

Теория Вероятностей

Семинары

2024–2025

2024-09-09	
Введение	2
2024-09-16	
Условная вероятность	2
Гипотезы	2
Задачи	2
Задача	2
Задача про Золушку	3
Задача про Завод	3
Задача про схему	3
Задача 31	4
Задача 32	4
Задача 22	4
Задача 23	4

2024-09-09

Введение

Наталья Васильевна Сизых

Таблица 1. Облако

Link:	mega.nz/login
Login:	tv.24-25@yandex.ru
Pass:	tv.24-25

$$\text{Итог} = 0.1 \cdot \text{ИДЗ} + 0.25 \cdot \text{КР} + 0.15 \cdot \text{Сем} + 0.5 \cdot \text{Экз}$$

2024-09-16

Условная вероятность

Обозначение A при B : $P(A|B)$ или $P_B(A)$

$$P(A)P(B|A) = P(AB) = P(B)P(A|B)$$

Гипотезы

Формула полной вероятности:

$$P(A) = \sum_{j=1}^n P(H_j)P(A|H_j)$$

Формула Байеса:

$$P(H_i|A) = \frac{P(H_i)P(A|H_i)}{\sum_{j=1}^n P(H_j)P(A|H_j)} = \frac{P(H_i)P(A|H_i)}{P(A)}$$

H_i — гипотезы

A — событие

Задачи

Задача

Два стрелка

$$P_1 = 0.8 \quad P_2 = 0.7$$

A — поражение цели хотя бы одним A_1 — поражение цели первым A_2 — поражение цели вторым

Методы:

- $P(A) = P(A_1) + P(A_2) - \underbrace{P(A_1 A_2)}_{P(A_1)P(A_2)}$
- $P(A) = P(A_1)P(\overline{A_2}) + P(A_2)P(\overline{A_1}) + P(A_1)P(A_2)$
- $P(A) = 1 - P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})$

——— Задача про Золушку ———

A — достала хрустальную

H_i — выбрала i -ую коробку

D_1 — утеряна хрустальная, D_2 — утеряна серебряная

$$P(D_1) = \frac{3}{5}, P(D_2) = \frac{2}{5}$$

$$P(A|H_1) = P(D_1) \cdot \frac{2}{4} + P(D_2) \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{5}$$

$$P(A|H_2) = \frac{2}{6}$$

$$P(A|H_3) = 1$$

$$P(A) = \sum_{i=1}^3 P(H_i)P(A|H_i) = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3} + 1 \right) = \frac{29}{45}$$

——— Задача про Завод ———

$$P(A) = 0.05$$

$$P(B|A) = 0.1$$

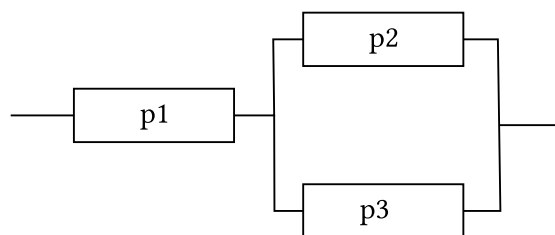
$$P(B|\bar{A}) = 0.01$$

$$P(\bar{B}) = ?$$

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0.05 \cdot 0.1 + 0.95 \cdot 0.01 = 0.0145$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0.9855$$

——— Задача про схему ———



$$P_1 = 0.8$$

$$P_2 = 0.7$$

$$P_3 = 0.6$$

$$P(A_1) = P_1$$

$$P(A) = P(A_1) \cdot [1 - (1 - P(A_2)) \cdot (1 - P(A_3))]$$

——— Задача 31 ———

A, B — независимы

$$P(AB) = P(B) = \frac{1}{4}$$

$$P(A + B) = ?$$

$$P(A)P(B) \underset{\substack{\equiv \\ \text{т.к. независимы}}}{=} P(AB) = \frac{1}{4}$$

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \dots$$

——— Задача 32 ———

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{2}{3}, P(A + B) \underset{?}{\geq} \frac{1}{6}$$

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{7}{6} - \underbrace{P(AB)}_{\leq 1} \geq \frac{1}{6}$$

——— Задача 22 ———

$$1 - (1 - p)^n \geq 0.95$$

$$1 - 0.99^n \geq 0.95$$

$$0.05 \geq 0.99^n$$

$$\ln(0.05) \geq n \ln(0.99)$$

$$\frac{\ln(0.05)}{\ln(0.99)} \leq n$$

$$298.07\dots \leq n$$

$$n = 299$$

——— Задача 23 ———

$$1 - (1 - 0.9)^n \geq 0.999$$

$$0.001 \geq 0.1^n$$

$$\frac{\ln(0.001)}{\ln(0.1)} \leq n$$

$$3 \leq n$$

$$n = 3$$