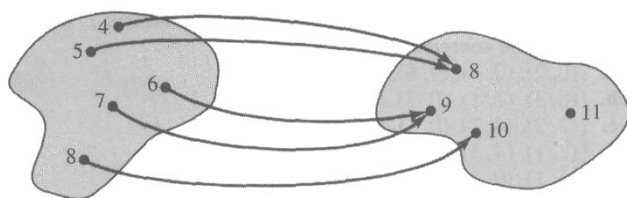


VI Lista de Exercícios – Matemática Discreta  
Funções e Relações

1. Sejam  $R$  e  $S$  as seguintes relações em  $A = \{1, 2, 3\}$ :  
 $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 3)\}$  e  $S = \{(1, 2), (1, 3), (2, 1), (3, 3)\}$   
 Ache:
  - a.  $R \cap S$
  - b.  $R \cup S$
  - c.  $R'$
  - d.  $R \circ S$
  - e.  $S^2 = S \circ S$
  
2. Sejam  $R$  e  $S$  duas relações binárias em definidas por  $x R y \Leftrightarrow x = y$  e  $x S y \Leftrightarrow x < y$ . Forneça descrições verbais para (a), (b) e (c); apresente o conjunto definido em (d).
  - a. Qual a relação  $R \cup S$ ?
  - b. Qual a relação  $R'$ ?
  - c. Qual a relação  $S'$ ?
  - d. Qual a relação  $R \cap S$ ?
  
3. Digamos que dois inteiros estão próximos um do outro se sua diferença for no máximo 2. Por exemplo, 3 está próximo de 5, 10 está próximo de 9, mas 8 não está próximo de 4. Representamos por  $R$  esta relação *estar próximo de*.  
 Escreva  $R$  como um conjunto de pares ordenados. Sua resposta deve apresentar-se como segue:  
 $R = \{(x, y) : \dots\}$
  
4. Determine  $R^{-1}$  para cada uma das seguintes relações:
  - a.  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$
  - b.  $R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$
  - c.  $R = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{Z}, x - y = 1\}$
  - d.  $R = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{N}, x \mid y\}$
  - e.  $R = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{Z}, xy > 0\}$
  
5. Sejam  $R$  e  $S$  duas relações binárias em definidas por  $x R y \Leftrightarrow x$  divide  $y$  e  $x S y \Leftrightarrow 5x \leq y$ . Determine quais dos pares ordenados satisfazem às relações dadas:
  - a.  $R \cup S$ : (2, 6), (3, 17), (2, 1), (0, 0)
  - b.  $R \cap S$ : (3, 6), (1, 2), (2, 12)
  - c.  $R'$ : (1, 5), (2, 8), (3, 15)
  - d.  $S'$ : (1, 1), (2, 10), (4, 8)
  
6. A figura a seguir representa uma função.



Exercício 1

- a. Qual seu domínio? Qual seu contradomínio? Qual o conjunto imagem?
- b. Qual a imagem de 5? E de 8?
- c. Quais as pré-imagens de 9?
- d. Esta função é sobrejetora? É injetora?

7. Para cada uma das funções abaixo, calcule se possível:

a.  $f(1)$

c.  $f(0)$

e.  $f(-5)$

b.  $f(-1)$

d.  $f(5)$

f.  $f(6)$

i)  $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$

ii)  $f(x) = 7$

iii)  $f(x) = \sqrt{-x+5}$

iv)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{-x+5}}$

v)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{-x+5}}$

8. Para cada uma das funções abaixo, encontre o domínio:

a.  $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$

b.  $f(x) = 7$

c.  $f(x) = \sqrt{-x+5}$

d.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{-x+5}}$

e.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{-x+5}}$

f.  $f(x) = \frac{x^3 + 6}{x^2 - 5x + 6}$

g.  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 5x + 6}$

h.  $f(x) = \frac{5x}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}$

9. Seja  $S = \{0, 2, 4, 6\}$  e  $T = \{1, 3, 5, 7\}$ . Determine se cada um dos conjuntos de pares ordenados a seguir é ou não uma função com domínio  $S$  e contradomínio  $T$ . Em cada caso afirmativo, indique se a função é injetora e/ou sobrejetora.

a.  $\{(0,2), (2, 4), (4, 6), (6, 0)\}$

b.  $\{(4,1), (0, 7), (2, 5), (6, 3)\}$

c.  $\{(6, 3), (2,1), (0, 3), (4, 5)\}$

d.  $\{(2, 3), (4, 7), (0,1), (6, 5)\}$

e.  $\{(2, 1), (4, 5), (6, 3)\}$

f.  $\{(6,1), (0,3), (4, 1), (0, 7), (2, 5)\}$

10. Apresente a função inversa para cada bijeção do exercício anterior.

11. Sejam  $S = \{a, b, c, d\}$  e  $T = \{x, y, z\}$ .

a. Apresente um exemplo de função de  $S$  em  $T$  que não seja nem sobrejetora nem injetora.

b. Apresente um exemplo de função de  $S$  em  $T$  que seja sobrejetora, mas não seja injetora.

c. É possível encontrar uma função de  $S$  em  $T$  que seja injetora?

12. Sejam  $S = \{2, 4\}$  e  $T = \{1, 5, 7\}$ . Encontre o número de funções de  $S$  em  $T$ . Indique quais são injetoras e quais são sobrejetoras.

13. Seja  $f(n) = \begin{cases} 2 & n = 1, \\ 5f(n-1) & n > 1. \end{cases}$  Obtenha  $f(4)$ .

14. Seja  $f(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \text{ ou } n = 2, \\ f(n-1) - f(n-2) & n \geq 3. \end{cases}$

a. Complete a tabela:

n	1	2	3	4	5	6	7	8
f(n)								

b. Obtenha  $f(2007)$ .

c. Obtenha  $f(2009)$ .