При ортогональных преобразованиях сохр-ся расстояние м/ду

Док-во:

Пусть точки $M_1(x_1; y_1)$ и $M_2(x_2; y_2)$ поср-ом ортог-ого преоб-я переход-ат соотв-но в точки $M_1'(x_1'; y_1')$ и $M_2'(x_2'; y_2')$ треб доказать, что отрезки $M_1 M_2$ и $M_1' M_2'$ имеют равные длины.

$$|M_1' M_2'| = [x_2' - x_1']^2 + [y_2' - y_1']^2 = [a_{11}(x_2 - x_1) +$$

$$a_{12}(y_2 - y_1)]^2 + [a_{21}(x_2 - x_1) + a_{22}(y_2 - y_1)]^2 =$$

$$(a_{11}^2 + a_{21}^2)(x_2 - x_1)^2 + (a_{12}^2 + a_{22}^2)(y_2 - y_1)^2 +$$

$$2(\underbrace{a_{11} a_{12} + a_{21} a_{22}}_{0})(x_2 - x_1)(y_2 - y_1) =$$

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = |M_1 M_2| \quad \text{ч. т. д.}$$

т. к. согл. если преоб-е ортогонально.

$$a_{11}^2 + a_{21}^2 = 1; \quad a_{12}^2 + a_{22}^2 = 1; \quad a_{11} a_{12} + a_{21} a_{22} = 0.$$