Математика

Полоз Алексей

28 апреля 2019 г.

1 Функция

1.1 Понятие

[1]
Функция f(x) –

- Отображение из множества определения в множество значения функции
- Соответствие между различными значениями аргумента x и значениями функции f(x)

$x \mapsto f(x), x \in \mathbb{R}$

Свойства:

- Каждому аргументу соответствует только одно значение f(x)

1.2 Область определения и значения

[2]
$D(f)$ – область определения функции (те значения x, для которых функция задана)

$E(f)$ – область значения функции (все значения, что функции может принимать)

Примеры:

- $f(x) = \frac{1}{x-1}, D(f) = \mathbb{R}\backslash\{1\}, E(f) = \mathbb{R}\backslash\{0\}$

1.3 График

[3]
<рандомная линия поверх пересечения осей x, y надпись y=f(x)>

1.4 Непрерывность

[4]
Разрывы

- Одна точка выбивается
- Резкий скачок значения функции
- Разрывы с ассимптотой (прямая, к которой приближается, но не пересекает)

---

[8]

производная $\rightarrow$
Функция $f(x)$ непрерывна в точке $x = a$:

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(\lim_{x \to a} x) = f(a)$$

1.5 Гладкость

[5]
отсутствие углов
! бывает не гладкая ни в одной точке Примеры: Функция Веерштрасса

---

[9]

производная $\rightarrow$
Гладкие функции – функции с непрерывной производной
!нестрого – без изломов
[13]
касательная $\rightarrow$
Доказательство:
Если производная резко меняет своё значение в некоторой точке - меняется и направление касательной, получается излом.

1.6 Секущая

[11]
– прямая, которая проходит через 2 точки на графике.
<график>
$y(x) = \frac{\Delta y}{\Delta x}(x - x_0) + f(x_0)$
Доказательство:
Проходит через точки x_0 и $x_0 + \Delta x$. Соответственно функция принимает значения y_0 и $y_0 + \Delta y$.

1.7 Касательная

[12]
предел $\rightarrow$
Если

$$\lim_{x\to 0}$$

, то секущая перейдёт в касательную.

– прямая, которая пересекает график функции в одной точке.

Пересекает его под нулевым углом.

Следствие:
Очень хорошо приближает график в окрестности этой точки.

производная $\rightarrow$
<график>
$y(x) = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

2 Предел

2.1 Функции

[6]
$\lim$

! Неформально:

$$\lim_{x\to a} f(x)$$

– величина, к которой стремится $f(x)$, если x стремится к a

Примеры:

- $(1+x)^{\frac{1}{x}}$

x	$f(x)$
0.1	2.593...
0.01	2.704...
0.001	2.716...
0.0001	2.718...

$$\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = 2.7182...$$

- $\frac{1}{x}$

x	$f(x)$
0.1	10
0.01	100
0.001	1000
0.0001	10000

$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{x} = \infty$$

3 Производная

3.1 Понятие

[7]
– скорость роста функции

<график>

$y = k * x + b$

$k = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ – скорость роста

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

– производная функции $f(x)$ в точке x

3.2 Геометрический смысл

[14]
– угловой коэффициент касательной к графику функции.

[10]
<график> !дополнить h, l из доказательства

$y = k * x + b$

$k = \operatorname{tg} \alpha$

Доказательство:
Для любой точки M прямой $y = kx, y_0 = kx_0 + b$. По определению: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{l} = \frac{y_0}{x_0}$. $\rightarrow k = \operatorname{tg} \alpha$

4 Обозначения

Обозначение	Значение
$\to$	Стремится

Список литературы