

Zestaw przykładów

Zmienna losowa – rozkłady teoretyczne - wnioskowanie statystyczne

Przykład 1.

Jeden z salonów sprzedaży FORDA zarejestrował, że sobota jest tym dniem w tygodniu w którym sprzedaje się najwięcej samochodów. Dla celów biznesowych właściciel salonu opracował rozkład liczby sprzedanych samochodów w soboty następującej postaci:



Liczba sprzedanych samochodów $X=x_i$	Prawdopodobieństwo sprzedaży $p(x_i)$
0	0,10
1	0,20
2	0,30
3	0,30
4	0,10
Ogółem	1,0

Należy :

- a) wyznaczyć i zinterpretować: średnią, wariancję, odchylenie standardowe i współczynnik zmienności;
- b) określić zbiór wartości dystrybuanty i sporządzić jej wykres.

Przykład 2.

Restauracja Pizza Palace oferuje trzy rodzaje napojów COCACOLA: **mały**, **średni** i **duży**, które kosztują odpowiednio w USD 0,80, 0,90 i 1,20. Z wielomiesięcznych obserwacji wynika, że 30 % zamawianych napojów to napoje typu „mały”, 50% są „średniej” wielkości a 20% to „duży” napój. Przedstaw informację o sprzedaży napojów w postaci rozkładu prawdopodobieństwa. Czy jest to rozkład zmiennej skokowej? Przedstaw graficznie zbudowany rozkład.

Przykład 3.

Wyznacz średnią, wariancję, odchylenie standardowe, określ wartości dystrybuanty i jej wykres dla następującego rozkładu zmiennej losowej X:

$X= x_i$	0	1	2	3	Ogółem
$p(x_i)$	0,2	0,4	0,3	0,1	1,0

Przykład 4.

Jest 5 lotów każdego dnia z Warszawy do Wrocławia przewoźnika X. Prawdopodobieństwo, że lot będzie opóźniony wynosi 0,20. Jakie jest prawdopodobieństwo, że danego dnia, żaden z samolotów nie będzie opóźniony? Jakie jest prawdopodobieństwo, że danego dnia będzie opóźniany dokładnie jeden lot? Wyznacz stosowny rozkład prawdopodobieństwa oraz podaj wartości parametrów rozkładu i ich interpretację.

Przykład 5.

Jeden z pracowników banku inwestycyjnego na podstawie długoletnich swoich doświadczeń ocenił, że prawdopodobieństwo nie spłacenia zaciągniętego kredytu wynosi 0,025. W ostatnim miesiącu pracownik (bank) udzielił 40 kredytów inwestycyjnych. Jakie jest prawdopodobieństwo, że dokładnie 3 kredyty nie będą spłacone? Jakie jest prawdopodobieństwo, że przynajmniej 3 kredyty nie będą spłacone.

Przykład 6.

Oszacowano, że 0,5 % klientów dzwoniących do biura obsługi kart kredytowych banku XYZ otrzymuje sygnał zajętości. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w dniu dzisiejszym na 1200 klientów łączących się z biurem obsługi przynajmniej 5 otrzyma sygnał zajętości.

Przykład 7.

Rozkład tygodniowych wynagrodzeń pracowników administracji Osiedla „Brama” posiada rozkład normalny ze średnią równą 1000 zł i odchyleniem standardowym 100 zł. Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrany pracownik tej firmy będzie miał tygodniowe wynagrodzenie :

- a) w granicach od 900 do 1200 zł;
- b) powyżej 1000 zł
- c) poniżej 1300 zł

Wyznaczone wartości prawdopodobieństw zinterpretuj graficznie.

Przykład 8.

Ostatnie badania wynagrodzeń członków załóg lotniczych (personel obsługi) w samolotach pasażerskich wskazują, że przeciętne wynagrodzenie za godzinę jest na poziomie 20.5 \$ z odchyleniem standardowym 3.5 \$. Zakładając, że rozkład wynagrodzeń jest zgodny z rozkładem normalnym, jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo dobrany członek załogi będzie miał wynagrodzenie za godzinę pracy:

- a) pomiędzy \$20.50 a \$24.00
- b) więcej niż \$24.00
- c) mniej niż 19.

Wyniki zinterpretuj graficznie.

Przykład 9.

Pewna firma przemysłowa TARTUS INDUSTRY ma 7 pracowników produkcyjnych. Poniższa tabela zamieszcza ich godzinowe wynagrodzenie w USD.

Name	Joe	Sam	Sue	Bob	Jan	Art.	Ted
HW in \$	7	7	8	8	7	8	9

Ile wynosi średnia w populacji

Jaki jest rozkład średniej z próby dla prób o wielkości $n=2$

Ile wynosi wartość średniej dla rozkładu z próby

Przedstaw graficznie rozkład populacji i rozkład średniej z próby

Przykład 10.

Populacja składa się z czterech następujących wartości: 12; 12; 14; 16.

- a) pobierz wszystkie możliwe próby dwuelementowe i policz średnią dla każdej z prób
- b) wyznacz średnie dla dwóch rozkładów (populacji i rozkładu średniej z próby)
- c) porównaj dyspersję dla dwóch rozkładów

Przykład 11.

The American Retail Managers Association wishes to have information on the mean income of store managers in the retail industry . A random sample of 256 managers reveals a sample mean of \$ 75,420. The standard deviation of this population is \$ 2,050. The Association would like answer to the following questions:

- a) What is the population mean?
- b) What is reasonable range of values for the population mean?
- c) How we interpret these results?

Przykład 12.

Próbę o liczebności $n = 10$ elementów pobrano z populacji normalnej ze znanym odchyleniem standardowym, którego wartość wynosi 5. Średnia z próby wynosi 20 wyznacz błąd standardowy średniej

- a) oceń punktowo i przedziałowo (z 95% współczynnikiem ufności) nieznaną wartość średniej w populacji . Uzasadnij swoje postępowanie.

Przykład 13.

The American Sugar Production Association wants to estimate the mean yearly sugar consumption. A sample of 16 people reveals the mean yearly consumption to be 60 pounds with a standard deviation of 20 pounds.

- a) What is the value of population mean? What is the best estimate of this value ?
- b) Explain why we need to use the t distribution . What assumption do you need to make?
- c) For a 90 % confidence interval, what is the value of t ?
- d) What is reasonable range of values for the population mean?
- e) How we interpret these results?

Przykład 14.

Sieć telewizyjna Fox rozważa zastąpienie jednego ze swoich seriali o tematyce kryminalnej na nową wersję serialu– „komediowy show” . Zanim zostanie podjęta ostateczna decyzja, kierownictwo sieci zleciło firmie przebadanie losowej próby 400 widzów. Po obejrzeniu nowej komedii, 250 oświadczyło , że są skłonni oglądać nowy komediowy show w miejsce serialu kryminalnego. Oszacuj punktowo i przedziałowo wartość stosownego parametru populacji, przyjmując współczynnik ufności na poziomie 95 %.

Przykład 15.

Restauracja MacBurger Travel, twierdzi, że średni czas obsługi klienta wynosi 3 minuty z odchyleniem (+, -) 1 minuta. Departament ds. Oceny Jakości Obsługi Klientów przebadał losową próbę 100 klientów w jednej z restauracji sieci przy Waren Road MacBurger Tavel dla której wyniki były następujące: średni czas obsługi 2,75 minuty, przy odchyleniu standardowym = 1 minuta. Przyjmując poziom istotności równy 0,05 przeprowadź weryfikację stosownej hipotezy. Uzasadnij sposób postępowania.

Przykład 16.

Wieloletnie studia przeprowadzone przez Consumer Reports, wskazują, że 64% klientów supermarketów uznaje iż marki towarów sprzedawanych w supermarketach są tak dobre jak marki krajowe produktów. W celu weryfikacji tej hipotezy zlecono badanie na 1000 elementowej próbie losowej, z którego wynika , że 520 klientów supermarketów zgodziło się

z taką opinią. Przeprowadź weryfikację stosownej hipotezy, przyjmując poziom istotności na poziomie 0,05.

Przykład 17.

Microsoft Outlook jest często stosowanym narzędziem do obsługi poczty e-mailowej. Kierownictwo firmy Microsoft twierdzi, że z tego rozwiązania (Microsoft Outlook) korzysta do obsługi poczty 75 % użytkowników Internetu. Z badania firmy A Emil Lynch zrealizowanej na próbie 300 użytkowników Internetu wynika, że frakcja ta jest na poziomie 72%. Przyjmując poziom istotności na poziomie 5% zweryfikuj stosowne przypuszczenie.

Przykład 18.

The Dublin retailer age study (used as an example above) provided the following data on the ages of consumers from independent random samples at two store locations.

<u>Inner – city store</u>	<u>Out-of-town store</u>
---------------------------	--------------------------

$n_1 = 100$	$n_2 = 150$
-------------	-------------

$\bar{x}_1 = 40 \text{ years}$	$\bar{x}_2 = 35 \text{ years}$
--------------------------------	--------------------------------

$\sigma_1 = 9 \text{ years}$	$\sigma_2 = 10 \text{ years}$
------------------------------	-------------------------------

- State the hypotheses that could be used to detect a difference between the population mean ages at the two stores,
- What is the value of the test statistics ?
- At significance level = 0,05 what is your decision?

Przykład 19.

The Union Bank zrealizował badanie dotyczące identyfikacji różnic regionalnych w oddziałach banku co do wartości płatniczej czeków w EURO . Próby losowe w dwóch regionach dostarczyły następujących wyników:

	Północ	Wschód
wielkość próby	28	22
średnia z próby	1025	910
odchylenie stand. z próby	150	125

Oceń istotność różnic przyjmując poziom $\alpha = 0,10$. Na jakim poziomie istotności α może ulec zmianie podjęta decyzja weryfikacyjna ?

Przykład 20. W teście oceniającym **jakość** dwóch reklam telewizyjnych dokonano emisji każdego spotu reklamowego w specjalnych czasach antenowych (każda reklama sześć razy na tydzień). W następnym tygodniu, po czasie nadania reklam, ankieta z wykorzystaniem wywiadu przez telefon została przeprowadzona w celu identyfikacji telewidzów, którzy oglądali programy reklamowe. Wyniki badania były następujące:

	Reklama A	Reklama B
Liczba osób, które oglądały reklamę	150	200
Liczba osób, które pamiętają treści reklamy	63.....	60

Na poziomie istotności równym 0,05 oceń istotność różnic dwóch frakcji w populacji .