

Основы операционных систем

Лекции

Савва Чубий, БПИ233

2024–2025

2024-09-02

Обзор. Введение	4
Структура вычислительной системы	4
Определение операционной системы. Основные точки зрения	4
Эволюция вычислительных систем	4
1-ый период (1945 – 1955)	4
2-ой период (1955 – начало 60-ых)	5
3-период (начало 60-ых – 1980)	5

2024-09-09

4-ый период (1980 – 2005)	6
5-ый период (2005 – ??)	6
Основные функции ОС	6
Архитектурные особенности построения ОС	7
Внутреннее строение ОС	7
Понятие процесса. Операции над процессами	8
Процесс	8
Состояние процесса	8

2024-09-16

Process Control Block и контекст процесса	8
Одноразовые операции	9
Создание процесса	9
Завершение процесса	9
Запуск процесса	10
Приостановка процесса	10
Блокирование процесса	10
Разблокирование процесса	10
Пример цепочки операций	10
Кооперация процессов	10
Категории средств взаимодействия	10
Как устанавливается связь	10
Информационная валентность процессов и средств связи	11

2024-09-23

Особенности канальных средств связи	11
Буферизация	11
Модель передачи данных	11
Примеры средств связи	11
Pipe	11
FIFO (именованный pipe)	12
Надежность средств связи	12
Как завершить связь?	12
Нити исполнения (threads)	12
Алгоритмы синхронизации	14
Условие Бернштейна	14
Как чинить?	14
 2024-09-30	
Конкретные алгоритмы (программные)	15
Запрет прерываний	15
Переменная-замок	15
Строгое чередование	15
Флаги готовности	16
Алгоритм Петерсона	16
Bakery algorithm (алгоритм булочной)	16
Заключение	16
Аппаратная поддержка	17
Команда Test-And-Set	17
Команда Swap	17
Механизмы синхронизации	17
Семафор Дейкстры	18
Проблема Producer–Consumer	18
Решения с тремя семафорами	18
Мониторы Хора (Hoare)	19
Условные переменные	19
Producer–Consumer	19
 2024-10-07	
Очереди сообщений	20
Задача Producer–Consumer	20
Эквивалентность механизмов	20
Мониторы Хора через семафоры Дейкстры	20
Очереди сообщений через Семафоры Дейкстры	21
Семафоры Дейкстры через Мониторы Хора	21
Семафоры Дейкстры через Очереди сообщений	21
Пример решения задачи	22
Через семафоры	22
Через очереди сообщений	22
Через мониторы	22
Планирование процессов	23
Уровни планирования	23
Цели планирования	23
Желаемые свойства алгоритмов	24

Параметры планирования	24
Когда нужно делать краткосрочное планирование?	24
Конкретные алгоритмы	25
FCFS (First Come – First Served) (невытесняющий)	25
 2024-10-14	
О долгосрочном и краткосрочном планировании	25
Round Robin (вытесняющий FCFS)	25
SJF (Shortest Job First)	25
Не вытесняющий вариант	25
Вытесняющий вариант	25
Проблема SJF	26
Для долгосрочного планирования	26
Гарантированное планирование	26
Приоритетное планирование	26
Простые схемы управления памятью	27
Иерархия памяти	27
Принцип локальности	27
Проблема разрешения адресов	27
Логическое адресное пространство	27
 2024-10-21	
Функции ОС и Hardware	27
На конкретных примерах	28
Однопрограммная система	28
Фиксированные разделы	28
Динамические разделы	28
Более сложные схемы управления памятью	29
Линейное непрерывное отображение	29
Схема сегментной организации	29
 2024-11-11	
Схема страничной организации	30
Работа Memory Management Unit	30
Сегментно-страничная организация	30
Многоуровневая таблица страниц	30
Хешированная таблица страниц	30
О производительности	30
Расчет времени	31
Виртуальная память	31
Концепция	31
Как оно работает?	31
Обработка page fault	32
Стратегии управления	32
Алгоритмы замещения	32
FIFO	32
Аномалия Belady	32
Стековые алгоритмы	32

2024-09-02

Обзор. Введение

Карпов Владимир Ефимович

carpso@mail.ru

Оценка:

$$O_{\text{теор}} \frac{O_{\text{кр}} + O_{\text{экз}}}{2}$$
$$O_{\text{итог}} \frac{2 * O_{\text{практ}} * O_{\text{теор}}}{O_{\text{практ}} + O_{\text{теор}}}$$

0 за $O_{\text{теор}}$ или $O_{\text{практ}}$ обнулит $O_{\text{итог}}$

Структура вычислительной системы

- Пользователь (человек или устройство)
- Программное обеспечение
 - Прикладные программы
 - Системные программы
 - Прочие системные программы
 - Операционная система
- Техническое обеспечение

Границы между прикладным и системными программами условны

Определение операционной системы. Основные точки зрения

- Распорядитель ресурсов
- Защитник (разграничитель) пользователей и программ
- Виртуальная машина (создание абстракций для работы с файлами, памятью и тд)
- «Кот в мешке»
- Постоянно функционирующее ядро (программа, которая поддерживает работу других программ)
- ...

Эволюция вычислительных систем

Факторы отбора эволюции выч. систем:

- Удобство пользования
- Стоимость
- Производительность

Развитие hard- и software нужно рассматривать совокупно

Периоды развития:

1-ый период (1945 – 1955)

- Ламповые машины
 - Огромные
 - Часто перегорали

- Нет разделения персонала
- Ввод программы коммутацией или перфокартами
- Одновременное выполнение только одной операции (те только либо программирование, либо расчеты, либо счет перфокарты и тд)
- Появление прообразов первых компиляторов
- Нет операционных систем

Фон Нейман имеет минимальное отношение к принципам Фон Неймана

ENIAC работал в 10-ой ссч

2-ой период (1955 – начало 60-ых)

- Полупроводниковые компьютеры
- Разделение персонала
- Бурное развитие алгоритмических языков
- Ввод задания колодой перфокарт
- Вывод результатов на печать
- Пакеты заданий и системы пакетной обработки (прообраз операционных систем)

Начало использования ЭВМ в коммерческих и исследовательских целях

3-период (начало 60-ых – 1980)

- Микросхемы, машины на интегральных схемах
 - Машины меньше
 - Сигнал идет быстрее, можно повысить тактовую частоту
 - Считыватели и принтеры становятся bottleneck
- Использование спулинга (отдельные процессоры для ввода, вывода и счета)
- Планирование заданий (из-за создания магнитных дисков)
- Мультипрограммные пакетные системы
- Системы разделения времени (time-sharing)

Изменения из-за мультипрограммирования:

Software	Hardware
<ul style="list-style-type: none"> • Планирование заданий • Управление памятью • Сохранение контекста • Планирование использования процессора • Системные вызовы • Средства коммуникации между программами • Средства синхронизации 	<ul style="list-style-type: none"> • Защита памяти • Сохранение контекста • Механизм прерываний • Привилегированные команды (в тч команды ввода/ вывода)

2024-09-09

Опр. Квант времени — время, пока программа работает подряд (без передачи управления другим программам)

Раньше клавиатура и дисплей стали независимы, потом превратились в терминалы, которые выводили данные во время выполнения программы

Появилась возможность **отладки**

Появляются **файловые системы** (много пользователей могут работать на одном устройстве хранения данных)

Программа обычно считается частями: всё программу хранить в оперативной памяти не обязательно

Появляется концепция **виртуальной памяти**: абстракция, иллюзия большой оперативной памяти

Появилась идея **обратной совместимости, полной совместимости, линеек устройств** (от слабых компьютеров до мэйнфреймов)

Популярные линейки:

- IBM
- PDP

Обратная совместимость имеет преимущества, но и заставляет «тащить» за собой недостатки

В опр момент IBM решили, что баги в системе править не будут, так как возникают новые баги

4-ый период (1980 – 2005)

- 1980 год — развитие больших интегральных схем: весь процессор мог быть на одном кристалле
- Первые персональные ЭВМ
- Дружественное программное обеспечение: программы пишутся для удобства пользователей
- Резкая деградация ОС: пропадает мультипроцессорность, защита памяти и т.д.
- Из-за роста мощности (в 90-е) деградация ОС прекращается
- Переосмысление роли сетей: из обороны в пользовательские
- Сетевые и распределенные ОС

Сетевая ОС — пользователь явно использует возможности сети

Распределенная ОС — пользователь неявно использует возможности сети, используется абстракция

Период широкого использования ЭВМ в быту, в образовании, на производстве

5-ый период (2005 – ??)

- Появление многоядерных процессоров
- Мобильные компьютеры
- Высокопроизводительные вычислительные системы
- Облачные технологии
- Виртуализация выполнения программ: выполнение программы на любом из компьютеров распределительной сети

Период глобальной компьютеризации

—— Основные функции ОС ——

- Планирование заданий и использование процессора
- Обеспечение программ средствами коммуникации и синхронизации (межпроцессорные коммуникации)
- Управление памятью
- Управление файловой системой
- Управление вводом-выводом

- Обеспечение безопасности

Дальше в курсе будем изучать, как эти функции выполняются по отдельности и совместно

Архитектурные особенности построения ОС

Внутреннее строение ОС

- Монолитное ядро:
 - Каждая процедура может вызывать каждую
 - Все процедуры работают в привилегированном режиме
 - Ядро совпадает со всей операционной системой (вся ОС всегда сидит в оперативной памяти)
 - Точки входа в ядро — системные вызовы

+	-
- Быстродействие	- Нужно много памяти - Невозможность модификации без полной перекompиляции

- Многоуровневая (Layered) система:
 - Процедура уровня K может вызывать только процедуры уровня $K - 1$
 - [Почти] все уровни работают в привилегированном режиме
 - Ядро [почти] совпадает со всей операционной системой
 - Точка входа — верхний уровень

+	-
- Легкая отладка (при удачном проектировании)	- Медленно - Нужно много памяти - Невозможность модификации без полной перекompиляции

- Микроядерная (microkernel) архитектура:
 - Функции микроядра:
 - взаимодействие между программами
 - планирование использования процессора
 - ...
 - Микроядро — лишь малая часть ОС
 - Остальное — отдельные программы-"менеджеры", раб в пользовательском режиме
 - Всё общение через микроядро

+	-
- Только ядро — «особенное» - Легче отлаживать и заменять компоненты	- Ядро перезагружено — bottleneck - Всё очень-очень медленно работает

- Виртуальные машины
 - У каждого пользователя своя копия hardware
 - Пример:
 - Реальное hardware
 - Реальная ОС
 - Виртуальное hardware - Linux - Пользователь 1
 - Виртуальное hardware - Windows 11 - Пользователь 1
 - Виртуальное hardware - MS-DOS - Пользователь 1

+	-
- Удобно	- Медленно из-за многоуровневости

- Экзоядерная (новая микроядерная) архитектура:
 - Функции экзоядра:
 - взаимодействие между программами
 - выделение и высвобождение физических ресурсов
 - контроль прав доступа
 - Весь остальной функционал выкидывается в библиотеки

Подходы **не** используются в чистом виде

Понятие процесса. Операции над процессами

Процесс

Термины «программа» и «задание» были придуманы для статических объектов

Для динамических объектов будем использовать «процесс»

Процесс характеризует совокупность:

- набора исполняющихся команд
- ассоциированных с ним ресурсов
- текущего момента его выполнения (контекст)

Процесс \neq программа, которая выполняется тк:

- одна программа может использовать несколько процессов
- один процесс может использовать несколько программ
- процесс может исполнять код, которого не было в программе

Состояние процесса

Процесс сам состояния не меняет, его переводит ОС, совершая «операцию»

2024-09-16

Набор (пар) операций:

- одноразовые:
 - создание – завершение
- многоразовые:
 - запуск – приостановка
 - блокирование – разблокирование
 - изменение приоритета процесса

PROCESS CONTROL BLOCK и контекст процесса

Process Control Block — структура (или набор структур) с информацией о процессе; хранит:

- Регистровый контекст:
 - Программный счетчик
 - Содержимое регистров
- Системный контекст:
 - Состояние процесса
 - Данные для планирования использования процессора и управления памятью
 - Учетная информация

PCB хранится в адресном пространстве ОС

Код и данные в адресном пространстве — пользовательский контекст

Контекст процесса — совокупность всех трех контекстов

Одноразовые операции

Медленные тк:

- Выполняют много действий
- Выделяют/ освобождают ресурсы
- Меняют число процессов

Первые несколько процессов создаются «хитро»

Всякий новый процесс рождается от другого процесса → процессы образуют генеологическое дерево (или лес)

Создание процесса

1. Присваивание PID
2. Создание PCB с состоянием «рождение»
3. Выделение ресурсов.

Подходы:

1. из ресурсов родителя
 2. из ресурсов ОС (более частый вариант)
4. Занесение кода в адресное пространство и установка программного счетчика.

Подходы:

1. Клонирование родителя (в UNIX)
 - Есть системный вызов, который создает клона
 - Есть системный вызов, который полностью заменяет пользовательский контекст
 2. Из файла (в Windows)
5. Окончательное заполнение PCB
 6. Изменение состояния на «готовность»

Завершение процесса

Состояние «закончил исполнение» нужно, чтобы возможно было узнать причину завершения

1. Изменение состояния на «закончил исполнение»
2. Освобождение ресурсов
3. Очистка элементов PCB
4. Сохранение в PCB информации о причинах завершения

Процесс выкидывается из системы, когда родитель

- умирает
- интересуется причинами завершения

Если родитель умер раньше ребенка, PID=1 усыновляет ребенка

Zombie-процесс — процесс в состоянии «закончил исполнение»

Запуск процесса

- Изменение состояние на «исполнение»
- Обеспечение наличия в оперативной памяти необходимой информации
- Восстановление значения регистров
- Передача управления по адресу программного счетчика

Приостановка процесса

- Автоматическое сохранение программного счетчика и части регистров (работа hardware)
- Передача управления по специальному адресу (работа hardware)
- Сохранение динамической части
- Обработка прерывания
- Перевод процесса в состояние «Готовность»

Блокирование процесса

- Сохранение контекста процесса в РСВ
- Обработка системного вызова
- Перевод процесса в состояние «ожидание»

Разблокирование процесса

- Уточнение, какое событие произошло
- Проверка наличия процесса, ожидавшего события
- Перевод ожидающего процесса в состояние «готовность»
- Обработка произошедшего события

Пример цепочки операций

———— Кооперация процессов ————

Кооперативные (взаимодействующие) процессы — процессы, которые влияют на поведения друг друга путем обмена информацией

Основные причины кооперации:

- Повышение скорости решения задач (для многоядерной системы)
- Совместное использование данных
- Модульная конструкция какой-то системы
- Для удобства работы пользователя

Взаимодействие между процессами происходит через ОС

———— Категории средств взаимодействия ————

- Сигнальные: передача бита
- Канальные: логический канал
- Разделяемая память: общее адресное пространство

———— Как устанавливается связь ————

- Нужна ли инициация?
 - Обычно нужна для канальной и разделяемой памяти и не нужна для сигнальной
- Способы адресации:
 - Прямая
 - Симметричная: и отправитель, и получатель указывают ID друг друга

- Асимметричная: только отправитель указывает ID получателя
- Косвенная: есть вспомогательный объект для передачи

—— Информационная валентность процессов и средств связи ——

- Сколько процессов может одновременно ассоциировать с конкретным видом связи? — «It depends».
- Сколько идентичных средств связи может быть задействовано между двумя процессами? — «It depends».
- Направленность связи:
 - Симплексная связь: односторонняя
 - Полудуплексная связь: как в рации
 - Дуплексная связь: двусторонняя

2024-09-23

—— Особенности канальных средств связи ——

· Буферизация ·

Обладает ли канал внутренней памятью

Случаи:

- Буфера нет
Процесс-передатчик блокируется, пока процесс-получатель не считывает данные
- Буфер неограниченной емкости (физически не реализуем)
Процесс-передатчик никогда не ждет
- Буфер конечной емкости
Самый частый случай

· Модель передачи данных ·

- Потокковая модель
 - Операции приема/ передачи не интересуются содержанием данных и их происхождением
 - Данные не структурируются
 - Нет разделителей между записываемыми блоками
 - Можно считывать любое количество байт
- Модель сообщений
 - На данные накладывается некоторая структура
 - Отдельные сообщения явно разделены
 - Иногда сообщение хранит дополнительные данные, например, имя процесса-отправителя
 - Считывать можно только сообщение целиком

—— Примеры средств связи ——

· PIPE ·

- Потокковая модель
- Косвенная адресация

- Читать и писать может любое число процессов
- Однонаправленный

Через pipe могут общаться только процессы-родственники, так как вход и выход в pipe не видны остальной ОС.

FIFO (именованный pipe)

Вход и выход именуются

Теперь общаться могут любые процессы, а не только родственники

—— Надежность средств связи ——

Система считается надежной:

- Нет потери информации
- Нет повреждения информации
- Нет нарушения порядка
- Не появляется лишняя информация

—— Как завершить связь? ——

Специальное действие для завершения нужно, если было нужно специальное средство для завершения

Если один из процессов больше не будет использовать средство связи, то система оповещает другой

———— Нити исполнения (threads) ————

Ввести массив A
Ожидания ввода A
Ввести массив B
Ожидания ввода B
Ввести массив C
Ожидания ввода C
 $A = A + B$
 $C = A + C$
Вывести массив C
Ожидание вывода C

Процессор много простаивает — хочется распараллелить: нужен второй процесс:

Процесс 1

Создание процесса 2

Процесс 2

Переключение контекста

Доступ к общей памяти

Ожидание ввода A и B

Переключение контекста

Доступ к общей памяти

TODO

Нужны дополнительные действия:

- Порождать процесс 2
- Получить разделяемую память

- Нужны переключения контекста

На одноядерной системе это неэффективно из-за доп расходов

Аналогия с железной дорогой:

- Поезд — процессор с регистрами и данными в стеке
- Стрелки — условные переходы
- Склады — данные вне трека/ операции ввода-вывода

Если два поезда могут ехать одновременно, то получается мультипроцессорная система

Thread — каждый из поездов

В процессе могут быть несколько thread-ов:

- Общие:
 - Системный контекст (всего процесса)
 - Код
 - Данные вне стека
- Разные:
 - Регистровый контекст
 - Стек
 - Системный контекст thread-a

Для создания нового thread-a используется системный вызов

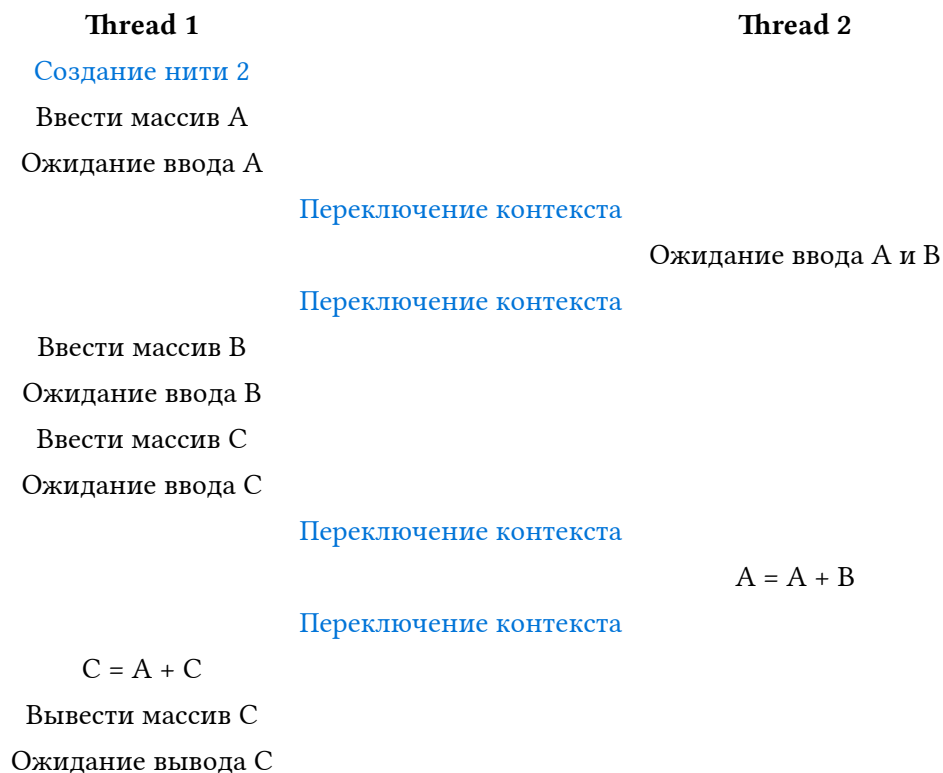
Между thread-ами есть отношение родитель-ребенок

У thread-ов тоже есть состояния, как и у процессов

Master thread (главная нить) — нить создаваемая при создании процесса

Thread-ы хороши, так как создавать их «дешевле», чем новые процессы

Thread-ы могут создавать либо на уровне библиотек, либо на уровне ядра



Алгоритмы синхронизации

Активность — последовательное выполнение ряда действий, направленных на достижение определенной цели

Операции внутри активности считаем атомарными (неделимыми): между операциями «отвлекаться» можно, во время операции — нельзя

Активность P из операций a b c

Активность Q из операций d e f

Последовательное выполнения PQ: a b c d e f

Псевдопараллельное выполнение (режим разделения времени): порядок операций от каждой активности фиксирован, но они могут чередоваться — интерливинг. Например, a d e b c f

Если активности зависимы, то могут быть проблемы

Недетерминированный набор — при одинаковых начальных результатах возможны разные результаты

Детерминированный набор — при одинаковых начальных данных результат всегда один

Условие Бернштейна

Достаточные условия детерминированности набор

Входные данные активности (W): объединение множеств входных данных всех активностей

Выходные данные активности (R): объединение множеств выходных данных всех активностей

Условия (для двух активностей P и Q):

- $W(P) \cap W(Q) = \emptyset$
- $W(P) \cap R(Q) = \emptyset$
- $R(P) \cap W(Q) = \emptyset$

Как чинить?

Нужно запретить «плохие» чередования

В недетерминированных наборах всегда встречается **race condition** (состояние гонки).

Mutual exclusion (взаимоисключение): если процесс захватил ресурс, то больше никто другой его не использует. Используется, когда не важно, кто первый захватил ресурс

Критические секции — участки, которые приводят к появлению race condition

Нужно сделать, чтобы критические секции выполнялись, как атомарные операции. Для этого нужно ввести «пролог» и «эпилог» для критических секций

```
while (some condition) {  
    entry section  
    critical section  
    exit section  
    remainder section  
}
```

Требования к алгоритмам синхронизации (от Дейкстры?):

- Алгоритм должен быть на уровне software
- Нет предположений об относительных скоростях выполнения и числе ядер

- Выполняется условие взаимного исключения (mutual exclusion) для критических участков
- Выполняется условие прогресса (progress):
Только процессы, готовые войти в критическую секцию, принимают решение, кто первый
Решение не должно приниматься за конечное время
- Выполняется условие ограниченного ожидания (bound waiting):
Каждый процесс «не пускают» не более заранее выбранного числа раз

2024-09-30

—— Конкретные алгоритмы (программные) ——

· Запрет прерываний ·

Существует команда процесса (Clear Interrupt), которая заставляет его игнорировать почти все прерывания, кроме критических.

У процесса не могу отобрать процессор ни при каких условиях.

Существует парная команда, которая обрабатывает все запомненные и новые прерывания.

```
while (some condition) {  
    запретить все прерывания  
    critical section  
    разрешить все прерывания  
    remainder section  
}
```

Если в программе есть бесконечный цикл, то вся система насмерть зависнет.

Команды доступны только ядру. Прием используется только внутри кода ОС.

· Переменная-замок ·

Общая переменная-замок для всех процессов в наборе

```
shared int lock = 0;  
while (some condition) {  
    while (lock == 1);  
    lock = 1;  
    critical section  
    lock = 0;  
    remainder section  
}
```

Если между `while (lock == 1);` и `lock = 1;` перейдет передача управления, то будет беда: оба процесса войдут в критическую секцию.

· Строгое чередование ·

Введем порядок, в котором процессы будут проходить свои критические секции.

```
// для двух процессов  
// i-ый процесс  
shared int turn = 0;  
while (some condition) {  
    while (turn != i);  
    critical section  
}
```

```
    turn = (i + 1) % 2;
    remainder section
}
```

Если у процессов скорость выполнения сильно разная, то один из процессов может очень долго ждать входа в критическую секцию.

Флаги готовности

```
shared int ready[proc_num] = {0};

while (some condition) {
    ready[i] = 1;
    while (ready[1 - i]);
    critical section
    ready[0] = 0;
    remainder section
}
```

Если оба процесса скажут, что они готовы, то беда: оба зависнут в цикле.

Алгоритм Петерсона

Совмещение идей очередности и готовности.

```
// для 0-ого процесса
shared int ready[2] = {0};
shared int turn;
while (some condition) {
    ready[0] = 1;
    turn = 1;
    while (ready[1] && turn == 1);
    critical section;
    ready[0] = 0;
    remainder section;
}
```

Все пять требований выполняются.

Для n процессов алгоритм сложнее, но существует.

BAKERY ALGORITHM (алгоритм булочной)

«Алгоритм регистратуры в поликлинике»

Основные идеи:

1. Процессы можно сравнивать по именам (id-шникам)
2. Перед входом в критическую секцию процессы получают «талон» с номером. Может случиться, что номера талонов совпали.
3. В критическую секцию входит тот, у кого меньше пара (номер талона, id-шник).

Заключение

Всё работало хорошо до 2005 года, пока не появились многоядерные системы

Раньше использовалась строгая модель консистентности памяти: из ячейки всегда считывается то значение, которое последнее было туда записано.

Модель плоха с точки зрения hardware: кэши разных ядер и оперативу долго синхронизировать.

Модель ослабили: синхронизацию производить только после накопления некоторого числа изменений.

Алгоритмы синхронизации стали нерабочими: теперь после каждого изменения shared переменной нужно атомарно синхронизировать кэши.

—— Аппаратная поддержка ——

· Команда TEST-AND-SET ·

```
int Test-And-Set(int* a) {
    int tmp = *a;
    *a = 1;
    return tmp;
}
// Но выполняется процессором атомарно
shared int lock = 0;
while(some condition) {
    while (Test-And-Set(&lock));
    critical section
    lock = 0;
    remainder section
}
```

Нарушается условие ограниченного ожидания, но это легко чиниться.

· Команда SWAP ·

```
void Swap(int* a, int* b) {
    int tmp = *a;
    *a = *b;
    *b = tmp;
}
shared int lock = 0;
int key = 0;
while (some condition) {
    key = 1;
    do Swap(&lock, &key);
    while (key);
    critical section
    lock = 0;
    remainder section
}
```

Тоже нарушается условие ограниченного ожидания, но это легко чиниться.

—— Механизмы синхронизации ——

Механизмы внутри ОС

Недостатки программных алгоритмов:

1. Ослабленная модель консистентности памяти
2. Перевод цикла активного ожидания (busy wait) в цикл активного ожидания¹: «Кручение» в while-замке жрет процессорное время
3. Классические алгоритмы плохо работают в случае введения приоритетов процессов:

Проблема, если низко приоритетный процесс вошел в критическую секцию, а у него отобрали управление:

1. высоко приоритетный не может войти в критическую секцию, так как там низко приоритетный
2. низко приоритетный не может выйти из критической секции, так как у него отняли управление

—— Семафор Дейкстры ——

S — семафор — целая неотрицательная разделяемая переменная

При создании инициализируется любым неотрицательным значением

Допустимые **атомарные** операции:

1. P(S):

```
while (S == 0) block process  
S -= 1
```

2. V(S):

```
S += 1
```

«Задача об обедающих философах»

—— Проблема PRODUCER–CONSUMER ——

Два процесса (в более сложной постановке процессов может быть больше):

1. Один производит информацию
2. Один — потребляет

Обмениваются информацией через буфер конечного размера:

1. Если в буфере нет места, то Producer блокируется
2. Если в буфере пусто, то Consumer блокируется

Критическая секция — работа с буфером

Решения с тремя семафорами

Семафоры:

1. Взаимоисключение работы буферов (mut_ex)
2. Блокировка Producer (full)
3. Блокировка Consumer (empty)

```
Semaphore mut_ex = 1;  
Semaphore full = 0;  
Semaphore empty = N;
```

Producer:	Consumer:
while (1) {	while (1) {
produce_item();	P(full)
P(empty);	P(mut_ex)
P(mut_ex);	get_item();
put_item();	V(mut_ex);
V(mut_ex);	V(empty);
V(full);	consume_item();
}	}

¹это не всегда эффективно из-за накладных расходов

Вдруг совершили ошибку: в Consumer перепутали местами строки P(full) и P(mut_ex). Всё ломается: заходим в состояние вечного ожидания. Эту ошибку сложно отследить, так как она возникает только при определенных условиях.

—— Мониторы Хора (Hoare) ——

В ЯП встраиваются определенные конструкции — мониторы Хора.

```
Monitor monitor_name {
    Описание внутренних переменных;
    void m1(...) {...}
    void m2(...) {...}
    ...
    void mn(...) {...}
    Блок инициализации переменных;
}
```

Со внутренними переменными можно работать только используя методы монитора.

Только один метод монитора может быть вызван (это достигается ОС и компилятором языка).

· Условные переменные ·

Condition C;

Всегда лежат внутри монитора.

Операции:

1. C.wait: Всегда блокирует данный процесс
2. C.signal: Разблокирует один процесс, который раньше выполнил .wait, если он есть. Процесс мгновенно вылетает из монитора.

· PRODUCER-CONSUMER ·

```
Monitor PC {
    Condition full, empty;
    int count;

    void put() {
        if (count == N) full.wait;
        put_item();
        ++count;
        if (count == 1) empty.signal; // Если ждал consumer, то разбудили его
    }

    void get() {
        if (count == 0) empty.wait;
        get_item();
        --count;
        if (count == N - 1) full.signal; // Если ждал producer, то разбудили его
    }

    { count = 0; }
}
```

```
Producer:      Consumer:
while (1) {    while (1) {
    produce_item();    PC.get();
```

```

    PC.put();          consume_item();
}                      }

```

В этом методе хорошо то, что сложно наладить. Плохо, что нужен ЯП с соответствующей конструкцией.

2024-10-07

Очереди сообщений

Примитивы обмена информацией

1. `send(address, message)`: отправить сообщение `message` в очередь `address`

Блокируется при попытке записи в полный буфер

2. `receive(address, message)`: получить сообщение `message` из очереди `address`

Блокируется при чтении из пустого буфера. Получение сообщений в порядке FIFO

Работают атомарно

Обеспечивают взаимное исключение при работе с буфером

Задача PRODUCER-CONSUMER

```

Producer:          Consumer:
while (1) {         while (1) {
    produce_item();   receive(address, item);
    send(address, item); consume_item();
}                   }

```

Эквивалентность механизмов

Все механизмы синхронизации эквивалентны: имея один механизм можно написать все другие

Мониторы Хора через семафоры Дейкстры

`Semaphore mut_ex = 1;` // Для организации взаимного исключения

```

// При входе в монитор
void mon_enter(void) {
    P(mut_ex);
}

```

```

// Для выхода по return (в конце метода)
void mon_exit(void) {
    V(mut_ex);
}

```

// Для каждой условной переменной

```

Semaphore c_i = 0;
shared int f_i = 0;

```

// Для операции wait на условной переменной i

```

void wait(i) {
    f_i += 1;
    V(mut_ex);
    P(c_i);
    f_i -= 1;
}

```

```

}

// Для операции signal
void signal_exit(i) {
    if (f_i) {
        V(c_i);
    } else {
        V(mut_ex);
    }
}

```

Очереди сообщений через Семафоры Дейкстры

```

// Для очереди сообщений A
Semaphore Amut_ex = 1;
Semaphore Afull = 0;
Semaphore Aempty = N; // N - системный размер буфера

void send (A, msg) {
    P(Aempty);
    P(Amut_ex);
    put_item(A, msg);
    V(Amut_ex);
    V(Afull);
}

void receive(A, msg) {
    P(Afull);
    P(Amut_ex);
    get_item(A, msg);
    V(Amut_ex);
    V(Aempty);
}

```

Семафоры Дейкстры через Мониторы Хора

```

Monitor sem {
    unsigned int count;
    Condition c;

    void P(void) {
        if (count == 0) {
            c.wait;
        }
        count -= 1;
    }

    void V(void) {
        count += 1;
        c.signal;
    }

    { count = N; }
}

```

Семафоры Дейкстры через Очереди сообщений

```

void Sem_init(int N) {
    int i;
    создать очередь сообщений m;
    for (int i = 0; i < N; ++i) {
        send(M, msg);
    }
}

void Sem_P() {

```

```

    receive(M, msg);
}

void Sem_V() {
    send(M, msg);
}

```

—— Пример решения задачи ——

В лесу стоит пустая бочка меда. Прилетают пчелы и кладут по капле. Только одна пчела может класть каплю меда.

Медведь ест полную бочку меда. Пчела, положившая последнюю каплю, кусает медведя, чтобы позвать его есть мед.

· Через семафоры ·

Нужно понять, где процессы могут уходить в ожидание:

- Пчела, когда другая пчела в бочке
- Пчела, когда бочка полная
- Медведь, когда бочка пуста

```

Semaphore bee = 1;
Semaphore bear = 0;
shared int Count = 0;

```

Пчела:

```

while (1) {
    P(bee);
    Count++;
    if (Count == N) {
        V(bear);
    } else {
        V(bee);
    }
    // улетает за медом
}

```

Медведь:

```

while (1) {
    P(bear);
    Count = 0;
    V(bee);
    // идет бродить
}

```

· Через очереди сообщений ·

```

shared int Count = 0;
MessageQueue bee, bear;

```

Пчела:

```

while (1) {
    receive(bee, m);
    Count++;
    if (Count == N) {
        send(bear, m);
    } else {
        send(bee, m);
    }
    // улетаем за медом
}

```

Медведь:

```

send(bee, m);
while (1) {
    receive(bear, m);
    Count = 0;
    send(bee, m);
    // идет бродить
}

```

· Через мониторы ·

```
Monitor bb {
    Condition cbee, cbear;
    int Count;

    void bee() {
        if (Count == N) {
            cbee.wait;
        }
        Count++;
        if (Count == N) {
            cbear.signal;
        } else {
            cbee.signal;
        }
    }

    void bear() {
        if (Count != N) {
            cbear.wait;
            Count = 0;
            cbee.signal;
        }
    }

    { Count = 0; }
}
```

Пчела:

```
while (1) {
    bb.bee();
    // летим за медом
}
```

Медведь:

```
while (1) {
    bb.bear();
    // идет бродить
}
```

Планирование процессов

Нужно распределить ограничить ресурсы между многими потребителями. Для этого нужно:

1. Поставить цель планирования (**критерий**)
2. Придумать **алгоритм**, который опирается на некоторые **параметры** системы

Уровни планирования

- **Долгосрочное планирование** (например, планирование заданий)

Обычно на процессоре пытаются поддерживать фиксированное число работающих заданий. Это число называется **степенью мультипрограммирования**. Тогда новое задание появляется только, когда завершается другое. Решение о запуске задач принимается редко и долго.

- **Среднесрочное планирование** (например, swapping)

Не завершившийся процесс временно выкачивают из оперативной памяти в постоянную. Потом когда-то возвращают.

- **Краткосрочное планирование** (например, планирование запуска процессов)

Решение принимается часто, каждый квант времени (каждые 100мс).

Цели планирования

- **Справедливость**: все процессам давать примерно одинаковое число времени
- **Эффективность**: ЦП загружен на 100% (на практике обычно не достигается)
Иногда на процессоре запускают IDLE процесс (работающий вхолостую)
- **Сокращение [среднего] полного времени выполнения** (turnaround time)
- **Сокращение времени ожидания** (waiting time): часть времени от turnaround time, когда мы не исполняемся
- **Сокращение времени отклика** (response time): время от момента нажатия до появления реакции
- Существуют некоторые другие цели

Цели друг другу противоречат

—— Желаемые свойства алгоритмов ——

- **Предсказуемость**: можно заранее оценить время работы программы; программа всегда должна работать примерно одно и то же время
- **Минимизация накладных расходов** (overhead)
- **Равномерность загрузки** вычислительной системы
- **Масштабируемость**: небольшое увеличение нагрузки не должно приводить к резкому ухудшению характеристик

—— Параметры планирования ——

- **Статические** (со временем не меняются): используются алгоритмами долгосрочного планирования
 - Статические параметры вычислительной системы (например, объем ОЗУ)
 - Статические параметры процесса: известны ещё до запуска (например, кем запущен, степень важность, требуемые ресурсы)
- **Динамические** (меняются со временем): используются алгоритмами всех уровней планирования
 - Динамические параметры вычислительной системы (например, объем свободной ОЗУ в данный момент)
 - Статические параметры процесса (например, уже использованное процессорное время)

Опр. CPU Burst — куски программы, которые могут непрерывно выполняться на процессоре (без работы с **IO Burst**).

—— Когда нужно делать краткосрочное планирование? ——

- Вынужденное принятие решений
 - «исполнение» → «закончил исполнение»
 - «исполнение» → «ожидание»
- Невынужденное принятие решений
 - «исполнение» → «готовность»
 - «ожидание» → «готовность»

Типы планирования:

- **Невытесняющее:** принимаем только вынужденные решения
- **Вытесняющее:** принимаем только и вынужденные, и невынужденные решения

—— Конкретные алгоритмы ——

· FCFS (FIRST COME – FIRST SERVED) (невытесняющий) ·

Все готовые процессы выстраиваются в очередь FIFO. Когда освобождается место, мы берем процесс из головы очереди, новые добавляем в конце.

Преимущество: Очень простой

Недостаток: результирующие характеристики очень зависят от порядка появления процессов

2024-10-14

· О долгосрочном и краткосрочном планировании ·

Вытесняющие алгоритмы могут применяться только в краткосрочном планировании

· ROUND ROBIN (вытесняющий FCFS) ·

От «круглая лента»

Процессы «сидят на карусели», внизу карусели расположен процессор. Когда процесс находится около процессора, он запускается. Карусель крутится равномерно.

Более формально:

- процессы в FIFO
- берется процесс из головы
- работает квант времени
- кладется в хвост

Если $CPU\ burst \leq \text{кванта времени}$, то завершаемся заранее, следующему процессу даем полный квант.

Важен размер кванта времени:

- Если устремить к бесконечности: получаем FCFS
- Если устремить к нулю: теоретически получаем параллельную систему с производительностью в N раз меньше. На практике накладные расходы из-за переключения контекста превысят полезную работу.

· SJF (SHORTEST JOB FIRST) ·

Из «кучи» процессов выбираем тот, у кого самый короткий CPU Burst

Если две версии:

- Вытесняющая и не вытесняющая

Не вытесняющий вариант

Выбрали нужный процессор, не отбираем процессор до конца его CPU burst.

Среднее время ожидания является минимальным возможным

Вытесняющий вариант

Допускаем возможность возникновения новых процессов.

Временно прекращаем работу исполнявшегося процесса, если CPU burst нового меньше, то переключаем на него.

Проблема SJF

На практике не реализуем т.к. не знаем время очередного CPU burst

Используют приближение:

$\tau(n)$ — величина n -ого CPU burst

$T(n+1)$ — предсказания для $(n+1)$ -ого CPU burst

$T(0)$ — выбираем случайно

$\alpha \in [0, 1]$ — параметр

Предсказание:

$$T(n+1) = \alpha \tau(n) + (1 - \alpha)T(n)$$

Выбор α :

- $\alpha = 0$: $T(n+1) = T(n) = \dots = T(0)$ не учета последнего поведения
- $\alpha = 1$: $T(n+1) = \tau(n)$ не учета предыстории
- Обычно берут $\alpha = \frac{1}{2}$ т.к. середина и делить на два легко

Для долгосрочного планирования

Программист пытается указать, сколько времени нужно:

- Если указать мало, то начнет считаться быстро, но может не досчитаться и быть выкинутым из системы
- Если указать много, то точно досчитается, но начнет считаться нескоро

Гарантированное планирование

Для многопользовательских систем

Если N пользователей

T_i — время нахождения i -ого пользователя в системе

τ_i — суммарное процессорное время процессов i -ого времени

- $\tau_i \ll \frac{T_i}{N}$ — пользователь обделен
- $\tau_i \gg \frac{T_i}{N}$ — пользователю благоволят

Введем коэффициент справедливости $= \frac{\tau_i N}{T_i}$

На исполнение выбираются процессы пользователя с наименьшим коэффициентом справедливости.

Приоритетное планирования

У каждого процесса есть приоритет. Выбирается процесс с минимальным приоритетом.

Гарантированное планирование и SJF — частные случаи.

Параметры для назначения приоритета:

- Внешние (информация извне; например, «важность» пользователя)
- Внутренние (свойства процесса в системе)

Политика изменения приоритета:

- Статический приоритет
- Динамический приоритет

Процесс с приоритетом 0 — самый важный

Приоритетное планирование бывает вытесняющее и не вытесняющее

При долгосрочном загружаем процессы в порядке приоритета. Даже если можно начать исполнять другие процессы с более низким приоритетом.

———— Простые схемы управления памятью ————

———— Иерархия памяти ————

- Регистры
- Кэш
- Оперативная память
- Вторичная память (swap)

Сверху вниз увеличивается объем и время доступа, падает стоимость

———— Принцип локальности ————

Большинство реальных программ за небольшой промежуток времени работает с небольшим набором адресов памяти. Принцип связан с принципами мышления человека: за единицу времени человек может оперировать 5–10 понятиями.

Благодаря этому принципу иерархия памяти работает хорошо.

———— Проблема разрешения адресов ————

Оперативная память может быть представлена в виде массива ячеек с линейными адресами.

Байт — минимальная адресуемая ячейка памяти.

Совокупность всех доступных физических адресов ячеек в системе — это её адресное пространство.

Человеку свойственно мыслить словами (символами), а не числами. Поэтому имена переменных описываются идентификаторами, образуя символьное адресное пространство.

Когда делать преобразование из символьного адресного пространства в физическое?

- Компиляция(использовалось в MS DOS)
- Загрузчиком или linker-ом
- Окончательное связывание

· Логическое адресное пространство ·

Виртуальная память.

Совокупность адресов, которые используются процессором.

Промежуточный уровень между символьным и физическим адресными пространствами.

Иногда совпадает с физическим адресным пространством.

2024-10-21

———— Функции ОС и HARDWARE ————

- Отображение логического адресного пространства процесса на физическое адресное пространство
- Распределение физической памяти между конкурирующими процессами
- Контроль доступа к адресным пространствам процессов

- Выгрузка процессов (целиком или частично) во внешнюю память (swapping)

—— На конкретных примерах ——

· Однопрограммная система ·

Есть адресное пространство: от 0 до max

ОС либо в младших адресах (в самом начале), либо в старших адресах (в самом конце)

· Фиксированные разделы ·

ОС в младших адресах

Всю свободную память (кроме памяти ОС) разобьем на несколько участков – разделов (обычно разных размеров). К каждому разделу своя очередь процессов (в зависимости от того, сколько памяти хочет процесс).

Организация больших программ

Что делать, если программе нужно данных больше, чем размер раздела или даже размер всей оперативной памяти?

Оба следующих способа используют принцип локальности

- **Оверлейная структура**

Программа разбивается на несколько кусочков – оверлеев. В памяти сидит только загрузчик оверлеев и один оверлей.

- **Динамическая загрузка процедур**

Загружаются в память не все функции, а только те, которые вызываются. Если функция давно не исполнялась, то её можно выкинуть из памяти.

Может возникнуть ситуация, когда какой-то раздел простаивает. Поэтому используют одну общую очередь заданий (для всех разделов).

Количество параллельно обрабатываемых заданий не превышает число разделов.

Опр. Эффект внутренней фрагментации — потеря части памяти, которую мы процессу выделили, но которую он на самом деле не использует.

· Динамические разделы ·

Пусть есть память с ячейками 0, 2, 3, ..., 1000

ОС занимает ячейки 0, ..., 200

Новым процессам будем выделять нужное количество памяти. Кусок памяти, выделенный под данный процесс – это динамический раздел.

В таком случае происходит фрагментация: появляется много маленьких незанятых кусков.

ОС поддерживает список свободных мест.

Стратегии размещения нового процесса в памяти:

- **First-fit** (первый подходящий). Процесс размещается в первое подходящее по размеру пустое место.
- **Next-fit** (следующий подходящий). Аналогично First-fit, но ищем не с нулевого адреса, а с того, на котором остановились в прошлый раз.

- **Best-fit** (наиболее подходящий). Выбираем наименьшее пустое место, куда влезает.
- **Worst-fit** (наименее подходящий). Процесс размещается в наибольшее свободное место.

Стратегии примерно эквивалентны по результату.

Опр. Эффект внешней фрагментации — невозможность использования свободной памяти, из-за её раздробленности.

Хочется «сдвинуть» все занятые места влево, чтобы все пустые места превратились в одно большое место: это достигается благодаря логическим адресам и сборке мусора (garbage collection).

Сборка мусора делается редко, так как стоит дорого.

В процессах Intel и AMD используются сегментные регистры:

- Физический адрес = Сегментный регистр + Логический адрес
- Передвинуть процесс: Сегментный регистр += x

Если кусок пустой памяти меньше, чем размер элемент списка пустых адресов, то элемент списка не заводится, а память приписывается к какому-то процессу. Возникает внутренняя фрагментация.

Планирование процессов и память. Задача

Более сложные схемы управления памятью

Линейное непрерывное отображение

Проблема с фрагментацией возникает т.к. мы хотим линейно непрерывно отобразить логическую память в физическую память.

Схема сегментной организации

Идея: вместо одного одномерного адресного пространства ввести несколько адресных пространств. То есть для каждой функции вводить своё адресное пространство – в свой сегмент. Можно разбивать как-нибудь по-другому (то есть не по функциям).

Для задания **логического** адреса нужно теперь указывать пару: (Nseg, offset) – номер сегмента и смещение в нем.

Сегменты в оперативной памяти можно разместить в произвольном порядке.

Физический адрес = Начало(Nseg) + offset

В РСВ хранится **таблица сегментов**. Она содержит

- физический адрес начала сегмента
- размер сегмента
- атрибуты (биты управления доступом)

Свойственна внешняя фрагментация, но в значительно меньшей степени.

Позволяет легко реализовать shared memory:

- В физической памяти выделяется сегмент под разделяемую память.
- В логической памяти каждого процесса создается сегмент, который указывает на ранее выделенный общий сегмент физической памяти.

—— Схема страничной организации ——

Адресное пространство остается линейным

Разобьем логическое адресное пространство на **страницы** одинакового размера (последняя страница недозаполнена)

Логический адрес = $N_{\text{page}} * \text{size} + \text{offset}$

Физическое адресное пространство разбивается на **кадры** того же размера

Физический адрес = $N_{\text{frame}} * \text{size} + \text{offset}$

На этапе загрузки создаем отображение между кадрами и страницами. Для этого **таблицей страниц** задаем функцию $N_{\text{page}} \rightarrow N_{\text{frame}}$. Обычно таблица хранится в РСВ.

Есть внутренняя фрагментация: в среднем пол кадра на процесс

· Работа MEMORY MANAGEMENT UNIT ·

Логический адрес: $N_{\text{page}} \mid \text{offset}$

Физический адрес: $N_{\text{frame}} \mid \text{offset}$

Логический и физический offset-ы совпадают, N_{page} и N_{frame} сопоставляются по таблице

В таблицу страниц можем добавить биты управления доступа (Read, Write, eXecute)

—— Сегментно-страничная организация ——

Разобьем логическое пространство на сегменты, а каждый сегмент на страницы одинакового размера

Логический адрес: $N_{\text{seg}}, N_{\text{p}}, \text{poffset}$ — номер сегмента, номер страницы, сдвиг в странице

Физическое пространство разбиваем на кадры

Для каждого сегмента заводим свою таблицу страниц: $N_{\text{p}} \rightarrow N_{\text{frame}}$

Для каждого процесса заводим таблицу сегментов: $N_{\text{seg}} \rightarrow$ (адрес таблицы страниц, размер сегмента)

Остается возможность в парадигме сегментов, небольшая фрагментация

—— Многоуровневая таблица страниц ——

При больших размерах таблицы страниц её проблематично разместить в последовательных кадрах памяти.

Заводим таблицу страниц для таблицы страниц

E_{size} — размер страницы в таблице страниц процесса

$p = p_1 * E_{\text{size}} + p_2$

Логический адрес описывается тройкой: (p_1, p_2, d)

—— Хешированная таблица страниц ——

Строим HashMap: $N_{\text{page}} \rightarrow N_{\text{frame}}$

—— О производительности ——

На одно полезное обращение к памяти требуется несколько фактических.

Используется ассоциативная память, TLB (Translation Lookaside Buffer)

Записи TLB проверяются одновременно, а не последовательно

TLB очень быстрая, но маленькая

В TLB хранятся самые часто используемые ячейки

Если нужная ячейка в TLB не найдена, то происходит медленное обращение в память

В TLB хранит mapping: (Npage, pid) -> Nframe

· Расчет времени ·

t_0 — среднее время доступа к оперативной памяти

t_1 — среднее время доступа к TLB. Обычно $t_1 \ll t_0$

h — вероятность наличия информации в TLB (hit ration). Обычно ≥ 0.8

Без TLB: $T = 3t_0 \underset{\text{при некоторых значениях}}{\approx} 300$

Двухуровневая страничная схема: $T = t_1 + h \cdot t_0 + (1 - h) \cdot 3t_0 = 150$

———— Виртуальная память ————

———— Концепция ————

1. Логическое адресное пространство разбито на куски и линейно-непрерывно раскидано по физической

1. Связывания адресов происходит на этапе выполнения

2. Из принципа локальности сразу всё логическое пространство не используется. То, что сейчас не используется переместим во вторичную память (например, на жесткий диск)

1. Если нужного куска нет в памяти, то либо загружаем его в сводное место (при наличии), либо загружаем вместо давно не использовавшегося куска

Преимущества:

1. Процесс не ограничен объемом физической памяти. Упрощается разработка программ.

1. Повышается степень мультипрограммирования

2. Повышается эффективность swapping-а т.к. выталкивается не весь процесс, а только некоторые его куски

———— Как оно работает? ————

Делаем на примере страничной организации памяти

К битам управления доступом добавляем два бита:

- Бит наличия страницы в памяти
 - 1: Просто используем Nframe
 - 0: Возникает **исключительная ситуация** page fault

- (опционально) Бит модификации: была ли изменена страница, пока она лежала в оперативной памяти?

Обработка PAGE FAULT

1. (hardware) Выполнение команды прекращается
2. (hardware) Сохраняется часть контекста. Управление передается по заранее определенному адресу
3. (software) Сохраняется оставшийся контекст
4. (software + hardware) Страница подкачивается в память, возможно замещая другую страницу
5. (software + hardware) Восстановление контекста. Повторное выполнение команды

—— Стратегии управления ——

- Стратегия выборки — когда подкачивать страницу?
 - По запросу — когда возник page fault.
 - С упреждением — при page fault подкачиваем не только данную страницу, но и соседние
- Стратегии размещения — куда подкачать страницу, если есть пустое место?
 - First fit
 - Best fit
 - ...
- Стратегии замещения — куда подкачать страницу, если пустых мест нет?

—— Алгоритмы замещения ——

- **Локальные:** процессу заранее выделяются конкретные кадры
- **Глобальные:** можно использовать кадры других процессов

Цель: сократить количество page fault-ов

Строка запросов — последовательность страниц, к которым мы обращались

Сокращенная строка запросов — убираем последовательные повторы: 12223445 -> 12345

FIFO

Вытаскивается самая старая страница

Аномалия BELADY

Для некоторых алгоритмов увеличение количества кадров приводит к увеличению количества page fault-ов

—— Стековые алгоритмы ——

Набор страницы в памяти для N кадров есть подмножество страниц для $N + M$ кадров

Никогда не будет аномалии Belady