

## 機械学習・パターン認識論 課題 3

B4 田川幸汰

## 1 課題

データ数  $N = 3$  の時、スライド 14 ページの  $E_D(\tilde{\mathbf{W}})$  が二乗和誤差関数になっていることを示せ。

## 2 解答

データ数  $N = 3$  の時、 $\tilde{\mathbf{X}} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3)^\top$ 、 $\mathbf{T} = (t_1, t_2, t_3)^\top$  と定義する。  
これを用いて  $E_D(\tilde{\mathbf{W}})$  を式変形する。

$$E_D(\tilde{\mathbf{W}}) = \frac{1}{2} \text{tr}((\tilde{\mathbf{X}}\tilde{\mathbf{W}} - \mathbf{T})^\top (\tilde{\mathbf{X}}\tilde{\mathbf{W}} - \mathbf{T})) \quad (1)$$

$$\tilde{\mathbf{X}}\tilde{\mathbf{W}} - \mathbf{T} = \begin{pmatrix} \tilde{x}_1\tilde{\mathbf{W}} \\ \tilde{x}_2\tilde{\mathbf{W}} \\ \tilde{x}_3\tilde{\mathbf{W}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{pmatrix} \quad (2)$$

式 (1)、式 (2) より、

$$E_D(\tilde{\mathbf{W}}) = \frac{1}{2} \text{tr} \begin{pmatrix} (\tilde{x}_1\tilde{\mathbf{W}} - t_1)^2 & \dots & \dots \\ \dots & (\tilde{x}_2\tilde{\mathbf{W}} - t_2)^2 & \dots \\ \dots & \dots & (\tilde{x}_3\tilde{\mathbf{W}} - t_3)^2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} ((\tilde{x}_1\tilde{\mathbf{W}} - t_1)^2 + (\tilde{x}_2\tilde{\mathbf{W}} - t_2)^2 + (\tilde{x}_3\tilde{\mathbf{W}} - t_3)^2) \quad (3)$$

ここで、 $\tilde{x}\tilde{\mathbf{W}}$  は予測値、 $t$  は訓練データを表しているため、式 (3) は二乗和誤差関数になっていると考えられる。

## 参考文献

[1] 最小二乗法の解の導出, 閲覧日 2023 年 5 月 30 日, <https://www.iwanttobeacat.com/entry/2018/01/13/221840>.