# А3 теория

23 октября 2021 г.   21:47

52.

Обозначим $P(K)$ – вероятность заболевания $(10^{-5})$

$P(П|K)$ – вероятность положительного результата, если пациент болен $(0{,}99)$

$P(\bar{K})$ – вероятность того, что пациент не болен $(0{,}99999)$

$P(П)$ – вероятность положительного результата

вероятность пол. результата, если не болен $(0{,}01)$

$$P(П) = P(П|K)\cdot P(K) + P(П|\bar{K})\cdot P(\bar{K}) = 0{,}99\cdot 10^{-5} + 0{,}01\cdot 0{,}99999 = 100098\cdot 10^{-7}$$

По теореме Байеса:

$$P(K|П) = \frac{P(П|K)\cdot P(K)}{P(П)} = \frac{0{,}99\cdot 10^{-5}}{100098\cdot 10^{-7}} = \frac{99}{100098} \approx 0{,}1\%$$

51

1) $p(\lambda) = c$. По теореме Байеса:

апостериорное рас-е $\lambda$

$$p(\lambda|m) = \frac{p(\lambda)\cdot P(m|\lambda)}{\int d\lambda\, P(m|\lambda)\, p(\lambda)} = \frac{c\, P_\lambda(m)}{c\int_0^\infty \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda} d\lambda} = P_\lambda(m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$$

2) Теперь $p(\lambda) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$

$$p(\lambda|m') = p(\lambda)\frac{P(m|\lambda)}{\int d\lambda\, P(m|\lambda)\, p(\lambda)} = \frac{(2\lambda)^{m+m'}}{m'!\,m!}\cdot e^{-2\lambda}\,\frac{2\, m!\, m'!}{(m+m')!} = 2\,\frac{(2\lambda)^{m+m'}}{(m+m')!}\, e^{-2\lambda}$$