

計算理論期末報告

Theory of Computation, NTHU

107021129 黃明瀧

1 TM = NTM

定理 1.1 (TM = NTM). 給定任意的非確定型圖靈機¹ N ，存在確定型圖靈機² D 使得 $L(N) = L(D)$ 。

證明. 令 N 為一非確定型圖靈機。已知多帶圖靈機³與確定型圖靈機具有相同的計算能力，故若我們可以建構出多帶圖靈機 D 使得 $L(N) = L(D)$ ，則定理得證。以下我們以一多帶圖靈機 D 來模擬 N 的運算。

令 D 為一包含三條紙帶的多帶圖靈機，其中

- 紙帶 1 記錄原始輸入字串 ω 。
- 紙帶 2 記錄模擬的過程；類似於記憶體。

舉例來說，0#01 代表目前紙帶上的字串為 001，且讀寫頭位於第二個字符的位置。

- 紙帶 3 記錄在計算樹⁴應選擇的分支。

舉例來說，231 代表應依序選擇根節點的第二個子節點、該子節點的第三個子節點、該子節點的第一個子節點來做運算。

紙帶 3 的字符集合 Γ_b 大小由 N 的計算樹的分歧度⁵ b 所決定。 b 可以由 N 的狀態集及字符集推得。

$$b = |Q \times \Gamma \times \{L, R\}|$$

以下給出 D 的演算法文字敘述。對於輸入字串 ω ，

1. 將 ω 寫至紙帶 1。初始化紙帶 2 及 3 為空。
2. 複製紙帶 1 的內容至紙帶 2，作為模擬用的輸入字串。
3. 依照紙帶 3 記錄的內容，在紙帶 2 上模擬 N 的運算。在模擬每一步驟之前，確認以下條件。
 - a. 根據 N 之轉移函數 δ ，若此步驟為非法，則跳至步驟 4。
 - b. 若紙帶 3 上已無任何字符，則跳至步驟 4。
 - c. 根據 N 之拒絕狀態 q_{reject} ，若目前模擬的狀態為拒絕狀態，則拒絕。

¹非確定型圖靈機 = Nondeterministic Turing machine

²確定型圖靈機 = Deterministic Turing machine

³多帶圖靈機 = Multitape Turing machine

⁴計算樹 = Computation tree

⁵分歧度 = Degree

d. 根據 N 之接受狀態 q_{accept} ，若目前模擬的狀態為接受狀態，則接受。

4. 依照字典序，將紙帶 3 上的字串改為下一個字串。跳至步驟 2。

上述多帶圖靈機 D 會依序模擬 N 執行 0 步 \rightarrow 執行 1 步 \rightarrow 執行 2 步.....，以廣度優先的方式嘗試所有運算路徑，故 D 接受 (拒絕) 字串 ω 若且唯若 N 接受 (拒絕) 字串 ω 。因此， $L(N) = L(D)$ 。 \square

2 Rice Theorem

3 Post Correspondence Problem