

$$\text{gg}^T(48, 5)$$

$$48 = 9 \cdot 5 + 3$$

$$5 = 1 \cdot 3 + 2$$

$$3 = 1 \cdot 2 + 1$$

$$2 = 2 \cdot 1 + 0$$

$$\rightarrow \text{gg}^T(48, 5) = 1$$

$$\text{gg}^T(121, 7)$$

$$121 = 17 \cdot 7 + 2$$

$$7 = 3 \cdot 2 + 1$$

$$2 = 2 \cdot 1 + 0$$

$$\text{gg}^T(121, 7) = 1$$

\rightarrow teilerfund

Erweiterter eukl. Algorithmus

$a \cdot x_1 + b \cdot y_1 = \text{ggT}(x_1, y_1) \rightarrow$ ich finde eine Lösung für (a, b)

$$x_1 = 48, y_1 = 5 \rightarrow \text{ggT}(48, 5) = 1$$

Ich suche eine Lösung der Gleichung: $a \cdot 48 + b \cdot 5 = 1$

$$\underline{a \cdot 48 + b \cdot 5 = 1}, a, b \in \mathbb{Z}$$

Löse die Gleichung

$$a \cdot 12 + b \cdot 162 = \text{ggT}(12, 162)$$

$$48 = 9 \cdot 5 + 3 \rightarrow 3 = 48 - 9 \cdot 5$$

$$5 = 1 \cdot 3 + 2 \rightarrow 2 = 5 - 1 \cdot 3$$

$$3 = 1 \cdot 2 + 1 \rightarrow 1 = 3 - 1 \cdot 2$$

$$\begin{aligned} 2 &= 2 \cdot 1 \\ &= 2 \cdot (3 - 1 \cdot 2) = 2 \cdot 3 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \\ &= 2 \cdot (3 - 1 \cdot (5 - 1 \cdot 3)) = 2 \cdot 3 - 2 \cdot 1 \cdot 5 + 2 \cdot 1 \cdot 3 \\ &= 2 \cdot 3 - 2 \cdot 1 \cdot 5 + 2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 - 2 \cdot 5 \\ &= 4 \cdot (48 - 9 \cdot 5) - 2 \cdot 5 = 4 \cdot 48 - 36 \cdot 5 - 2 \cdot 5 \\ &= 4 \cdot 48 - 38 \cdot 5 = 1 \end{aligned}$$

$$\rightarrow 4 \cdot 48 - 38 \cdot 5 = 1 \rightarrow a = 4 \text{ und } b = -38$$

$$162 = 13 \cdot 12 + 6 \rightarrow 6 = 1 \cdot 162 - 13 \cdot 12$$

$$12 = 2 \cdot 6 \rightarrow a = -13 \wedge b = 1$$

$$a \cdot 12 + b \cdot 150 = \text{ggT}(150, 12)$$

$$\rightarrow 6 = -12 \cdot 12 + 1 \cdot 150$$

$$\rightarrow a = -12 \wedge b = 1$$

$$a \cdot 12 + b \cdot 152 = \text{ggT}(152, 12)$$

$$152 = 12 \cdot 12 + 8 \rightarrow 8 = 152 - 12 \cdot 12$$

$$12 = 1 \cdot 8 + 4 \rightarrow 4 = 12 - 1 \cdot 8$$

$$8 = 2 \cdot 4$$

$$\rightarrow \text{ggT}(152, 12) = 4$$

$$= 12 - (152 - 12 \cdot 12)$$

$$= 13 \cdot 12 - 1 \cdot 152$$

$$\rightarrow a = 13 \wedge b = -1$$