

Лабораторная работа №6

Задача об эпидемии

Левкович Константин Анатольевич

Содержание

1	Цель работы	4
2	Выполнение лабораторной работы	5
2.1	Теоретическое введение	5
2.2	Задание	6
2.3	Графики	7
3	Выводы	9

Список иллюстраций

2.1	Первый случай	7
2.2	Первый случай без $S(0)$	8
2.3	Второй случай	8

1 Цель работы

1. Рассмотреть простейшую модель эпидемии.
2. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп.
3. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия.

2 Выполнение лабораторной работы

2.1 Теоретическое введение

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - $S(t)$ — восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи. Вторая - $I(t)$ — это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции. И третья - $R(t)$ — это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \begin{cases} -\alpha S, I(t) > I^* \\ 0, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \begin{cases} -\alpha S - \beta I, I(t) > I^* \\ -\beta I, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности:

- α — коэффициент заболеваемости
- β — коэффициент выздоровления

Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$

2.2 Задание

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 8439$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 86$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 25$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$.

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если $I(0) \leq I^*$
2. если $I(0) > I^*$

$$\alpha = 0.35$$

$$\beta = 0.13$$

2.3 Графики

Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда $I(0) \leq I^*$ с начальными условиями $I(0) = 86, R(0) = 25, S(0) = 8328$. Коэффициенты $\alpha = 0.35, \beta = 0.13$. (рис. -@fig:001). График изменения числа людей в группе здоровых людей с иммунитетом, а также в группе инфицированных особей (рис. -@fig:002).

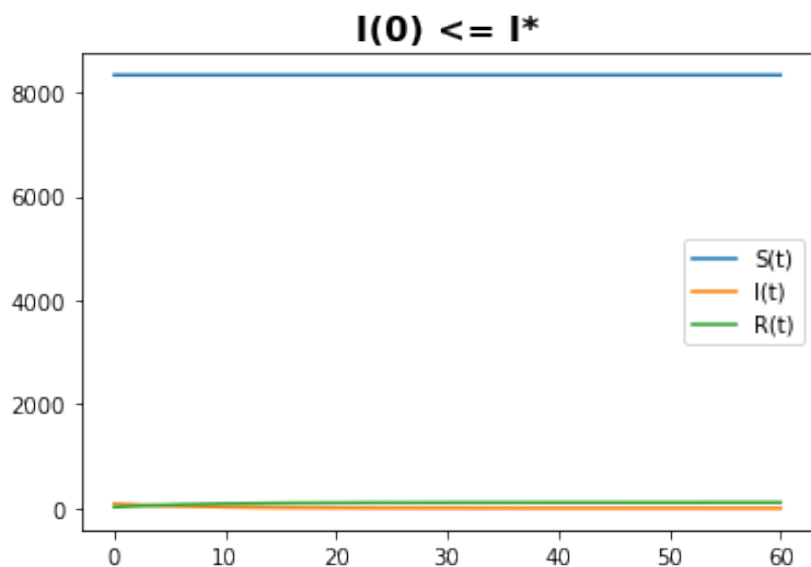


Рис. 2.1: Первый случай

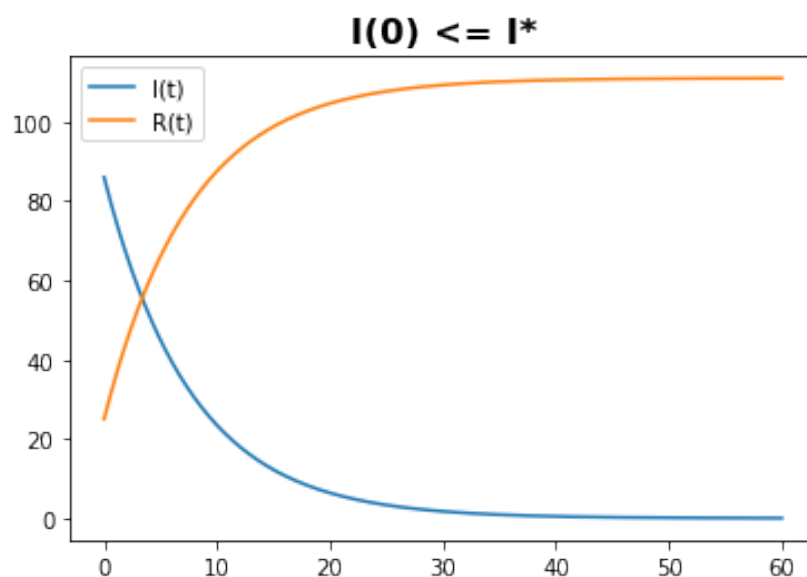


Рис. 2.2: Первый случай без $S(0)$

Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда $I(0) > I^*$ с начальными условиями $I(0) = 86$, $R(0) = 25$, $S(0) = 8328$. Коэффициенты $\alpha = 0.35$, $\beta = 0.13$. (рис. -@fig:003)

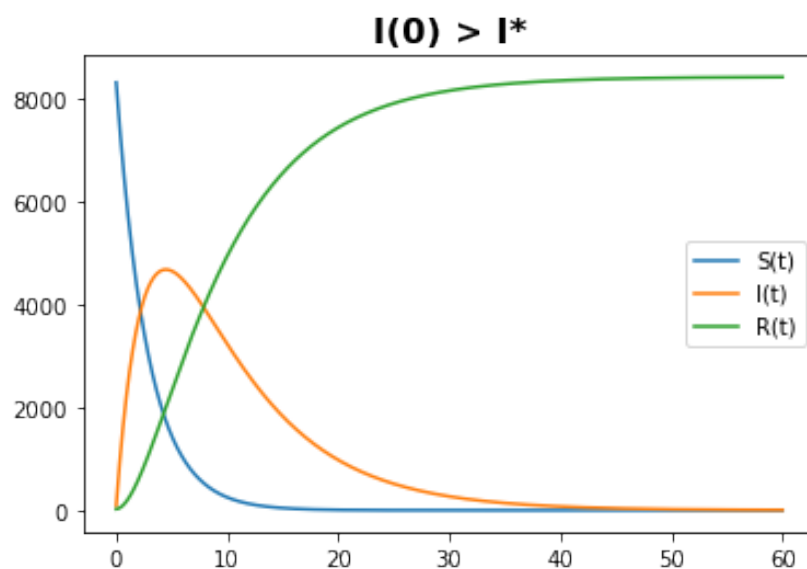


Рис. 2.3: Второй случай

3 Выводы

1. Построил графики изменения числа особей в каждой из трех групп.
2. Рассмотрел, как будет протекать эпидемия в разных случаях.