回路･システム学第二の復習(1)

2011.4.12

担当教官　山尾　泰

例題1.（ラプラス変換による過渡・定常応答解析）

図1の回路において，回路は零状態（初期条件がすべて0）であるとする．

（電圧、電流の値）

$e(t) = \sin \omega t\ [V],$

$R = 1[\Omega],$

$C = 0.5[F],$

$L = 1[H],$

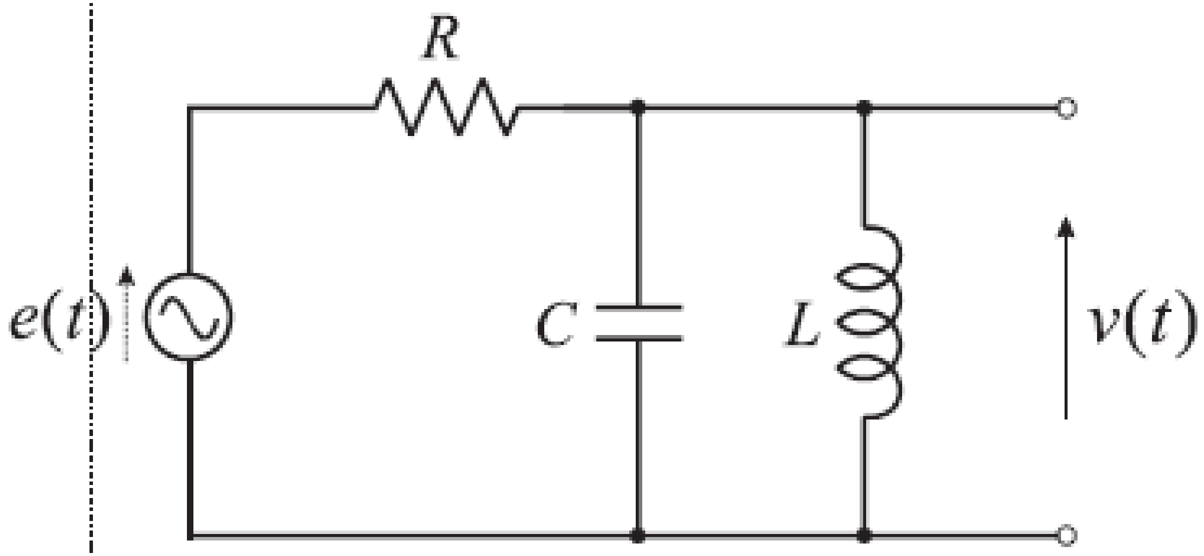


図1

（問題1）時刻 $t \geqq 0$ において、端子電圧 $v(t)$ に成り立つ**回路方程式**を立てよ.

ヒント；理解の“コツ”＝システム分析

● ＜4つの要点＞

システム ： 集中定数回路

回路方程式

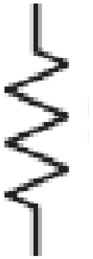
要素 ： 回路素子（抵抗、コンデンサ、コイル、電圧源）

関係 ： 接続情報（結線情報）

重要度 ： ドミナント（支配的）な要素と関係

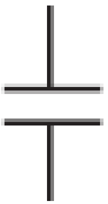
回路方程式とは？

（1）回路素子の電圧ー電流の関係式

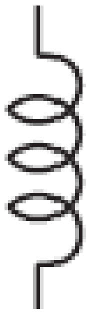
R  抵抗

$$v(t) = Ri(t) \quad or \quad i(t) = \frac{v(t)}{R}$$

（オームの法則）

C  コンデンサ

$$v(t) = \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(t)dt \quad or \quad i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$$

L  コイル

$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt} \quad or \quad i(t) = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v(t)dt$$

回路方程式とは？

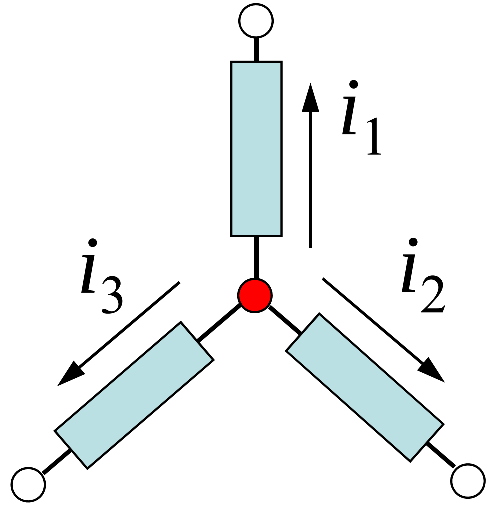
（2）回路網の電圧、電流の法則

（2ー1）キルヒホッフの電流法則(KCL)

任意の**節点**を出る枝電流の総和は“0”

$$\sum_{\nu=1}^{m} i_\nu(t) = 0$$

（節点方程式）

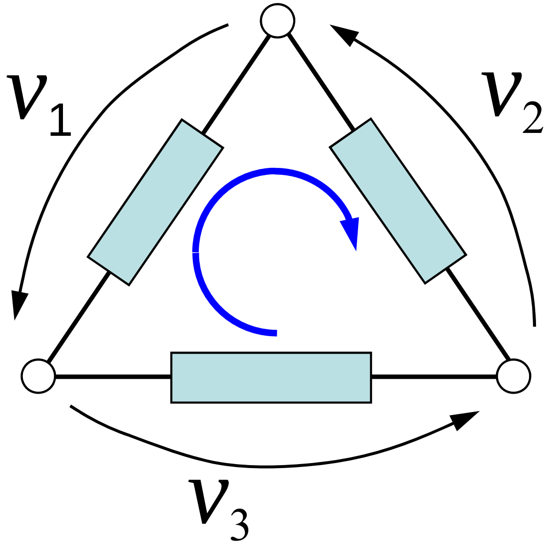


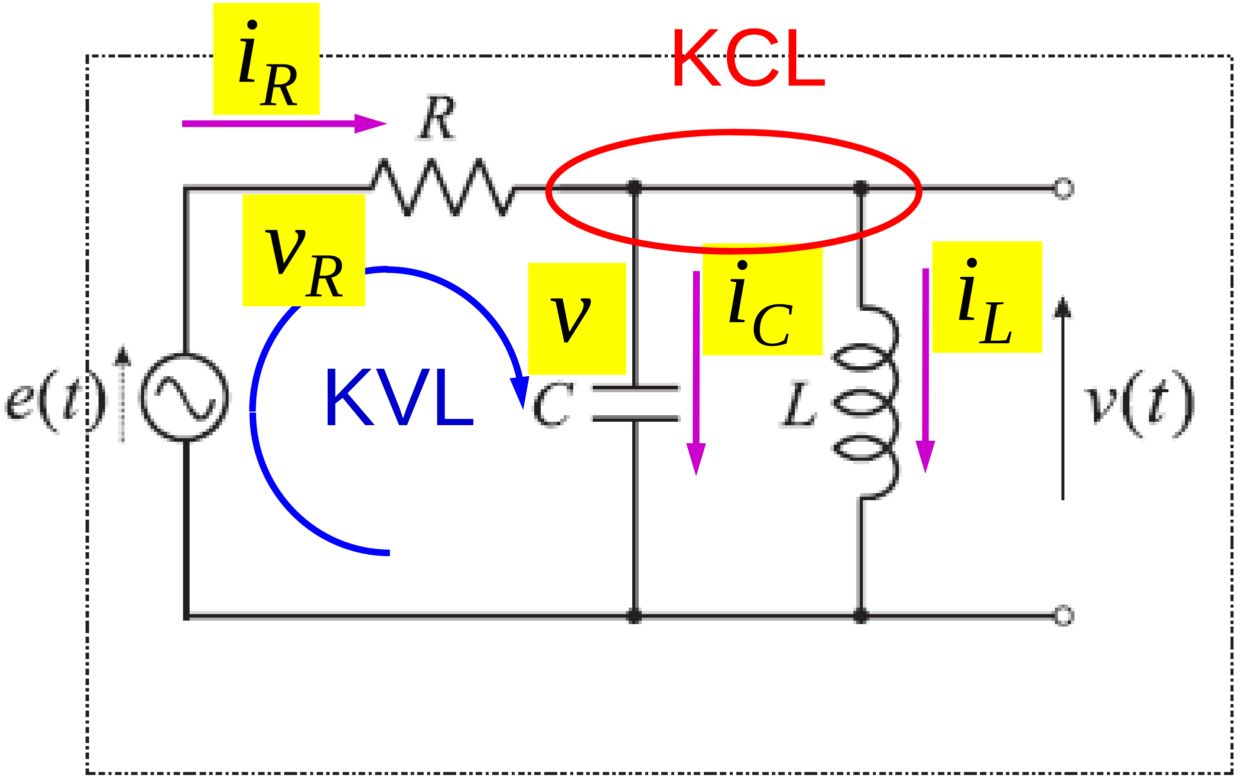
（2ー2）キルヒホッフの電圧法則(KVL)

任意の**閉路**に沿った枝電圧の総和は“0”

$$\sum_{\nu=1}^{m} v_\nu(t) = 0$$

（閉路方程式）





KCL $\quad -i_R(t)+i_C(t)+i_L(t)=0$

KVL $\quad -e(t)+v_R(t)+v(t)=0$

$$\Rightarrow \quad v(t)=e(t)-v_R(t)$$

$$v_R(t)=i_R(t)R=(i_C(t)+i_L(t))R=(C\frac{dv(t)}{dt}+\frac{1}{L}\int_{t_0}^{t}v(t)dt)R$$

（続き）

$$v(t) = e(t) - (C\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v(t)dt)R$$

微分と積分が混在しているので、両式を微分して(t)を省略すると

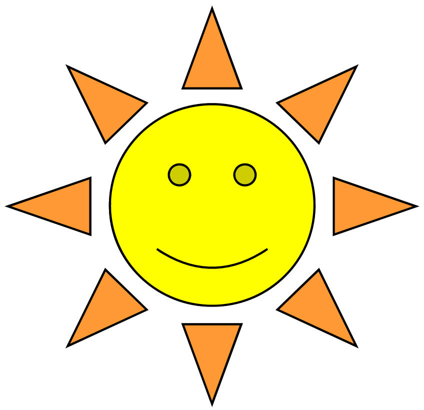
$$\frac{dv}{dt} = \frac{de}{dt} - RC\frac{d^2v}{dt^2} - \frac{R}{L}v$$

これで変数は v のみとなったので、素子定数 R, C, L と電圧源関数 e を入れると

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d(\sin\omega t)}{dt} - 0.5\frac{d^2v}{dt^2} - v$$

これを微分次数順に整理すると

$$\boxed{\frac{d^2v}{dt^2} + 2\frac{dv}{dt} + 2v = 2\omega\cos\omega t}$$



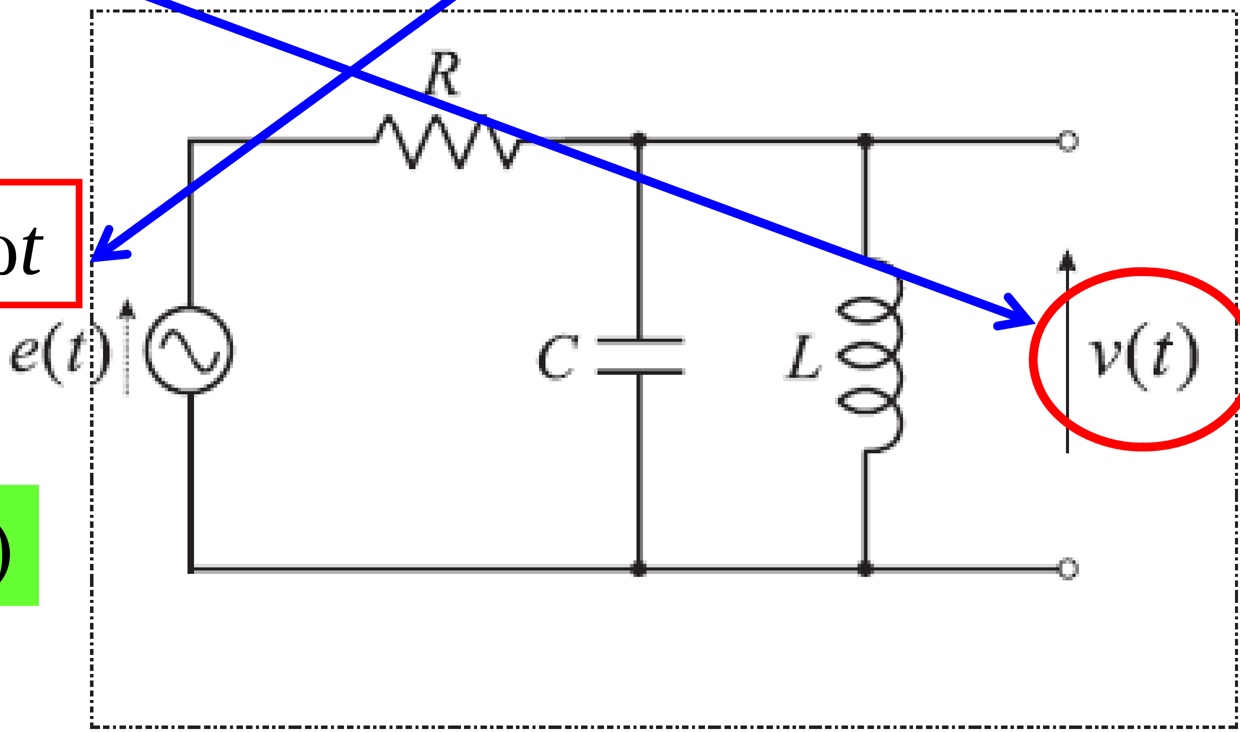
正 解

回路方程式の意味するところは？

$$\frac{d^2v}{dt^2}+2\frac{dv}{dt}+2v=2\omega\cos\omega t$$

$e(t)$ と v の関係

$e(t)=\sin\omega t$



入力; $x(t)$

応答; $y(t)$

（問題2）上式より $v(t)$ のラプラス変換 $V(s)$ を求めよ。

ラプラス変換とは？

ある時間関数 $x(t)$ を複素周波数の関数 $X(s)$ に変換する操作

時間波形（関数） ⇒ 複素周波数スペクトル（関数）

$x(t)$ $\quad$ $X(s)$ $\quad s = \sigma + j\omega$

＜目的＞：任意波形に対する回路の応答の解析

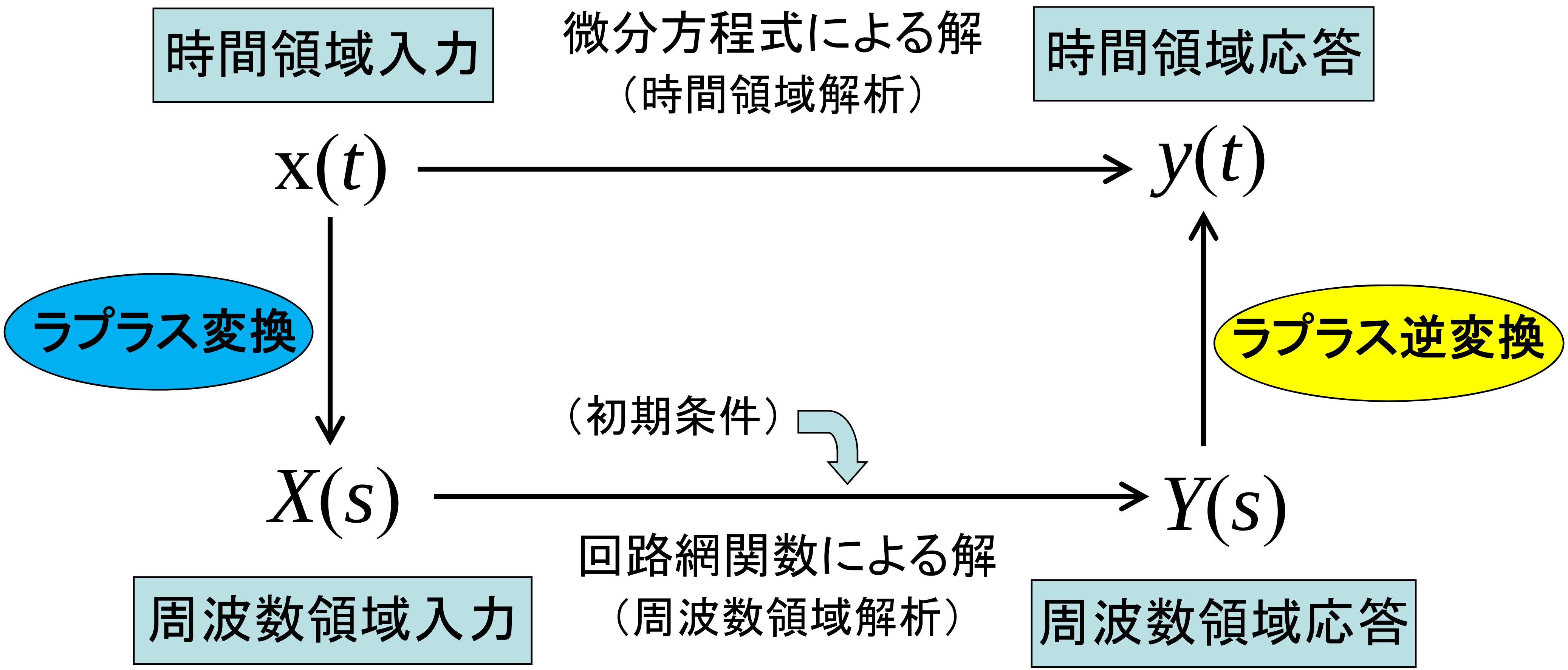
- 回路の**インパルス応答関数**（伝達関数）から、回路網の応答を逆ラプラス変換で求められる

⇒ 回路の微分方程式を解くのに比べ、解析が容易な場合が多い

- 従属接続された回路ブロックの総合伝達関数は、各ブロックの伝達関数の積で表される

⇒ 所望の特性を得るための回路設計が容易になる

任意波形に対する回路の応答の解析方法



微分方程式からラプラス変換を求める

今の問題に当てはめると

時間領域入力

微分方程式による解
（時間領域解析）

時間領域応答

$$e(t) = \sin\omega t \longrightarrow v(t)$$

$$\frac{d^2v}{dt^2} + 2\frac{dv}{dt} + 2v = 2\omega\cos\omega t$$

ラプラス変換

ラプラス逆変換

$$E(s) \xrightarrow{H(s)} V(s)$$

回路網関数による解
（周波数領域解析）

周波数領域入力

周波数領域応答