

Praca zaliczeniowa PBiMASI , II część – maj 2013 – TEMAT 4.

Imię i nazwisko:.....Nr. Gr.....Index:

Zadanie 1. Obwód elektryczny tworzą trzy baterie X_1, X_2, X_3 , podłączone szeregowo do żarówki Y . Celem naszym jest modelowanie czasu pracy baterii jako niezależnych zmiennych losowych o rozkładzie wykładniczym (λ). Eksperyment polega na mierzeniu czasu pracy żarówki do czasu, kiedy jedna z baterii ulegnie awarii. Stąd zmienną losową podlegającą obserwacji jest zmienna postaci: $Y = \min\{ X_1, X_2, X_3 \}$. Na podstawie powyższych informacji należy:

a) (1,5 p) określić rozkład zmiennej losowej Y podając postać funkcji gęstości i dystrybuanty.

Wynik rozwiązania

b) (1,5 p) wyznaczyć estymator parametru λ Metodą Największej Wiarygodności (MNW)

Wynik rozwiązania

c) (2) korzystając z nierówności Rao-Cramera należy wykazać, że estymator parametru λ uzyskany metodą MNW jest nieobciążonym estymatorem o najmniejszej wariancji.

Dowód:

Zadanie 2. Pan Prezes **Z**, firmy „Metal Inc” chce zweryfikować swoje przypuszczenie, że średnia waga opakowania gwoździków m jest zgodna z napisem na opakowaniu równym 16 dkg. Opakowania gwoździków są napełniane automatycznie na taśmie produkcyjnej. Dodatkowo Pan Prezes **Z** chce mieć pewność, że waga opakowania przewyższa zakładaną normę równą 16 dkg. Menadżer od spraw kontrolingu doradził Prezesowi zbadanie próby 25 opakowań. Z jego poprzednich doświadczeń wynika, że waga opakowania gwoździków posiada rozkład normalny z odchyleniem równym 0,4 dkg. Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ ustal:

- a) (1p) jaki jest obszar odrzucenia hipotezy zerowej przy wykorzystaniu średniej z próby ?

Wynik: obszar odrzucenia

- b) (1p) jaka jest decyzja weryfikacyjna jeśli na podstawie próby losowej $n=25$ opakowań gwoździków otrzymano średnią równą 16,3 dkg. Jak jest wartość p -value dla testu weryfikacyjnego?

Wynik: decyzja i wartość p -value

- c) (2p) jaka jest moc testu, kiedy $m=16,23$ dkg. Zapisz formułę mocy testu a następnie oblicz jej wartość.

Wynik: wartość mocy testu

- d) (1p) Przedstaw graficznie wartości błędów I. i II. rodzaju.