

Exercise 2: Matrix and Gradient

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

とする。

1. $\mathbf{x}^T \mathbf{y} = \mathbf{y}^T \mathbf{x} = x_1 y_1 + \dots + x_n y_n$ を示せ。
2. $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}$ を成分 $(x_i, a_{i,j})$ で表せ。
3. $\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{a}^T \mathbf{x} = \mathbf{a}$ を示せ。
4. $\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{a}^T \mathbf{x} + b)^2$ を求めよ。