

Теория Вероятностей

Домашние задания

2024–2025

2024-09-16

ДЗ 1	2
Задача 25 (1)	2
Задача 26 (4)	2
Задача 27 (5)	2
Задача 28 (6)	3
Задача 29 (7)	3
Задача 30 (11)	3
Задача 31 (12)	3
Задача 32 (13)	4
Задача 33 (14)	4
Задача 34 (15)	4
Задача 35	5

2024-09-23

ДЗ 2	5
Задача 25 (17)	5
Задача 26 (19)	5
Задача 17 (20)	5
Задача 28 (22)	6
Задача 29 (23)	6
Задача 30 (31)	6
Задача 31 (32)	6
Задача 32 (36)	6
Задача 33 (37)	6
Задача 34 (40)	6
Задача 35 (43)	6
Задача 36 (46)	6
Задача 37 (47)	6
Задача 38 (85)	6
Задача 39	6
Задача 40	6
Задача 41	6

2024-09-16

ДЗ 1

Задача 25 (1)

• (а)

1. При $k > 17$ все карманы пусты.

$$P = 1$$

2. При $k \leq 17$, $k - 1$ карманов пусты, всего карманов 17.

$$P = \frac{k-1}{17}$$

• (б)

$$P = \frac{2}{17} \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{15}{15} \cdot \frac{14}{14} = \frac{2}{17} \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{136}$$

• (в)

$$P = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$$

Задача 26 (4)

• (А)

1. Способов выбрать два туза для первой пачки: C_4^2 2. Способов выбрать остальные карты для первой пачки: C_{48}^{24} 3. Всего способов разделить на две части: C_{52}^{26}

4. Итого,

$$P = \frac{C_4^2 C_{48}^{24}}{C_{52}^{26}}$$

• (В) Все тузы либо в первой пачке, либо во второй:

$$P = \frac{C_{48}^{22} + C_{48}^{26}}{C_{52}^{26}}$$

• (С) Либо в первой один туз, а во второй — три, либо наоборот. Выберем первую:

$$P = \frac{2 \cdot C_4^1 C_{48}^{25}}{C_{54}^{26}}$$

Задача 27 (5)

• Первый человек родился в некий день из 365

• Под второго осталось $365 - 1 = 364$ • Под третьего — $365 - 2 = 363$

• ...

• Под r -того — $365 - r + 1$

$$P = \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \dots \cdot \frac{365 - r + 1}{365}$$

При $r = 23 : P \approx 0.49$

——— Задача 28 (6) ———

Таблица 1. Число перестановок

Всего	6!
Буквы А	3!
Буквы Н	2!
Буквы С	1!
Различных	$\frac{6!}{3!2!1!} = 60$
Подходящих	1

$$P = \frac{1}{60}$$

——— Задача 29 (7) ———

Аналогично задаче 5.

$$P = \frac{30}{30} \cdot \frac{29}{30} \cdot \dots \cdot \frac{26}{30} = 0.7037(3)$$

——— Задача 30 (11) ———

Выбрать получивших номера: C_{10}^6

- (а) Выбрать 6 мужчин: $C_6^6 = 1$.

$$P = \frac{1}{C_{10}^6} = \frac{1}{210}$$

- (б) Выбрать 4 муж — C_6^4 , 2 жен — C_4^2 .

$$P = \frac{C_6^4 C_4^2}{C_{10}^6} = \frac{3}{7}$$

- (в) Обратно пункту а.

$$P = 1 - \frac{1}{210} = \frac{209}{210}$$

——— Задача 31 (12) ———

Не все из 12-ти комбинаций равновероятны. Так, например, комбинация 6-4-1 соответствует шести ситуациям:

1-ая кость	2-ая кость	3-ая кость
1	4	6
1	6	4
4	1	6
4	6	1
6	1	4

1-ая кость	2-ая кость	3-ая кость
6	4	1

Комбинация 4-4-3 — трем:

1-ая кость	2-ая кость	3-ая кость
3	4	4
4	3	4
4	4	3

А комбинация 4-4-4 — только одной:

1-ая кость	2-ая кость	3-ая кость
4	4	4

——— Задача 32 (13) ———

- (а) выберем в одну (первую или вторую) из подгрупп шесть лидирующих и ещё три не лидирующие:

$$P = \frac{2 \cdot C_6^6 \cdot C_{12}^3}{C_{18}^9} = \frac{2 \cdot C_{12}^3}{C_{18}^9}$$

- (б) выберем три лидирующие команды и шесть не лидирующих команд в первую группу:

$$P = \frac{C_6^3 \cdot C_{12}^6}{C_{18}^9}$$

——— Задача 33 (14) ———

шампанское	5	→	4
белое вино	3	→	2
красное вино	2	→	1
всего	10	→	7

$$P = \frac{C_5^4 \cdot C_3^2 \cdot C_2^1}{C_{10}^7}$$

——— Задача 34 (15) ———

- (а) Рассмотрим обратное событие:

Айова	2	→	0
Остальные	98	→	50
Всего	100	→	50

$$P = 1 - \frac{C_2^0 \cdot C_{98}^{50}}{C_{100}^{50}} = 1 - \frac{C_{98}^{50}}{C_{100}^{50}}$$

- (б)

Штат 1	2	→	1
Штат 2	2	→	1
...			
Штат 50	2	→	1
Всего	100	→	50

$$P = \frac{(C_2^1)^{50}}{C_{100}^{50}} = \frac{2^{50}}{C_{100}^{50}}$$

——— Задача 35 ———

Рассмотрим обратное событие: все ботинки из разных пар.

$$P = 1 - \frac{20}{20} \cdot \frac{18}{19} \cdot \frac{16}{18} \cdot \frac{14}{17}$$

2024-09-23

——— ДЗ 2 ———

——— Задача 25 (17) ———

Нужно чтобы из 5-ти товаров либо 4, либо 5 были с купоном.

Если четыре:

$$P_4 = \frac{C_{10000}^4 C_{490000}^1}{C_{500000}^5}$$

Если пять:

$$P_5 = \frac{C_{10000}^5 C_{490000}^0}{C_{500000}^5} = \frac{C_{10000}^5}{C_{500000}^5}$$

Итого:

$$P = P_4 + P_5 = \frac{C_{10000}^4 C_{490000}^1 + C_{10000}^5}{C_{500000}^5}$$

——— Задача 26 (19) ———

Найдем $P(A)$, $P(B)$, $P(AB)$ перебором вариантов.

$$P(A) = \frac{5}{6}$$

$$P(B) = \frac{1}{9}$$

$$P(AB) = \frac{1}{6}$$

Т.к. $P(AB) = \frac{1}{6} \neq \frac{5}{54} = P(A)P(B)$, то **зависимы**

——— Задача 17 (20) ———

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$P(AB) = P(A + B) - P(A) - P(B) \leq 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} < \frac{3}{8}$$

——— Задача 28 (22) ———

$$p = 0.01 \rightarrow q = 0.99$$

$$1 - q^n \geq 0.95$$

$$1 - 0.99^n \geq 0.95$$

$$0.05 \geq 0.99^n$$

$$\log(0.05) \geq n \log(0.99)$$

$$\frac{\log(0.05)}{\log(0.99)} \leq n$$

$$298.07... \leq n$$

$$n = 299$$

——— Задача 29 (23) ———

Студент должен вытянуть либо 3, либо 4, либо 5 счастливых билетов:

$$P = \frac{C_{20}^3 C_5^2 + C_{20}^4 C_5^1 + C_{20}^5}{C_{25}^5}$$

——— Задача 30 (31) ———

$$P(AB) = P(A)P(B) = P(P) \rightarrow P(A) = 1$$

$$P(A + B) = 1$$

——— Задача 31 (32) ———

——— Задача 32 (36) ———

——— Задача 33 (37) ———

——— Задача 34 (40) ———

——— Задача 35 (43) ———

——— Задача 36 (46) ———

——— Задача 37 (47) ———

——— Задача 38 (85) ———

——— Задача 39 ———

——— Задача 40 ———

——— Задача 41 ———