**Συστήματα Αναμονής**

5η Ομάδα Ασκήσεων

Ονοματεπώνυμο: Κουστένης Χρίστος

Α.Μ: el20227

# Δίκτυο με εναλλακτική δρομολόγηση

Ροή πακέτων με ρυθμό πακέτα/sec (10 Kpps) πρόκειται να δρομολογηθεί από  
τον κόμβο 1 στον κόμβο 2 (προς μία κατεύθυνση μόνο). Το μέσο μήκος πακέτου  
είναι 128 bytes. Οι χωρητικότητες των δύο παράλληλων συνδέσμων (γραμμών) είναι  
C1= 15 Mbps και C2 =12 Mbps, αντίστοιχα. Υποθέτουμε ότι το ποσοστό α των πακέτων  
δρομολογείται από τη γραμμή 1, και ποσοστό (1-α) δρομολογείται από τη γραμμή 2.

A picture containing circle, sketch, diagram, drawing

Description automatically generated

## (1)

Οι απαραίτητες παραδοχές ώστε να μπορούν οι σύνδεσμοι να μοντελοποιηθούν σαν ουρές Μ/Μ/1 είναι οι  
ακόλουθες:  
• Η εισερχόμενη ροή πελατών λ να είναι διαδικασία Poisson. Η ροή αυτή διασπάται τυχαία και παρά-  
γονται διαδικασίες Poisson ρυθμών a · λ και (1 − a) · λ.  
• Οι δύο γραμμές 1 και 2 μοντελοποιούνται σαν ουρές Μ/Μ/1 με μέσο ρυθμό αφίξεως λ1 και λ2 και  
με μέσο ρυθμό εξυπηρέτησης μ1 και μ2 αντίστοιχα.

Γραμμή 1

Ο μέσος ρυθμός εξυπηρέτησης ισούται με: μ1 = c1/(128 · 8 bits) = (15 · 106 bits/sec) / (128 · 8 bits) = 14650 packets/sec  
Ο μέσος ρυθμός αφίξεως ισούται με: λ1 = a · 10 Kpps

Γραμμή 2

Ο μέσος ρυθμός εξυπηρέτησης ισούται με: μ2 = c2/(128 · 8 bits) = (12 · 106 bits/sec) / (128 · 8 bits) = 11720 packets/sec

Ο μέσος ρυθμός αφίξεως ισούται με: λ2 = (1 − a) · 10Kpps

Εργοδικότητα θα έχουμε για τις δύο ουρές όταν : λ1/μ1 < 1 και λ2/μ2 < 1

## (2)

Ο κώδικας του Octave που υλοποιεί τα ζητούμενα του ερωτήματος αυτού φαίνεται παρακάτω:

------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

pkg load queueing

clc**;**

clear all**;**

close all**;**

a **=** 0.001**:**0.001**:**0.999**;**

lambda **=** 10000**;**

mu1 **=** 14650**;**

mu2 **=** 11720**;**

lambda1 **=** a**.\***lambda**;**

lambda2 **=** **(**1**-**a**).\***lambda**;**

**[**U1 R1 Q1 X1 P1**]** **=** qsmm1**(**lambda1**,**mu1**);**

**[**U2 R2 Q2 X2 P2**]** **=** qsmm1**(**lambda2**,**mu2**);**

R **=** a**.\***R1 **+** **(**1**-**a**).\***R2**;**

figure**(**1**);**

plot**(**a**,**R**,**'r'**,**"linewidth"**,**2**);**

title**(**"Average response time of alternative routing system"**);**

xlabel**(**"Prob a"**);**

ylabel**(**"Average waiting time (sec)"**);**

**[**minR**,**position**]** **=** min**(**R**);**

display**(**"Minimun value of E(T)"**);**

disp**(**minR**);**

display**(**"For a ="**)**

disp**(**0.001**\*(**position**+**1**));**

---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Ακολουθεί το διάγραμμα του μέσου χρόνου καθυστέρησης Ε(Τ)  
ενός τυχαίου πακέτου στο σύστημα συναρτήσει του α:

A picture containing text, screenshot, diagram, line

Description automatically generated

Στη συνέχεια βλέπουμε το αποτέλεσμα υπολογισμού της τιμής του α που ελαχιστοποιεί το Ε(Τ), καθώς και τον ελάχιστο χρόνο καθυστέρησης Ε(Τ) με χρήση του Octave:

A black screen with white text

Description automatically generated with low confidence

# Ανοιχτό δίκτυο ουρών αναμονής

## (1)

Οι απαραίτητες παραδοχές ώστε το παραπάνω δίκτυο να μπορεί να  
μελετηθεί ως ένα ανοιχτό δίκτυο με το θεώρημα Jackson είναι οι ακόλουθες:  
• Ανοικτό δίκτυο δικτυακών κόμβων εξυπηρέτησης κορμού (ουρών  
αναμονής) Qi , i = 1,2,…,M , με εκθετικούς ρυθμούς εξυπηρέτησης μi  
• Αφίξεις πελατών (πακέτων) από εξωτερικές πηγές (sources) άμεσα  
συνδεμένες στον δικτυακό κόμβο κορμού Qs προς εξωτερικούς προορισμούς  
(destinations) άμεσα συνδεμένους στον δικτυακό κόμβο κορμού Qd:  
Ανεξάρτητες ροές Poisson μέσου ρυθμού ௦ௗ που  
Συνολική εξωγενής ροή Poisson σε Qs : γs = sd  , s,d = {1,2,…,M}  
• Εσωτερική δρομολόγηση (routing) με τυχαίο τρόπο και πιθανότητα  
δρομολόγησης πελάτη από τον κόμβο κορμού (ουρά) Qi στον κόμβο Qj : rij  
• Τότε τον κόμβο εξυπηρέτησης Qj διαπερνούν ροές με συνολικό μέσο ρυθμό

λj = γj + ijλi, j = 1,2,…,M  
• Οι χρόνοι εξυπηρετήσεις πελατών όπως διαπερνούν το δίκτυο δεν  
διατηρούν την τιμή τους (έλλειψη μνήμης) αλλά αποκτούν χρόνο  
εξυπηρέτησης ανάλογα με την κατανομή του κάθε εξυπηρετητή (Kleinrock’s  
Independence Assumption, επαληθευμένη με προσομοιώσεις σε δίκτυα με  
πολύπλοκη τοπολογία)

## (2)

Για την ένταση του φορτίου ισχύει εξ’ ορισμού ότι ρ = λ/μ . Για να υπολογίσουμε τις εντάσεις φορτίων  
θα χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα Burke, το οποίο αναφέρει ότι η έξοδος πελατών (πακέτων) από ουρά  
Μ/Μ/1 ακολουθεί κατανομή Poisson και ο ρυθμός της είναι ο ρυθμός εισόδου λ. Επομένως για την κάθε  
ουρά εξυπηρέτησης θα έχουμε τα παρακάτω:

* Q1 : ρ1 = λ1/μ1
* Q2 : ρ2 = (λ2+ρ12λ1)/ μ2 = (λ2+ (2/7) λ1)/μ2
* Q3 : ρ3 = ρ13λ1/μ3 = 4λ1/7μ3
* Q4 : ρ4 = (ρ14+ρ34ρ13)λ1/μ4 = 3λ1/7μ4
* Q5 : ρ5 = ((ρ12+ρ35ρ13)λ1+λ2)/μ5 = ( (4/7)λ1+λ2 )/μ5

------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**function** **[**r1**,** r2**,** r3**,** r4**,** r5**,** e**]** **=** intesities**(**lambda1**,** lambda2**,** mu1**,** mu2**,** mu3**,** mu4**,** mu5**)**

r1 **=** **(**lambda1**/**mu1**);**

r2 **=** **((**lambda2**+(**2**/**7**)\***lambda1**)/**mu2**);**

r3 **=** **((**4**/**7**)\***lambda1**/**mu3**);**

r4 **=** **((**3**/**7**)\***lambda1**/**mu4**);**

r5 **=** **(((**4**/**7**)\***lambda1**+**lambda2**)/**mu5**);**

**if((**r1**<**1**)** **&&** **(**r2**<**1**)** **&&** **(**r3**<**1**)** **&&** **(**r4**<**1**)** **&&** **(**r5**<**1**))**

erg **=** 1**;**

**else**

erg **=** 0**;**

endif

display**(**"r1="**)**

disp**(**r1**)**

display**(**"r2="**)**

disp**(**r2**)**

display**(**"r3="**)**

disp**(**r3**)**

display**(**"r4="**)**

disp**(**r4**)**

display**(**"r5="**)**

disp**(**r5**)**

display**(**"Ergodicity: "**)**

disp**(**erg**)**

endfunction

----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## (3)

Η συνάρτηση means clients, η οποία θα έχει σαν ορίσματα τις παραμέτρους λi, i = 1, 2 και  
μi, i = 1, 2, 3, 4, 5 θα επιστρέφει τις τιμές του μέσου αριθμού πελατών Qi, i = 1, 2, 3, 4, 5 σε κάθε ουρά  
παρουσιάζεται παρακάτω.

**function** **[**r1**,** r2**,** r3**,** r4**,** r5**,** erg**]** **=** intesities\_no\_display**(**lambda1**,** lambda2**,** mu1**,** mu2**,** mu3**,** mu4**,** mu5**)**

r1 **=** **(**lambda1**/**mu1**);**

r2 **=** **((**lambda2**+(**2**/**7**)\***lambda1**)/**mu2**);**

r3 **=** **((**4**/**7**)\***lambda1**/**mu3**);**

r4 **=** **((**3**/**7**)\***lambda1**/**mu4**);**

r5 **=** **(((**4**/**7**)\***lambda1**+**lambda2**)/**mu5**);**

**if((**r1**<**1**)** **&&** **(**r2**<**1**)** **&&** **(**r3**<**1**)** **&&** **(**r4**<**1**)** **&&** **(**r5**<**1**))**

erg **=** 1**;**

**else**

erg **=** 0**;**

endif

endfunction

#3

**function** **[**Q1**,** Q2**,** Q3**,** Q4**,** Q5**]** **=** mean\_clients**(**lambda1**,** lambda2**,** mu1**,** mu2**,** mu3**,** mu4**,** mu5**)**

**[**r1**,** r2**,** r3**,** r4**,** r5**,** erg**]** **=** intesities\_no\_display**(**lambda1**,** lambda2**,** mu1**,** mu2**,** mu3**,** mu4**,** mu5**);**

Q1 **=** r1**/(**1**-**r1**);**

Q2 **=** r2**/(**1**-**r2**);**

Q3 **=** r3**/(**1**-**r3**);**

Q4 **=** r4**/(**1**-**r4**);**

Q5 **=** r5**/(**1**-**r5**);**

endfunction

Ακολουθεί το αποτέλεσμα εκτέλεσης του παραπάνω κώδικα:

A screenshot of a computer program

Description automatically generated with medium confidence

## (4)

H στενωπός ουρά(bottleneck) του δικτύου είναι προφανώς η ουρά 1, αφού έχει την μεγαλύτερη ροή φορτίου. Η μέγιστη τιμή του λ1 ώστε το σύστημα να παραμείνει εργοδικό είναι : ρ1 = λ1/μ1 = 1 ⇒ λ1 = 6

## (5)

To ζητούμενο διάγραμμα του μέσου χρόνου καθυστέρησης ενός πελάτη από άκρο σε άκρο του δικτύου με τις τιμές των παραμέτρων του ερωτήματος (4) και για λ1 από 0.1 έως 0.99 της μεγίστης τιμής παρουσιάζεται παρακάτω:

A picture containing text, line, diagram, screenshot

Description automatically generated