

Лабораторная работа №4

Левкович Константин Анатольевич¹

RUDN University, 27 February, 2021 Moscow, Russia

¹RUDN University, Moscow, Russian Federation

Цель лабораторной работы

- Научиться строить модели гармонических колебаний на примере линейного гармонического осциллятора.
- Построить фазовый портрет гармонического осциллятора
- Решить уравнения гармонического осциллятора

Задача

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев 1.

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 9.9x = 0$ 2. Колебания гармонического

осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$\ddot{x} + 13\dot{x} + 13x = 0$ 3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + 24\dot{x} + 25x = 6\sin(4t)$$

На интервале $t \in [0; 48]$ (шаг 0.05) с начальными условиями

$$x_0 = 0.9, y_0 = 0.9$$

Результаты выполнения лабораторной работы

1. Описал функцию вектор функции $f(t, x)$ для решения дифференциальных уравнений $\dot{x} = y(t, x)$, где x - искомый вектор.
2. Написал функцию для правой части уравнения $f(t)$.
3. Написал основную функцию для построения модели: задал вектор начальных условий, интервал для решения задачи, использовал библиотеку `scipy` для решения дифференциального уравнения, а также `matplotlib` для построения графиков.

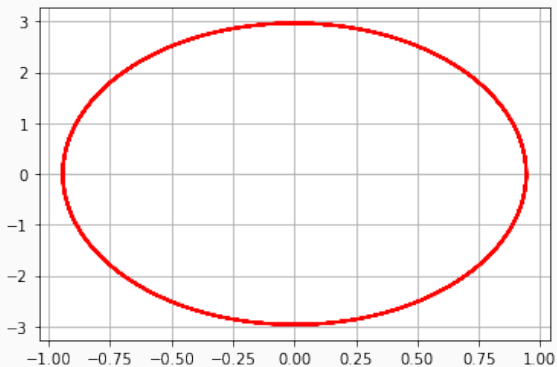


Рис. 1: Исходные данные

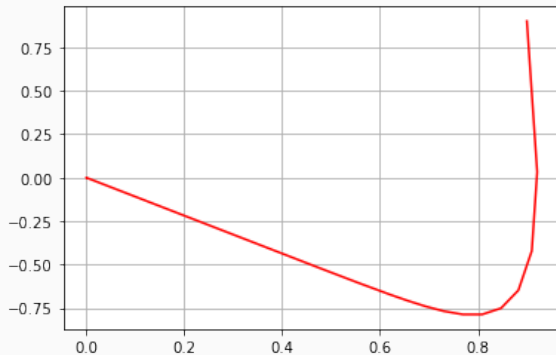


Рис. 2: Первая модель

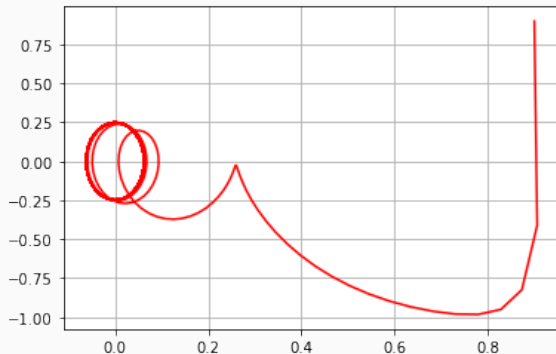


Рис. 3: Вторая модель

Вопросы

Запишите простейшую модель гармонических колебаний

$x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0)$ - простейшая модель гармонических колебаний.

Дайте определение осциллятора

Осциллятор - модель, которую в теории колебаний можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением.

Запишите модель математического маятника

Уравнение динамики принимает вид:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{g}{L}\sin\alpha = 0$$

В случае малых колебаний полагают $\sin\alpha \approx \alpha$. В результате возникает линейное дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{g}{L}\alpha = 0$$

или

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega^2\alpha = 0$$

Запишите алгоритм перехода от дифференциального уравнения второго порядка к двум дифференциальным уравнениям первого порядка

Пусть у нас есть дифференциальное уравнение 2-го порядка:

$$\ddot{y} + 4y = \cos(3x), y(0) = 0.8, \dot{y}(0) = 2$$

По методу Ранге-Кутты делаем замену, а также переносим $4y$ в правую часть:

$$\dot{y} = z$$

Тогда получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \dot{y} = z = g(x, y, z) \\ \dot{z} = \cos(3x) - 4y = f(x, y, z) \end{cases}$$

Что такое фазовый портрет и фазовая траектория?

Фазовый портрет — это совокупность фазовых траекторий для всевозможных начальных условий.

Фазовая траектория — траектория движения изображающей точки, сопоставленной изменению состояний системы.

Спасибо за внимание!