研究進捗報告書

ミーティング日： 2020 年 12 月 2 日　学年 D2　氏名 吉田　皓太郎

注意：ミーティング時には、必ず本報告書を作成し、一部を教員に提出すると共に、一部を自分用に持参して下さい。本報告書の提出がない場合、ミーティングは実施しません。また、項目１）から項目３）について未記入の箇所がある場合にも、ミーティングは実施しません。なお、本報告書は手書きでも構いません。

テーマの概要

- 機械学習を用いたカップ形状の設計支援
- 着後形状予測のためのカップの変形解析

テーマの目的

1. 定性的な機能要求を満たせるようなカップ形状を設計できる
2. 布の物性とカップのパターンがどのような結びつきを持っているかを調べることができる.

今週のミーティング事項について

目次

ミーティング事項の具体的な内容について

1　研究進捗について

D&S2020 で発表した入力形状に対する出力評価予測の逆問題について考えております．現在残っている課題として，グラム行列の逆行列が，数値的に計算すると不安定になっているという点でした．グラム行列を確認すると，ランク落ちしており，行列として計算が難しいという結論に至りました．そこで，パラメータを入力した際，システムによって行列ランクのチェックを行い，プログラムのモードを変える方法を考えました．

1.1　逆行列が存在する場合（行列がフルランクである場合）※未実装

$\boldsymbol{y} = (\boldsymbol{K} + \sigma^2 \boldsymbol{I})\boldsymbol{a}$ とおく．そうすると，対数尤度の式は以下のようになります．

$$-\log|\boldsymbol{K}| - \boldsymbol{y}^T \boldsymbol{K}_\theta^{-1} \boldsymbol{y} = -\log|\boldsymbol{K}| - \boldsymbol{a}^T \boldsymbol{K}_\theta \boldsymbol{a} \tag{1}$$

一般に，グラム行列は半正定値性を持っております．その場合，二次形式 $\boldsymbol{a}^T\boldsymbol{K}\boldsymbol{a}$ は，$\lambda_1 \leq \boldsymbol{a}^T\boldsymbol{K}\boldsymbol{a} \leq \lambda_n$ を満たします．ただし，$\lambda_1, \cdots \lambda_n$ は，固有値を小さい順に並んでいるものとします．すなわち，尤度関数が最大値をとるときには，λ_1 に対応する固有ベクトルと等しくなります．すなわち，関数の離散値は，（不等式が満たされるかは除いて）一意に求められます．

1.2　逆行列が存在しない場合（行列のランク落ち）

ランク落ちした場合について考える．はじめに，$\boldsymbol{y} = (\boldsymbol{K} + \sigma^2 \boldsymbol{I})\boldsymbol{a}$ とおく．そうすると，対数尤度の式は以下のようになります．

$$-\log|\boldsymbol{K}| - \boldsymbol{y}^T \boldsymbol{K}_\theta^{-1} \boldsymbol{y} = -\log|\boldsymbol{K}| - \boldsymbol{a}^T \boldsymbol{K}_\theta \boldsymbol{a} \tag{2}$$

これを，$\boldsymbol{a}$ に関する尤度最大化問題（値が出る確率が最も高くなる）と捉えると，極値条件は

$$\boldsymbol{K}\boldsymbol{a} = \boldsymbol{0} \tag{3}$$

となる．グラム行列がランク落ちするならば，核 $\mathrm{Ker}\boldsymbol{K}_\theta \neq \boldsymbol{0}$ となります．この時，$\boldsymbol{a}$ は係数ベクトル $\boldsymbol{c}$ を用いて

$$\boldsymbol{a} = (\mathrm{Ker}\boldsymbol{K}_\theta)\boldsymbol{c} \tag{4}$$

と表すことができる．したがって，$\dim \boldsymbol{K}_\theta - \mathrm{rank}\boldsymbol{K}_\theta$ 個の変数が最適化するベクトルとなる．この $\boldsymbol{a}$ は，ガウス過程の事後分布の定数ベクトル部分と同じであるため，関数の任意の値は，

$$f(s) = \sum_{i=0}^{n-1} a_{f,i} k(s, s_i) \tag{5}$$

によって表現できます．

1.3　まとめ

以上をまとめると，以下のような単一目的？な最適化問題に帰結できるのではと考えます．

$$\min \quad f(\boldsymbol{a}) = \int_0^L (\boldsymbol{\zeta}_{LW} \cdot \boldsymbol{\zeta} - 1)^2 + (\boldsymbol{\eta} \cdot \boldsymbol{\zeta}_{LW})^2 ds \tag{6}$$

設計変数はカーネル行列が持つ”数値的”性質によって次元数が決定される，$\boldsymbol{a}_j$ に加え，初期姿勢 $\boldsymbol{\zeta}_0, \boldsymbol{\xi}_0, \boldsymbol{\eta}_0$ だが，$\boldsymbol{\zeta}_0 = \boldsymbol{\zeta}_{LW}(0)$ と一致させればよいため，$\boldsymbol{\xi}_0, \boldsymbol{\eta}_0$ が正規直交基底の制約を満たしつつ表現されればよい．

2　To Do List

- 二次形式の性質を利用した手法の実装（固有値ベクトル周り），ちなみに，現在の数値データは，片方はカーネル行列に核空間が存在する場合を検証しています．
- 可展面関連の研究整理：製品に使われているものなど
- 形状，特に曲面形状が決定する性能にはどのような例があるか．
- その性能の定量的数値が与えられ，かつそれが定式化が難しい場合などはあるか？（ブラジャーカップの例以外，例：複雑な解析結果によって得られる値は，これが当てはまるが，感性の定量化はそれそのものが難しい．）

４）メモ欄（ミーティング中に記載）

５）次回のミーティングまでの課題（ノルマ）（ミーティング終了時に記載）※学生、教員共に記載