



ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ Β (2022-2023)

ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ Νο. 1

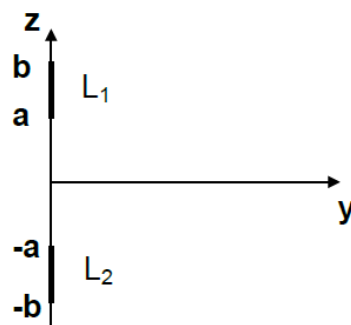
Ασκήσεις για εξάσκηση: Νο. 1,2,3,4,5

Ασκήσεις για παράδοση: Νο. 6

Ημερομηνία Παράδοσης: **08 Νοεμβρίου 2022**

Άσκηση 1:

Δίδονται δύο γραμμικές κατανομές ηλεκτρικού φορτίου μήκους L_1 ($a \leq z \leq b$) και L_2 ($-b \leq z \leq -a$) με ομοιόμορφη γραμμική πυκνότητα φορτίου ίση με λ όπως φαίνεται στο σχήμα. Η επιπεδότητα παντού στο χώρο είναι ϵ_0 .

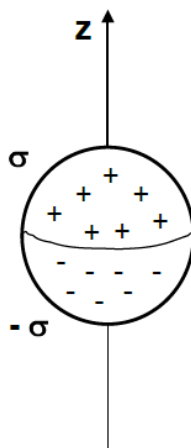


(α) Να βρεθεί το ηλεκτρικό δυναμικό και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου για τα σημεία του άξονα των y όταν οι δύο πυκνότητες φορτίου είναι ομόσημες (π.χ. θετικές).

(β) Να βρεθεί το ηλεκτρικό δυναμικό και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου για τα σημεία του άξονα των y όταν οι δύο πυκνότητες φορτίου είναι ετερόσημες [$+\lambda$ για το L_1 ($a \leq z \leq b$) και $-\lambda$ για το L_2 ($-b \leq z \leq -a$)].

Άσκηση 2:

Να βρεθεί το δυναμικό, και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στα σημεία του άξονα z , καθώς και η ροπή του ηλεκτρικού δίπολου από την φορτισμένη σφαίρα ακτίνας a του σχήματος. Το ηλεκτρικό φορτίο είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο στην επιφάνεια της σφαίρας με θετική πυκνότητα φορτίου σ στο άνω ημισφαίριο και αρνητική πυκνότητα φορτίου $-\sigma$ στο κάτω.



Άσκηση 3:

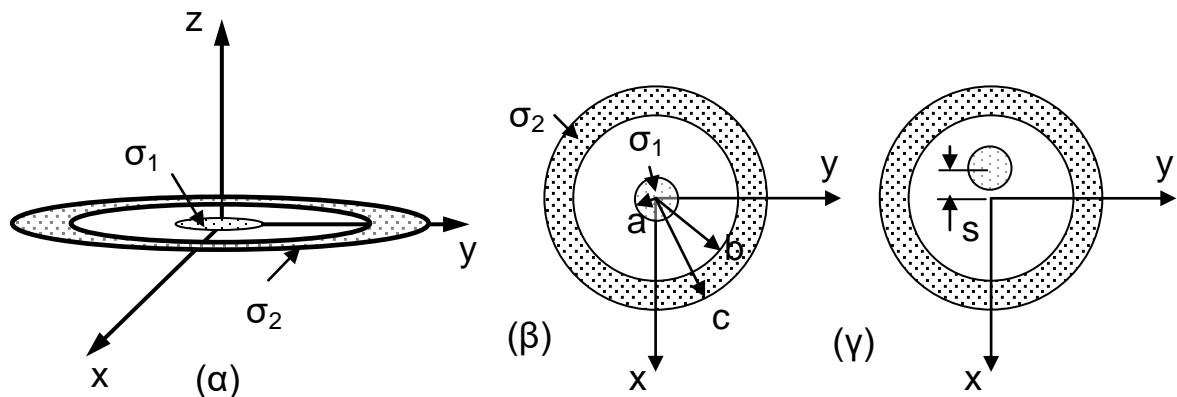
Επιφανειακή κατανομή ηλεκτρικού φορτίου βρίσκεται πάνω σε μια διάταξη ενός κυκλικού δίσκου ακτίνας a (ομοιόμορφης επιφανειακής πυκνότητας σ_1) και κυκλικού δακτυλίου εσωτερικής ακτίνας b και εξωτερικής c (ομοιόμορφης επιφανειακής πυκνότητας σ_2). Το σύστημα του δίσκου και του δακτυλίου είναι αμελητέου πάχους και βρίσκεται πάνω στο επίπεδο xy (σχήματα (α) και (β)). Η επιτρεπτότητα είναι παντού ϵ_0 .

(α) Να εκφρασθεί το δυναμικό στο τυχαίο σημείο (x_0, y_0, z_0) του χώρου (με σημείο αναφοράς το άπειρο) υπό μορφή ολοκληρώματος. Να ορισθούν όσο καλύτερα γίνεται οι όροι του ολοκληρώματος.

(β) Να υπολογισθεί το δυναμικό για το τυχαίο σημείο $(0, 0, z_0)$ του άξονος z .

(γ) Να βρεθεί ο λόγος μεταξύ των ολικών φορτίων του δίσκου και του δακτυλίου ώστε το δυναμικό στο κέντρο του συστήματος συντεταγμένων να είναι μηδενικό.

(δ) Εάν ο δίσκος μετακινηθεί κατά μήκος του άξονος των x κατά απόσταση s και οι πυκνότητες φορτίου σ_1 και σ_2 είναι τέτοιες ώστε τα ολικά φορτία του δίσκου και του δακτυλίου να είναι ίσα και αντίθετα να προσδιορισθεί (δείχνοντας σαφώς όλα τα επιμέρους βήματα) η διπολική ροπή του συστήματος των δύο αυτών ηλεκτρικών κατανομών (σχήμα (γ)).



Άσκηση 4:

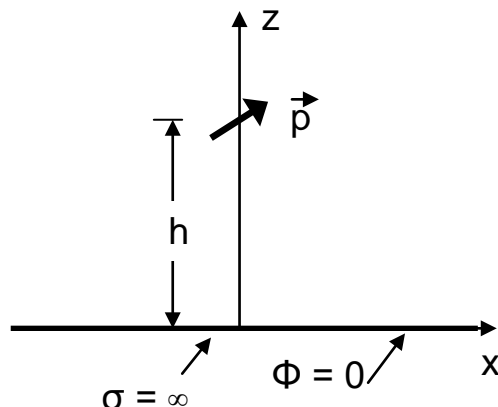
Ένα ηλεκτρικό δίπολο με διπολική ροπή \vec{p} τοποθετείται σε απόσταση h πάνω από γειωμένο απέραντο αγωγίμο επίπεδο όπως φαίνεται στο κάτωθι σχήμα. Το ηλεκτρικό δίπολο σχηματίζει γωνία θ με τον άξονα των z . Η επιτρεπτότητα του χώρου είναι ϵ_0 . Όλες οι αποστάσεις θεωρούνται μεγάλες σε σύγκριση με το μέγεθος του δίπολου.

(α) Να βρεθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό στο τυχαίο σημείο (x_0, z_0) του επιπέδου xz όπου $z_0 > 0$.

Να προσδιορίσετε το δυναμικό σαν συνάρτηση των συντεταγμένων του τυχαίου σημείου, των συντεταγμένων του δίπολου, του μέτρου της διπολικής ροπής, και της γωνίας θ .

(β) Να βρεθεί η επαγόμενη επιφανειακή πυκνότητα φορτίου σ πάνω στο γειωμένο επίπεδο.

(γ) Να βρεθεί η στρεπτική ροπή που ασκείται πάνω στο ηλεκτρικό δίπολο από το γειωμένο επίπεδο.



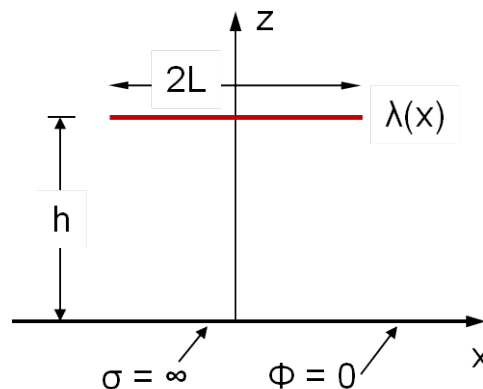
Άσκηση 5:

Γραμμική κατανομή ηλεκτρικού φορτίου $\lambda(x)$ και μήκους $2L$ βρίσκεται σε ύψος h (στο επίπεδο xz) πάνω από γειωμένο επίπεδο που συμπίπτει με το επίπεδο xy όπως φαίνεται στο κάτωθι σχήμα. Ο χώρος έχει παντού επιτρεπτότητα ϵ_0 .

(α) Να βρεθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό στο τυχαίο σημείο (x, y, z) του χώρου αν $\lambda(x) = \lambda_0$ (σταθερό).

(β) Να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο στο τυχαίο σημείο του άξονα z (εξαιρουμένου του $z = h$ όπου απειρίζεται λόγω του γραμμικού φορτίου. Και πάλι να υποθέσετε ότι $\lambda(x) = \lambda_0$ (σταθερό).

(γ) Τώρα υποθέσετε ότι η γραμμική κατανομή φορτίου $\lambda(x)$ βρίσκεται πάνω σε νηματοειδή αγωγό όπου είναι μόνο γνωστό ότι το συνολικό φορτίο του είναι Q . Χρησιμοποιώντας την μέθοδο των ροπών περιγράψετε όσο πιο λεπτομερώς μπορείτε πως μπορεί να βρεθεί η κατανομή φορτίου $\lambda(x)$ και μετά πως μπορεί να βρεθεί το δυναμικό στο τυχαίο σημείο (x, y, z) του χώρου. Τι μορφή περιμένετε να έχει η $\lambda(x)$;



Άσκηση 6: (Αυτή η άσκηση είναι προς παράδοση) [100%]

Δύο γειωμένα αγωγίμα άπειρα επίπεδα σχηματίζουν ορθή γωνία όπως φαίνεται στο σχήμα. Με κέντρο την αρχή των αξόνων υπάρχει ένα αγωγίμο σφαιρικό εξόγκωμα ακτίνας a , που είναι σε επαφή με άπειρα επίπεδα και επομένως είναι και αυτό γειωμένο. Στον χώρο μεταξύ των δύο γειωμένων επιπέδων βρίσκεται ένα σημειακό φορτίο q , με σφαιρικές συντεταγμένες $(r_0, \theta_0 = \pi/2, \phi_0)$. Ο χώρος έχει παντού επιτρεπτότητα ϵ_0 .

(α) [20%] Να βρεθεί το ηλεκτροστατικό δυναμικό στο τυχαίο σημείο του χώρου (x, y, z) . Να εκφραστεί στο καρτεσιανό σύστημα αναφοράς του σχήματος. Να σχεδιαστούν προσεγγιστικά οι ισοδυναμικές επιφάνειες (γραμμές) στο επίπεδο xy .

(β) [7%] Να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο στο τυχαίο σημείο του χώρου (x, y, z) . Να εκφραστεί στο καρτεσιανό σύστημα αναφοράς του σχήματος. Να σχεδιαστούν προσεγγιστικά οι δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου στο επίπεδο xy .

(γ) [8%] Να βρεθεί η επαγόμενη επιφανειακή πυκνότητα φορτίου πάνω στο γειωμένο σφαιρικό εξόγκωμα για $z = 0$.

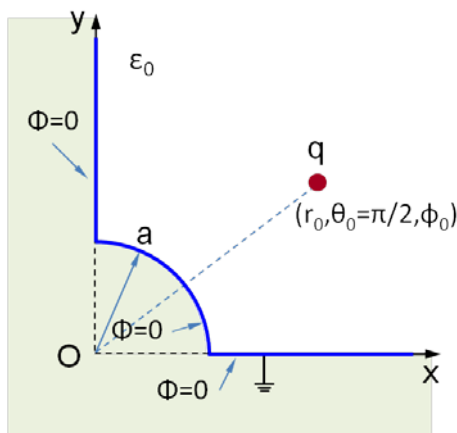
Τα επόμενα ερωτήματα απαιτούν την χρήση υπολογιστού (MatLab, Python, Mathematica, C++, ή άλλο): Θεωρήστε $r_0/a = 1.5$, $\phi_0 = 30\text{deg}$, και $\theta_0 = 90\text{deg}$.

(δ) [25%] Να γίνει (με την βοήθεια της *MatLab* ή ισοδύναμου υπολογιστικού πακέτου) γραφική απεικόνιση του ηλεκτροστατικού δυναμικού στον καρτεσιανό χώρο $0 \leq x/a \leq 3$ και $0 \leq y/a \leq 3$ (στο επίπεδο xy). Να χρησιμοποιήσετε την συνάρτηση **surface(x,y,Φ)**, **shading interp** (ή ισοδύναμη) για την χρωματική απεικόνιση του ηλεκτροστατικού δυναμικού στο επίπεδο xy . Επίσης να βρεθούν οι ισοδυναμικές επιφάνειες (γραμμές) στο επίπεδο xy με την βοήθεια της συνάρτησης **contour**. Να κανονικοποιήσετε το δυναμικό Φ/Φ_0 θεωρώντας ότι $\Phi_0 = q/(4\pi\epsilon_0)$. Οι ισοδυναμικές γραμμές να βρεθούν για κανονικοποιημένα δυναμικά 0.001 0.01 0.05, 0.1:0.1:1, 1.25, 1.5, 2, 3, 5, και 10. Η έκφραση $\alpha:\delta:\beta$ σημαίνει σημεία από το α ως το β με απόσταση δ .

(ε) [25%] Να γίνει μια γραφική απεικόνιση του ηλεκτρικού πεδίου στο επίπεδο xy (για $z = 0$) στον καρτεσιανό χώρο $0 \leq x/a \leq 3$ και $0 \leq y/a \leq 3$. Προτείνω την χρήση των **quiver** και **streamslice** ή

ισοδυνάμων (Matlab).). **Προαιρετικά** όσοι ενδιαφέρονται μπορούν να υπολογίσουν τις δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου στο επίπεδο xy κάνοντας χρήση της συνάρτησης **streamline**. Μια 2D βελτιωμένη έκδοση της **stream2** (που χρησιμοποιεί η **streamline**) βρίσκεται στο αποθηκευτήριο MatLab Exchange (με το όνομα **mmstream2**) στην ηλεκτρονική διεύθυνση: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/38860-improved-2-d-streamlines>. Επειδή το ηλεκτρικό πεδίο απειρίζεται πάνω στο σημειακό φορτίο (όπως και το δυναμικό) κανονικοποιείτε το ηλεκτρικό πεδίο ώστε όλα τα διανύσματα να έχουν το ίδιο μήκος και να αναπαριστάται μόνο η διεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου (αυτό ισχύει **μόνο** για την χρήση της **quiver**).

(στ) **[15%]** Να γίνει η γραφική παράσταση της επαγόμενης επιφανειακής πυκνότητας φορτίου για $z=0$ σαν συνάρτηση της αζιμουθιακής γωνίας ϕ για $\phi = 0-90\text{deg}$.



Σημείωση: Σε όλες από τις ασκήσεις για παράδοση χρησιμοποιήσετε προγράμματα (σε matlab ή σε άλλα υπολογιστικά πακέτα) θα πρέπει **υποχρεωτικά** (για να πάρετε τον βαθμό του αντιστοίχου ερωτήματος της άσκησης) στις απαντήσεις σας να συμπεριλάβετε και ένα αντίγραφο (printout) του κώδικα που έχετε χρησιμοποιήσει.