

# Теория Вероятностей

## Семинары

2024–2025

2024-09-09	
Введение	2
2024-09-16	
Условная вероятность	2
Гипотезы	2
Задачи	2
Задача	2
Задача про Золушку	3
Задача про Завод	3
Задача про схему	3
Задача 31	4
Задача 32	4
Задача 22	4
Задача 23	4
2024-09-23	
Задачи	5
Задача 10	5
Задача 11	5
Задача 18	5
Задача 25	5

2024-09-09

## Введение

Наталья Васильевна Сизых

Таблица 1. Облако

Link:	mega.nz/login
Login:	tv.24-25@yandex.ru
Pass:	tv.24-25

$$\text{Итог} = 0.1 \cdot \text{ИДЗ} + 0.25 \cdot \text{КР} + 0.15 \cdot \text{Сем} + 0.5 \cdot \text{Экз}$$

2024-09-16

## Условная вероятность

Обозначение  $A$  при  $B$ :  $P(A|B)$  или  $P_B(A)$

$$P(A)P(B|A) = P(AB) = P(B)P(A|B)$$

## Гипотезы

Формула полной вероятности:

$$P(A) = \sum_{j=1}^n P(H_j)P(A|H_j)$$

Формула Байеса:

$$P(H_i|A) = \frac{P(H_i)P(A|H_i)}{\sum_{j=1}^n P(H_j)P(A|H_j)} = \frac{P(H_i)P(A|H_i)}{P(A)}$$

$H_i$  — гипотезы

$A$  — событие

## Задачи

### Задача

Два стрелка

$$P_1 = 0.8 \quad P_2 = 0.7$$

$A$  — поражение цели хотя бы одним  $A_1$  — поражение цели первым  $A_2$  — поражение цели вторым

Методы:

- $P(A) = P(A_1) + P(A_2) - \underbrace{P(A_1 A_2)}_{P(A_1)P(A_2)}$
- $P(A) = P(A_1)P(\overline{A_2}) + P(A_2)P(\overline{A_1}) + P(A_1)P(A_2)$
- $P(A) = 1 - P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})$

——— Задача про Золушку ———

$A$  — достала хрустальную

$H_i$  — выбрала  $i$ -ую коробку

$D_1$  — утеряна хрустальная,  $D_2$  — утеряна серебряная

$$P(D_1) = \frac{3}{5}, P(D_2) = \frac{2}{5}$$

$$P(A|H_1) = P(D_1) \cdot \frac{2}{4} + P(D_2) \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{5}$$

$$P(A|H_2) = \frac{2}{6}$$

$$P(A|H_3) = 1$$

$$P(A) = \sum_{i=1}^3 P(H_i)P(A|H_i) = \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{3}{5} + \frac{1}{3} + 1 \right) = \frac{29}{45}$$

——— Задача про Завод ———

$$P(A) = 0.05$$

$$P(B|A) = 0.1$$

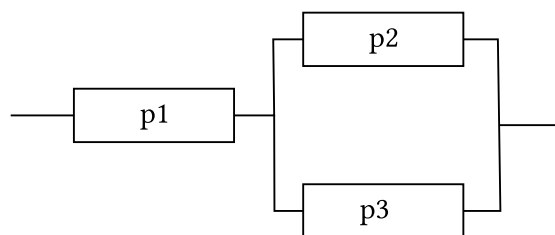
$$P(B|\bar{A}) = 0.01$$

$$P(\bar{B}) = ?$$

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0.05 \cdot 0.1 + 0.95 \cdot 0.01 = 0.0145$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0.9855$$

——— Задача про схему ———



$$P_1 = 0.8$$

$$P_2 = 0.7$$

$$P_3 = 0.6$$

$$P(A_1) = P_1$$

$$P(A) = P(A_1) \cdot [1 - (1 - P(A_2)) \cdot (1 - P(A_3))]$$

——— Задача 31 ———

$A, B$  — независимы

$$P(AB) = P(B) = \frac{1}{4}$$

$$P(A + B) = ?$$

$$P(A)P(B) \stackrel{\text{т.к. независимы}}{=} = P(AB) = \frac{1}{4}$$

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \dots$$

——— Задача 32 ———

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{2}{3}, P(A + B) \stackrel{?}{\geq} \frac{1}{6}$$

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{7}{6} - \underbrace{P(AB)}_{\leq 1} \geq \frac{1}{6}$$

——— Задача 22 ———

$$1 - (1 - p)^n \geq 0.95$$

$$1 - 0.99^n \geq 0.95$$

$$0.05 \geq 0.99^n$$

$$\ln(0.05) \geq n \ln(0.99)$$

$$\frac{\ln(0.05)}{\ln(0.99)} \leq n$$

$$298.07... \leq n$$

$$n = 299$$

——— Задача 23 ———

$$1 - (1 - 0.9)^n \geq 0.999$$

$$0.001 \geq 0.1^n$$

$$\frac{\ln(0.001)}{\ln(0.1)} \leq n$$

$$3 \leq n$$

$$n = 3$$

2024-09-23

Пусть  $A_1, A_2, \dots, A_k$  — полная группа событий. Делаем  $n$  испытаний, хотим  $m_i$  событий  $A_i$ , где  $m_1 + m_2 + \dots + m_k = n$ :

$$P = n! \cdot \frac{p_1^{m_1} p_2^{m_2} \dots p_k^{m_k}}{m_1! m_2! \dots m_k!}$$

## ———— **Задачи** ————

### ———— Задача 10 ————

$$P(A) = P_3(2) + P_3(3) = 3 \cdot 0.7^2 \cdot 0.3 + 0.7^3 = 0.784$$

### ———— Задача 11 ————

8-ой выстрел — обязательно промах

В первых семи — два промаха

$$P = P_7(5) \cdot 0.2 = C_7^5 \cdot 0.8^5 \cdot 0.2^2 \cdot 0.2 = 0.058$$

### ———— Задача 18 ————

См. 11

$$P_{20(9)} \cdot p = C_{19}^9 p_9 q_{10} \cdot p = 0.001$$

### ———— Задача 25 ————

$$n = 3$$

$$p = 0.05$$

$$p(n+1) = 0.05(3+1) = 0.2$$

$$\lfloor 0.2 \rfloor = 0$$