

## Praca zaliczeniowa PBiMASI , II część – maj 2013 – TEMAT 3

Imię i nazwisko:.....Nr. Gr.....Index:

**Zadanie 1.** Zakładając, że  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  są niezależnymi zmiennymi losowymi o identycznych rozkładach, gdzie  $Y_i$  ma rozkład dany funkcją gęstości postaci:

$$f(y|\theta) = \frac{\theta^2}{y^3} \exp(-\theta/y), \text{ gdzie } y > 0, \theta > 0. \text{ Wiadomo jest, że } E(Y_i) = \theta \text{ i } E\left(\frac{1}{Y_i}\right) = \frac{2}{\theta}$$

dla każdego  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Należy :

a) (1 p) wyznaczyć estymator parametru  $\theta$  Metodą Momentów (MM)

**Wynik rozwiązania:**

b) (1,5 p) wyznaczyć estymator parametru  $\theta$  Metodą Największej Wiarygodności (MNW)

**Wynik rozwiązania**

c) (2,5 p) Wykazać, że  $\sum_{i=1}^n \frac{1}{Y_i}$  jest dostateczną (wystarczającą) statystyką do estymacji parametru  $\theta$ .

Należy przedstawić całość wywodu .

**Wывód:**

**Wynik rozwiązania:**

## Zadanie 2.

a) (1,5) Załóżmy, że wynikiem eksperymentu jest pojedyncza zmienna losowa  $X$ . 80% przedział ufności dla parametru  $\theta$  jest postaci:  $(X - 1, X + 2)$ . Na podstawie podanych informacji należy określić podstawy do odrzucenia  $H_0: \theta = 5$  wobec hipotezy alternatywnej  $H_1: \theta \neq 5$  na poziomie istotności  $\alpha = 0,2$ .

**Wywód:**

<b>Wynik( określenie obszaru odrzucenia):</b>
---

b) Niech  $Y_1$  i  $Y_2$  będą zmiennymi losowymi o identycznych rozkładach jednostajnych z parametrami:  $(0, \theta)$ . Zakładając testowanie hipotezy zerowej  $H_0: \theta = 1$  przeciw hipotezie alternatywnej  $H_1: \theta > 1$ , przy której następuje odrzucenie hipotezy zerowej wtedy, kiedy  $\max \{ Y_1, Y_2 \} > c$ . Należy:

1. (1p) określić wartość  $c$ , taką dla której test ma poziom istotności równy 0,19.

Wynik: stała $c =$
--------------------

2. (1,5 p) obliczyć moc testu (jako funkcji  $\theta$ )?

Wynik: moc testu =
--------------------

3. (1p) przedstawić graficznie błąd I. i II. rodzaju

