

# Теория Вероятностей

## Домашние задания

Автор конспектов: Чубий Савва Андреевич

2024–2025

2024-09-16	.....	
ДЗ 1	.....	2
2024-09-23	.....	
ДЗ 2	.....	5
2024-09-30	.....	
ДЗ 3	.....	9
2024-10-07	.....	
ДЗ 4	.....	11
2024-10-13	.....	
ДЗ 5	.....	15

2024-09-16

## ДЗ 1

## Задача 25 (1)

• (а)

1. При  $k > 17$  все карманы пусты.

$$P = 1$$

2. При  $k \leq 17$ ,  $k - 1$  карманов пусты, всего карманов 17.

$$P = \frac{k - 1}{17}$$

• (б)

$$P = \frac{2}{17} \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{15}{15} \cdot \frac{14}{14} = \frac{2}{17} \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{136}$$

• (в)

$$P = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$$

## Задача 26 (4)

• (А)

1. Способов выбрать два туза для первой пачки:  $C_4^2$ 2. Способов выбрать остальные карты для первой пачки:  $C_{48}^{24}$ 3. Всего способов разделить на две части:  $C_{52}^{26}$ 

4. Итого,

$$P = \frac{C_4^2 C_{48}^{24}}{C_{52}^{26}}$$

• (В) Все тузы либо в первой пачке, либо во второй:

$$P = \frac{C_{48}^{22} + C_{48}^{26}}{C_{52}^{26}}$$

• (С) Либо в первой один туз, а во второй — три, либо наоборот. Выберем первую:

$$P = \frac{2 \cdot C_4^1 C_{48}^{25}}{C_{52}^{26}}$$

## Задача 27 (5)

• Первый человек родился в некий день из 365

• Под второго осталось  $365 - 1 = 364$ • Под третьего —  $365 - 2 = 363$ 

• ...

• Под  $r$ -того —  $365 - r + 1$ 

$$P = \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \dots \cdot \frac{365 - r + 1}{365}$$

При  $r = 23 : P \approx 0.49$

——— Задача 28 (6) ———

Таблица 1. Число перестановок

Всего	$6!$
Буквы А	$3!$
Буквы Н	$2!$
Буквы С	$1!$
<b>Различных</b>	$\frac{6!}{3!2!1!} = 60$
<b>Подходящих</b>	1

$$P = \frac{1}{60}$$

——— Задача 29 (7) ———

Аналогично задаче 5.

$$P = \frac{30}{30} \cdot \frac{29}{30} \cdot \dots \cdot \frac{26}{30} = 0.7037(3)$$

——— Задача 30 (11) ———

Выбрать получивших номера:  $C_{10}^6$

- (а) Выбрать 6 мужчин:  $C_6^6 = 1$ .

$$P = \frac{1}{C_{10}^6} = \frac{1}{210}$$

- (б) Выбрать 4 муж —  $C_6^4$ , 2 жен —  $C_4^2$ .

$$P = \frac{C_6^4 C_4^2}{C_{10}^6} = \frac{3}{7}$$

- (в) Обратно пункту а.

$$P = 1 - \frac{1}{210} = \frac{209}{210}$$

——— Задача 31 (12) ———

Не все из 12-ти комбинаций равновероятны. Так, например, комбинация 6-4-1 соответствует шести ситуациям:

1-ая кость	2-ая кость	3-ая кость
1	4	6
1	6	4
4	1	6
4	6	1
6	1	4
6	4	1

Комбинация 4-4-3 — трем:

1-ая кость	2-ая кость	3-ая кость
3	4	4
4	3	4
4	4	3

А комбинация 4-4-4 — только одной:

1-ая кость	2-ая кость	3-ая кость
4	4	4

——— Задача 32 (13) ———

- (а) выберем в одну (первую или вторую) из подгрупп шесть лидирующих и ещё три не лидирующие:

$$P = \frac{2 \cdot C_6^6 \cdot C_{12}^3}{C_{18}^9} = \frac{2 \cdot C_{12}^3}{C_{18}^9}$$

- (б) выберем три лидирующие команды и шесть не лидирующих команд в первую группу:

$$P = \frac{C_6^3 \cdot C_{12}^6}{C_{18}^9}$$

——— Задача 33 (14) ———

шампанское	5	→	4
белое вино	3	→	2
красное вино	2	→	1
всего	10	→	7

$$P = \frac{C_5^4 \cdot C_3^2 \cdot C_2^1}{C_{10}^7}$$

——— Задача 34 (15) ———

- (а) Рассмотрим обратное событие:

Айова	2	→	0
Остальные	98	→	50
Всего	100	→	50

$$P = 1 - \frac{C_2^0 \cdot C_{98}^{50}}{C_{100}^{50}} = 1 - \frac{C_{98}^{50}}{C_{100}^{50}}$$

- (б)

Штат 1	2	→	1
Штат 2	2	→	1

...

Штат 50	2	→	1
Всего	100	→	50

$$P = \frac{(C_2^1)^{50}}{C_{100}^{50}} = \frac{2^{50}}{C_{100}^{50}}$$

——— Задача 35 ———

Рассмотрим обратное событие: все ботинки из разных пар.

$$P = 1 - \frac{20}{20} \cdot \frac{18}{19} \cdot \frac{16}{18} \cdot \frac{14}{17}$$

2024-09-23

————— ДЗ 2 —————

——— Задача 25 (17) ———

Нужно чтобы из 5-ти товаров либо 4, либо 5 были с купоном.

Если четыре:

$$P_4 = \frac{C_{10000}^4 C_{490000}^1}{C_{500000}^5}$$

Если пять:

$$P_5 = \frac{C_{10000}^5 C_{490000}^0}{C_{500000}^5} = \frac{C_{10000}^5}{C_{500000}^5}$$

Итого:

$$P = P_4 + P_5 = \frac{C_{10000}^4 C_{490000}^1 + C_{10000}^5}{C_{500000}^5}$$

**FIXME:** ответ не сходится

——— Задача 26 (19) ———

Найдем  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(AB)$  перебором вариантов.

$$P(A) = \frac{5}{6}$$

$$P(B) = \frac{1}{9}$$

$$P(AB) = \frac{1}{6}$$

Т.к.  $P(AB) = \frac{1}{6} \neq \frac{5}{54} = P(A)P(B)$ , то **зависимы**

——— Задача 17 (20) ———

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$P(AB) = P(A + B) - P(A) - P(B) \leq 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} < \frac{3}{8}$$

——— Задача 28 (22) ———

$$p = 0.01 \rightarrow q = 0.99$$

$$1 - q^n \geq 0.95$$

$$1 - 0.99^n \geq 0.95$$

$$0.05 \geq 0.99^n$$

$$\log(0.05) \geq n \log(0.99)$$

$$\frac{\log(0.05)}{\log(0.99)} \leq n$$

$$298.07... \leq n$$

$$n = 299$$

——— Задача 29 (23) ———

Студент должен вытянуть либо 3, либо 4, либо 5 счастливых билетов:

$$P = \frac{C_{20}^3 C_5^2 + C_{20}^4 C_5^1 + C_{20}^5}{C_{25}^5}$$

——— Задача 30 (31) ———

$$P(AB) = P(A)P(B) = P(P) \rightarrow P(A) = 1$$

$$P(A + B) = 1$$

——— Задача 31 (32) ———

$$P(AB) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - P(AB) = \frac{7}{6} - P(AB) \leq \frac{7}{6} - 1 = \frac{1}{6}$$

Верно

——— Задача 32 (36) ———

Вероятность того, что подбросили  $n$  раз равна:

$$P_n = 0.5^{n-1} \cdot 0.5 = 0.5^n$$

То есть  $n - 1$  раз выпадала решка и один раз герб.

$$\operatorname{argmin}_{1 \leq n} P_n = 1$$

Ответ. 1

——— Задача 33 (37) ———

$$P(A) = \frac{1}{4}$$

$$P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{17}{35}$$

$$P(AB) = 0$$

$$P(A)P(B) = \frac{17}{280} \neq P(AB)$$

Ответ. Зависимы

——— Задача 34 (40) ———

Должны работать: первый и (второй или третий)

$$P = p_1 \cdot [1 - (1 - p_2)(1 - p_3)] = 0.8 \cdot [1 - (1 - 0.7)(1 - 0.6)] = 0.704$$

——— Задача 35 (43) ———

• (а)

$$P_{12} = 1 - (1 - p_1)(1 - p_2) = 1 - (1 - 0.8)(1 - 0.7) = 0.94$$

$$P_{123} = P_{12} \cdot p_3 = 0.564$$

$$P = 1 - (1 - P_{123})(1 - p_4) = 0.782$$

• (б)

$$P_{12} = 0.94$$

$$P_{34} = p_3 \cdot p_4 = 0.3$$

$$P_{345} = 1 - (1 - P_{34})(1 - p_5) = 0.58$$

$$P = P_{12} \cdot P_{345} \cdot p_6 = 0.16356$$

——— Задача 36 (46) ———

$$\begin{cases} 0.05 = P(AB) = P(B | A)P(A) \\ 0.079 = P(A\bar{B}) = P(\bar{B} | A)P(A) = (1 - P(B | A))P(A) \\ 0.089 = P(\bar{A}B) = P(B | \bar{A})P(\bar{A}) \\ 0.782 = P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{B} | \bar{A})P(\bar{A}) = (1 - P(B | \bar{A}))P(\bar{A}) \end{cases}$$

Из (1, 2):

$$\frac{P(B | A)}{1 - P(B | A)} = \frac{0.05}{0.079} = 0.6329 \rightarrow P(B | A) = 0.3876$$

$$P(\bar{B} | A) = 1 - P(B | A) = 1 - 0.3876 = 0.6124$$

Из (3, 4):

$$\frac{P(B | \bar{A})}{1 - P(B | \bar{A})} = \frac{0.089}{0.782} = 0.1138 \rightarrow P(B | \bar{A}) = 0.1022$$

$$P(\bar{B} | \bar{A}) = 1 - P(B | \bar{A}) = 1 - 0.1022 = 0.8978$$

——— Задача 37 (47) ———

Игра закончится на  $k$ -ом шаге, если  $k - 1$  раз выпадет решка и один раз выпадет орел.

$$P_k = 0.5^{k-1} \cdot 0.5 = 0.5^k$$

Вероятность того, что игра закончится на четном ходу:

$$P_{\text{чет}} = P_2 + P_4 + \dots = 0.5^2 + 0.5^4 + \dots = 0.25^1 + 0.25^2 + \dots = \frac{0.25}{1 - 0.25} = \frac{1}{3}$$

Вероятность того, что игра закончится на нечетном ходу:

$$P_{\text{нечет}} = 1 - P_{\text{чет}} = \frac{2}{3}$$

——— Задача 38 (85) ———

$H_1$  — выбрана урна первого типа

$H_2$  — выбрана урна второго типа

$A$  — вытянули белый шар

$$P(A) = P(H_1)P(A | H_1) + P(H_2)P(A | H_2) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = 0.4$$

——— Задача 39 ———

Найдем значение перебором:

$$P(A) = P(B) = P(C) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Любая пара или тройка событий означает «на всех выпала одна цифра»:  $P(AB) = P(BC) = P(AC) = P(ABC) = \frac{1}{6^3} = \frac{1}{216}$

События **попарно зависимы** т.к.  $P(A)P(B) = P(A)P(C) = P(B)P(C) = \frac{1}{36} \neq \frac{1}{216}$

Т.к. зависимы попарно, то и **совокупно зависимы**.

——— Задача 40 ———

• (а)

$A$  — цель поражена

$$P = P(A) = 1 - (1 - p_1)(1 - p_2)(1 - p_3)$$

• (б)

$B$  — все заряды потрачены.

$B$  происходит, если 1-ый и 2-ой промазали



$$P(B) = (1 - p_1)(1 - p_2)$$

$AB$  происходит, если 1-ый и 2-ой промазали, а 3-ий попал:

$$P(AB) = (1 - p_1)(1 - p_2)p_3$$

$$P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = p_3$$

• (в)

$$P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{(1 - p_1)(1 - p_2)p_3}{1 - (1 - p_1)(1 - p_2)(1 - p_3)}$$

————— **Задача 41** —————

$$P = 1 - (\text{все мимо}) = 1 - (1 - 0.6)(1 - 0.7)(1 - 0.8) = 1 - 0.4 \cdot 0.3 \cdot 0.2 = 0.976$$

---

2024-09-30

---

————— **ДЗ 3** —————

————— **Задача 18** —————

Среди первых 19 человек ровно 9 подошло. 20-ый тоже подошел.

$$P = P_{19(9)} \cdot 0.2 = C_{19}^9 0.2^9 0.8^{10} \cdot 0.2 \approx 0.0010157$$

————— **Задача 24** —————

1.  $A$  — система работает

Должны работать элементы 1, 6 и любой из 2–5:

$$P_{2-5} = 1 - (1 - p_2)(1 - p_3)(1 - p_4)(1 - p_5) = 1 - \frac{1}{2^4} = \frac{15}{16}$$

$$P(A) = p_1 \cdot p_6 \cdot P_{2-5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{15}{16} = \frac{15}{32}$$

2.  $B$  — ровно два элемента из 2 – 5 отказали:

$$P(B) = P_4(2) = C_4^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8}$$

3.  $AB$ , если и  $B$ , и 1, 6 работают:

$$P(AB) = P(B) \cdot p_1 \cdot p_2 = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$$

4.

$$P = P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{16}}{\frac{15}{32}} = \frac{2}{5} = 0.4$$

————— **Задача 25** —————

$$p = 0.05$$

$$n = 3$$


---

$$(n+1)p = 0.05 \cdot 3 = 0.15$$

$$\lfloor 0.15 \rfloor = 0$$

Ответ. 0

——— Задача 26 ———

Среди первых 3-ех мальчик 1. 4-ый ребенок – мальчик.

$$P = P_3(1) \cdot p = C_3^1 \cdot p^1 \cdot q^2 \cdot p \approx 0.187$$

——— Задача 60 ———

Нет. Событие (2, 1) не попадает ни в одну «гипотезу».

——— Задача 51 ———

$$n = 8$$

$$p = \frac{1}{5}$$

• (a)

$$P = P_n(3) = P_8(3) = C_8^3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^5 \approx 0.1468$$

• (б)

$$P = \sum_{i=0}^3 P_n(i) = \sum_{i=0}^3 C_8^i \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^i \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{8-i} \approx 0.9437$$

——— Задача 52 ———

$$p = 0.2$$

Среди первых 4-ех проверок, провалено 2-е. 5-ая тоже провалена.

$$P = P_4(2) \cdot p = C_4^2 \cdot 0.2^2 \cdot 0.8^2 \cdot 0.2 \approx 0.0307$$

——— Задача 53 ———

В семье 2, 3, или 4 девочки

$$P = \sum_{i=2}^4 P_4(i) = \sum_{i=2}^4 C_4^i \cdot q^i \cdot p^{4-i} \approx 0.6647$$

——— Задача 54 ———

Должны быть исправны 8 или 9 машин

$$P = \sum_{i=8}^9 P_9(i) = \sum_{i=8}^9 C_9^i \cdot 0.9^i \cdot 0.1^{9-i} \approx 0.7748$$

——— Задача 62 ———

Взяли группу из равного количества мужчин и женщин. Из группы выбрали одного человека.

---

$H$  — выбрали женщину

$A$  — выбранный человек — дальтоник

Вероятность дальтонизма у мужчин значительно выше, чем у женщин, значит:

$$P(H | A) \ll 0.5$$

Т.к. в группе мужчин и женщин одинакового, то

$$P(H) = 0.5$$

Итого:

$$P(H | A) < P(H)$$

Ответ. Может

——— Задача 61 ———

$$P(H_1) + P(H_2) + \dots + P(H_{10}) = 1$$

$$P(H_1) = P(H_2) = \dots = P(H_{10}) = \frac{1}{10}$$

$$P(H_1 + H_{10}) = P(H_1) + P(H_{10}) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

——— Задача 67 ———

Да. Можно представить каждый маршрут в дереве, как гипотезу, а каждый лист, как «финальное» событие.

2024-10-07

——— ДЗ 4 ———

——— Задача 64 ———

$H_i (i = 0, 1, 2)$  — в первой двойке мячей иггранных было  $i$

$A$  — во второй двойке мячей иггранных было 0.

$$P(H_0) = \frac{12}{20} \cdot \frac{11}{19} = 0.347$$

$$P(H_1) = \frac{12}{20} \cdot \frac{8}{19} + \frac{8}{20} \cdot \frac{12}{19} = 0.505$$

$$P(H_2) = \frac{8}{20} \cdot \frac{7}{19} = 0.147$$

$$P(A | H_0) = \frac{10}{20} \cdot \frac{9}{19} = 0.237$$

$$P(A | H_1) = \frac{11}{20} \cdot \frac{10}{19} = 0.289$$

$$P(A | H_2) = \frac{12}{20} \cdot \frac{11}{19} = 0.347$$

$$P(A) = P(A | H_0)P(H_0) + P(A | H_1)P(H_1) + P(A | H_2)P(H_2) = 0.279$$

$$P(H_0 | A) = \frac{P(H_0)P(A | H_0)}{P(A)} = 0.295$$

——— Задача 65 ———

$H_i (i = 1, 2, 3)$  — телевизор был из  $i$ -ой фирмы

$A$  — телевизор требует ремонта

$$P(H_1) = 0.1$$

$$P(H_2) = 0.3$$

$$P(H_3) = 0.6$$

$$P(A | H_1) = 0.15$$

$$P(A | H_2) = 0.10$$

$$P(A | H_3) = 0.07$$

$$P(AH_1) = P(A | H_1)P(H_1) = 0.015$$

$$P(AH_2) = P(A | H_2)P(H_2) = 0.03$$

$$P(AH_3) = P(A | H_3)P(H_3) = 0.042$$

$$P(A) = P(AH_1) + P(AH_2) + P(AH_3) = 0.087$$

$$P(H_1 | A) = \frac{P(AH_1)}{P(A)} = 0.172$$

$$P(H_2 | A) = \frac{P(AH_2)}{P(A)} = 0.345$$

$$P(H_3 | A) = \frac{P(AH_3)}{P(A)} = 0.483$$

$$P(H_1 | A) < P(H_2 | A) < P(H_3 | A)$$

Ответ. В третью фирму (потом во вторую, потом в третью)

——— Задача 72 ———

Нас интересуют только детали, имеющие дефект. Далее рассматриваем только их.

$H_i (i = 1, 2)$  — деталь проверял  $i$ -ый контролер

$A$  — дефект был обнаружен

$$P(H_1) = P(H_2) = \frac{1}{2}$$

$$P(A | H_1) = p_1$$

$$P(A | H_2) = p_2$$

$$P(AH_1) = P(A | H_1)P(H_1) = \frac{1}{2}p_1$$

$$P(AH_2) = P(A | H_2)P(H_2) = \frac{1}{2}p_2$$

$$P(A) = P(AH_1) + P(AH_2) = \frac{p_1 + p_2}{2}$$

$$P(H_1 | A) = \frac{P(AH_1)}{P(A)} = \frac{p_1}{p_1 + p_2}$$

$$P(H_2 | A) = \frac{P(AH_2)}{P(A)} = \frac{p_2}{p_1 + p_2}$$

Ответ. а)  $\frac{p_1}{p_1+p_2}$ , б)  $\frac{p_2}{p_1+p_2}$

——— Задача 73 ———

Нужно, чтобы студент

- либо знал два случайно выбранных билета  $P_1 = \frac{15}{20} \cdot \frac{14}{19}$
- либо знал первых билет, не знал второй и знал ещё один случайный  $P_2 = \frac{15}{20} \cdot \frac{5}{19} \cdot \frac{14}{18}$
- либо не знал первых билет, знал второй и знал ещё один случайный  $P_3 = \frac{5}{20} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{14}{18}$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 0.8596$$

——— Задача 77 ———

Карандаш имеет сломанный грифель, если он из «плохой» коробки. Таких коробок 4 из 20-ти.

$$P = \frac{4}{20} = 0.2$$

——— Задача 78 ———

$H_i (i = 1, 2)$  — 13-ую страницу писала  $i$ -ая машинистка

$A$  — на 13-ой странице есть опечатка

$$P(H_1) = \frac{1}{3}$$

$$P(H_2) = \frac{2}{3}$$

$$P(A | H_1) = 0.15$$

$$P(A | H_2) = 0.1$$

$$P(AH_1) = P(H_1)P(A | H_1) = \frac{1}{20}$$

$$P(AH_2) = P(H_2)P(A | H_2) = \frac{1}{15}$$

$$P(A) = P(AH_1) + P(AH_2) = \frac{7}{60}$$

$$P(H_1 | A) = \frac{P(AH_1)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{7}{60}} = \frac{3}{7}$$

$$P(H_2 | A) = \frac{P(AH_2)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{15}}{\frac{7}{60}} = \frac{4}{7}$$

Ответ.  $P(H_1 | A) = \frac{3}{7}$

——— Задача 79 ———

$H_i (i = 1, 2, 3)$  — пассажир пошел в  $i$ -ую кассу

$A$  — в кассе **остались** билеты

$$P(H_1) = \frac{1}{3}$$

$$P(H_2) = \frac{1}{6}$$

$$P(H_3) = \frac{1}{2}$$

$$P(A | H_1) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$P(A | H_2) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(A | H_3) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$P(AH_1) = P(H_1)P(A | H_1) = \frac{1}{12}$$

$$P(AH_2) = P(H_2)P(A | H_2) = \frac{1}{12}$$

$$P(AH_3) = P(H_3)P(A | H_3) = \frac{1}{6}$$

$$P(A) = P(AH_1) + P(AH_2) + P(AH_3) = \frac{1}{3}$$

$$P(H_1 | A) = \frac{P(AH_1)}{P(A)} = \frac{1}{4}$$

Ответ.  $P(H_1 | A) = \frac{1}{4}$

——— Задача 80 ———

$H_1$  — студент подготовлен **отлично** (знает  $\frac{20}{20}$  вопросов)  $H_2$  — студент подготовлен **хорошо** (знает  $\frac{16}{20}$  вопросов)  $H_3$  — студент подготовлен **удовлетворительно** (знает  $\frac{10}{20}$  вопросов)  $H_4$  — студент подготовлен **плохо** (знает  $\frac{5}{20}$  вопросов)

$A$  — студент ответил на все три вопроса

---

$$P(H_1) = \frac{3}{10}$$

$$P(H_2) = \frac{4}{10}$$

$$P(H_3) = \frac{2}{10}$$

$$P(H_4) = \frac{1}{10}$$

$$P(A | H_1) = 1$$

$$P(A | H_2) = \frac{16}{20} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{14}{18} = \frac{28}{57}$$

$$P(A | H_3) = \frac{10}{20} \cdot \frac{9}{19} \cdot \frac{8}{18} = \frac{2}{19}$$

$$P(A | H_4) = \frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19} \cdot \frac{3}{18} = \frac{1}{114}$$

$$P(AH_1) = P(H_1)P(A | H_1) = \frac{3}{10}$$

$$P(AH_2) = P(H_2)P(A | H_2) = \frac{56}{285}$$

$$P(AH_3) = P(H_3)P(A | H_3) = \frac{2}{95}$$

$$P(AH_4) = P(H_4)P(A | H_4) = \frac{1}{1140}$$

$$P(A) = P(AH_1) + P(AH_2) + P(AH_3) + P(AH_4) = \frac{197}{380}$$

$$P(H_1 | A) = \frac{P(AH_1)}{P(A)} = \frac{114}{197} = 0.57868$$

$$P(H_4 | A) = \frac{P(AH_4)}{P(A)} = \frac{1}{591} = 0.00169$$

Ответ. а)  $P(H_1 | A) = 0.57868$  б)  $P(H_4 | A) = 0.00169$

2024-10-13

ДЗ 5

Задача 3

$x$	$a$	$-a$
$P$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$$M(x) = a \cdot \frac{1}{2} + (-a) \cdot \frac{1}{2} = 0$$

$$M(x^2) = a^2 \cdot \frac{1}{2} + (-a)^2 \cdot \frac{1}{2} = a^2$$

$$D(x) = M(x^2) - (M(x))^2 = a^2 - 0^2 = a^2$$

Ответ. Не верно

——— Задача 4 (в) ———

$x$	-0.5	0	0.5	1	1.5
$P$	0.1	0.4	0.1	0.3	0.1
$2^x$	0.707	1	1.414	2	2.828
$(2^x)^2$	0.5	1	2	4	8

$$M(2^x) = 0.707 \cdot 0.1 + 1 \cdot 0.4 + 1.414 \cdot 0.1 + 2 \cdot 0.3 + 2.828 \cdot 0.1 = 1.495$$

$$M((2^x)^2) = 0.5 \cdot 0.1 + 1 \cdot 0.4 + 2 \cdot 0.1 + 4 \cdot 0.3 + 8 \cdot 0.1 = 2.65$$

$$D(2^x) = M((2^x)^2) - (M(2^x))^2 = 0.415$$

Ответ.  $M(2^x) = 1.495, D(2^x) = 0.415$

——— Задача 9 ———

$X$	-1	1
$P$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$$F_X\left(\frac{1}{2}\right) = P\left(X \leq \frac{1}{2}\right) = P(-1) = \frac{1}{2}$$

$$F_X\left(-\frac{1}{2}\right) = P\left(X \leq -\frac{1}{2}\right) = P(-1) = \frac{1}{2}$$

Ответ.  $F_X\left(\frac{1}{2}\right) = F_X\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$

——— Задача 10 ———

$$\xi \sim \text{Bi}(1, 0.2)$$

$\xi$	0	1
$p$	$C_1^0 p^0 q^1 = 0.8$	$C_1^1 p^1 q^0 = 0.2$
$y = 1 - x^n$	$1 - 0^n = 1$	$1 - 1^n = 0$

Ответ.  $y \sim \text{Bi}(1, 0.8)$

——— Задача 11 ———

$$X \sim \text{Bi}\left(1, \frac{1}{2}\right)$$



$x$	0	1
$p$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$x^2$	0	1

$$M(x) = 0 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$M(x^2) = 0 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$D(x) = M(x^2) - (M(x))^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

Ответ. равны

——— Задача 12 ———

$$X \sim \text{Bi}(4, 0.1)$$

$X$  принимает значения 0, 1, 2, 4.

$$F_X(-10) = P(X \leq -10) = 0$$

Ответ. 0

——— Задача 19 ———

$$X \sim R(-1, 1)$$

• (а)

$$M(x) = \frac{-1 + 1}{2} = 0$$

$$P(x < M(x)) = F_x(M(x)) = F_x(0) = \frac{0 - (-1)}{1 - (-1)} = \frac{1}{2}$$

$$P(x > M(x)) = 1 - F_x(M(x)) = \frac{1}{2}$$

Ответ.  $P(x < M(x)) = P(x > M(x)) = \frac{1}{2}$

• (б)  $\sqrt{D(x)} = \sqrt{\frac{(1 - (-1))^2}{12}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$|x - M(x)| = |x| \sim R(0, 1)$$

$$P\left(|x| < \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = F_{|x|}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} - 0}{1 - 0} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.577$$

Ответ.  $\frac{1}{\sqrt{3}} = 0.577$

——— Задача 27 ———

- Чтобы агент обратился к ровно  $k$  ( $k \leq 4$ ) покупателям,  $k - 1$  первых должны ему отказать, а  $k$ -ый должен согласиться.
- Чтобы агент обратился к ровно пяти покупателям, 4 первых должны ему отказать

Таблица 7. Ряд распределения

$x$	1	2	3	4	5
$p$	0.5	0.2	0.12	0.054	0.126

$$M(x) = 1 \cdot 0.5 + 2 \cdot 0.2 + 3 \cdot 0.12 + 4 \cdot 0.054 + 5 \cdot 0.126 = 2.106$$

$$M(x^2) = 1 \cdot 0.5 + 4 \cdot 0.2 + 9 \cdot 0.12 + 16 \cdot 0.054 + 25 \cdot 0.126 = 6.394$$

$$D(x) = M(x^2) - (M(x))^2 = 1.959$$

Ответ.  $M(x) = 2.106$ ,  $D(x) = 1.959$

——— Задача 28 ———

$$x \sim \text{Bi}(200, 0.3)$$

• (а)

$$M(x) = np = 200 \cdot 0.3 = 60$$

$$D(x) = npq = 200 \cdot 0.3 \cdot 0.7 = 42$$

• (б)  $P(x = [M(x)]) = P(x = 60) = C_{200}^{60} \cdot 0.3^{60} \cdot 0.7^{140} = 0.06146$

——— Задача 29 (а) ———

Вероятность, что некоторая карта совпадет равна  $\frac{1}{36}$ . Тогда  $x \sim \text{Bi}(36, \frac{1}{36})$ .

$$M(x) = np = 36 \cdot \frac{1}{36} = 1$$

——— Задача 32 ———

$$x \sim \text{Bi}(10'000, 0.2)$$

$$M(x) = np = 10'000 \cdot 0.2 = 2000$$

$$D(x) = npq = 10'000 \cdot 0.2 \cdot 0.8 = 1600$$

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} = 40$$