

Конспект по теории графов
VI семестр, 2022 год
Современное программирование, факультет
Математики и Компьютерных наук, СПбГУ
(лекции Карпова Дмитрия Валерьевича)

Вячеслав Тамарин

15 февраля 2022 г.

Оглавление

Исходный код на https://github.com/tamarinvs19/theory_university

Глава 1

Пути и циклы

1.1 Введение

Lec 1
15 feb

Все материалы на сайте https://logic.pdmi.ras.ru/~dvk/MKN/graph_th.

thm. *Связный граф G — эйлеров, когда степени всех вершин G четны.*

def. Гамильтонов путь Гамильтонов цикл Гамильтонов граф

Утверждение. Пусть $n > 2$, $a_1 \dots a_n$ — максимальный путь (по ребрам) в графе G , причем $d_G(a_1) + d_G(a_n) \geq n$. Тогда в графе есть цикл длины n .

Доказательство. Если a_1 и a_n смежны, то $a_1 a_2 \dots a_n$ — искомый цикл.

Иначе $N_G(a_1), N_G(a_n) \subset \{a_2, \dots, a_{n-1}\}$. □

thm (Критерий Оре). 1. Если для любых двух несмежных вершин $u, v \in V(G)$ выполняется

$$d_G(u) + d_G(v) \geq v(G) - 1,$$

то в графе G есть гамильтонов путь.

2. Если $v(G) > 2$ и для любых двух несмежных вершин $u, v \in V(G)$ выполняется

$$d_G(u) + d_G(v) \geq v(G),$$

то в графе G есть гамильтонов цикл.