

平成15年度
日本留学試験(第2回)

試験問題

語学留学企業名

平成15年度(2003年度)日本留学試験

数 学 (80分)

【コース1(基本, Basic)・コース2(上級, Advanced)】

(どちらかのコースを選んで解答してください。)

I 注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題用紙の中を見ないでください。
2. コース1は1～10ページ、コース2は11～21ページにあります。
3. 解答は、解答用紙に鉛筆(HB)で記入してください。
4. 問題用紙の余白は、計算やメモに使ってもいいです。
5. 監督者の許可なしに、部屋の外に出ることはできません。
6. 試験が終わっても、この問題用紙を持ち帰ることはできません。
7. 受験番号と名前を下の欄に、受験票と同じように記入してください。

II 解答上の注意

1. 問題文中のA, B, C, ...には、それぞれ－(マイナスの符号)、または、0から9までの数が一つずつ入ります。あてはまるものを選び、解答用紙(マークシート)の対応する解答欄にマークしてください。

ただし、平方根については、たとえば、 $\sqrt{12}$ は $2\sqrt{3}$ のように、最も簡単(simplest form)にしてください。また、分数については、符号は分子につけ、分母・分子は既約分数(reduced fraction)にして解答してください。

【例】

$\frac{A\sqrt{B}}{CD}$ に $\frac{-\sqrt{3}}{14}$ と答える場合は、以下のようにマークする。

【解答用紙】

A	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
B	<input type="radio"/>	0	1	2	<input checked="" type="radio"/>	4	5	6	7	8	9
C	<input type="radio"/>	0	<input checked="" type="radio"/>	2	3	4	5	6	7	8	9
D	<input type="radio"/>	0	1	2	3	<input checked="" type="radio"/>	5	6	7	8	9

2. 解答用紙に書いてある注意事項も必ず読んでください。

受験番号			*				*					
名前												

数学コース2 (上級コース)

「解答コース」記入方法

解答コースには「コース1」と「コース2」がありますので、どちらかのコースを選んで解答してください。

「コース2」を選ぶ場合は、右のように、解答用紙の左上にある「解答コース」の「コース2」を○で囲み、その下のマーク欄をマークしてください。選択したコースが正しくマークされていないと、採点されません。

<解答用紙記入例>

解答コース Course	
コース 1 Course 1	コース 2 Course 2
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

I 次の各問題中の A~I に対して、それぞれの選択肢の中から最も適するものを一つ選びなさい。

問1 方程式 $z^3 = 1$ の解となる虚数 (imaginary number) は **A** である。また、方程式 $z^5 = -1$ の解となる虚数は **B** である。

ただし、虚数部分が 0 でない複素数 (complex number) を虚数と呼ぶ。

- | | | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ① -1 | ④ 0 | ⑦ 1 |
| ③ $\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ$ | ⑤ $\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ$ | ⑧ i |
| ⑥ $-i$ | ⑨ $\cos 30^\circ - i \sin 30^\circ$ | ⑩ $\cos 36^\circ + i \sin 36^\circ$ |
| ② $\cos 45^\circ - i \sin 45^\circ$ | | |

問2 $x = \frac{-1+\sqrt{13}}{2}$ は2次方程式 $\boxed{\text{C}}$ の解の一つであり、 $\boxed{\text{C}}$ のもう一つの解は $\boxed{\text{D}}$ である。したがって

$$x^2 = \boxed{\text{E}} - x, \quad x^2 + x + 1 = \boxed{\text{F}}$$

である。また、 x^3 を $\boxed{\text{C}}$ の左辺の整式で割った余りは $\boxed{\text{G}}x - \boxed{\text{H}}$ である。

① $x^2 - x - 3 = 0$

① $x^2 + x - 3 = 0$

② $x^2 + x + 3 = 0$

③ 3

④ 4

⑤ 5

⑥ 6

⑦ $\frac{1-\sqrt{13}}{2}$

⑧ $\frac{-1-\sqrt{13}}{2}$

⑨ $\frac{-1-2\sqrt{3}i}{2}$

問3 25の3乗根 $\sqrt[3]{25}$ は、指数を用いると

$$\sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{5^2} = 5^{\frac{2}{3}}$$

となる。このような変形を利用すれば、三つの数

$$\sqrt[3]{25}, \quad \sqrt[4]{125}, \quad \frac{1}{\sqrt{5}}$$

の大小関係は 1 となる。

- ① $\sqrt[3]{25} < \sqrt[4]{125} < \frac{1}{\sqrt{5}}$ ① $\sqrt[3]{25} < \frac{1}{\sqrt{5}} < \sqrt[4]{125}$ ② $\sqrt[4]{125} < \sqrt[3]{25} < \frac{1}{\sqrt{5}}$
 ③ $\sqrt[4]{125} < \frac{1}{\sqrt{5}} < \sqrt[3]{25}$ ④ $\frac{1}{\sqrt{5}} < \sqrt[3]{25} < \sqrt[4]{125}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{5}} < \sqrt[4]{125} < \sqrt[3]{25}$

I の問題はこれで終わりです。I の解答欄 J ～ Z は空欄にしてください。

II

次の各問題文中の A~Y には、それぞれ - (負号, minus sign) か 0~9 の数字のいずれか一つが入る。適するものを選びなさい。

問 1 三つの関数 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ を、それぞれ

$$f(x) = x^2 - 2x - 8, \quad g(x) = \log x, \quad h(x) = e^{-x}$$

とする。

(1) $y = f(x)$ のグラフは、頂点の座標を (\boxed{A}, \boxed{BC}) とする下に凸な放物線 (parabola) である。

(2) $f(x)$ と $g(x)$ の合成関数は

$$g(f(x)) = \log(x^2 - 2x - 8)$$

となり、定義域は $x < \boxed{DE}$ または $x > \boxed{F}$ である。

(3) $f(x)$ と $h(x)$ の合成関数は

$$h(f(x)) = e^{-(x^2 - 2x - 8)}$$

となり、 $h(f(x))$ は $x = \boxed{G}$ のとき最大値 $e^{\boxed{H}}$ をとる。

$h(f(x)) = e^3$ となるのは

$$x = \boxed{I} \pm \sqrt{\boxed{J}}$$

のときである。

問2 k を定数として、 x の2次方程式

$$x^2 + 2(k+1)x + 4k - 9 = 0 \quad \cdots \cdots \quad \textcircled{1}$$

の二つの解を α , β とする。

二つの解の差の絶対値 $|\alpha - \beta|$ が 10 となるのは $k = \boxed{\text{KL}}$, $k = \boxed{\text{M}}$ のときである。

$k = \boxed{\text{KL}}$ のとき、方程式①の解は $x = \boxed{\text{NO}}$ と $x = \boxed{\text{P}}$ である。

また、 $k = \boxed{\text{M}}$ のとき、方程式①の解は $x = \boxed{\text{QRS}}$ と $x = \boxed{\text{TU}}$ である。

语采留学企业店

問3 $x = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$, $y = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$ とする。次の値を求めよ。

(1) $\log_3 x + \log_3 y = \boxed{\text{V}}$

(2) $\log_3(x+y) - \log_3(x-y) = \frac{\boxed{\text{W}}}{\boxed{\text{X}}}$

(3) $\log_3(x^2 + 5xy + y^2) = \boxed{\text{Y}}$

$\boxed{\text{II}}$ の問題はこれで終わります。 $\boxed{\text{II}}$ の解答欄 $\boxed{\text{Z}}$ は空欄にしてください。

III

次の各問題文中の A～X には、それぞれ－(負号, minus sign) か 0～9 の数字のいずれか一つが入る。適するものを選びなさい。

問1 四角形 PQRS において

$$PQ = 1, \quad QR = 3, \quad PS \parallel QR, \quad \angle PQR = 60^\circ, \quad \angle QRS = 45^\circ$$

とする。

$$(1) \quad RS = \frac{\sqrt{\boxed{A}}}{\boxed{B}}$$

$$(2) \quad PS = \frac{\boxed{C} - \sqrt{\boxed{D}}}{\boxed{E}}$$

である。

問2 原点Oを中心とする単位円Cの方程式は $x^2 + y^2 = 1$ であり、C上を点P(a , b)が動くものとする。点PにおけるCの接線を ℓ とする。接線 ℓ に点A(3, 2)から垂線AHを引く。

- (1) C上の点 $\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$ における接線の方程式は

$$\boxed{\text{F}}x + \boxed{\text{G}}y = \boxed{\text{H}}$$

である。

- (2) 垂線AHの長さは $|\boxed{\text{I}}a + \boxed{\text{J}}b - \boxed{\text{K}}|$ である。

- (3) 三平方の定理(Pythagorean theorem)と(2)の結果を用い、 $a^2 + b^2 = 1$ を代入して(substitute)整理すると

$$\text{PH}^2 = (\boxed{\text{L}}a - \boxed{\text{M}}b)^2$$

となる。

問3 三角形ABCがある。辺BCを1:2に内分する点をDとする。線分ADの延長上に $AD:DE=2:3$ となる点Eをとる。点Cを通り線分BEに平行な直線と、点Eを通り線分BCに平行な直線との交点をFとする。次のベクトル \overrightarrow{AE} , \overrightarrow{BE} , \overrightarrow{FD} を \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} を用いて表しなさい。

$$(1) \overrightarrow{AE} = \frac{\boxed{N}}{\boxed{O}} \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{P}}{\boxed{Q}} \overrightarrow{AC}$$

$$(2) \overrightarrow{BE} = \frac{\boxed{R}}{\boxed{S}} \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{T}}{\boxed{U}} \overrightarrow{AC}$$

$$(3) \overrightarrow{FD} = \frac{\boxed{VW}}{\boxed{X}} \overrightarrow{AC}$$

IIIの問題はこれで終わります。IIIの解答欄Y, Zは空欄にしてください。

IV 次の各問題文中の A～M には、それぞれ－(負号, minus sign) か 0～9 の数字のいずれか一つが入る。適するものを選びなさい。

問1 a を正の定数とし、 x の3次関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4ax^2 + 15a^2x$$

とする。

$f(x)$ は $x = \boxed{\text{A}}$ a のとき極大値をとり、 $x = \boxed{\text{B}}$ a のとき極小値をとる。極大値と

極小値の差が $\frac{1}{6}$ となるのは $a = \frac{\boxed{\text{C}}}{\boxed{\text{D}}}$ のときである。

問 2

- (1) a を定数とする。 x の 3 次関数 $2x(x-a)^2$ について、次の定積分の値 $S(a)$ を計算すると

$$S(a) = \int_0^1 \{2x(x-a)^2\} dx$$

$$= \left(a - \frac{\boxed{\text{E}}}{\boxed{\text{F}}} \right)^{\boxed{\text{G}}} + \frac{\boxed{\text{H}}}{\boxed{\text{IJ}}}$$

となる。

- (2) 定積分

$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \frac{dx}{\sqrt{3-x^2}}$$

の値を $x = \sqrt{3} \sin \theta$ と置換して求める。ただし $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。

S の被積分関数 (integrand) は偶関数であるから

$$S = 2 \int_0^{\frac{3}{2}} \frac{dx}{\sqrt{3-x^2}}$$

が成り立つ。この積分の変数変換後の上端は $\frac{\pi}{\boxed{\text{K}}}$ であるから

$$S = \frac{\boxed{\text{L}}}{\boxed{\text{M}}} \pi$$

となる。

Ⅳの問題はこれで終わりです。Ⅳの解答欄 $\boxed{\text{N}} \sim \boxed{\text{Z}}$ は空欄にしてください。
 コース 2 の問題はこれですべて終わりです。解答用紙には $\boxed{\text{V}}$ がありますが、
 $\boxed{\text{V}}$ の問題はありまませんので、空欄にしてください。

この問題用紙を持ち帰ることはできません。

平成15年度
日本留学試験(第2回)

正 解 表

語学留学企業

平成15年度(2003年度)日本留学試験(第2回)試験問題 正解表

<日本語>

記述 問題解答例を285ページに掲載

聴解

問	1番	2番	3番	4番	5番	6番	7番	8番	9番	10番	11番	12番	13番	14番	15番	16番
答	4	2	2	3	3	3	4	1	2	4	2	1	3	3	3	1

問	17番	18番	19番	20番
答	3	2	1	3

聴読解

問	1番	2番	3番	4番	5番	6番	7番	8番	9番	10番	11番	12番	13番	14番	15番	16番
答	4	2	1	1	4	2	1	1	3	2	2	3	1	4	3	2

問	17番	18番	19番	20番
答	4	4	4	3

読解

問	問1	問2	問3	問4	問5	問6	問7	問8	問9	問10	問11	問12	問13	問14	問15	問16
答	2	2	1	3	4	2	4	2	3	4	1	3	2	4	4	1

問	問17	問18	問19	問20
答	2	3	4	4

<理科>

物理

問	I					II			III		
	A	B		C		A	B		A	B	
	問1	問2	問3	問4	問5	問1	問2	問3	問1	問2	問3
解答欄	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
答	4	5	2	4	1	3	1	6	1	5	3

問	Ⅳ						Ⅴ	
	A		B	C			問 1	問 2
	問 1	問 2	問 3	問 4	問 5	問 6		
解答欄	12	13	14	15	16	17	18	19
答	2	3	3	5	2	3	3	3

化 学

問	問1	問2	問3	問4	問5	問6	問7	問8	問9	問10	問11	問12	問13	問14	問15	問16
解答欄	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
答	3	3	9	1	6	4	2	5	5	7	4	3	5	3	3	4

問	問17	問18	問19	問20
解答欄	17	18	19	20
答	5	1	2	6

生 物

問	問1	問2	問3			問4	問5		問6		問7	問8		問9		問10
			(1)	(2)	(3)		(1)	(2)	(1)	(2)		(1)	(2)	(1)	(2)	
解答欄	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
答	4	5	2	7	6	3	3	1	4	1	3	4	3	3	1	4

問	問11	問12
解答欄	17	18
答	2	4

〈総合科目〉

問	問1				問2			問3		問4		問5	問6	問7	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(1)	(2)			(1)	(2)
解答欄	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
答	3	4	1	2	4	2	1	3	1	3	4	4	1	1	3

問	問8			問9	問10	問11		問12			問13	問14	問15	問16	問17	
	(1)	(2)	(3)			(1)	(2)	(1)	(2)	(3)					(1)	(2)
解答欄	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
答	2	2	4	2	3	2	1	1	2	4	2	3	2	2	1	3

問	問18			問19			問20	問21
	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)		
解答欄	32	33	34	35	36	37	38	39
答	2	4	3	3	4	1	2	4

〈数 学〉

※答えが二重線で囲まれているものについては、囲まれているものが全て合っている場合のみ正解となる。

コース1

問	I							II							
	問1				問2			問1							
解答欄	A	B	C	D	E	F	G	A	B	C	D	E	F	G	H
答	4	5	2	9	2	0	4	1	—	9	—	2	4	1	9

問	II													
	問1		問2							問3				
解答欄	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
答	1	6	—	1	3	5	0	0	2	4	3	2	3	2

問	III														
	問1										問2				
解答欄	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
答	6	2	5	3	2	1	1	3	3	8	—	2	3	3	5

問	IV										
	問1				問2						
解答欄	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
答	3	5	1	2	2	2	4	2	1	6	3

コース 2

問	I									II					
	問 1			問 2					問 3	問 1					
解答欄	A	B	C	D	E	F	G	H	I	A	B	C	D	E	F
答	3	8	1	8	3	4	4	3	4	1	—	9	—	2	4

問	II														
	問 1					問 2									
解答欄	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
答	1	9	1	6	—	3	5	—	3	7	—	1	1	—	1

問	II					III									
	問 1				問 1					問 2					
解答欄	V	W	X	Y	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
答	0	1	2	2	6	2	5	3	2	4	3	5	3	2	1

問	Ⅲ												
	問 2		問 3										
解答欄	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
答	2	3	5	3	5	6	2	3	5	6	—	3	2

問	IV												
	問 1				問 2								
解答欄	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
答	3	5	1	2	2	3	2	1	1	8	3	2	3