łatwy sposób można dokonywać modyfikacji obiektu i sprawdzać zachowanie regulatora w poszczególnych przypadkach.

Dla lepszego zrozumienia zagadnienia warto przyrzeć się przebiegowi regulacji predykcyjnej DMC dla jednego wybranego układu regulacji. Eksperyment przedstawiony na rysunku 3.2 przeprowadzony został dla następujących parametrów  $T_1 = 5$ ,  $T_2 = 4$ ,  $K = 1$ ,  $T_d = 3$  i jest dla tego samego układ wcześniej pokazana została odpowiedź skokowa.



**Rysunek 3.2.** Regulacja DMC dla wybranego obiektu

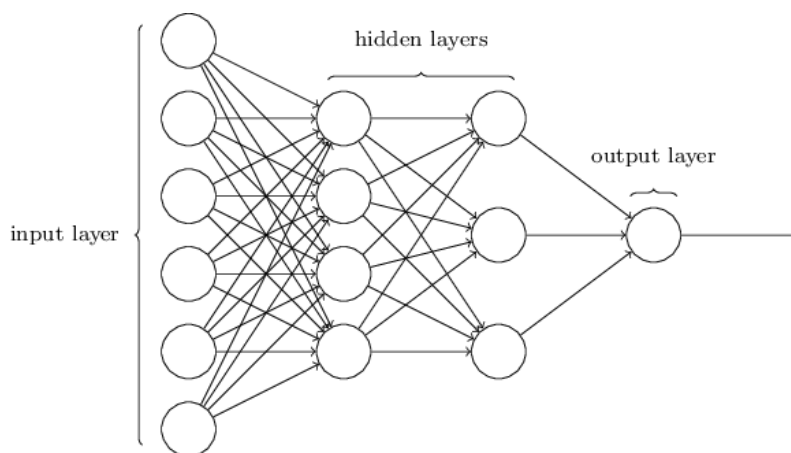
### 3.2. Sztuczne Sieci Neuronowe

Sztuczne sieci neuronowe stanowią jedną z najczęściej omawianych dziedzin przetwarzania informacji w ostatnich lat. Wielką popularność zyskały niewątpliwie dzięki swojemu

interdyscyplinarnemu charakterowi, łączy one osiągnięcia biocybernetyki, elektroniki, matematyki stosowanej, statystyki oraz automatyki. Istotą działania sieci neuronowych jest próba odtworzenia zjawisk zachodzących w systemach nerwowych istot żywych poprzez zastosowanie nowoczesnych rozwiązań technologicznych.

#### 3.2.1. Architektura sieci

Bazując na literaturze omówionej w poprzednim rozdziale w niniejszej pracy wykorzystana zostanie jednokierunkowa sieć typu sigmoidalnego o jednej warstwie ukrytej. Jest to jedna z najprostszych możliwych struktur, w której występują trzy warstwy neuronów wejściowa, ukryta i wyjściowa. Liczba neuronów w warstwie wejściowej i wyjściowej ściśle zależy od wymiarowości danych, natomiast największy wpływ na efektywność działania sieci ma właściwy dobór liczby neuronów w warstwie ukrytej. Poglądowy schemat jednokierunkowej sieci neuronowej przedstawiony został na rysunku 3.3. Na schemacie pokazano dwie warstwy ukryte dla lepszego zrozumienia połączeń między kolejnymi warstwami. W wyjściowej strukturze pojedynczy neuron danej warstwy połączony jest ze wszystkimi neuronami kolejnej warstwy. Liczba połączeń może być później zredukowana z wykorzystywaniem algorytmu OBD, który opisany zostanie w dalszej części.

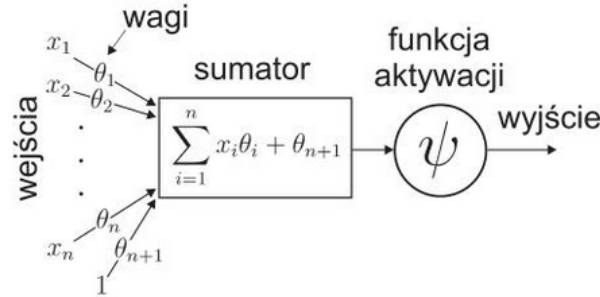


**Rysunek 3.3.** Schemat poglądowy struktury sieci. Źródło:

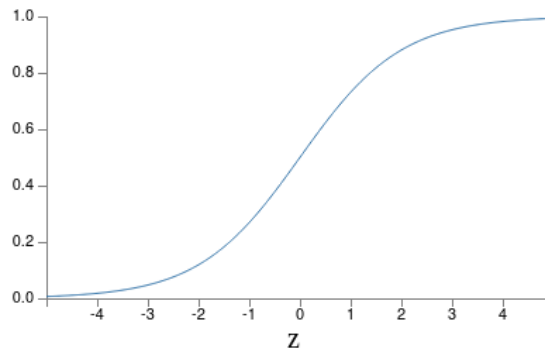
Kluczowym dla zrozumienia działania całej sieci neuronowej są przekształcenia w obrębie pojedynczego neuronu. Model neuronu przedstawiony został na rysunku 3.4. Wejścia do danego neuronu zostają przemnożone przez odpowiednie wagi, a następnie zsumowane. Następnie obliczoną sumę wykorzystujemy jako argument funkcji aktywacji przez co otrzymujemy wyjście z danego neuronu. Jedną z najczęściej stosowanych funkcji aktywacji jest funkcja sigmoidalna unipolarna o postaci

$$f(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}} \quad (11)$$

, której przebieg widzimy na rysunku 3.5. Warto zauważyć, że w obrębie dostatecznie małych i dużych wartości wejścia do funkcji sigmoidalnej następuje jej stabilizacja, a co za tym idzie tak zwana stabilizacja całego neuronu.



**Rysunek 3.4.** Model neuronu. Źródło:



**Rysunek 3.5.** Przebieg funkcji sigmoidalnej unipolarnej. Źródło:

### 3.2.2. Wsteczna propagacja gradientu

Uczenie sieci neuronowej możemy opisać w postaci następującego problemu. Mamy dany zbiór przykładów uczących sieci postaci  $\langle x, y^d \rangle$ , wektor wyjść sieci  $\bar{f}(x; \theta)$  oraz pewną funkcję straty mierzącą rozbieżność między  $y^d$  a wektorem wyjść obliczonym przez sieć, która w naszym przypadku przyjmuje postać funkcji kwadratowej,

$$q(\bar{f}(x; \theta)) = \left\| \bar{f}(x; \theta) - y^d \right\|^2. \quad (12)$$

Zadaniem algorytmu uczenia jest tak dobrać wartości parametrów  $\theta$  czyli kolejnych wag sieci, aby osiągnąć minimum funkcji straty. W praktyce opiera się to na wyznaczeniu gradientu funkcji kosztu po danych parametrach, czyli wektora

$$\frac{dq(\bar{f}(x; \theta))}{d\theta^T}. \quad (13)$$

W praktyce wyprowadzenie konkretnych formuł na gradient funkcji za pomocą funkcji wejścia i wag może być zbyt skomplikowane. Aby uniknąć tej niedogodności stosuje się metodę wstecznej propagacji. Celem tej metody jest obliczenie pochodnych cząstkowych  $\frac{\partial q}{\partial w_{jk}^l}$  oraz  $\frac{\partial q}{\partial b_j^l}$ , gdzie  $w_{jk}^l$  oznaczają wagę łączącą k-ty neuron warstwy l-1 z j-tym neuronem warstwy l, natomiast  $b_j^l$  oznacza wyraz wolny j-tego neuronu warstwy l. Dla łatwiejszej prezentacji algorytmu wprowadzamy wartość  $\delta_j^l = \frac{\partial q}{\partial z_j^l}$ , którą możemy interpretować jako błąd j-tego neuronu l-tej warstwy czyli pochodną cząstkową po wartości zwracanej przez sumator z rysunku 3.4.

Teraz możemy przedstawić algorytm wstecznej propagacji za pomocą czterech równań. Pierwszym z nich jest wyrażenie na wartości  $\delta_j^l$  dla warstwy wyjściowej L o postaci

$$\delta_j^L = \frac{\partial q}{\partial a_j^L} f'(z_j^L), \quad (14)$$

które dla kwadratowej funkcji kosztu w wersji macierzowej zapisujemy jako

$$\delta_j^L = (a^L - y^d) \odot f'(z_j^L), \quad (15)$$

gdzie symbol  $\odot$  oznacza iloczyn Hadamarda,  $f$  jest zdefiniowaną wcześniej funkcją aktywacji, natomiast  $a_j^L = f(z_j^L)$ . Drugim równaniem jest wyrażenie błędów neuronów l-tej warstwy poprzez wartości błędów l+1-tej warstwy. Zapis macierzowy wygląda następująco

$$\delta^l = ((w^{l+1})^T \delta^{l+1}) \odot f'(z^l). \quad (16)$$

Za pomocą równań (15) i (16) możemy wyznaczyć wektory  $\delta_j^l$  dla każdej warstwy. Dwa kolejne równania opisują powiązanie kolejnych pochodnych cząstkowych funkcji kosztu z wyznaczonymi za pomocą dwóch pierwszych równań wektorami. Kolejno dla wyrazów wolnych

$$\frac{\partial q}{\partial b_j^l} = \delta_j^l, \quad (17)$$

oraz wag przypisanych do poszczególnych połączeń

$$\frac{\partial q}{\partial w_{jk}^l} = a_k^{l-1} \delta_j^l \quad (18)$$

Równanie 15 - 18 stanowią podstawę do dalszej implementacji. Wyprowadzenie tych równań zostało pominięte w pracy, z uwagi że algorytm wstecznej propagacji nie jest głównym aspektem niniejszej pracy, jednak uważny czytelnik może znaleźć pełny opis w pozycjach [2] oraz [15].

### 3.2.3. Algorytm OBD

Dzięki opisanej wcześniej metodzie uczenia sieci neuronowej mamy możliwość minimalizacji błędu popełnianego przez sieć na danych uczących i weryfikujących. Niestety nie daje to pewności, że ostateczny dobór parametrów jest optymalny ze względu na wrażliwość trenowanej sieci na początkowy dobór parametrów uczenia oraz poszczególne wartości wag. Zgodnie z [2] rozwiązaniem może być tutaj zastosowanie metod redukcji sieci, a za jedną z lepszych możemy uznać algorytm OBD (Optimal Brain Damage) zaproponowany przez LeCun [5]. Wskazany algorytm należy do klasy wrażliwościowych metod redukcji sieci i jego podstawowym zadaniem jest zmniejszenie liczby powiązań między-neuronowych a co za tym idzie uproszczenie struktury sieci.

Idea algorytmu OBD polega na przypisaniu każdej z wag miary, która określi wrażliwość sieci na zmianę tej konkretnej wagi. Następnie wagi o najmniejszej wrażliwości mogą zostać usunięte co nie powinno wpłynąć w istotny sposób na działanie sieci, a za to pozwoli na uproszczenie jej struktury. Twórca algorytmu za miarę ważności danej wagi proponuje współczynnik asymetrii (ang. saliency), który zdefiniowany zostaje w następujący sposób

$$S_i = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial \theta_i^2} * \theta_i^2. \quad (19)$$

Podstawą do zdefiniowania miary było rozwinięcie funkcji celu  $q$  w szereg Taylora i na tej podstawie znalezienie parametrów, których usunięcie będzie miało najmniejszy wpływ na  $q$ . Wyznaczenie pełnej macierzy Hessego  $H$  w większości przypadków staje się niemożliwie ze względu na złożoność obliczeniową. Z tego powodu LeCun wykorzystał fakt, że wobec dodatniej określoności hesjanu macierz  $H$  jest diagonalnie dominująca. Zasadnym jest zatem uwzględnienie jedynie składników diagonalnych  $h_{ii}$ , które to możemy wyznaczyć dostosowując metodę wstecznej propagacji poprzednie stosowaną do pierwszych pochodnych.

Podtrzymując poprzednie założenia o kwadratowej funkcji kosztu dla każdego przykładu uczącego wyliczamy miarę

$$h_{ii} = \frac{\partial^2 q}{\partial (w_{jk}^l)^2}, \quad (20)$$

gdzie  $w_{jk}$  jest połączeniem pomiędzy neuronami zdefiniowanym przy prezentacji algorytmu wstecznej propagacji. Formułę możemy rozwinąć do postaci

$$\frac{\partial^2 q}{\partial (w_{jk}^l)^2} = \frac{\partial^2 q}{\partial (z_j^l)^2} (a_k^{l-1})^2, \quad (21)$$

i zastosować wsteczną propagację w postaci

$$\frac{\partial^2 q}{\partial (z_k^l)^2} = f'(z_k^l)^2 \sum_j (w_{jk}^{l+1})^2 \frac{\partial^2 q}{\partial (z_j^{l+1})^2} + f''(z_k^l) \frac{\partial q}{\partial a_k^l}. \quad (22)$$

Dodatkowo poprzez zastosowanie aproksymacji Levenberga-Marquardta możemy uprościć wzór do postaci

$$\frac{\partial^2 q}{\partial (z_k^l)^2} = f'(z_k^l)^2 \sum_j (w_{jk}^{l+1})^2 \frac{\partial^2 q}{\partial (z_j^{l+1})^2} \quad (23)$$

co dodatkowo daje gwarancję, że wyznaczane aproksymacje drugich pochodnych nie będą ujemne. Dla zastosowania powyższego wzoru niezbędne jest wyznaczenie wartości granicznej czyli drugich pochodnych dla ostatniej warstwy sieci neuronowej. Stosując wspomnianą wcześniej aproksymację otrzymujemy wzór postaci

$$\frac{\partial^2 q}{\partial (z_k^L)^2} = 2f'(z_k^L)^2 \quad (24)$$

Po wyznaczeniu wartości diagonalnych  $h_{ii}$  należy uśrednić je po wszystkich przykładach uczących i na tej podstawie zgodnie ze wzorem (19) wyznaczyć współczynniki asymetrii, zgodnie z którymi przycinane będą kolejne wagi sieci. Ogólną procedurę algorytmu OBD zapisać możemy w następujących krokach:

1. Wybór właściwej architektury sieci
2. Pełne wytrenowanie danej struktury przy użyciu jednej z metod uczenia, na przykład wstecznej propagacji
3. Obliczenie wartości diagonalnych macierzy Hessego czyli współczynników  $h_{ii}$
4. Wyznaczenie współczynników asymetrii  $S_i$
5. Posortowanie parametrów rosnąco według współczynników  $S_i$
6. Usunięcie najmniej znaczących wag
7. Powtórzenie procedury od punktu 2, aż do osiągnięcia pożądanego kryterium wyjścia na danych weryfikujących

Warto zauważyć, że usunięcie wagi odbywa się poprzez ustawienie jej wartości na zero i przypisanie odpowiedniej maski, która uniemożliwia metodzie wstecznej propagacji ponowną modyfikację parametru.

### 3.3. Strategia eksperymentów

Opisane założenia teoretyczne stanowią podstawę do implementacji rozwiązania i przeprowadzenia eksperymentów praktycznych, których wyniki przedstawione zostaną w kolejnym rozdziale. Przed przystąpieniem do prezentacji wyników warto jednak jeszcze opisać schemat według, którego zostaną one przeprowadzone. Pozwoli to czytelnikowi na ewentualną samodzielną interpretację wyników i będzie prowadziło do lepszego zro-

zumienia wniosków płynących z pracy. Poniższy schemat stanowi jedynie zwięzły opis strategii, a wszystkie szczegóły opisane zostaną we właściwym rozdziale.

Pierwszym etapem jest wygenerowanie danych, które następnie stanowią będą przykłady uczące i weryfikujące zarówno dla algorytmu wstecznej propagacji jak i OBD. Generacja danych polega na przeprowadzeniu symulacji z wykorzystaniem regulatora DMC i zdefiniowanego obiektu regulacji. Warto zwrócić uwagę na fakt, że dane uczące i weryfikujące generowane będą oddzielnie, dzięki czemu działanie sieci neuronowej weryfikowane będzie z wykorzystaniem przykładów symulacji niewystępujących w danych uczących. Jednak przed zastosowaniem otrzymanych danych w procedurze uczenia sieci niezbędne jest ich przeskalowanie do wartości z zakresu od -1 do 1. Jest to niezbędny krok wymuszony przez rodzaj zastosowanej funkcji aktywacji. Warty zauważenia jest fakt, że koniecznym było zastosowanie modułu skalującego pozwalającego na transformację danych wejściowych w dwie strony. Sieć neuronowa wykorzystana zostanie jako regulator, a zatem procedura odwrotnego skalowania jest tutaj niezbędna.

Następnie należy wytrenować sieć neuronową z wykorzystaniem opisanej metody wstecznej propagacji. Z uwagi na fakt, że następnym krokiem będzie wykorzystanie algorytmu OBD do redukcji sieci, należy zastosować lekko zmodyfikowaną strategię względem klasycznego podejścia do uczenia sieci neuronowej. Algorytm OBD wymaga aby funkcja celu była w swoim minimum, a zatem konieczne jest pełne wytrenowanie sieci na danych uczących bez stosowania kryterium wyjścia na danych weryfikujących. Algorytm uczenia sieci zakończy swoje działanie gdy zmiany funkcji kosztu w kolejnych iteracjach będą dostatecznie małe. Eksperymenty powtórzone zostaną dla różnej ilości neuronów w warstwie ukrytej oraz różnych wartości współczynnika uczącego sieci. Pozwoli to na wybór najbardziej optymalnej architektury przed przystąpieniem do procedury redukcji sieci.

Kolejno zastosujemy procedurę OBD dla optymalnej struktury sieci. Redukcja sieci zgodnie z opisaną wcześniej procedurą będzie kontynuowana aż zmiana funkcji kosztu na danych weryfikujących osiągnie dostatecznie małą wartość. Dzięki takiemu podejściu otrzymamy sieć neuronową, która powinna posiadać wysokie zdolności generalizacji postawionego przed nią zadania. W celu weryfikacji otrzymanego rezultatu przeprowadzona zostanie symulacja danego układu regulacji dla różnych wartości zadanych z wykorzystaniem sieci neuronowej oraz regulatora DMC. W obu przypadkach wyznaczony zostanie błąd średnio-kwadratowy i na tej podstawie możliwe będzie porównanie dwóch zastosowanych metod i weryfikacja czy sieć neuronowa jest w stanie zastąpić klasyczny regulator.

Ostatnim etapem prowadzonych badań będzie przetestowanie działania sieci neuronowej jako regulatora zmodyfikowanych obiektów regulacji. Wykorzystana zostanie tutaj wcześniej opisana własność łatwej zmiany obiektu regulacji poprzez dobór odpowiednich

parametrów. Przeanalizowanie zostanie również działanie sieci dla bardziej skomplikowanych przebiegów regulacji, przykładowo wielokrotnego skoku wartości zadanej.

W rozdziale przedstawione zostały wszystkie niezbędne opisy i założenia teoretyczne pozwalające na pełne zrozumienie omawianego zagadnienia. Zaprezentowane wzory i struktury stanowią bezpośrednią podstawę do praktycznej implementacji rozwiązań, której najważniejsze części przedstawione zostaną w kolejnym rozdziale. Dodatkowo lektura tego rozdziału powinna umożliwić czytelnikowi samodzielną interpretację wyników i dokładne zrozumienie charakteru pracy.



## **4. Opis wybranych elementów implementacji**

### **4.1. Algorytm DMC**

### **4.2. Architektura sieci neuronowej**

### **4.3. Algorytm OBD**

## **5. Wyniki pracy**

### **5.1. Generacja danych**

### **5.2. Uczenie sieci neuronowej**

### **5.3. Zastosowanie algorytmu OBD**

### **5.4. Weryfikacja rozwiązania**

## 6. Summatio



## Bibliografia

- [1] S. O. Haykin, *Neural Networks: A Comprehensive Foundation, 2nd Edition*. Ontario Canada: Pearson Education, 1999.
- [2] S. Osowski, *Sieci neuronowe do przetwarzania informacji*. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2013.
- [3] H. K., "Approximation capabilities of multilayer feedforward networks", *Neural Networks*, t. 4, nr. 2, s. 251–257, 1991.
- [4] S. Osowski, "Sieci neuronowe do przetwarzania informacji", w. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2013, s. 101–107.
- [5] S. A. S. Yann Le Cun John S. Denker, "Optimal Brain Damage", w *Advances in Neural Information Processing Systems 2*, 1989.
- [6] Ł. M. Chaber P., "Pruning of recurrent neural models: an optimal brain damage approach", *Nonlinear Dynamics*, t. 92, s. 763–780, 2018.
- [7] M. M. P. Kavzoglu T., "Assessing Artificial Neural Network Pruning Algorithms", w *24th Annual Conference and Exhibition of the Remote Sensing Society*, 1998.
- [8] W. G. Hassibi B. Stork D.G., "Optimal Brain Surgeon and general network pruning", w *IEEE International Conference on Neural Networks*, 1993.
- [9] T. P. Kittisupakorn P., "Neural network based model predictive control for a steel pickling process", *Journal of Process Control*, t. 19, s. 579–590, 2009.
- [10] M. F. Hosen M.A. Hussain M.A., "Control of polystyrene batch reactors using neural network based model predictive control (NNMPC): An experimental investigation", *Control Engineering Practice*, t. 19, s. 454–467, 2011.
- [11] J.-S. F. Afram A., "Artificial Neural Network (ANN) based Model Predictive Control (MPC) and Optimization of HVAC Systems: A State of the Art Review and Case Study of a Residential HVAC System", *Energy and Buildings*, t. 141, 2017.
- [12] M. Ławryńczuk, *Sterowanie procesów ciągłych, preskrypt*. Politechnika Warszawska, 2009.
- [13] P. Tatjewski, *Sterowanie zaawansowane obiektów przemysłowych. Struktury i algorytmy*. Warszawa: Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 2016.
- [14] R. B. Culter C.R., "Dynamic matrix control – a computer control algorithm.", w *Proceedings of the AIChE National Meeting, Houston, USA*, 1979.
- [15] M. A. Nielsen, *Neural Networks and Deep Learning*. Determination Press, 2015.

## Wykaz symboli i skrótów

**DMC** – Dynamic Matrix Control

**OBD** – Optimal Brain Damage

**PW** – Politechnika Warszawska

**WEIRD** – ang. *Western, Educated, Industrialized, Rich and Democratic*

## Spis rysunków

|   |    |
|---|----|
| 3.1. Przykładowa odpowiedź wyjścia obiektu na jednostkowy skok sterowania . . . | 15 |
| 3.2. Regulacja DMC dla wybranego obiektu . . . . .                              | 17 |
| 3.3. Schemat poglądowy struktury sieci. Źródło: . . . . .                       | 18 |
| 3.4. Model neuronu. Źródło: . . . . .   | 19 |
| 3.5. Przebieg funkcji sigmoidalnej unipolarnej. Źródło: . . . . .               | 19 |

## Spis tabel

## Spis załączników

|                                 |    |
|---------------------------------|----|
| 1. Nazwa załącznika 1 . . . . . | 31 |
| 2. Nazwa załącznika 2 . . . . . | 33 |

## **Załącznik 1.      Nazwa załącznika 1**

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus.

Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Donec odio elit, dictum in, hendrerit sit amet, egestas sed, leo. Praesent feugiat sapien aliquet odio. Integer vitae justo. Aliquam vestibulum fringilla lorem. Sed neque lectus, consectetur at, consectetur sed, eleifend ac, lectus. Nulla facilisi. Pellentesque eget lectus. Proin eu metus. Sed porttitor. In hac habitasse platea dictumst. Suspendisse eu lectus. Ut mi mi, lacinia sit amet, placerat et, mollis vitae, dui. Sed ante tellus, tristique ut, iaculis eu, malesuada ac, dui. Mauris nibh leo, facilisis non, adipiscing quis, ultrices a, dui.



## **Załącznik 2.      Nazwa załącznika 2**

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.