研究進捗報告書

ミーティング日： 2021 年 3 月 21 日 学年 D2 氏名 吉田 皓太郎

注意：ミーティング時には、必ず本報告書を作成し、一部を教員に提出すると共に、一部を自分用に持参して下さい。本報告書の提出がない場合、ミーティングは実施しません。また、項目１）から項目３）について未記入の箇所がある場合にも、ミーティングは実施しません。なお、本報告書は手書きでも構いません。

MTG を行うにあたってのねらい

今回の MTG では，D 論の構成を現状までに達成された項目に基づき考察・再構築したものを記載しており，先生の意見を踏まえ D 論構成を確定させたいと考えている．また，その D 論構成に基づいた時，残りの少ない時間で何を行うべきかを議論し，今後の計画へと繋げたいと考えている．

今週のミーティング事項について

目次

ミーティング事項の具体的な内容について

1 【予備】局所修正法について

前回の MTG ではそもそも計算の定義が間違っており，実行できませんでした．

今までとそこまで解法の変わり映えしないという理由もあり，修正アルゴリズムを提案したいと考えております．このアルゴリズムでは，SCI で発表したように一度に変形させるのではなく，有限の修正操作を繰り返すことで点を満たすように移動することを考えたいと思います．

それを踏まえて，一度今までの式を振り返ります．ある ε_c および $\boldsymbol{d}$ に対して，修正後の長さ分布 $\varepsilon(s)$ は，$\boldsymbol{d}$ が s によって変化しない仮定の下で次式で表されます．

$$\varepsilon' = -\frac{|u'\boldsymbol{\zeta}_U \times \boldsymbol{\zeta}_L|}{D\cos\alpha}\mathrm{sgn}((\boldsymbol{\zeta}_L \times \boldsymbol{\zeta}_U)\cdot\boldsymbol{\eta})\varepsilon := \sigma\varepsilon \tag{1}$$

この式が $s = s_c$ で $\varepsilon = \varepsilon_c$ を取るならば，一意に

$$\varepsilon = \varepsilon_c \exp\left[\int_{s_c}^{s} \sigma ds\right] \tag{2}$$

と表されます．

n 回目の操作の時の空間座標位置は $\boldsymbol{x}_{U,n} = \boldsymbol{x}_U + \sum_{j=1}^{n} \varepsilon_i \boldsymbol{d}_i$ と表され，この時，局所修正を想定するときには下記の要求を満たす必要があります．

- ▼ $\int |\sum_{j=1}^{n} \varepsilon_j \boldsymbol{d}_j|^2 ds$ が最小であること
- ▼ $\boldsymbol{x}_{U,n}(s_c) = \boldsymbol{C}$ であること
- ▼ ε は $s = s_c$ で極値 ε_c をとる．

これを踏まえて，修正アルゴリズムを以下のように提案します．

順におって説明します．漸化式的に，i の情報から $i+1$ の条件を求めます．まずはじめに，$\sigma_i(s_c) = 0$ を確認します．これは定義式から見れる通り，現在のステップ $\boldsymbol{d}_{i+1}$ に依存しません．そのため，$s = s_c$ が極値をとる条件であるとは限りません．（少なくとも初期値ではそう）この場合，レトラクションという定義する操作を行います．

レトラクションという操作は次の条件を満たすように曲線を変形させます．はじめに，$\sigma_i(s_p) = 0$ を満たす s_p を求めます．次に，$s = s_p$ の時にある $\varepsilon_{c,p}$ だけ動かし，$s = s_c$ の時に極値をとるようにする．つまり，

$$|\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_U \times \boldsymbol{\zeta}_L| = 0 \tag{3}$$

これを満たすもののうち，$\varepsilon_{c,p} \to \min$ を満たすような $\varepsilon_{c,p}, \theta_p, \phi_p$ を求めた上で，曲線を変形させます．この操作をレトラクションを定義しています．

次に，$s = s_c$ で極値をとる仮定で話を進めます．この時，$\phi_{i+1}, \theta_{i+1}, \varepsilon_{c,i+1}$ に従って曲線を変形させる時，局所修正の 1 番目の条件より，三つの変数は以下を満たします．

$$\int |\sum_{j=1}^{i+1} \varepsilon_j \boldsymbol{d}_j|^2 ds \tag{4}$$

これを $\boldsymbol{\delta}_i = \sum_{j=1}^{i} \varepsilon_j \boldsymbol{d}_j$ とおき展開すると次式が成り立つ．

$$\varepsilon_{c,i+1}^2 \int_0^L \exp\left(2\int_{s_c}^{s} \sigma_i\right) ds + 2\varepsilon_{c,i+1} \int_0^L \exp\left(\int_{s_c}^{s} \sigma_i\right) \boldsymbol{d}_{i+1} \cdot \boldsymbol{\delta}_i ds + \int_0^L |\boldsymbol{\delta}_i|^2 ds \tag{5}$$

これは，シンプルな二次関数と捉えることもできる．つまり，$\varepsilon_{c,i+1}$ が最小となるときは,

$$\varepsilon_{c,i+1} = -\frac{\int_0^L \exp\left(\int_{s_c}^{s} \sigma_i\right) \boldsymbol{d}_{i+1} \cdot \boldsymbol{\delta}_i ds}{\int_0^L \exp\left(2\int_{s_c}^{s} \sigma_i\right) ds} \tag{6}$$

2　次回の MTG について（終了後記載）

- ▼
- ▼

＃＃＃