

金融服务计算 项目文档

作者：刘清仪，刘宏阳，李想，狄休，黄文瀚，廖超
指导老师：英俊好，曹健

2017-12-15

Contents

1 基本概念与定义	2
2 现值(Price)的计算	5
3 分期支付利息的计算	6
4 Dirty Price的计算	7
5 利用牛顿迭代法计算年化收益率 y	9
6 算法总结	10
7 流程图	11
8 API	12
9 参考文献	13

1 基本概念与定义

表1给出了基本概念与定义。

名称	含义
Interest rate 利率 r	利率，又叫利息率，是衡量利息高低的指标。是一定时期内利息额和本金的比率。利率=利息/本金。
Discount factor 贴现因子 r	一般来说，当利率为 r 时，承诺 T 年之后支付 R 美元的现值是 R 美元/ $(1+r)^T$ 。因此，即使没有通货膨胀，将来1美元的价值也小于现在1美元的价值，必须按某一数额贴现，该数额取决于利率的高低和收到货币的时间长短。其中 $1/(1+r)^T$ 被称为未来 T 时期的货币的贴现因子。
cash flow 现金流	现金流量是现代理财学中的一个重要概念，是指企业在一定会计期间按现金收付实现制，通过一定经济活动(包括经营活动、投资活动、筹资活动和非经常性项目)而产生的现金流入、现金流出及其总量情况的总称。即：企业一定时期的现金和现金等价物的流入和流出的数量。
Coupon 息票	息票一词来自英文coupon，原指旧时的债券票面的一部分，债券持有人可将其剪下，在债券付息日携至债券发行人处要求兑付当期利息。现在发行的债券多采用电子化形式，但票面利率（coupon rate）仍被用来表示债券的利率。

Zero coupon bond 无息债券	无息债券 (Zero Coupon Bond) 债券无附设任何利息回报，发行机构以债券票面值在到期日偿还债券本金，故无息债券市价必定给予较票面值较大折让。我国一次还本付息债券可视为无息债券。无息债券是指采用以复利计算的一次性付息方式付息的债券。无息债券又称“无息票债券”。按面值折扣发行，到期按面值十足还本的债券。
Present Value 现值 PV	现值 (Present value)，指资金折算至基准年的数值，也称折现值、也称在用价值，是指对未来现金流量以恰当的折现率进行折现后的价值。指资产按照预计从其持续使用和最终处置中所产生的未来净现金流入量折现的金额，负债按照预计期限内需要偿还的未来净现金流出量折现的金额。
Price 债券的市场价格 $P = v/(1 + y/f)^n$	债券在市场上交易时的价格。
Face Value 票面价值 v	债券面值是指债券发行时所设定的票面金额，它代表着发行人借入并承诺于未来债券到期日，偿付给债券持有人的金额。由于贴息债券的购买价低于债券面值，此外，债券发行有溢价发行和折价发行，因此，债券面值和投资债券的本金不一定相等。
Yield 收益率 y	市场上同类债券的年化收益率，年化利率是通过产品的固有收益率折现到全年的利率。
Payment Frequency 付息频率 f	一年支付利息次数。
Time 付息次数 n	累计计算利息次数。

duration 久期 $D = dP/dy \cdot 1/P$	它是以未来时间发生的现金流，按照目前的收益率折现成现值，再用每笔现值乘以现在距离该笔现金流发生时间点的时间年限，然后进行求和，以这个总和除以债券目前的价格得到的数值就是久期。概括来说，就是债券各期现金流支付所需时间的加权平均值。
convexity 凸性 $C = (d^2P)/(dy^2) \cdot 1/P$	久期描述了价格-收益率曲线的斜率，凸性描述了价格/收益率曲线的弯曲程度。凸性是债券价格对收益率的二阶导数。

Table 1: 基本概念与定义

（备注：由于相同duration对不同金额的债券影响程度不一样，所以duration中除了price，以进行规约化处理，convexity同理。）

2 现值(Price)的计算

图5给出了息票在市场上的价格P和市场上同类息票/债券的年化收益率y之间的定性关系。

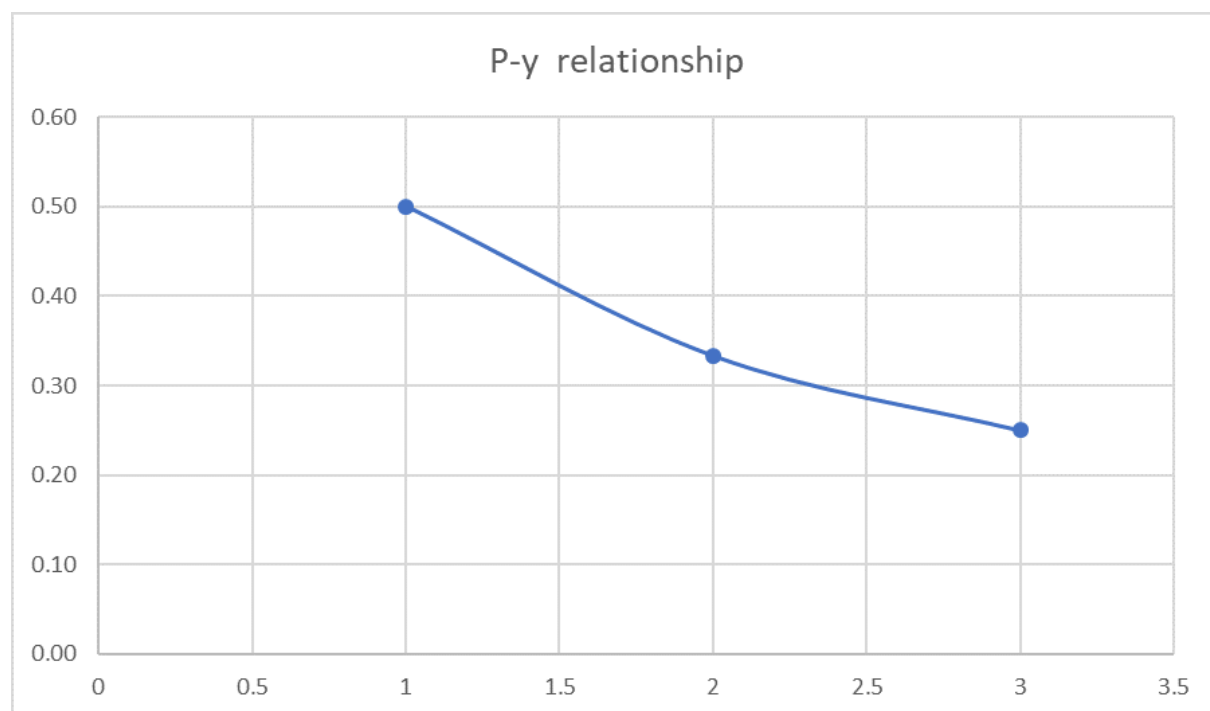


Figure 1: P-y关系图

根据泰勒展开式

$$P_1 \approx P_0 - P_0 \cdot Duration_D \cdot (y_1 - y_0) + 1/2 \cdot P_0 \cdot Convexity_D \cdot (y_1 - y_0)$$

这里的 $Duration_D$ 和 $Convexity_D$ 分别指的是一阶导数和二阶导数，没有除以Price。通过上式，我们可以通过当前息票价格求得未来某时刻息票价格。

3 分期支付利息的计算

对于一个3年期的息票来说，发行者每年付一次利息，而非到期一次性结清利息。

图5给出了一个例子。

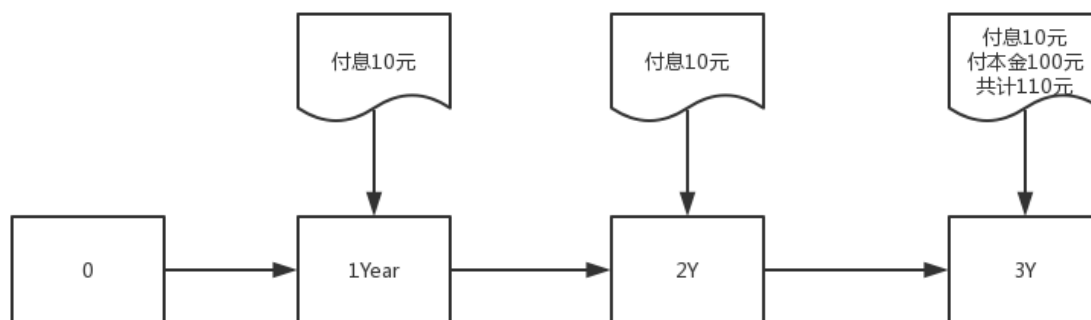


Figure 2: 付息日的利息计算

假设本金100元，年利率为10%。

$$PV = (v * 10\%) / (1 + 10\%)^1 + (v * 10\%) / (1 + 10\%)^2 + (v * (10\% + 1)) / (1 + 10\%)^3$$

其中，第一项表示第一年付息的现值，第二项表示第二年付息的现值，第三项表示第三年付息和本金的现值。

进一步地，

$$PV = (c * v) / f * \sum_{i=1}^j 1 / (1 + y_i / f)^i + v / (1 + y_n / f)^n$$

这里，我们把未来的每个现金流折现到今天。

图5给出了更进一步的例子。

我们将未来的现金流折现到 t_0 时刻，求得息票在 t_0 时刻的现值后，我们就可以知道应当以多少钱在市场上购入/卖出该息票。这里的 $y_{0.5}, y_1, \dots, y_3$ ，指的是yield to maturity（到期收益率）。

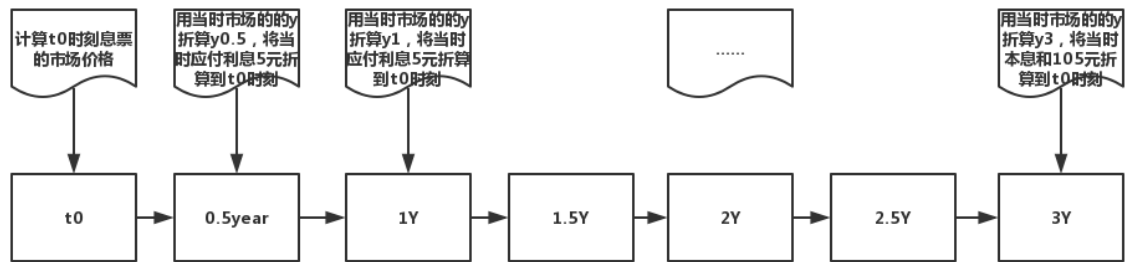


Figure 3: 非付息日的利息计算

4 Dirty Price的计算

图5给出了Dirty Price与时间t的关系。

Dirty price指的是clean price和accrued interest（已经发放的利息）的和。Clean price指的是还未领取的息票本金折现到当前时刻是多少钱。

其中t坐标轴的偶数（2,4,6,8, ……）指的是股息发放日。每次发放股息后，coupon的dirty price等于clean price。随着利息的积累，dirty price逐渐高于clean price，直到下次股息发放日股息再次方法，dirty price再次等于clean price。市场上的报价通常是clean price，所以交易双方需要根据自己的交易模型计算出accrued interest，在交易时把积累的利息加上去。

对于Duration和convexity，我们有以下结论：1.Duration的加权平均就是该coupon bond的加权平均 2.Convexity 的加权平均就是该coupon bond的加权平均

规范化表示： $Duration_{avg} = (P \cdot V_1 \cdot D_1 + P \cdot V_2 \cdot D_2 + \dots) / (P \cdot V_1 + P \cdot V_2 + \dots)$
 $Convexity_{avg} = (P \cdot V_1 \cdot C_1 + P \cdot V_2 \cdot C_2 + \dots) / (P \cdot V_1 + P \cdot V_2 + \dots)$

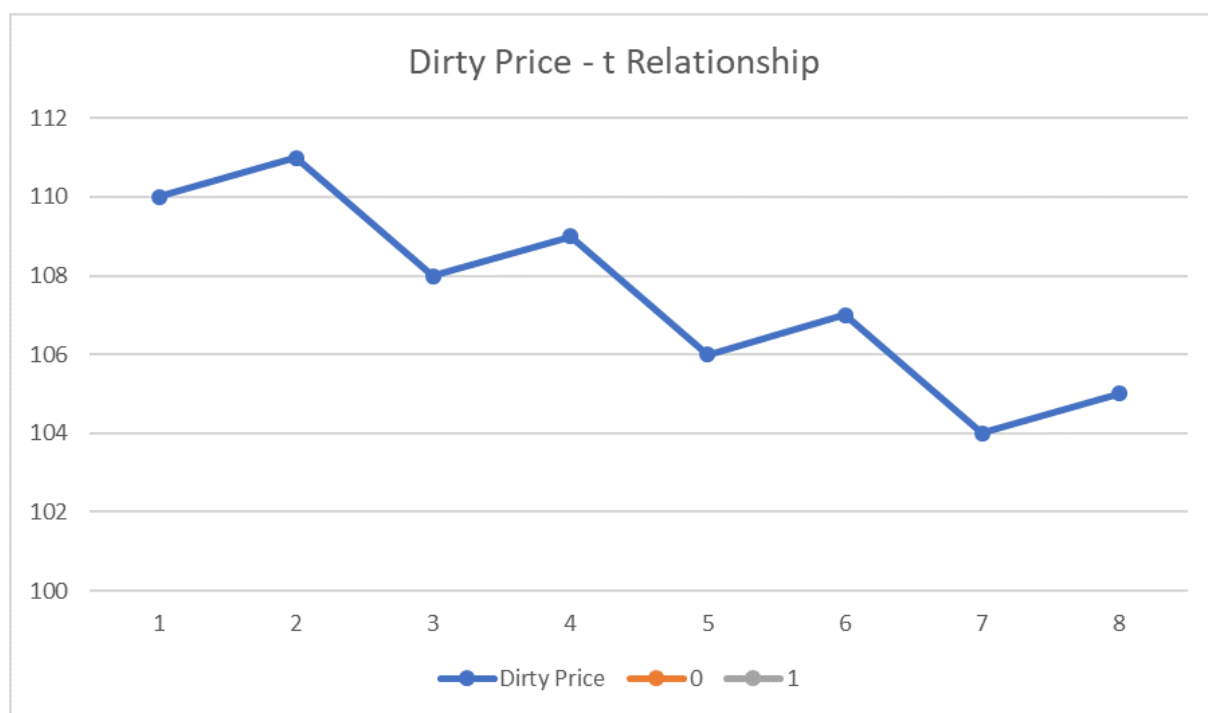


Figure 4: Dirty Price与时间 t 的关系

5 利用牛顿迭代法计算年化收益率 y

图5表示利用牛顿迭代法计算年化收益率 y 。

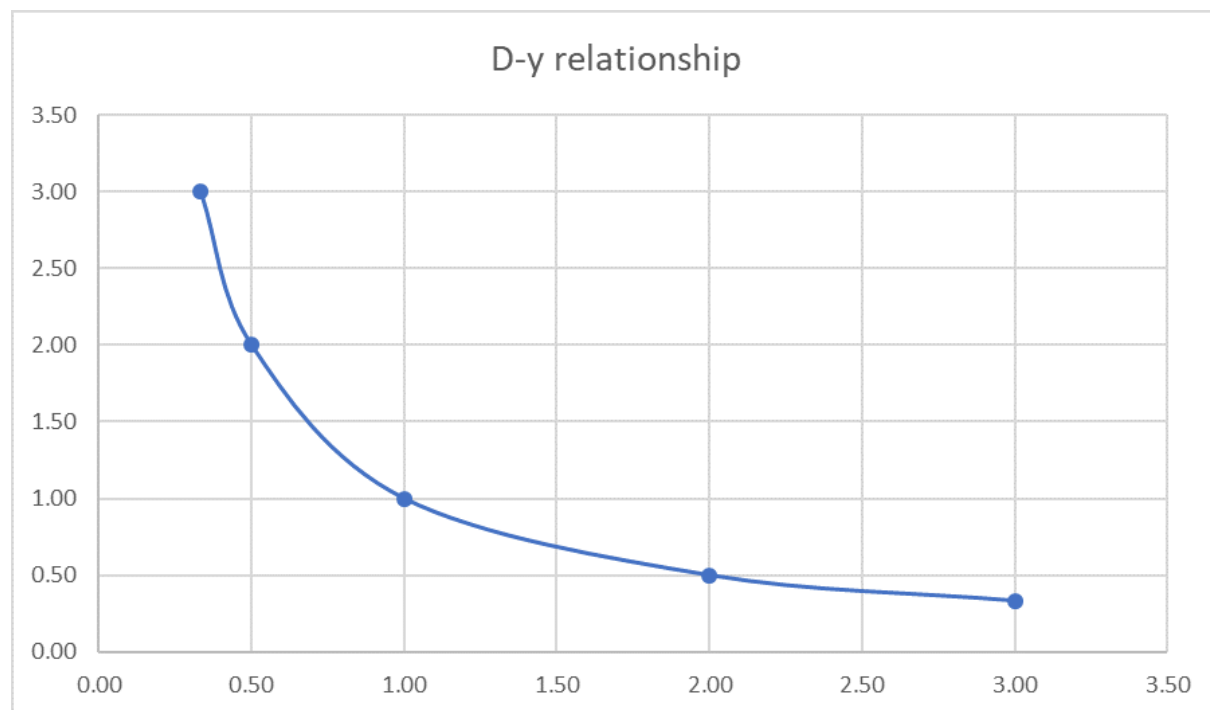


Figure 5: 牛顿迭代法

先根据市场年化率，猜测一个 y_1 ，对曲线上点 (y_1, D_1) 和 (y_0, D_0) ，我们可以求出 $Duration = dp/dy$ ，逐步调整 y_1 的值，缩小 Δy ，把猜测的值往真实值逼近，也就是牛顿迭代法。

6 算法总结

输入：给定任意一个coupon bond 输出：该coupon bond的present value, duration以及convexity 从市场获得与当前coupon bond相似的其他bond的 y ，这里的相似主要指的是利率、到期时间等相似，数据来源：彭博社（bloomberg.com）通过牛顿迭代法找到需要的 y_i ，具体进行几轮牛顿迭代法，找到几个 y_i ，取决于从当前时刻到到期，还要发放利息几次 利用上文给出的公式，将 y_i 的具体值带入，求出PV，duration和convexity。

本计算方法的核心在于，我们的利率计算模型。也就是求到期收益率 y 。对于每一个到期收益率 y ，有一个现值PV一一对应。对于给定的一个coupon bond，我们在计算其现值PV时，可以有两种处理方法。Y随着时间的变化而变化，可以认为每天都有一个 y 值（但是不一定每天的 y 值都不相同，也可能有些日期的 y 值是相同的。）

法一 将未来每次发息日发放的利息，折现到当前时刻。例如，假设未来还将发息3次，分别在0.2年、0.7年、1.2年以后，那么我们需要计算出0.2年后对应的到期收益率 y ，0.7年后的到期收益率 y 以及1.2年以后的到期收益率 y 。计算这些 y 的方法，是通过与给定coupon bond相似的一些coupon bond或者zero coupon bond的 y 值，来拟合出一条到期收益率 y 与时间 t 的关系曲线。通过这种方式，我们将 y 和 t 之间的散点图变为了连续函数，使得我们可以得到任何一天的到期收益率 y 。从而通过将未来的利息及本金折现到当前时刻，得到当前时刻的现值PV。

法二 在法一中，我们需要多个 y 。这里，我们使用一个 y 来求得当前时刻的现值PV。因为 y 和PV是一一对应的关系。所以我们通过相似债券的 y 和PV的关系图，利用牛顿迭代法，直接得到某个到期收益率 y 对应的现值PV。那么如果知道我输入的coupon bond的在当前时刻 y 是多少呢？我们可以对一群相似的coupon bond的到期收益率进行加权平均来估计要求的coupon bond的到期收益率 y 。

7 流程图

待补充。

8 API

待补充。

9 参考文献

待补充。