Domácí Úkol 00

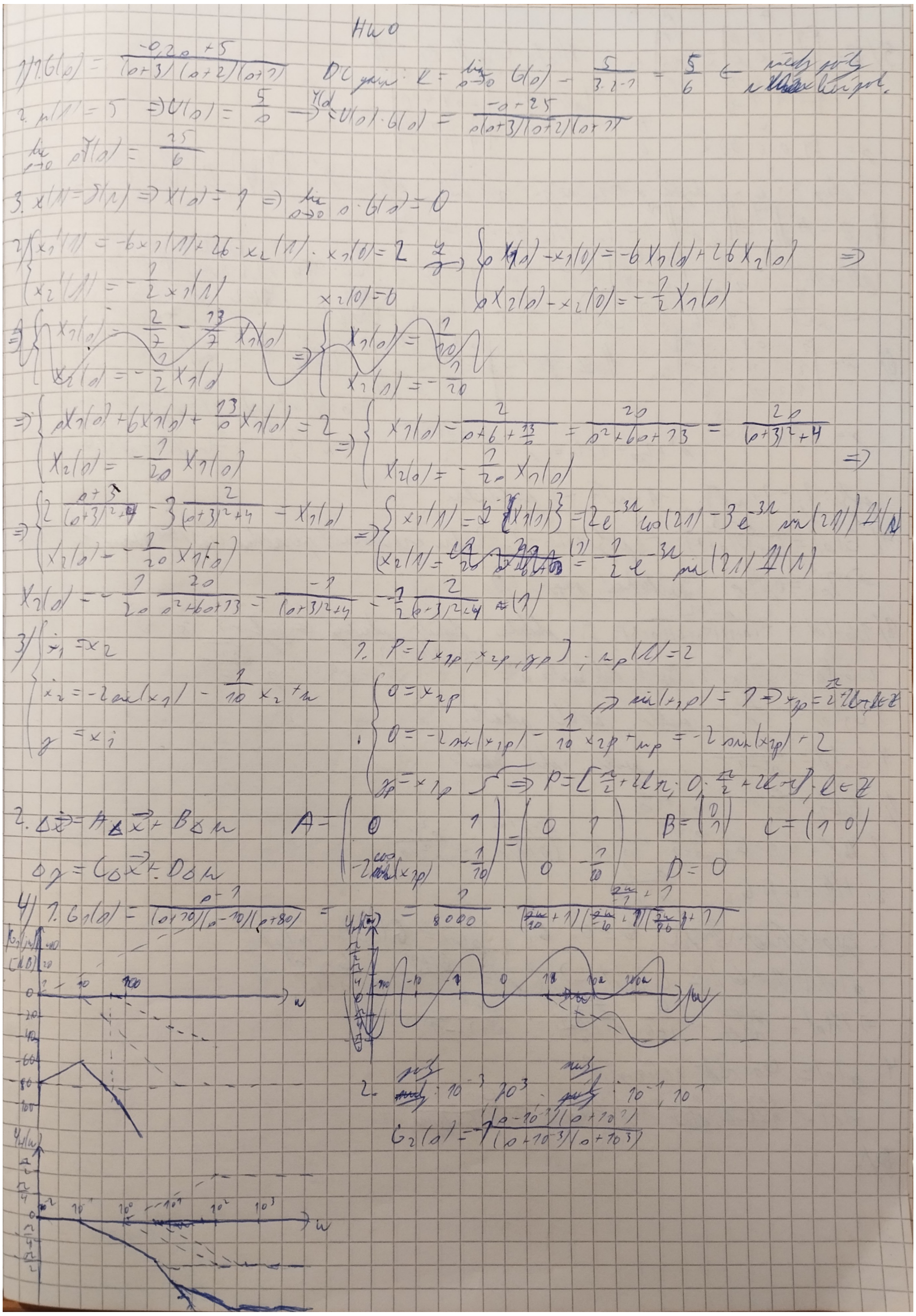
Jáchym Kouba

22. února 2026

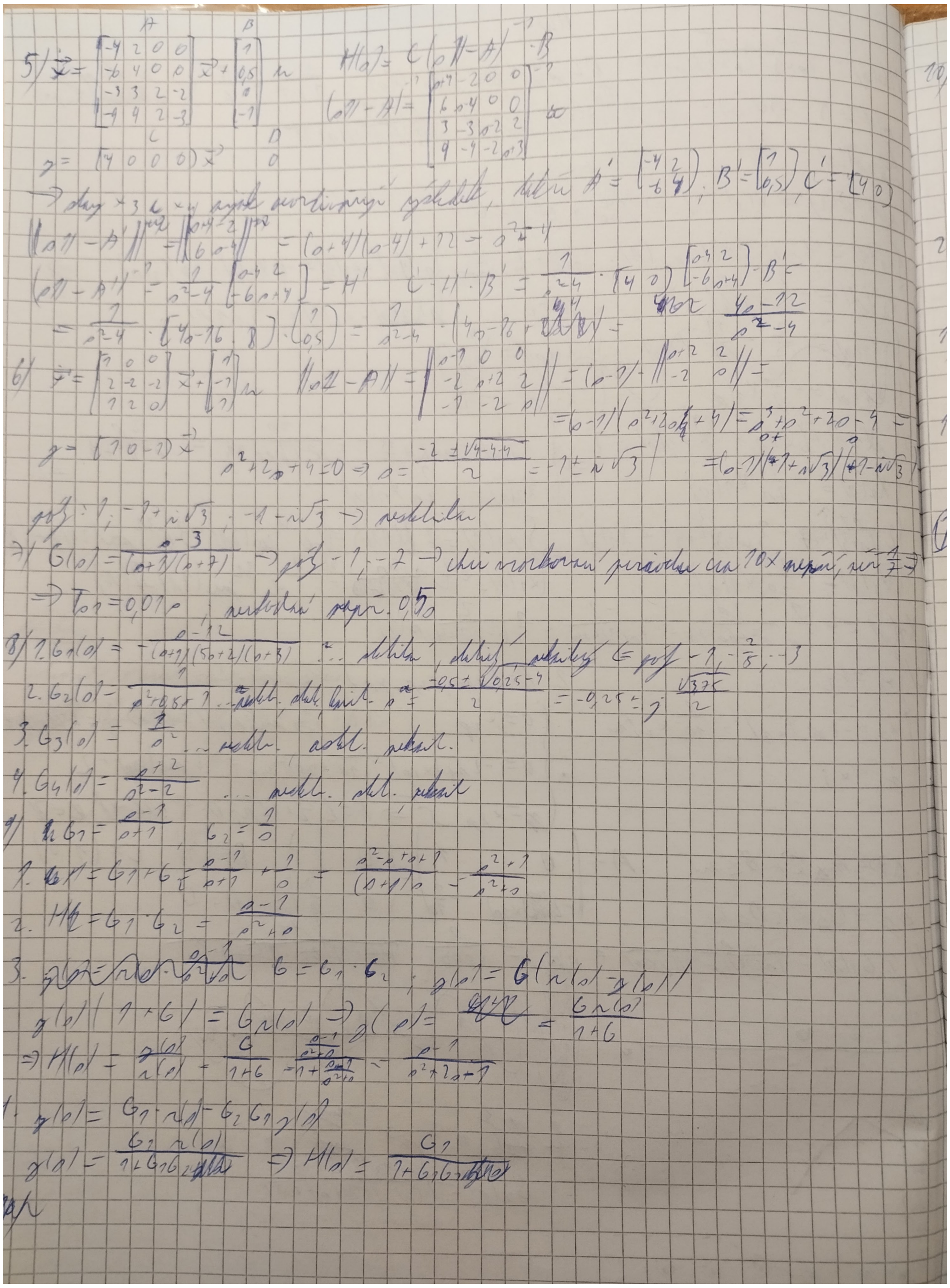
1. Úvod

Úkol jsem zpracoval do sešitu a ofotil. Případné grafy, simulink modely, atd. jsem doplnil jako přílohy do pdf, jména kapitol odpovídají úkolu.

2. Fotografie výpočtů



Obrázek 1: Výpočty - strana 1



5) $\dot{\vec{x}} = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 0 & 0 \\ -6 & 4 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 2 & -2 \\ -9 & 4 & 2 & -3 \end{bmatrix} \vec{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0{,}5 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} u$ $\quad H(s) = C(s\mathbb{1} - A)^{-1} \cdot B$

$(s\mathbb{1} - A)^{-1} = \begin{bmatrix} s+4 & -2 & 0 & 0 \\ 6 & s-4 & 0 & 0 \\ 3 & -3 & s-2 & 2 \\ 9 & -4 & -2 & s+3 \end{bmatrix}^{-1}$

$y = [4 \; 0 \; 0 \; 0] \vec{x} \quad D = 0$

→ stav x_3 a x_4 nijak neovlivňují výsledek, takže $A' = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}$, $B' = \begin{bmatrix} 1 \\ 0{,}5 \end{bmatrix}$, $C' = [4 \; 0]$

$\|s\mathbb{1} - A'\| = \left\| \begin{matrix} s+4 & -2 \\ 6 & s-4 \end{matrix} \right\| = (s+4)(s-4) + 12 = s^2 - 4$

$(s\mathbb{1} - A')^{-1} = \frac{1}{s^2-4} \begin{bmatrix} s-4 & 2 \\ -6 & s+4 \end{bmatrix} = H' \quad C' \cdot H' \cdot B' = \frac{1}{s^2-4} \cdot [4 \; 0] \begin{bmatrix} s-4 & 2 \\ -6 & s+4 \end{bmatrix} \cdot B' =$

$= \frac{1}{s^2-4} \cdot [4s-16 \;\; 8] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0{,}5 \end{pmatrix} = \frac{1}{s^2-4} \cdot (4s - 16 + 4) = \frac{4s-12}{s^2-4}$

6) $\dot{\vec{x}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \vec{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad \|s\mathbb{1} - A\| = \left\| \begin{matrix} s-1 & 0 & 0 \\ -2 & s+2 & 2 \\ -1 & -2 & s \end{matrix} \right\| = (s-1) \cdot \left\| \begin{matrix} s+2 & 2 \\ -2 & s \end{matrix} \right\| =$

$= (s-1)(s^2+2s+4) = s^3 + s^2 + 2s - 4 =$

$y = [1 \; 0 \; -1] \vec{x} \quad s^2 + 2s + 4 = 0 \Rightarrow s = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4\cdot 4}}{2} = -1 \pm i\sqrt{3} \quad = (s-1)(s+1+i\sqrt{3})(s+1-i\sqrt{3})$

póly: 1; $-1+i\sqrt{3}$; $-1-i\sqrt{3}$ → nestabilní

7) $G(s) = \frac{s-3}{(s+1)(s+7)}$ → póly -1, -7 → chci vzorkovací periodu cca 10× menší, než $\frac{1}{7}$ ⇒

⇒ $T_{s1} = 0{,}01\,s$, nevhodná např. $0{,}5\,s$

8) 1. $G_1(s) = \frac{s-12}{(s+1)(5s+2)(s+3)}$ ... stabilní, statický, nekmitavý ⇐ póly -1, $-\frac{2}{5}$, -3

2. $G_2(s) = \frac{1}{s^2+0{,}5s+1}$ ... stabil., stat., kmit. $s = \frac{-0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25-4}}{2} = -0{,}25 \pm j\frac{\sqrt{3{,}75}}{2}$

3. $G_3(s) = \frac{1}{s^2}$ ... nestab., astat., nekmit.

4. $G_4(s) = \frac{s+2}{s^2-2}$ ... nestab., stat., nekmit.

9) $G_1 = \frac{s-1}{s+1}$, $G_2 = \frac{1}{s}$

1. $H = G_1 + G_2 = \frac{s-1}{s+1} + \frac{1}{s} = \frac{s^2-s+s+1}{(s+1)s} = \frac{s^2+1}{s^2+s}$

2. $H = G_1 \cdot G_2 = \frac{s-1}{s^2+s}$

3. $G = G_1 \cdot G_2$; $y(s) = G(u(s) - y(s))$

$y(s)(1+G) = Gu(s) \Rightarrow y(s) = \frac{Gu(s)}{1+G}$

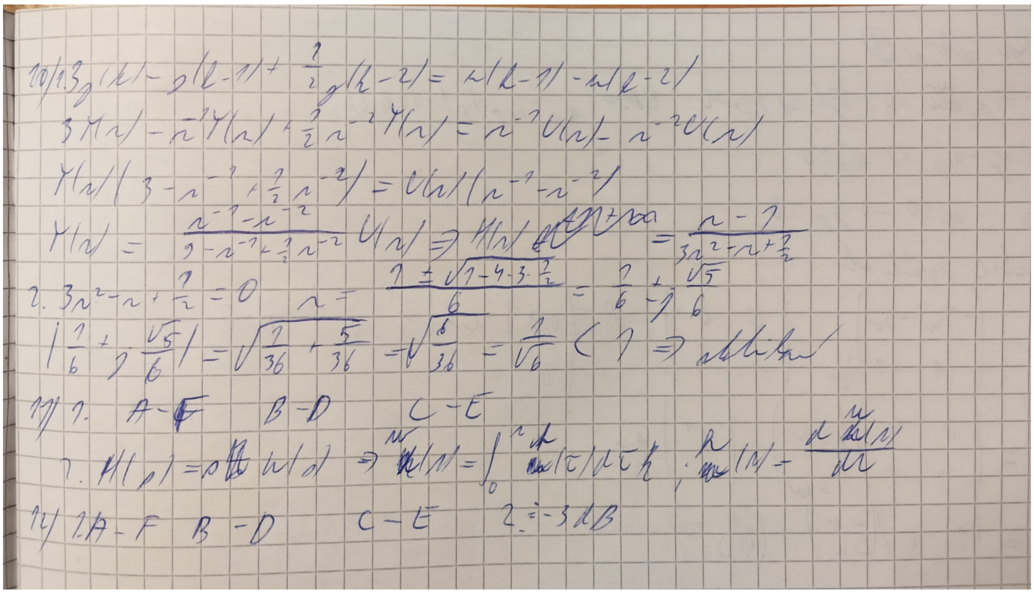
$\Rightarrow H(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{G}{1+G} = \frac{\frac{s-1}{s^2+s}}{1+\frac{s-1}{s^2+s}} = \frac{s-1}{s^2+2s-1}$

4. $y(s) = G_1 \cdot u(s) - G_2 G_1 y(s)$

$y(s) = \frac{G_1 u(s)}{1 + G_1 G_2} \Rightarrow H(s) = \frac{G_1}{1 + G_1 G_2}$

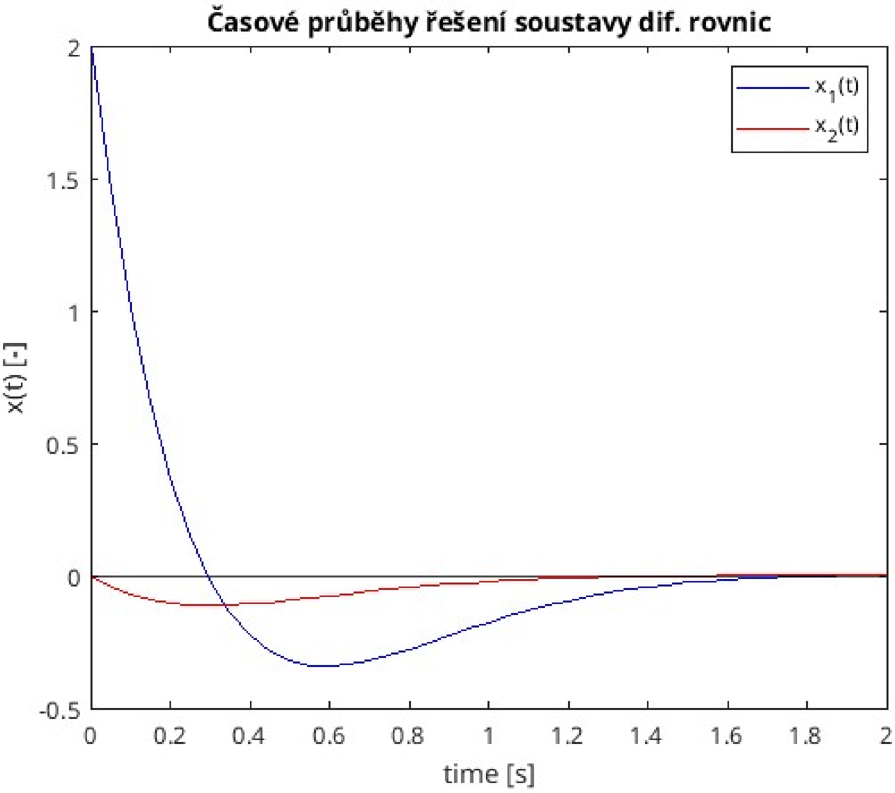
10)

Obrázek 2: Výpočty - strana 2



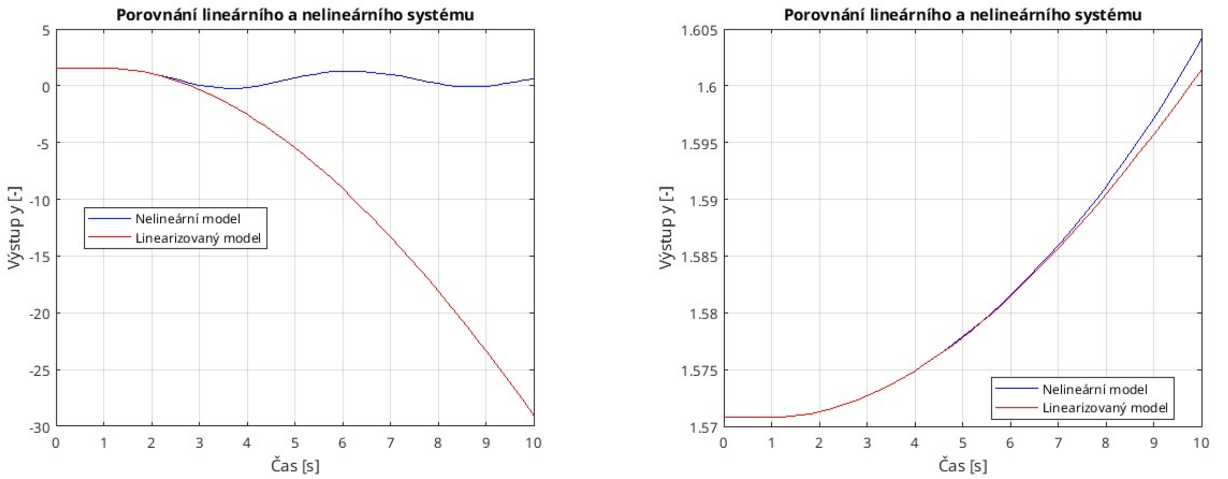
Obrázek 3: Výpočty - strana 3

3. Úkol 02

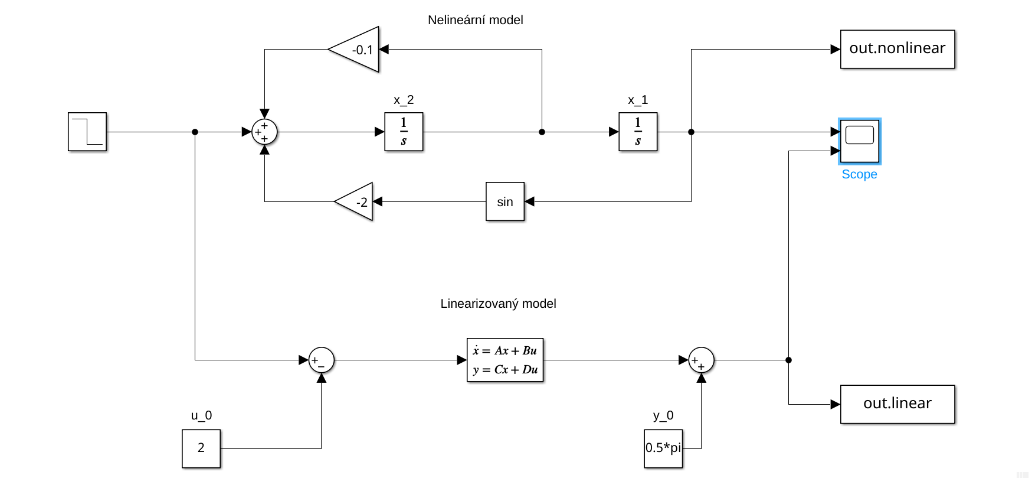


Obrázek 4: Úkol 02 - graf

4. Úkol 03

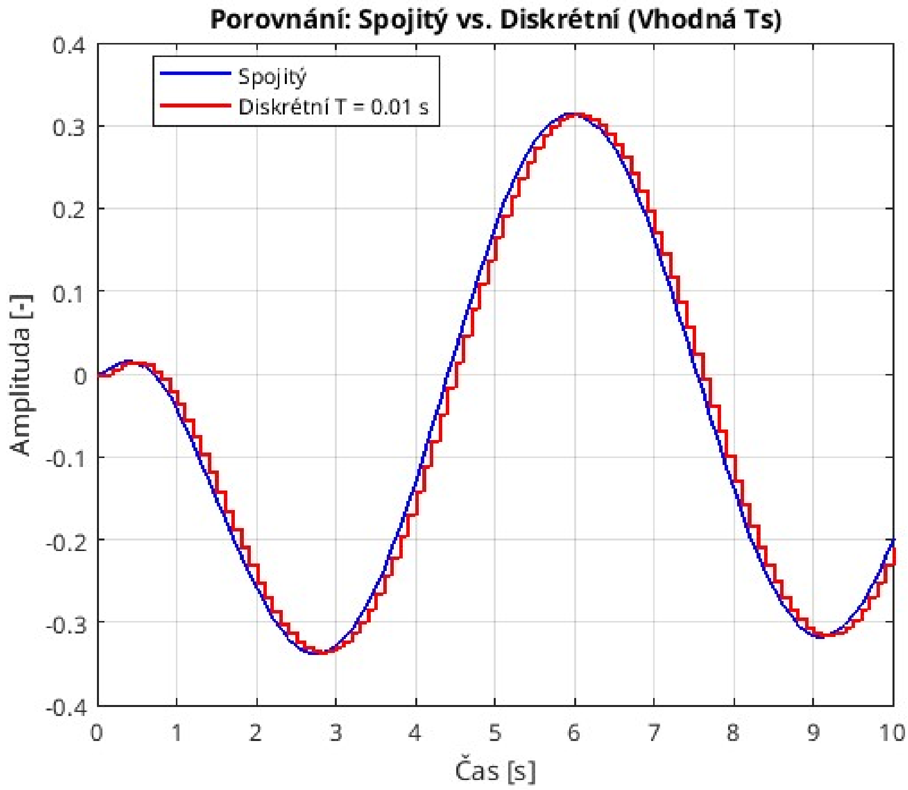


Obrázek 5: Úkol 03 - Vstupní signály u = 1 (vlevo) a u = 2.0001 (vpravo)

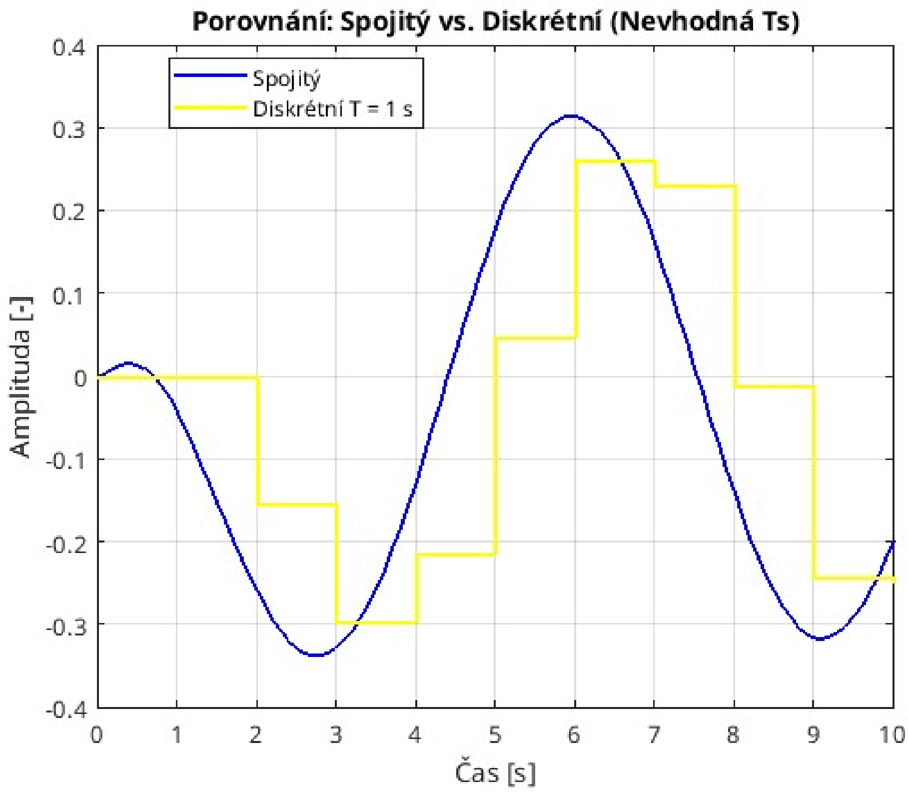


Obrázek 6: Úkol 03 - Simulink model

5. Úkol 07

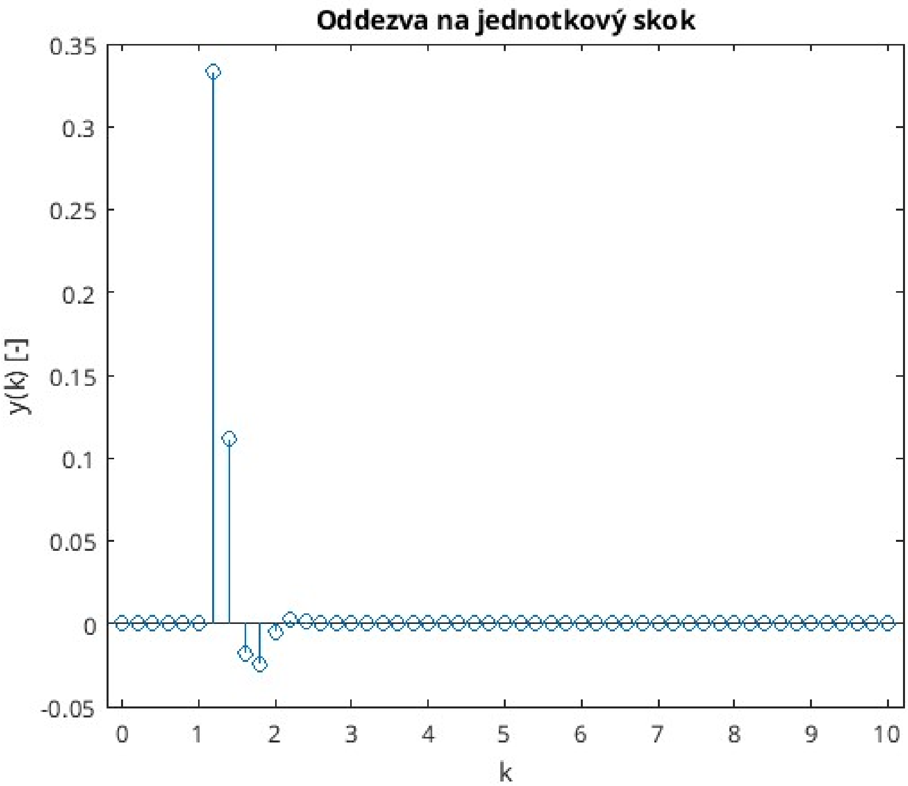


Obrázek 7: Úkol 07 - Vhodná Ts



Obrázek 8: Úkol 07 - Nevhodná Ts

6. Úkol 10



Obrázek 9: Úkol 10 - Graf