ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ & ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
Τομέας Επικοινωνιών, Ηλεκτρονικής & Συστημάτων Πληροφορικής
Εργαστήριο Διαχείρισης και Βέλτιστου Σχεδιασμού Δικτύων Τηλεματικής - NETMODE

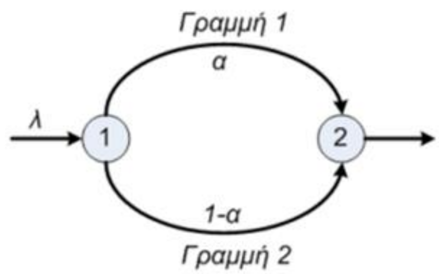
Συστήματα Αναμονής

5Η ΟΜΑΔΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Ονοματεπώνυμο: Κουστένης Χρίστος
Α.Μ: el20227

Δίκτυο με εναλλακτική δρομολόγηση

Ροή πακέτων με ρυθμό πακέτα/sec (10 Kpps) πρόκειται να δρομολογηθεί από τον κόμβο 1 στον κόμβο 2 (προς μία κατεύθυνση μόνο). Το μέσο μήκος πακέτου είναι 128 bytes. Οι χωρητικότητες των δύο παράλληλων συνδέσμων (γραμμών) είναι C_1= 15 Mbps και C_2 =12 Mbps, αντίστοιχα. Υποθέτουμε ότι το ποσοστό α των πακέτων δρομολογείται από τη γραμμή 1, και ποσοστό (1-α) δρομολογείται από τη γραμμή 2.



(1)

Οι απαραίτητες παραδοχές ώστε να μπορούν οι σύνδεσμοι να μοντελοποιηθούν σαν ουρές M/M/1 είναι οι ακόλουθες:

- Η εισερχόμενη ροή πελατών λ να είναι διαδικασία Poisson. Η ροή αυτή διασπάται τυχαία και παράγονται διαδικασίες Poisson ρυθμών $a \cdot \lambda$ και $(1 - a) \cdot \lambda$.
- Οι δύο γραμμές 1 και 2 μοντελοποιούνται σαν ουρές M/M/1 με μέσο ρυθμό αφίξεως λ_1 και λ_2 και με μέσο ρυθμό εξυπηρέτησης μ_1 και μ_2 αντίστοιχα.

<u>Γραμμή 1</u>

Ο μέσος ρυθμός εξυπηρέτησης ισούται με: $\mu_1 = c_1/(128 \cdot 8 \text{ bits}) = (15 \cdot 106 \text{ bits/sec}) / (128 \cdot 8 \text{ bits}) = 14650$ packets/sec
Ο μέσος ρυθμός αφίξεως ισούται με: $\lambda_1 = a \cdot 10$ Kpps

<u>Γραμμή 2</u>

Ο μέσος ρυθμός εξυπηρέτησης ισούται με: $\mu_2 = c_2/(128 \cdot 8 \text{ bits}) = (12 \cdot 10^6 \text{ bits/sec}) / (128 \cdot 8 \text{ bits}) = 11720$ packets/sec

Ο μέσος ρυθμός αφίξεως ισούται με: $\lambda_2 = (1 - a) \cdot 10$Kpps

Εργοδικότητα θα έχουμε για τις δύο ουρές όταν : $\lambda_1/\mu_1 < 1$ και $\lambda_2/\mu_2 < 1$

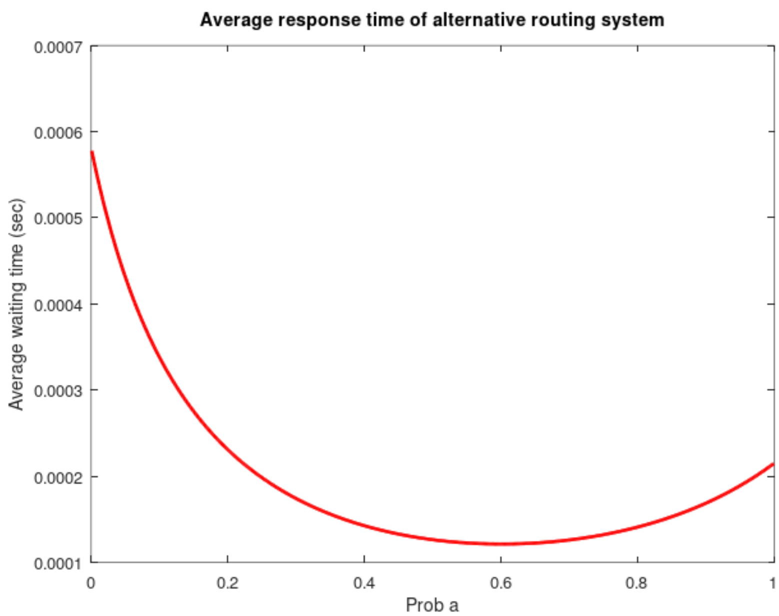
(2)

Ο κώδικας του Octave που υλοποιεί τα ζητούμενα του ερωτήματος αυτού φαίνεται παρακάτω:

```
pkg load queueing
```

```
clc;
clear all;
close all;

a = 0.001:0.001:0.999;
lambda = 10000;

mu1 = 14650;
mu2 = 11720;

lambda1 = a.*lambda;
lambda2 = (1-a).*lambda;

[U1 R1 Q1 X1 P1] = qsmm1(lambda1,mu1);
[U2 R2 Q2 X2 P2] = qsmm1(lambda2,mu2);

R = a.*R1 + (1-a).*R2;

figure(1);
plot(a,R,'r',"linewidth",2);
title("Average response time of alternative routing system");
xlabel("Prob a");
ylabel("Average waiting time (sec)");
[minR,position] = min(R);
display("Minimun value of E(T)");
disp(minR);
display("For a =")

disp(0.001*(position+1));
```

Ακολουθεί το διάγραμμα του μέσου χρόνου καθυστέρησης E(T)
ενός τυχαίου πακέτου στο σύστημα συναρτήσει του α:



Στη συνέχεια βλέπουμε το αποτέλεσμα υπολογισμού της τιμής του α που ελαχιστοποιεί το E(T), καθώς και τον ελάχιστο χρόνο καθυστέρησης E(T) με χρήση του Octave:

```
Minimun value of E(T)
1.2118e-04
For a =
0.6020
```

Ανοιχτό δίκτυο ουρών αναμονής

(1)

Οι απαραίτητες παραδοχές ώστε το παραπάνω δίκτυο να μπορεί να μελετηθεί ως ένα ανοιχτό δίκτυο με το θεώρημα Jackson είναι οι ακόλουθες:

• Ανοικτό δίκτυο δικτυακών κόμβων εξυπηρέτησης κορμού (ουρών αναμονής) Q_i , i = 1,2,…,M , με εκθετικούς ρυθμούς εξυπηρέτησης μ_i

• Αφίξεις πελατών (πακέτων) από εξωτερικές πηγές (sources) άμεσα συνδεμένες στον δικτυακό κόμβο κορμού Q_s προς εξωτερικούς προορισμούς (destinations) άμεσα συνδεμένους στον δικτυακό κόμβο κορμού Q_d:
Ανεξάρτητες ροές Poisson μέσου ρυθμού 0◌6П που
Συνολική εξωγενής ροή Poisson σε Q_s : $\gamma_s = \sum_{d=1,d\neq s}^{M} \gamma_{sd}$, s,d = {1,2,…,M}

• Εσωτερική δρομολόγηση (routing) με τυχαίο τρόπο και πιθανότητα δρομολόγησης πελάτη από τον κόμβο κορμού (ουρά) Q_i στον κόμβο Q_j : r_{ij}

• Τότε τον κόμβο εξυπηρέτησης Q_j διαπερνούν ροές με συνολικό μέσο ρυθμό

$$\lambda_j = \gamma_j + \sum_{i=1,i\neq j}^{M} r_{ij}\lambda_i,\ j = 1,2,\dots,M$$

• Οι χρόνοι εξυπηρετήσεις πελατών όπως διαπερνούν το δίκτυο δεν διατηρούν την τιμή τους (έλλειψη μνήμης) αλλά αποκτούν χρόνο εξυπηρέτησης ανάλογα με την κατανομή του κάθε εξυπηρετητή (Kleinrock's Independence Assumption, επαληθευμένη με προσομοιώσεις σε δίκτυα με πολύπλοκη τοπολογία)

(2)

Για την ένταση του φορτίου ισχύει εξ' ορισμού ότι ρ = λ/μ . Για να υπολογίσουμε τις εντάσεις φορτίων θα χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα Burke, το οποίο αναφέρει ότι η έξοδος πελατών (πακέτων) από ουρά M/M/1 ακολουθεί κατανομή Poisson και ο ρυθμός της είναι ο ρυθμός εισόδου λ. Επομένως για την κάθε ουρά εξυπηρέτησης θα έχουμε τα παρακάτω:

- Q_1 : $\rho_1 = \lambda_1/\mu_1$
- Q_2 : $\rho_2 = (\lambda_2+\rho_{12}\lambda_1)/\ \mu_2 = (\lambda_2+ (2/7)\ \lambda_1)/\mu_2$

- ❖ $Q_3 : \rho_3 = \rho_{13}\lambda_1/\mu_3 = 4\lambda_1/7\mu_3$
- ❖ $Q_4 : \rho_4 = (\rho_{14}+\rho_{34}\rho_{13})\lambda_1/\mu_4 = 3\lambda_1/7\mu_4$
- ❖ $Q_5 : \rho_5 = ((\rho_{12}+\rho_{35}\rho_{13})\lambda_1+\lambda_2)/\mu_5 = ((4/7)\lambda_1+\lambda_2)/\mu_5$

```
function [r1, r2, r3, r4, r5, e] = intesities(lambda1, lambda2, mu1, mu2, mu3, mu4, mu5)
  r1 = (lambda1/mu1);
  r2 = ((lambda2+(2/7)*lambda1)/mu2);
  r3 = ((4/7)*lambda1/mu3);
  r4 = ((3/7)*lambda1/mu4);
  r5 = (((4/7)*lambda1+lambda2)/mu5);
  if((r1<1) && (r2<1) && (r3<1) && (r4<1) && (r5<1))
    erg = 1;
  else
    erg = 0;
  endif
  display("r1=")
  disp(r1)
  display("r2=")
  disp(r2)
  display("r3=")
  disp(r3)
  display("r4=")
  disp(r4)
  display("r5=")
  disp(r5)
  display("Ergodicity: ")
  disp(erg)
endfunction
```

---

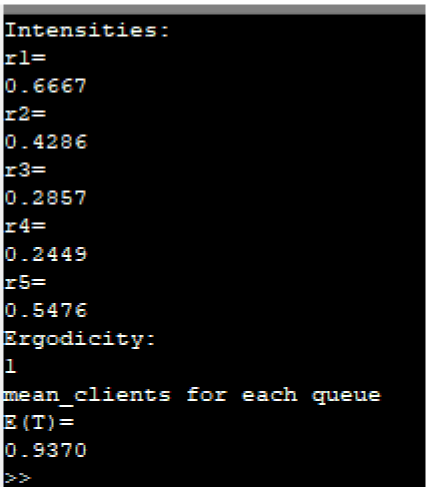
(3)

Η συνάρτηση means clients, η οποία θα έχει σαν ορίσματα τις παραμέτρους λ_i, i = 1, 2 και μ_i, i = 1, 2, 3, 4, 5 θα επιστρέφει τις τιμές του μέσου αριθμού πελατών Qi, i = 1, 2, 3, 4, 5 σε κάθε ουρά παρουσιάζεται παρακάτω.

```
function [r1, r2, r3, r4, r5, erg] = intesities_no_display(lambda1, lambda2, mu1, mu2,
mu3, mu4, mu5)
  r1 = (lambda1/mu1);
  r2 = ((lambda2+(2/7)*lambda1)/mu2);
  r3 = ((4/7)*lambda1/mu3);
  r4 = ((3/7)*lambda1/mu4);
  r5 = (((4/7)*lambda1+lambda2)/mu5);
  if((r1<1) && (r2<1) && (r3<1) && (r4<1) && (r5<1))
    erg = 1;
  else
    erg = 0;
  endif
endfunction

#3
function [Q1, Q2, Q3, Q4, Q5] = mean_clients(lambda1, lambda2, mu1, mu2, mu3, mu4, mu5)
  [r1, r2, r3, r4, r5, erg] = intesities_no_display(lambda1, lambda2, mu1, mu2, mu3, mu4,
mu5);
```

```
  Q1 = r1/(1-r1);
  Q2 = r2/(1-r2);
  Q3 = r3/(1-r3);
  Q4 = r4/(1-r4);
  Q5 = r5/(1-r5);
endfunction
```

Ακολουθεί το αποτέλεσμα εκτέλεσης του παραπάνω κώδικα:



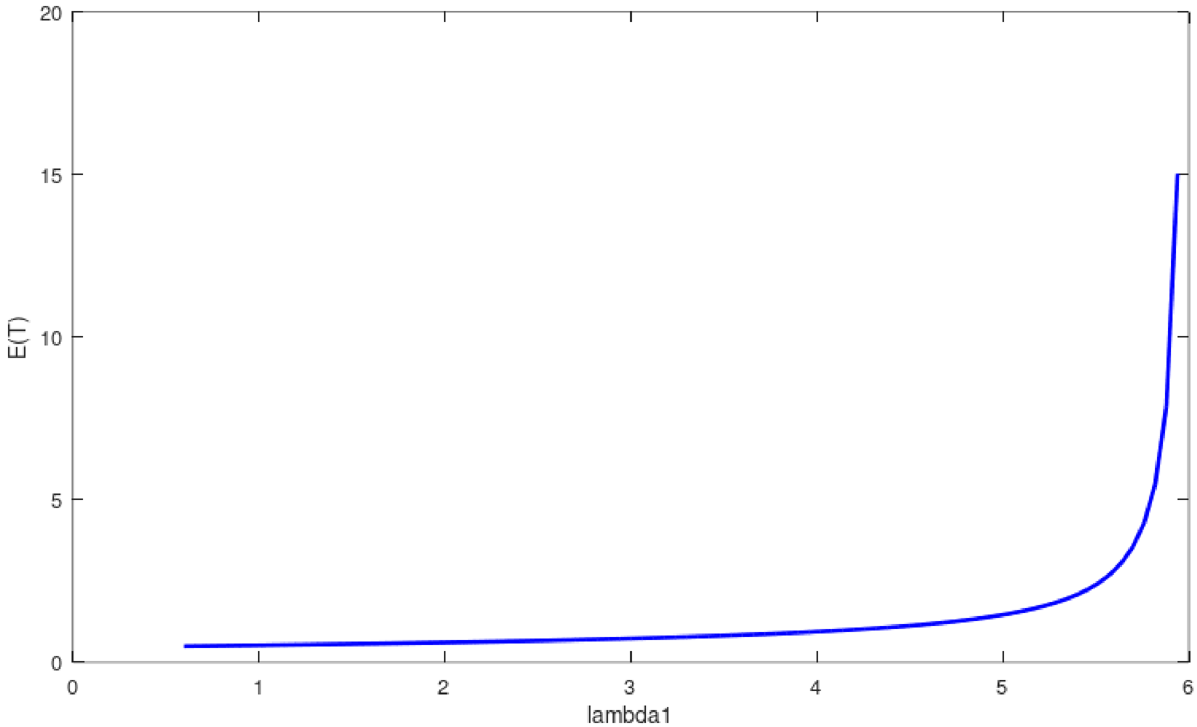
```
Intensities:
r1=
0.6667
r2=
0.4286
r3=
0.2857
r4=
0.2449
r5=
0.5476
Ergodicity:
1
mean_clients for each queue
E(T)=
0.9370
>>
```

(4)

Η στενωπός ουρά(bottleneck) του δικτύου είναι προφανώς η ουρά 1, αφού έχει την μεγαλύτερη ροή φορτίου. Η μέγιστη τιμή του λ_1 ώστε το σύστημα να παραμείνει εργοδικό είναι : $\rho_1 = \lambda_1/\mu_1 = 1 \Rightarrow \lambda_1 = 6$

(5)

Το ζητούμενο διάγραμμα του μέσου χρόνου καθυστέρησης ενός πελάτη από άκρο σε άκρο του δικτύου με τις τιμές των παραμέτρων του ερωτήματος (4) και για λ_1 από 0.1 έως 0.99 της μεγίστης τιμής παρουσιάζεται παρακάτω:


20
15
10
5
0
E(T)
0
1
2
3
4
5
6
lambda1