

Ανάλυση Δεδομένων

(Data Analysis)

Καθηγητής Ιωάννης Κ. Δημητρίου
Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών
demetri@econ.uoa.gr

Διοίκηση, Αναλυτική και Πληροφοριακά
Συστήματα Επιχειρήσεων

Business Statistics

Καθηγητής Ιωάννης Κ. Δημητρίου

Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

demetri@econ.uoa.gr

**Διοίκηση, Αναλυτική και Πληροφοριακά
Συστήματα Επιχειρήσεων**

Για καλύτερη ανάλυση και κατανόηση των εννοιών συνιστώνται:

Ι. Χαλικιά, Στατιστική. Μέθοδοι Ανάλυσης για Επιχειρηματικές Αποφάσεις, 5^η Έκδοση, εκδ. Rosili 2019, Κεφάλαια 1-5

Curwin J. & R. Slater, Quantitative Methods for Business Decisions, Cengage Learning, Sixth edition, 2007

Keller & Warrack, Statistics for management and economics, Thomson, 2003. Επίσης μεταφρασμένο στα Ελληνικά, έκδοση Επίκεντρο: Στατιστική για Οικονομικά & Διοίκηση Επιχειρήσεων

Berenson M.L., Levin D.M., Krehbiel T.C. Basic Business Statistics: Concepts and Applications, 12th edition, Prentice Hall, 2015

Διαφάνειες:

- είναι γραμμένες έτσι ώστε να αποτελούν εγκόλπιο του μαθήματος

Οργάνωση διάλεξης

Ανάλυση δεδομένων για βελτιωμένη λήψη αποφάσεων
Στόχος διάλεξης

Περιγραφή μονοδιάστατων δεδομένων

(Το Excel είναι εξαιρετικό γι' αυτή τη δουλειά)

Συστατικά της επιτυχίας επιχείρησης και ατόμου:

➤ Η επίλυση προβλημάτων

και

➤ Η ταχεία λήψη αποφάσεων

1. Στατιστική για τη βελτιωμένη λήψη αποφάσεων

Ο μάνατζερ μιας επιχείρησης είναι πολυάσχολος.

Ο χρόνος του επιβαρύνεται μεταξύ σημαντικών και επειγόντων έως ασήμαντων και τετριμμένων δραστηριοτήτων.

Ο μάνατζερ πρέπει να μάθει να

οργανώνει, συνοψίζει και διερμηνεύει

τα δεδομένα του γρήγορα και με ακρίβεια. Δηλ. πρέπει να μάθει την τέχνη και την επιστήμη της στατιστικής ανάλυσης δεδομένων.

Τύποι προβλημάτων

Οι μάνατζερς αντιμετωπίζουν δύο ειδών προβλήματα:

Πρώτον, το **οικονομικό πρόβλημα**, απόσταση μεταξύ του αναμενόμενου και του πραγματικού επίπεδου επίδοσης.

Δεύτερον, το **διοικητικό πρόβλημα**, μεταξύ του παρόντος και ενός υψηλότερου επιθυμητού επιπέδου επίδοσης.

Προβλήματα ισοδύναμα προς ερωτήσεις

- «πώς να αποκαταστήσουμε την επίδοση στο προηγούμενο επίπεδο;»
- «πώς να βελτιώσουμε την επίδοση στο επιθυμητό επίπεδο;»

Οι απαντήσεις απαιτούν νοητικά υποδείγματα

Δηλαδή να σκεφθούμε το πρόβλημα.

Η **Ανάλυση Δεδομένων** ως κομμάτι της **Στατιστικής**
προσφέρει **συνεκτικό ιστό** σε **δεδομένα** που
προέρχονται από
μη καλά ορισμένες θεωρίες.

Οι απαντήσεις απαιτούν νοητικά υποδείγματα

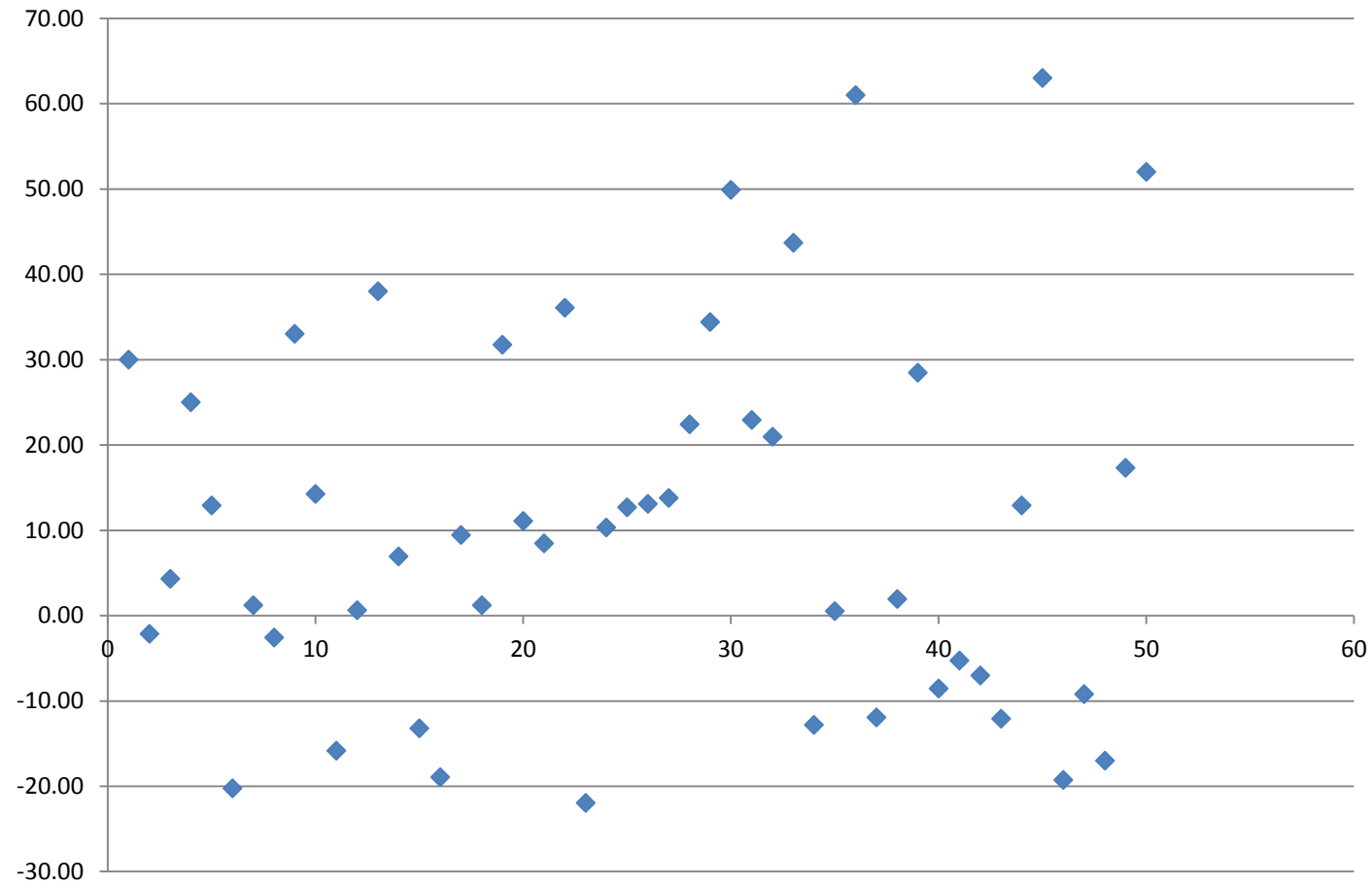
Η **ανάλυση δεδομένων** έχει ουσιαστικό ρόλο στην κατασκευή **νοητικών υποδειγμάτων** (απλό, ρητό ή οπτικό **αντί για** μαθηματικό, σύνθετο).

Μεταβολές

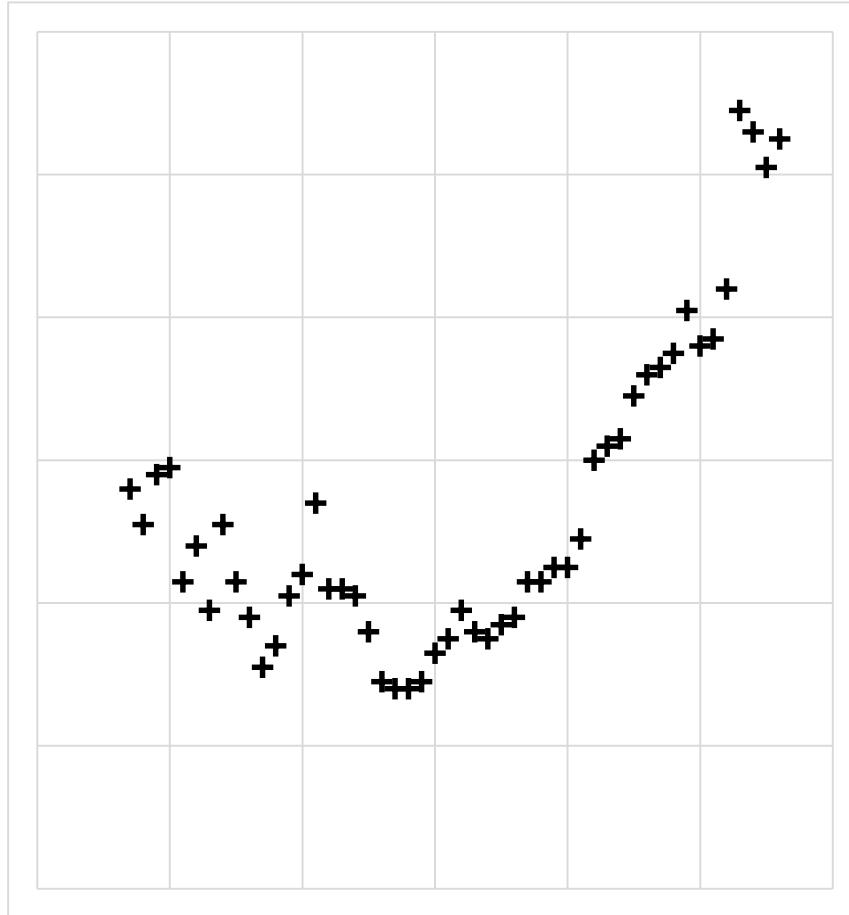
Έμμεσα η **κατασκευή υποδειγμάτων** ορίζει δύο σπουδαίες έννοιες της ανάλυσης δεδομένων:

- τις **τυχαίες μεταβολές** και
- τις **προσδιοριζόμενες μεταβολές**.

- Τυχαίες μεταβολές (♦)

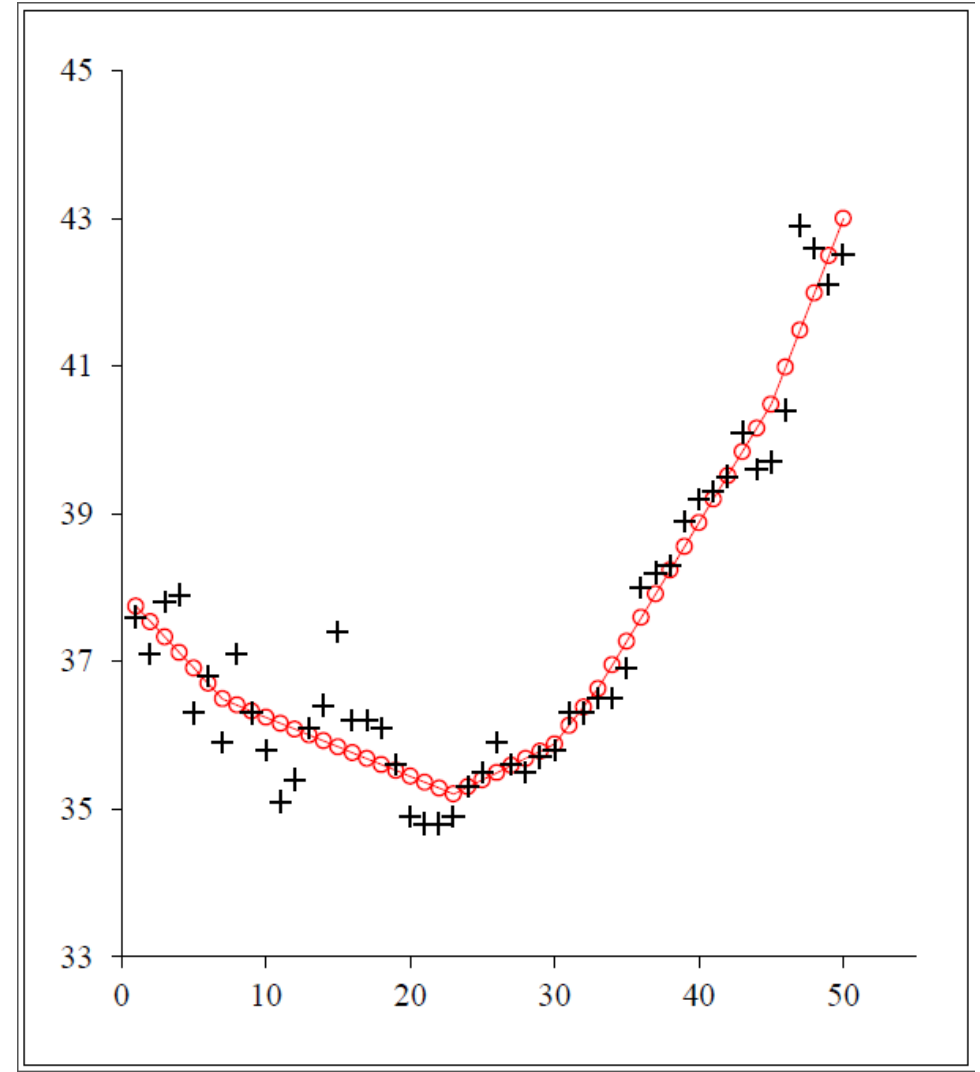
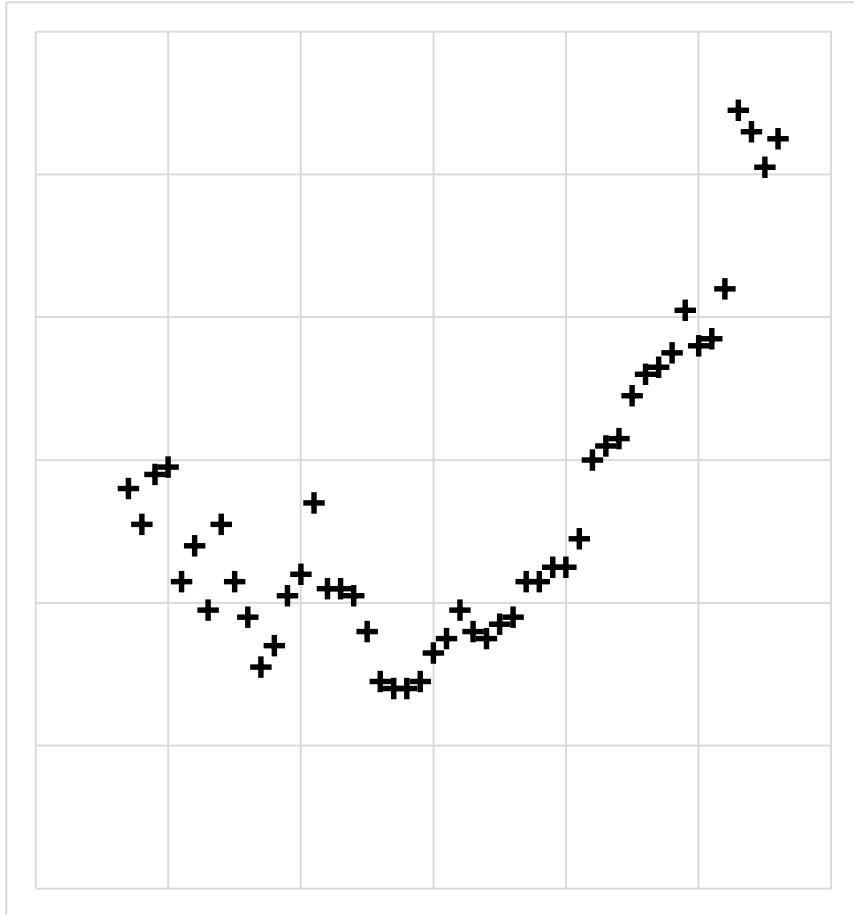


- Τυχαίες μεταβολές (+)



- Προσδιοριζόμενες μεταβολές (η τάση των **O**) →

- Τυχαίες μεταβολές (+)



- Προσδιοριζόμενες μεταβολές (o)

Δεδομένα

Οι μεταβολές απεικονίζονται στα **δεδομένα** μιας επιχείρησης.

Τα **δεδομένα** είναι

Διατομεακά (cross-sectional), σε μια χρονοπερίοδο →
και **χρονολογικά** (χρονοσειρές) είτε →
με μία είτε **με πολλές μεταβλητές**

και περιγράφονται με τέσσερις κλίμακες που υπό σειράν ακριβείας είναι

1. ονοματική (κατηγορικά ή ποιοτικά δεδομένα)

[πχ επάγγελμα, κλάδος οικονομίας, φύλο]

2. τακτική (κατηγορικά ή ποιοτικά δεδομένα)

[πχ βαθμολογία, τάξη, φτώχεια]

3. διαστηματική (ποσοτικά δεδομένα) [πχ θερμοκρασία, τεστ GMAT, IQ]

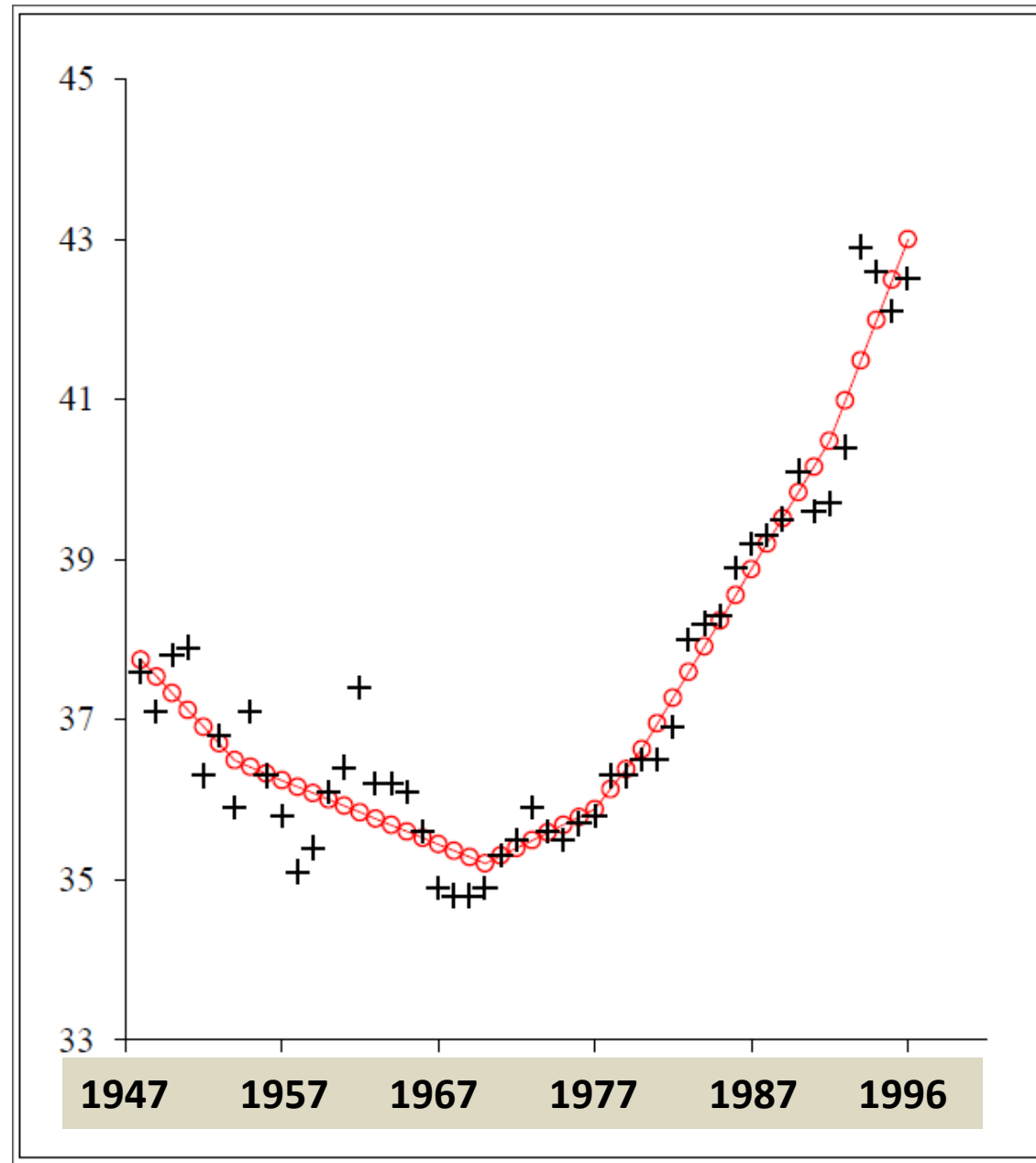
4. κλασματική (ποσοτικά δεδομένα) [πχ αξία €, όγκος, ταχύτητα, χρόνος]

ΔΙΑΤΟΜΕΑΚΑ

No	Περιφέρεια	Έδρα	Έκταση (km ²)	Πληθυσμός (κάτοικοι)	Πυκνότητα πληθυσμού (κάτοικοι/km ²)	Ακαθάριστο εγχώριο προϊόν (εκατομμύρια €)	Κατά κεφαλήν ακαθάριστο εγχώριο προϊόν (€)
1	Ανατολική Μακεδονία και Θράκη	Κομοτηνή	14.157	606.170	42,82	9.265	15.272
2	Κεντρική Μακεδονία	Θεσσαλονίκη	18.811	1.874.590	99,66	32.285	16.559
3	Δυτική Μακεδονία	Κοζάνη	9.451	282.120	29,85	5.506	18.786
4	Ηπείρος	Ιωάννινα	9.203	336.650	36,58	5.079	14.221
5	Θεσσαλία	Λάρισα	14.037	730.730	52,06	11.608	15.772
6	Ιόνιοι Νήσοι	Κέρκυρα	2.307	206.470	89,50	4.130	17.726
7	Δυτική Ελλάδα	Πάτρα	11.350	680.190	59,93	10.659	14.332
8	Στερεά Ελλάδα	Λαμία	15.549	546.870	35,17	10.537	19.007
9	Αττική	Αθήνα	3.808	3.812.330	1001,11	110.546	26.968
10	Πελοπόννησος	Τρίπολη	15.490	581.980	37,57	9.809	16.580
11	Βόρειο Αιγαίο	Μυτιλήνη	3.836	197.810	51,57	3.330	16.638
12	Νότιο Αιγαίο	Ερμούπολη	5.286	308.610	58,38	7.646	24.828
13	Κρήτη	Ηράκλειο	8.336	621.340	74,54	11.243	18.421

Συντελεστής **Gini** (+)
1947-1996 στις ΗΠΑ

Νόημα των
δεδομένων



Πηγές δεδομένων

(Από που λαμβάνουν δεδομένα οι μάνατζερ;)

1. **Εσωτερικώς** από τον ίδιο τον οργανισμό (το MIS /management information system του οργανισμού είναι πηγή δεδομένων)
2. **Διά παραγωγής** (οι δημοσκοπήσεις / surveys παράγουν δεδομένα για έναν οργανισμό)
3. **Με αγορά** από εταιρείες που ειδικεύονται στην πώληση δεδομένων (ειδικευμένες βάσεις δεδομένων, πχ ICAP, δημοσκοπήσεις). →

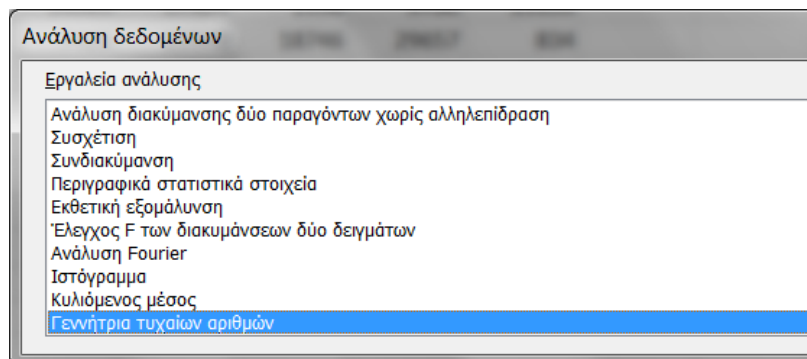
Συλλογή δεδομένων από δημοσκοπήσεις

- Όρισε τον πληθυσμό
- Προσδιόρισε το πλαίσιο *δειγματοληψίας*
 - Σχεδιασμός δειγματοληψίας (απλή τυχαία δειγματοληψία, διαστρωματική, κλπ)
 - Μέθοδος δημοσκόπησης (συνέντευξη, τηλέφωνο, ερωτηματολόγιο, email, ιστοσελίδες)

Σχεδιασμός δειγματοληψίας

Με κάποιον **rnd γεννήτορα** λαμβάνομε αριθμούς τους οποίους στη συνέχεια αντιστοιχούμε σε τηλεφωνικό κατάλογο, λίστα δανείων σε μια τράπεζα, κοκ. →

Ανάλυση δεδομένων \ γεννήτρια τυχαίων αριθμών



Γεννήτρια τυχαίων αριθμών

Πλήθος μεταβλητών: OK

Πλήθος τυχαίων αριθμών: Άκυρο

Κατανομή: Ομοιόμορφη ▼ Βοήθεια

Παράμετροι

Μεταξύ και

Τυχαίος γεννήτωρ:

Επιλογές εξόδου

☒ Περιοχή εξόδου:

☐ Νέο φύλλο:

☐ Νέο βιβλίο εργασίας

Ένας μικρός πίνακας τυχαίων αριθμών

G1 ▼ $\sum_{x=1}^n$ =TRUNC(A1)											
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	29804,99	16180,15	5667,183	6435,308	6251,288	TRUNC	29804	16180	5667	6435	6251
2	16009,87	17404,21	1350,484	9700,985	15359,84		16009	17404	1350	9700	15359
3	7426,821	15560,34	18746,37	29657,59	834,1275		7426	15560	18746	29657	834
4	14621,93	29156,8	19287,44	18399,39	5430,977		14621	29156	19287	18399	5430
5	7606,264	17156,1	27631,54	21781,33	28739,32		7606	17156	27631	21781	28739
6	6230,231	13899,58	19750,7	22775,59	5503,304		6230	13899	19750	22775	5503
7	26296,7	28848,27	15813,03	27804,57	7946,839		26296	28848	15813	27804	7946
8	19857,82	20045,5	7914,796	15421,18	15320,48		19857	20045	7914	15421	15320
9	6065,436	24402,48	6977,299	23593,16	14446,15		6065	24402	6977	23593	14446
10	13633,16	14275,86	22413,05	28785,1	19378,08		13633	14275	22413	28785	19378

Βλπ ebook στο eclass του μαθήματος:

Τι είναι Επισκόπηση

Εκδ. American Statistical Association (μτφρ Α. Φιλίππου και Γ. Φιλίππου)

Βελτίωση της λήψης αποφάσεων

Έχοντας τα δεδομένα, οι μάνατζερ αναζητούν τρόπους βελτίωσης του οργανισμού ή της απόδοσής του με

- ελεγχόμενες μελέτες και
- ανάλυση των αποτελεσμάτων.

Ο μάνατζερ

- σχεδιάζει (επανασχεδιάζει) μια διαδικασία,
- κάνει μια μελέτη και
- έπειτα συγκρίνει τα αποτελέσματα της μελέτης του με το τρέχον επίπεδο επίδοσης.

Η διερεύνηση και η ανάλυση των δεδομένων είναι ισχυρές έννοιες.

Πλεονεκτήματα από την ανάλυση δεδομένων

Με την ανάλυση δεδομένων ο μάνατζερ μπορεί να

- ξεχωρίζει **απόψεις** από **γεγονότα**
- διαγιγνώσκει την **αιτιότητα** των προβλημάτων (αποφεύγει την τάση να σπεύδει από τα συμπτώματα σε λάθος συμπεράσματα)
- αναπτύσσει **νοητικά υποδείγματα** από τα συμβάντα για να εντοπίζει εγκαίρως τα **προβλήματα** πριν δημιουργήσουν **κρίσεις**
- προλαμβάνει υπερβολικές αντιδράσεις σε **κοινότοπες** μεταβολές

Θυμήσου, η **κοινή λογική** σπάνια αποκαλύπτει,

Φύσις κρύπτεσθαι φιλεί (Ηράκλειτος) →

Συνοπτικά, η **στατιστική ανάλυση** είναι ένας
τρόπος συλλογιστικής και βελτίωσης της επίλυσης
επιχειρησιακών προβλημάτων
που μπορεί να αποβεί κρίσιμος
στη λήψη καλύτερων **αποφάσεων**.

Στόχος Διαλέξεων Ανάλυσης Δεδομένων

Το αντικείμενο «**Ανάλυση Δεδομένων**» καλύπτει την περιγραφική και την επαγωγική στατιστική με στόχο την παροχή γνώσεων, την ανάλυση πρακτικών και την ανάπτυξη δεξιοτήτων στους σπουδαστές, ώστε να είναι σε θέση να αναλάβουν εμπειρικές μελέτες ανάλυσης δεδομένων και κατ' επέκταση στην αναλυτική.

Στις Διαλέξεις

- Θα παρουσιάσουμε τρόπους εξαγωγής **συνοπτικής πληροφορίας** από δεδομένα (περιγραφή συνόλων παρατηρήσεων ή δειγμάτων) ([Διάλεξη 1](#))
- Θα εξετάσουμε πώς το **δείγμα** σχετίζεται με τον **πληθυσμό** (γενίκευση) ([Διάλεξη](#))
- Θα χρησιμοποιήσουμε τη δειγματική πληροφορία για πληθυσμιακά **συμπεράσματα** και **εκτίμηση** των παραμέτρων ([Διάλεξη](#))
- Θα περιγράψουμε **συναρτησιακές σχέσεις** μεταξύ ζευγών παρατηρήσεων ([Διάλεξη](#))
- Θα παρουσιάσουμε την **πολυδιάστατη** ανάλυση και την **ανάλυση διακύμανσης** ([Διάλεξη](#))

Συγκεκριμένα

2. Περιγραφή μονοδιάστατων δεδομένων

Σκοπός

Πώς να συλλάβεις ενδεχόμενα προβλήματα ή ευκαιρίες οργανώνοντας, συνοψίζοντας και διερμηνεύοντας **ένα συγκεκριμένο** δείγμα μονοδιάστατων δεδομένων.

Ενδιαφερόμαστε για την εξαγωγή συμπερασμάτων που αφορούν **μόνον** στο **συγκεκριμένο** δείγμα δεδομένων.

Τρία παραδείγματα συλλογής στοιχείων

1. Παραγωγικότητα και χρόνος παύσης (μη λειτουργίας) μετρώνται από επιχείρηση →

2. Κατάταξη ποιότητας επιχείρησης και τύπος χρηματοοικονομικού οργανισμού →

3. Προσωπικές ώρες (%) εργασίας σε 48 μήνες →

Συλλογή Συνόλων Δεδομένων

Τύπος Δεδομένων	Σύνολο Δεδομένων	Τυπικές Ερωτήσεις
		Ποιος είναι ο μέσος και το άνοιγμα στην παραγωγικότητα των εργαζόμενων ή τις ώρες αποχής;
		Πόσες επιχειρήσεις στο δείγμα ήταν εμπορικές τράπεζες; Ποια αναλογία επιχειρήσεων είναι στις δύο υψηλότερες κατηγορίες ποιότητας ;
	Προσωπικές ώρες (%) εργασίας ανά μήνα σε μία βιομηχανία επί τέσσερα χρόνια	Τι έχει συμβεί στο ποσοστό ωρών εργασίας τα τελευταία 4 χρόνια; Υπήρξαν προσωπικές ώρες ασύνηθα χαμηλές ή υψηλές και γιατί;

Συλλογή Συνόλων Δεδομένων

Τύπος Δεδομένων	Σύνολο Δεδομένων	Τυπικές Ερωτήσεις
Διατομεακά Δεδομένα για Ποσοτικές Μεταβλητές	Παραγωγικότητα και χρόνος μη λειτουργίας για 36 εργαζόμενους σε μία εγκατάσταση	Ποιος είναι ο μέσος και το άνοιγμα στην παραγωγικότητα των εργαζόμενων ή τις ώρες αποχής;
Διατομεακά Δεδομένα για Ποιοτικές Μεταβλητές	Κατάταξη ποιότητας επιχείρησης και τύπος χρηματοοικονομικού οργανισμού	Πόσες επιχειρήσεις στο δείγμα ήταν εμπορικές τράπεζες; Ποια αναλογία επιχειρήσεων είναι στις δύο υψηλότερες κατηγορίες ποιότητας;
Χρονολογικά Δεδομένα για Ποσοτικές Μεταβλητές	Προσωπικές ώρες (%) εργασίας ανά μήνα σε μία βιομηχανία επί τέσσερα χρόνια	Τι έχει συμβεί στο ποσοστό ωρών εργασίας τα τελευταία 4 χρόνια; Υπήρξαν προσωπικές ώρες ασύνηθα χαμηλές ή υψηλές και γιατί;

Παραγωγικότητα και χρόνος μη λειτουργίας ή παύσης
(μετρώνται από επιχείρηση)

[illegible]

Παράδειγμα 2 Κατάταξη ποιότητας επιχείρησης και τύπος χρηματοοικονομικού οργανισμού

Επιχείρηση	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Τύπος	Bank	Other	Bank	Bank	Bank	Other	Other	Bank	Bank	Other
Κατάταξη Ποιότη	4	2	5	4	5	1	2	4	5	3
Επιχείρηση	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Τύπος	Other	Other	Other	Bank	Bank	Bank	Other	Bank	Bank	Bank
Κατάταξη Ποιότη	1	1	3	4	4	5	2	5	4	3
Επιχείρηση	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Τύπος	Other	Other	Bank	Bank	Bank	Other	Other	Other	Bank	Bank
Κατάταξη Ποιότη	2	3	4	4	3	1	1	2	5	5
Επιχείρηση	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Τύπος	Bank	Other	Bank	Other	Bank	Other	Other	Bank	Bank	Bank
Κατάταξη Ποιότη	4	2	3	3	1	2	2	3	4	4
Επιχείρηση	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Τύπος	Bank	Other	Bank	Other	Other	Other	Other	Bank	Bank	Bank
Κατάταξη Ποιότη	5	3	3	2	1	1	2	3	4	5

Παράδειγμα 3 Προσωπικές ώρες (%) εργασίας σε 48 μήνες

Μήνες	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
%	0.5	1.2	0.6	1.5	0.8	1.8	0.5	1.2	2.5	1.3	1.9	3.9
Μήνες	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
%	1.2	2.0	2.7	1.5	2.8	2.9	2.0	3.5	3.0	3.1	4.0	3.5
Μήνες	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
%	3.0	3.7	2.5	3.5	2.0	1.5	2.5	1.4	1.0	1.9	1.7	1.5
Μήνες	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
%	2.5	2.0	1.5	1.7	2.7	2.0	3.0	1.5	2.5	2.5	2.5	2.0

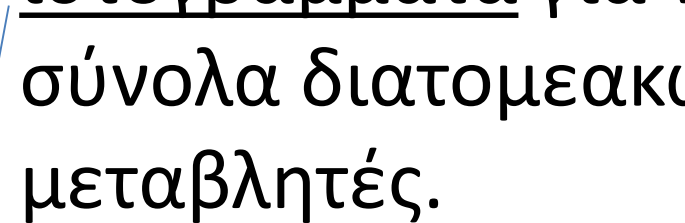
Προσωπικές ώρες εργασίας που λαμβάνονται σε διάστημα 48 μηνών.

Προσωπικές ώρες εργασίας είναι ο αριθμός των προσωπικών ωρών στην εγκατάσταση διηρημένος από τον ολικό αριθμό ωρών εργασίας σε ένα μήνα. Εδώ κυμαίνεται από 0.5% έως 4.0%.

- Τι μπορούμε να κάνουμε με τα δεδομένα που έχουμε συλλέξει;
- Κατ' αρχάς να υπολογίσουμε περιγραφικά στατιστικά μεγέθη (δείκτες).
- Αυτό μας δίνει μια αρχική εικόνα των δεδομένων
- Γίνεται με μεθόδους Περιγραφικής Στατιστικής (Ανάλυση δεδομένων)

Οδηγία:

Χρησιμοποίησε πίνακες συχνοτήτων και ιστογράμματα για να παρουσιάσεις **μεγάλα** σύνολα διατομεακών δεδομένων για ποσοτικές μεταβλητές.



Περιγραφική Στατιστική αφορά σε

Συλλογή και παρουσίαση δεδομένων

- Ομαδοποίηση
- Ταξινόμηση
- Μέτρα θέσης
- Μέτρα διασποράς

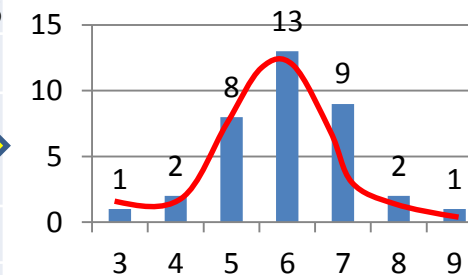
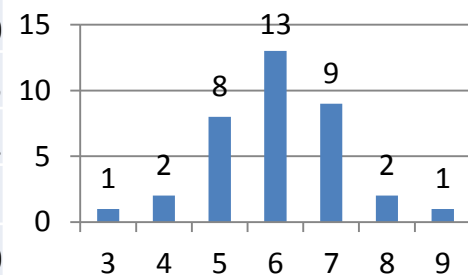
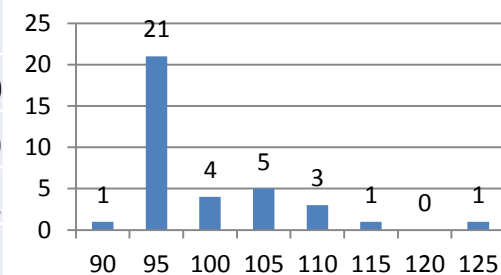
Γραφική αναπαράσταση δεδομένων

- Ιστογράμματα
- Πολύγωνα συχνοτήτων
- Κυκλικά διαγράμματα
- Θηκόγραμμα

Μπορούν να γίνουν στο EXCEL

Τύπος Δεδομένων	Σύνολο Δεδομένων	Τυπικές Ερωτήσεις
Διατομεακά Δεδομένα για Ποσοτικές Μεταβλητές	Παραγωγικότητα και χρόνος μη λειτουργίας για 36 εργαζόμενους σε μία εγκατάσταση	Ποιος είναι ο μέσος και το άνοιγμα στην παραγωγικότητα των εργαζόμενων ή τις ώρες αποχής;

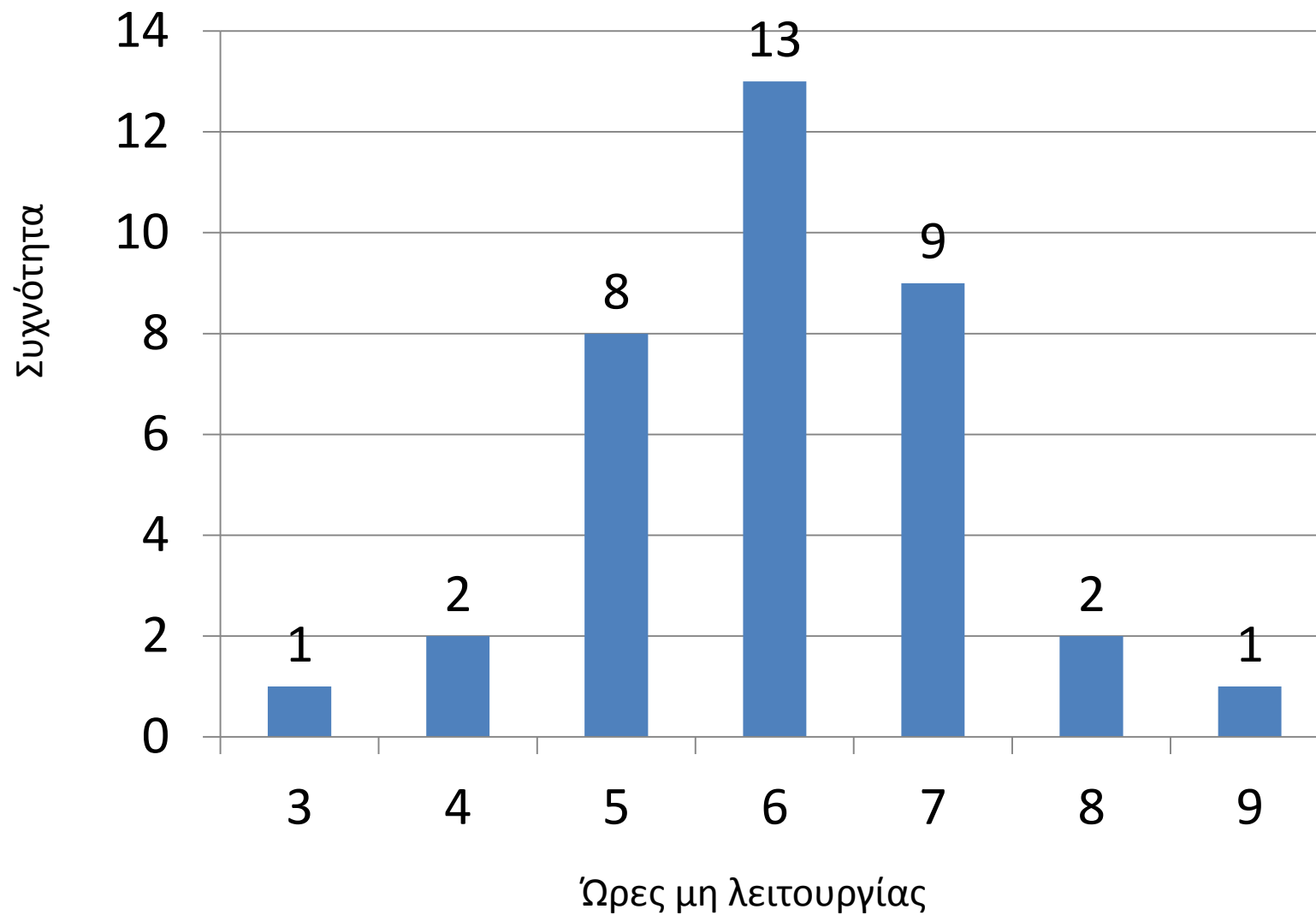
Productivity and Downtime Hour Data										
Εργαζόμενος	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Παραγωγικότητα	106	95	103	91	94	92	95	93	102	89
Ώρες παύσης	6.41	8.12	5.36	3.51	5.05	5.15	6.77	5.45	6.14	7.02
Εργαζόμενος	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Παραγωγικότητα	95	98	107	100	95	101	97	93	92	123
Ώρες παύσης	5.84	6.42	6.50	7.86	4.56	6.10	4.40	4.42	6.47	4.42
Εργαζόμενος	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Παραγωγικότητα	92	93	94	92	97	94	94	102	106	93
Ώρες παύσης	6.10	5.81	4.71	5.03	5.35	2.34	5.05	4.21	5.00	5.46
Εργαζόμενος	31	32	33	34	35	36	Προσέξτε τη συνεχή γραμμή			
Παραγωγικότητα	114	101	95	91	94	95				
Ώρες παύσης	5.28	5.71	4.24	6.07	5.34	3.74				



Παραγωγικότητα για 36 εργαζόμενους σε μία εγκατάσταση



Χρόνος μη λειτουργίας (παύσης) για 36 εργαζόμενους σε μία εγκατάσταση



Παράδειγμα στην πράξη →

Πίνακας 1: Δεδομένα

48	58	26	49	54	50	38	30	53	45
47	32	47	31	41	49	57	52	26	29

N = 20**Πίνακας 2: Πίνακας Συχνοτήτων (Ομαδοποιημένος)**

Κλάσεις	Μέτρηση	Συχνότητα	Σφάλμα Προσέγγισης ≤ 5
20-30		4	
30-40		3	
40-50		8	
50-60		5	

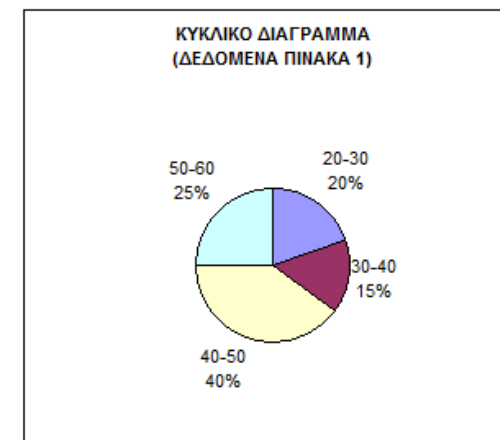
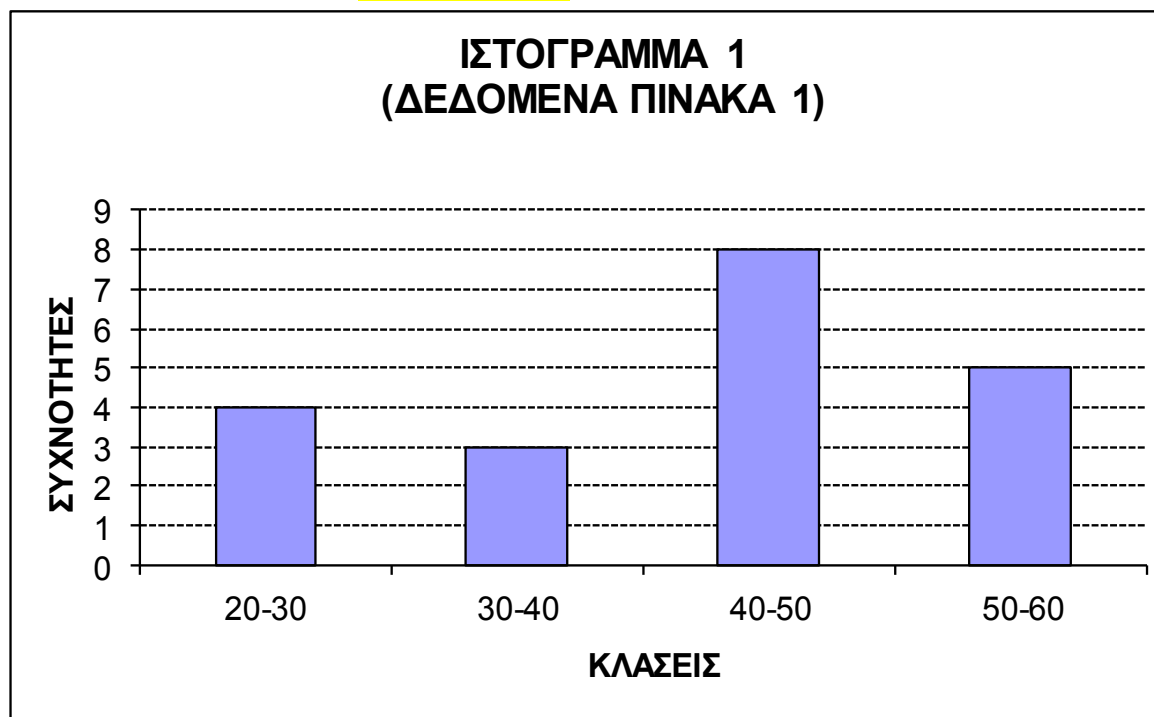
Πίνακας 3 Κλάσεις και συχνότητες

Κλάσεις	Συχνότητα	σφάλμα προσέγγισης $\leq 2,5$
25-30	4	
30-35	2	
35-40	1	
40-45	2	
45-50	6	
50-55	3	
55-60	2	

Πίνακας 4 Συχνότητες (ομαδοποιημένος πίνακας)

ΚΛΑΣΕΙΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΣΧΕΤΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΕΠΙ ΤΟΙΣ 100
20-30	4	0,20 = 4 / 20	20%
30-40	3	0,15 = 3 / 20	15%
40-50	8	0,40 = 8 / 20	40%
50-60	5	0,25 = 5 / 20	25%

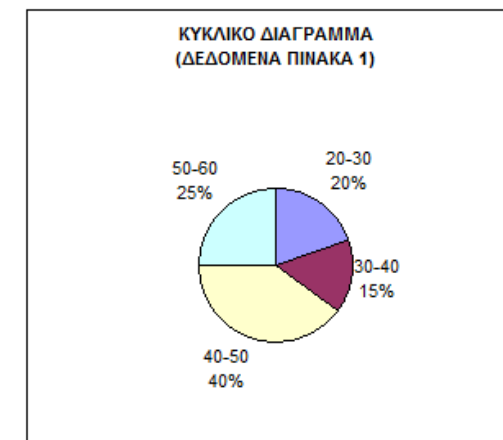
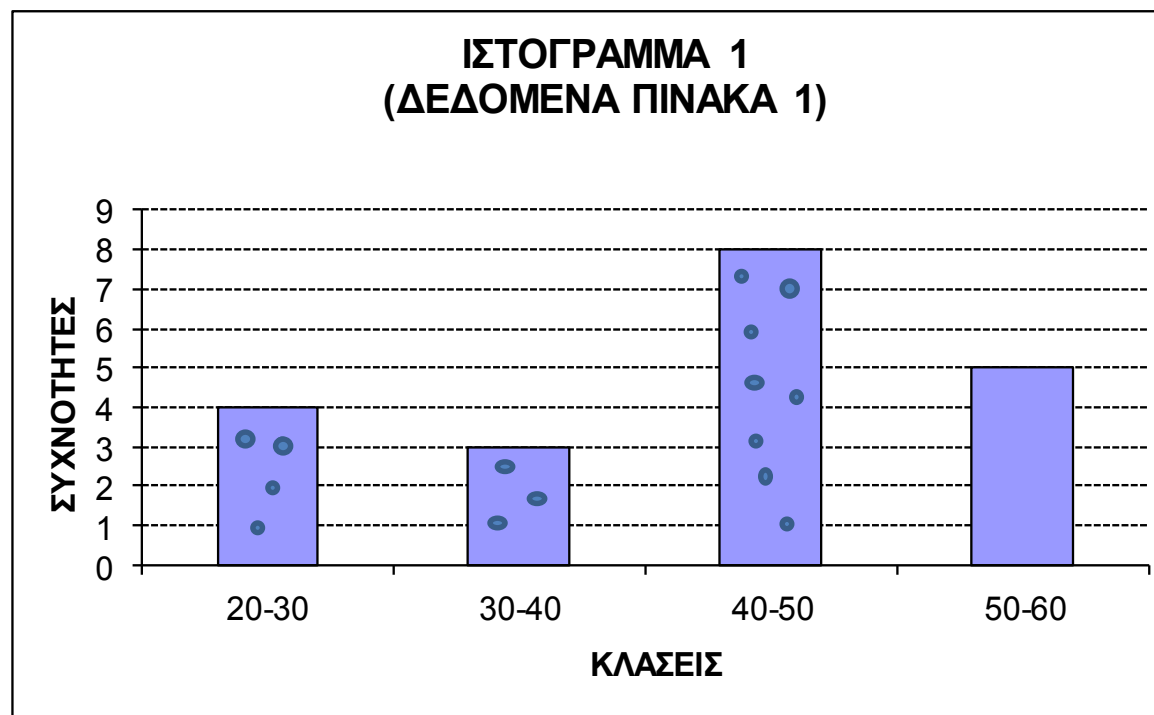
N = 20



Πίνακας 4 Συχνότητες (ομαδοποιημένος πίνακας)

ΚΛΑΣΕΙΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΣΧΕΤΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΕΠΙ ΤΟΙΣ 100
20-30	4	0,20 = 4 / 20	20%
30-40	3	0,15 = 3 / 20	15%
40-50	8	0,40 = 8 / 20	40%
50-60	5	0,25 = 5 / 20	25%

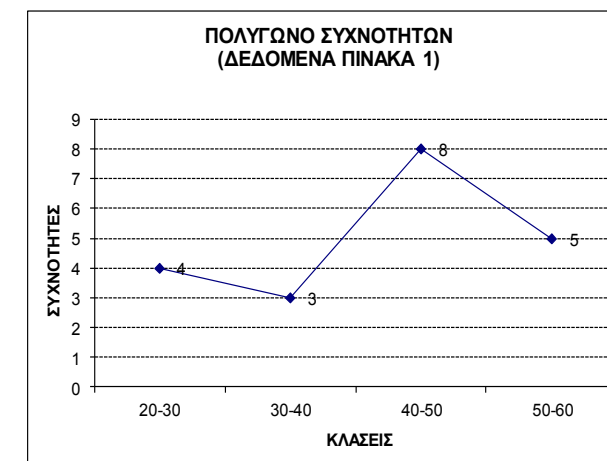
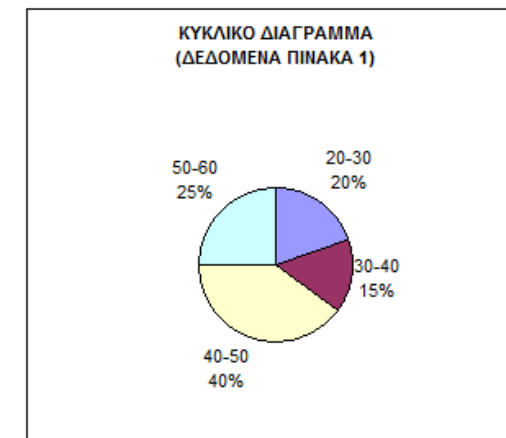
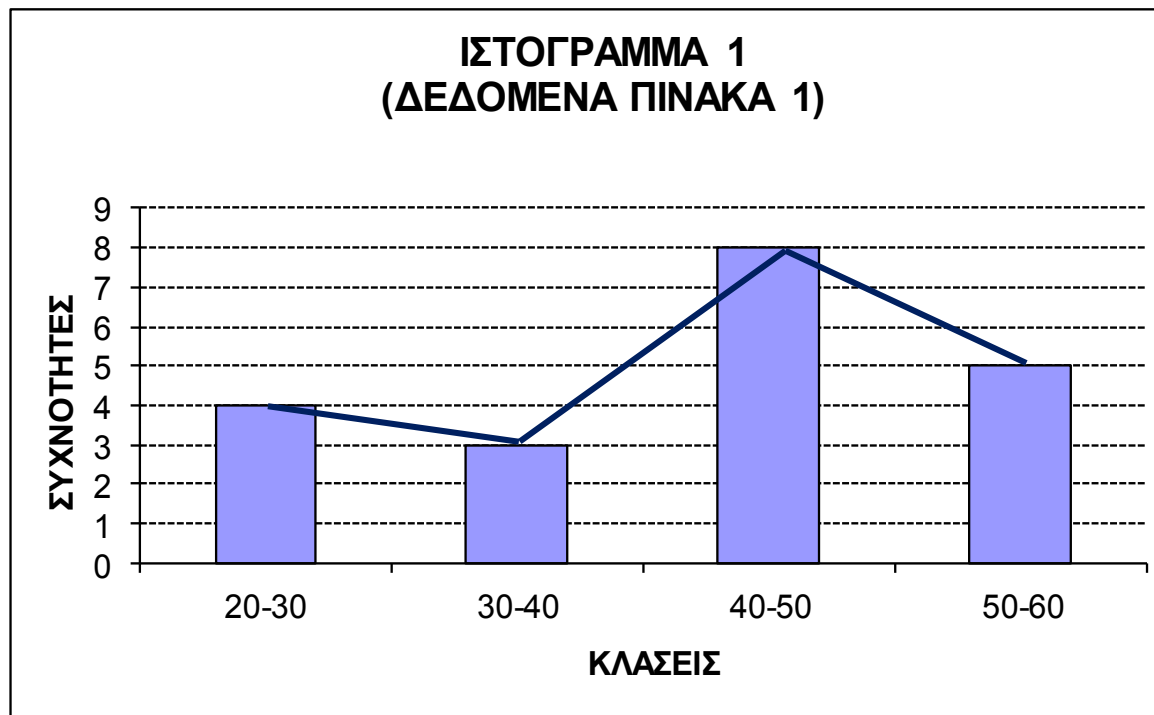
N = 20



Πίνακας 4 Συχνότητες (ομαδοποιημένος πίνακας)

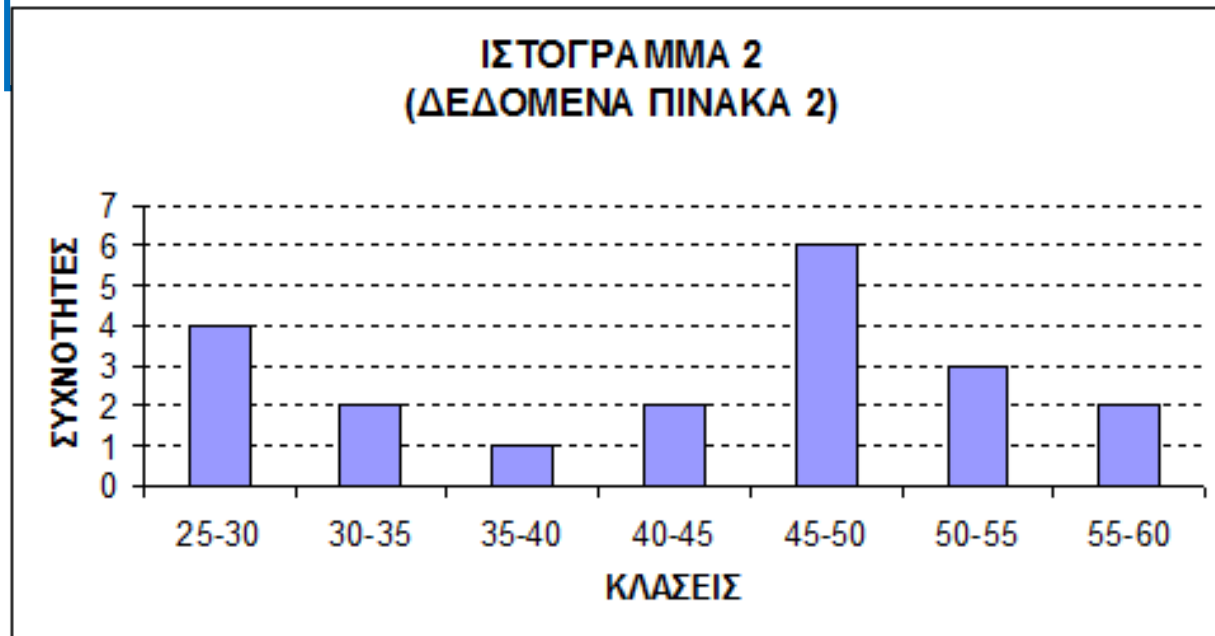
ΚΛΑΣΕΙΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΣΧΕΤΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΕΠΙ ΤΟΙΣ 100
20-30	4	0,20 = 4 / 20	20%
30-40	3	0,15 = 3 / 20	15%
40-50	8	0,40 = 8 / 20	40%
50-60	5	0,25 = 5 / 20	25%

N = 20



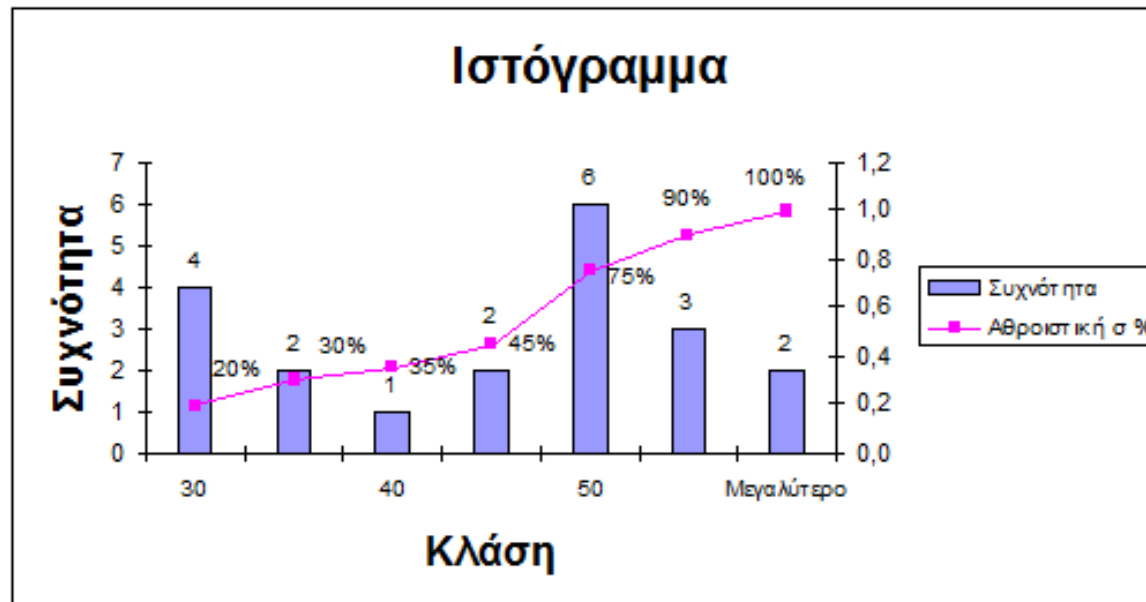
Πίνακας 5 Συχνότητες (ομαδοποιημένος πίνακας)

ΚΛΑΣΕΙΣ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΣΧΕΤΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΕΠΙ ΤΟΙΣ 100
25-30	4	0,20	20%
30-35	2	0,10	10%
35-40	1	0,05	5%
40-45	2	0,10	10%
45-50	6	0,30	30%
50-55	3	0,15	15%
55-60	2	0,10	10%



Άλλες κλάσεις

Κλάση	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική αθροιστική συχνότητα	Σχετική αθροιστική συχνότητα %
25-30	4	4	0,20	20,00%
30-35	2	6	= 4 + 2	30,00%
35-40	1	7	= 6 + 1	35,00%
40-45	2	9		45,00%
45-50	6	15		75,00%
50-55	3	18		90,00%
Μεγαλύτερο 55	2	20	1,00	100,00%
N = 20				



Cumulative:
"how much so far"
συσσωρευτικός

Accumulate:
"to gather together"

Επειδή οι αριθμοί γενικώς και οι εικόνες μπορεί να μας παραπλανήσουν, καλόν είναι να διαθέτομε μερικά μέτρα όταν εξετάζομε τα δεδομένα.

Συνήθως παριστάνομε τα δεδομένα με

$$\{x_1, x_2, \dots, x_n\} \text{ ή } \{x_i: i = 1, 2, \dots, n\}$$

Μέτρα θέσης

- ΜΕΣΟΣ ή μέση τιμή = μ

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

- ΔΙΑΜΕΣΟΣ, **median** (διατεταγμένα δεδομένα)
- ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΣ ΜΕΣΟΣ
- MODE (επικρατούσα τιμή)

Μέτρα διασποράς

Αν γνωρίζουμε που βρίσκεται ο «**μέσος**» των δεδομένων (κέντρο), έπειτα ενδιαφερόμαστε να γνωρίζουμε πόσο οι παρατηρήσεις **αποκλίνουν** απ' αυτό το κέντρο. →

Μέτρα διασποράς

Επιθυμητές ποιότητες

- α. μικρό για πυκνές κατανομές, μεγάλο για διεσπαρμένες
- β. ανεπηρέαστο ακραίων τιμών
- γ. διατήρηση μονάδων (πχ €, \$)
- δ. εύκολο να υπολογισθεί

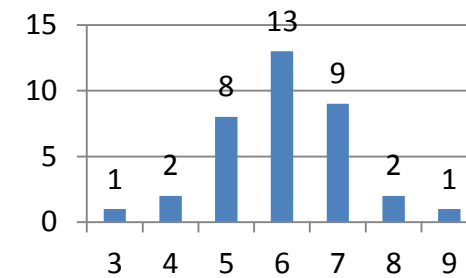
- Απόκλιση (deviation), $d_i = x_i - \bar{x}$
- Μέση απόκλιση (standard d)
- Διακύμανση (*variance*)
- Τυπική απόκλιση, $stdev = sqrt(var)$
- Τυπική απόκλιση ομαδοποιημένων δεδομένων
- Εύρος (highest - lowest value)
- Τεταρτημόρια (quartiles), $Q1, Q2, Q3$
- Συντελεστής μεταβλητότητας (ομοιογένεια, coefficient of variation, $CV = stdev/\bar{x}$)

$$Var(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$

Παραδείγματα υπολογισμών των πλέον χρήσιμων μέτρων
θέσεως και διασποράς →

Τύπος Δεδομένων	Σύνολο Δεδομένων	Τυπικές Ερωτήσεις
Διατομεακά Δεδομένα για Ποσοτικές Μεταβλητές	Παραγωγικότητα και χρόνος αποχής για 36 εργαζόμενους σε μία εγκατάσταση	Ποιος είναι ο μέσος και το άνοιγμα στην παραγωγικότητα των εργαζόμενων ή τις ώρες αποχής;

Productivity and Downtime Hour Data										
Worker	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Productivity	106	95	103	91	94	92	95	93	102	89
Downtime Hrs	6.41	8.12	5.36	3.51	5.05	5.15	6.77	5.45	6.14	7.02
Worker	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Productivity	95	98	107	100	95	101	97	93	92	123
Downtime Hrs	5.84	6.42	6.50	7.86	4.56	6.10	4.40	4.42	6.47	4.42
Worker	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Productivity	92	93	94	92	97	94	94	102	106	93
Downtime Hrs	6.10	5.81	4.71	5.03	5.35	2.34	5.05	4.21	5.00	5.46
Worker	31	32	33	34	35	36				
Productivity	114	101	95	91	94	95				
Downtime Hrs	5.28	5.71	4.24	6.07	5.34	3.74				



ΤΥΠΙΚΑ ΜΕΤΡΑ

Μέσος = 5.456

Min = 2.340

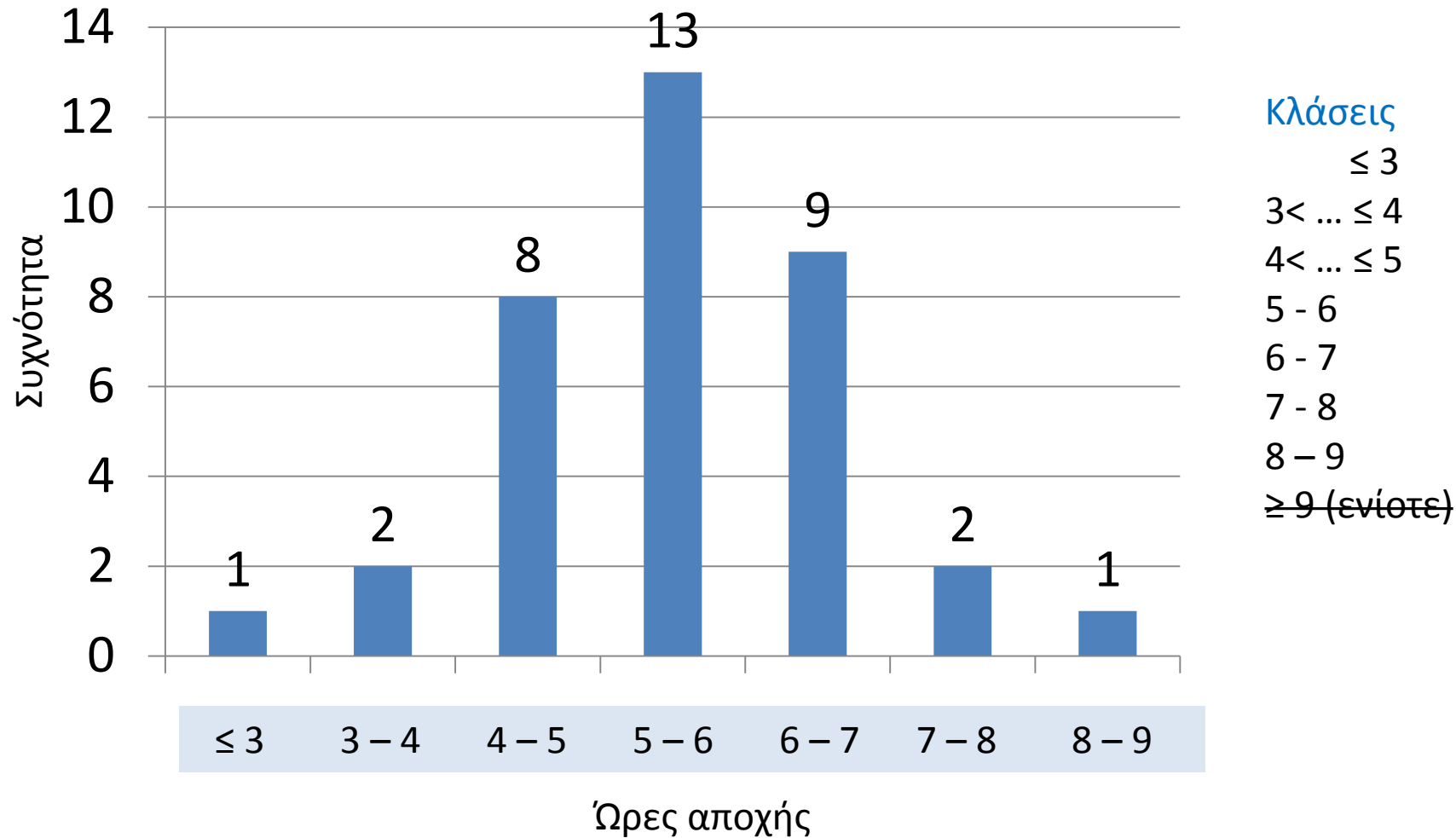
Max = 8.120

Range = 5.780
= Max-Min

Variance = 1.370

St Deviation = 1.171
= SQRT(Var/(36-1))

Χρόνος αποχής για 36 εργαζόμενους σε μία εγκατάσταση



- Πολλά δεδομένα είναι πλησίον της κλάσης που περιέχει το κέντρο.
- Κινούμενοι προς κάθε κατεύθυνση από το κέντρο, οι αριθμοί των δεδομένων πέφτουν αρχικά αργά, έπειτα πιο γρήγορα και έπειτα πιο αργά πάλι. **Κωδωνοειδές σχήμα** →

Το **κωδωνοειδές** σχήμα είναι πολύ σπουδαίο, γιατί μας επιτρέπει να κάνουμε ακριβείς αναφορές για την απόσταση επιμέρους δεδομένων από το κέντρο.

Μπορούμε να ενισχύσουμε την άποψη αυτή με αριθμούς; →

AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN	AO	AP	AQ
Raw data Downtime																
	Hours of Worker Downtime	Μέτρα θέσεως		Μέτρα διασποράς												
1	6.41	average	5.46	variance	1.348482											
2	8.12	median	5.41	st deviation	1.161242	1.161242	=SQRT(AH3)									
3	5.36	min =	2.34	cv =	21%											
4	3.51	max =	8.12													
5	5.05	range =	5.78													
6	5.15	skew =	-0.13													
7	6.77															
8	5.45	Τεταρτημόρια (quartiles)		Box and Whisker plot												
9	6.14	Q1	4.78													
10	7.02	Q2	5.41													
11	5.84	Q3	6.13													
12	6.42	IQR =	5.78													
13	6.5	outlier lo	-3.8875													
14	7.86	outlier u	14.8													
15	5.56	Lower range limit = Q1 – (1.5* IQR). Essentially this is 1.5 times the inner quartile range subtracting from your 1st quartile.														
16	6.1	Higher range limit = Q3 + (1.5*IQR) This is 1.5 times IQR+ quartile 3.														
17	4.4	Now if any of your data falls below or above these limits, it will be considered an outlier.														
18																

Τα μέτρα δείχνουν ότι τα δεδομένα έχουν σχεδόν συμμετρική συμπεριφορά.

Λοξότητα →

Υποκείμενοι τύποι →

AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ
Raw data Downtime									
Worker	Hours of Downtime		Μέτρα θέσεως			Μέτρα διασποράς			
1	6.41		average =	5.46		variance =	1.348482		
2	8.12		median =	5.41		st deviation =	1.161242	=SQRT(AF3)	
3	5.36		min =	2.34		cv =	21%		
4	3.51		max =	8.12					
5	5.05		range =	5.78					
6	5.15		skew =	-0.13					
7	6.77								
8	5.45								
9	6.14								
10	7.02								
11	5.84								
12	6.42								



Τύποι

Δεδομένα

Αναθεώρηση

Προβολή

Πείτε μου

Ανίχνευση προηγούμενων



AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI
Raw data Downtime								
Worker	Hours of Downtime		Μέτρα θέσεως			Μέτρα διασποράς		
1	6.41		average =	=AVERAGE(AB3:AB38)		variance =	=VARA(AB3:AB38)	
2	8.12		median =	=MEDIAN(AB3:AB38)		st deviation =	=STDEVA(AB3:AB38)	=SQRT(AH3)
3	5.36		min =	=MIN(AB3:AB38)		cv =	=AH4/AE3	
4	3.51		max =	=MAX(AB3:AB38)				
5	5.05		range =	=AE6-AE5				
6	5.15		skew =	=SKEW(AB3:AB38)				
7	6.77							
8	5.45		Τεταρτημόρια (quartiles)			Box and Whisker plot		
9	6.14		Q1	=QUARTILE.EXC(\$AB\$3:\$AB\$38)				
10	7.02		Q2	=QUARTILE.EXC(\$AB\$3:\$AB\$38)				
11	5.84		Q3	=QUARTILE.EXC(\$AB\$3:\$AB\$38)				
12	6.42		IQR =	=AE6-AE5				
13	6.5		outlier lower =	=AE11-1.5*AE14				
14	7.86		outlier upper =	=AE13+1.5*AE14				
15	5.56		Lower range limit					
16	6.1		Higher range limit					
17	4.4		Now if any of you					

Η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση είναι εξαιρετικά μέτρα του κέντρου και του ανοίγματος των δεδομένων όταν είναι σχεδόν συμμετρικά.

➤ **Ωστόσο, μερικές φορές αυτό είναι παραπλανητικό.**

Επομένως, εξετάζουμε και άλλα μέτρα συμπεριφοράς →

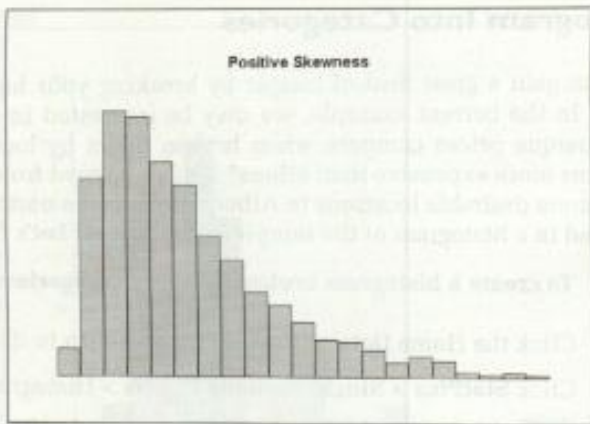
Λοξότητα δεδομένων (Data skewness)

Η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση είναι εξαιρετικά μέτρα του κέντρου και του ανοίγματος των δεδομένων όταν αυτά είναι **σχεδόν συμμετρικά**.

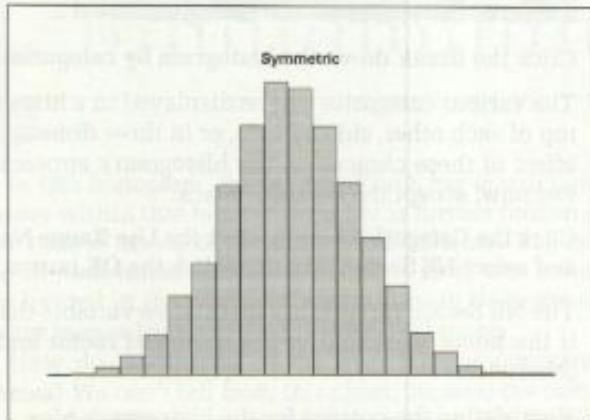
Υπάρχουν και άλλα σχήματα, πχ

Λοξό (σχήμα ιστογράμματος) →

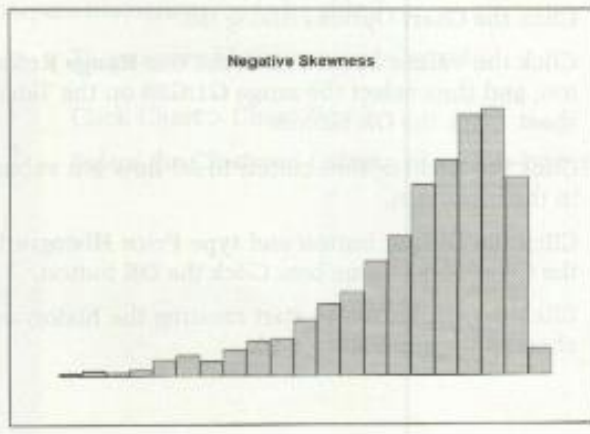
$Skew < -1$	λοξό αριστερά (αριστερή ουρά, αρνητική λ.)
$-1 < Skew < 1$	περίπου συμμετρικό
$Skew > 1$	λοξό δεξιά (δεξιά ουρά, θετική λ.)



$Skew > 1$ λοξή δεξιά (έχει δεξιά ουρά)



$-1 < Skew < 1$ περίπου συμμετρική



Στο Excel

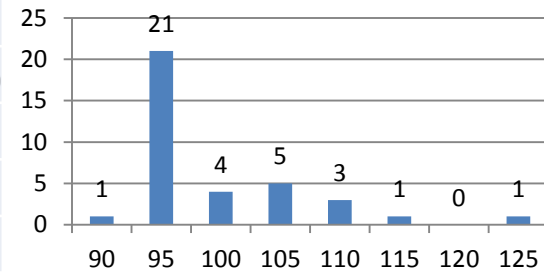
	A	B	C
1	1	-1,61342	=SKEW(A1:A6)
2	2		
3	3		
4	4		
5	-5		
6	-15		

$Skew < -1$ λοξή αριστερά (έχει αριστερή ουρά)

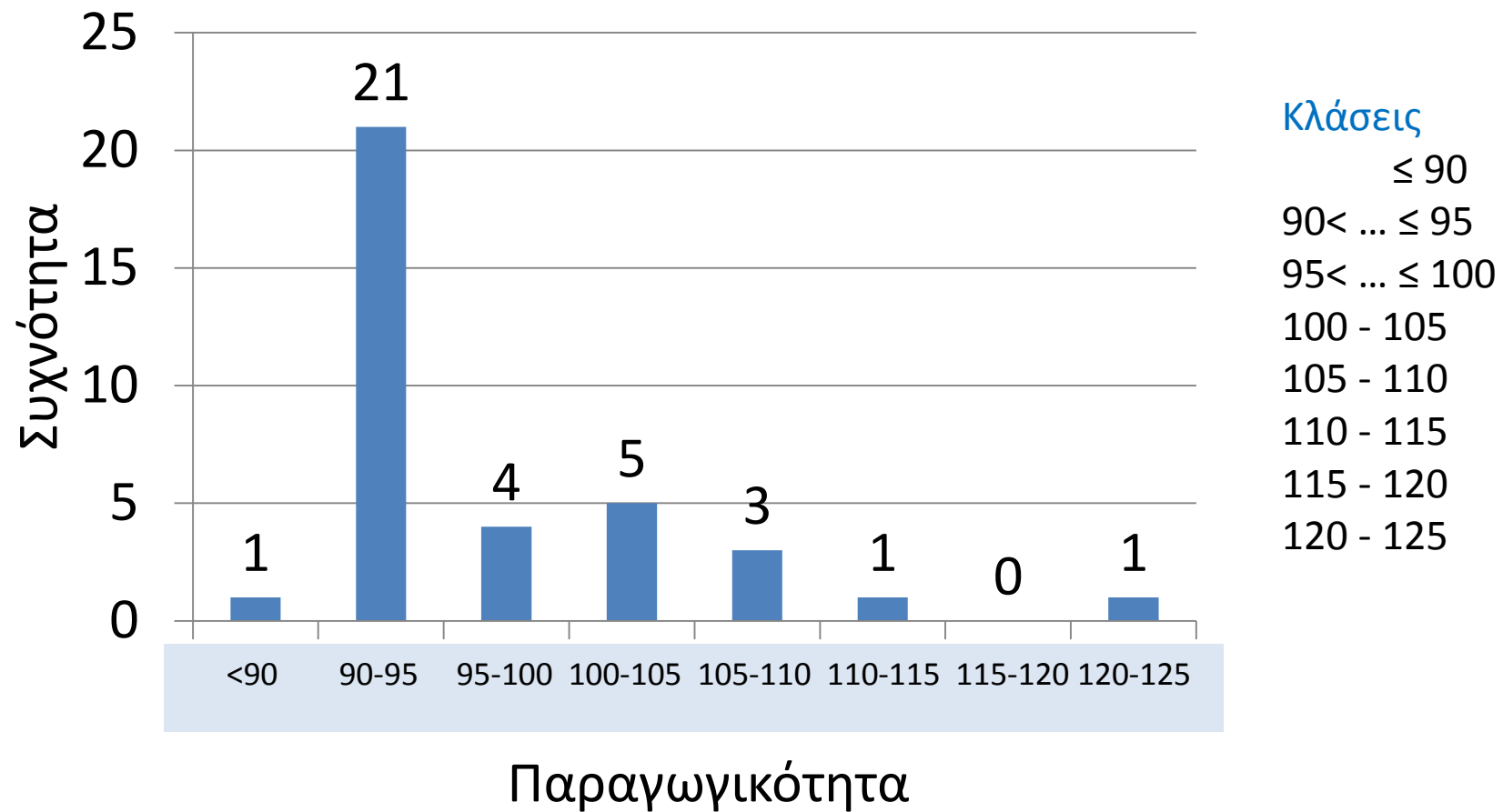
Παράδειγμα λοξότητας →

Τύπος Δεδομένων	Σύνολο Δεδομένων	Τυπικές Ερωτήσεις
Διατομεακά Δεδομένα για Ποσοτικές Μεταβλητές	Παραγωγικότητα και χρόνος αποχής για 36 εργαζόμενους σε μία εγκατάσταση	Ποιος είναι ο μέσος και το άνοιγμα στην παραγωγικότητα των εργαζόμενων ή τις ώρες αποχής;

Productivity and Downtime Hour Data										
Worker	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Productivity	106	95	103	91	94	92	95	93	102	89
Downtime Hrs	6.41	8.12	5.36	3.51	5.05	5.15	6.77	5.45	6.14	7.02
Worker	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Productivity	95	98	107	100	95	101	97	93	92	123
Downtime Hrs	5.84	6.42	6.50	7.86	4.56	6.10	4.40	4.42	6.47	4.42
Worker	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Productivity	92	93	94	92	97	94	94	102	106	93
Downtime Hrs	6.10	5.81	4.71	5.03	5.35	2.34	5.05	4.21	5.00	5.46
Worker	31	32	33	34	35	36				
Productivity	114	101	95	91	94	95				
Downtime Hrs	5.28	5.71	4.24	6.07	5.34	3.74				



Παραγωγικότητα για 36 εργαζόμενους σε μία εγκατάσταση



Διάμεσος και Εύρος μεσαίων (Interquartile)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ παραγωγικότητας

Τυπικά μέτρα

Μέσος = 97.44

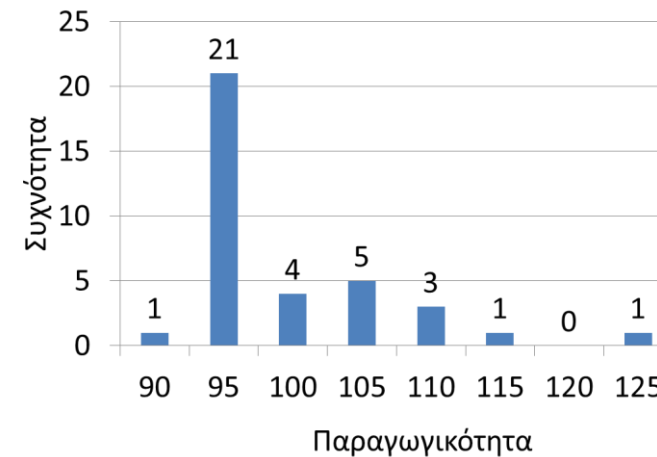
Διάμεσος = 95

Min = 89

Max = 123

Εύρος (range) = 34

Λοξότητα = 1.88 (παρατηρούμε θετική λοξότητα)



Υπολογισμός μεγεθών με χρήση διατεταγμένων δεδομένων, διάμεσος αντί για μέσο →

Καλόν είναι να **διερευνούμε** (investigate, explore) τα δεδομένα και με άλλες θεωρήσεις, όπως πχ είναι η **ταξινόμηση**.

Επομένως, αντί για **μέση** (mean) τιμή, τώρα έχουμε **διάμεση** (median) τιμή.

Raw data						
Worker	Productivity	Ordered observations	Ordered data			
1	106	1	89	min		
2	95	2	91			
3	103	3	91			
4	91	4	92			
5	94	5	92			
6	92	6	92			
7	95	7	92			
8	93	8	93			
9	102	9	93	Q1	is 9.75th largest value	
10	89	10	93			
11	95	11	93			
12	98	12	94			
13	107	13	94			
14	100	14	94			
15	95	15	94			
16	101	16	95			
17	97	17	95			
18	93	18	95	Q2 = Median	is 18.5th largest value	
19	92	19	95			
20	123	20	95			
21	92	21	95			
22	93	22	95			
23	94	23	97			
24	92	24	97			
25	97	25	98			
26	94	26	100			
27	94	27	101	Q3	is 27.25th largest value	
28	102	28	101			
29	106	29	102			
30	93	30	102			
31	114	31	103			
32	101	32	106			
33	95	33	106			
34	91	34	107			
35	95	35	114			
36	95	36	123	max		

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ παραγωγικότητας

$n=36$

Διάμεσος = 95: $(n+1)/2 = 18.5 = \text{RankMedian}$

Q1

Q2 είναι ο διάμεσος

Q3

Rank Q1: $(1+\text{RankMedian}) / 2 = 9.75$

Rank Q3: $(\text{RankMedian}+n) / 2 = 27.25$

IQR = εύρος μεσαίου 50% = 101-93, ήτοι καθώς IQR μικραίνει, το 50% των διατεταγμένων δεδομένων συμμαζεύεται – δηλ. το διάγραμμα συχνοτήτων δείχνει μια αιχμή.

IQR = 101 - 93

Το Excel δίνει σχετική συνάρτηση →

Median είναι το $(6+1)/2 = 3.5$
διατεταγμένο δεδομένο, ήτοι
 $= (60+65) / 2 = 62.5$

Διάταξη

1

2

3

4

5

6

Διατεταγμένα

δεδομένα

1

4

60

65

100

300

Q1: τάξη = $(1+3.5)/2 = 2.25$, ήτοι
1/4 μεταξύ 4 και 60:
 $Q1 = 4 + (1/4)(60-4) = 18$

Q3: τάξη = $(3.5+6)/2 = 4.75$, ήτοι
3/4 μεταξύ 65 και 100:
 $Q3 = 65 + (3/4)(100-65) = 91.25$

n=6

Ορίσματα συνάρτησης

QUARTILE

Πίνακας

B2:B7



= {1;4;60;65;100;300}

Τεταρτημόριο

3



= 3

= 91,25

Αυτή η λειτουργία είναι διαθέσιμη για συμβατότητα με το Excel 2007 και παλαιότερες εκδόσεις.
Αποδίδει το τεταρτημόριο ενός συνόλου δεδομένων.

Πίνακας είναι ο πίνακας ή η περιοχή κελιών αριθμητικών τιμών των οποίων θέλετε τιμή τεταρτημορίου.

Αποτέλεσμα = 91,25

[Βοήθεια για αυτήν τη συνάρτηση](#)

OK

Άκυρο

Box and whiskers plot

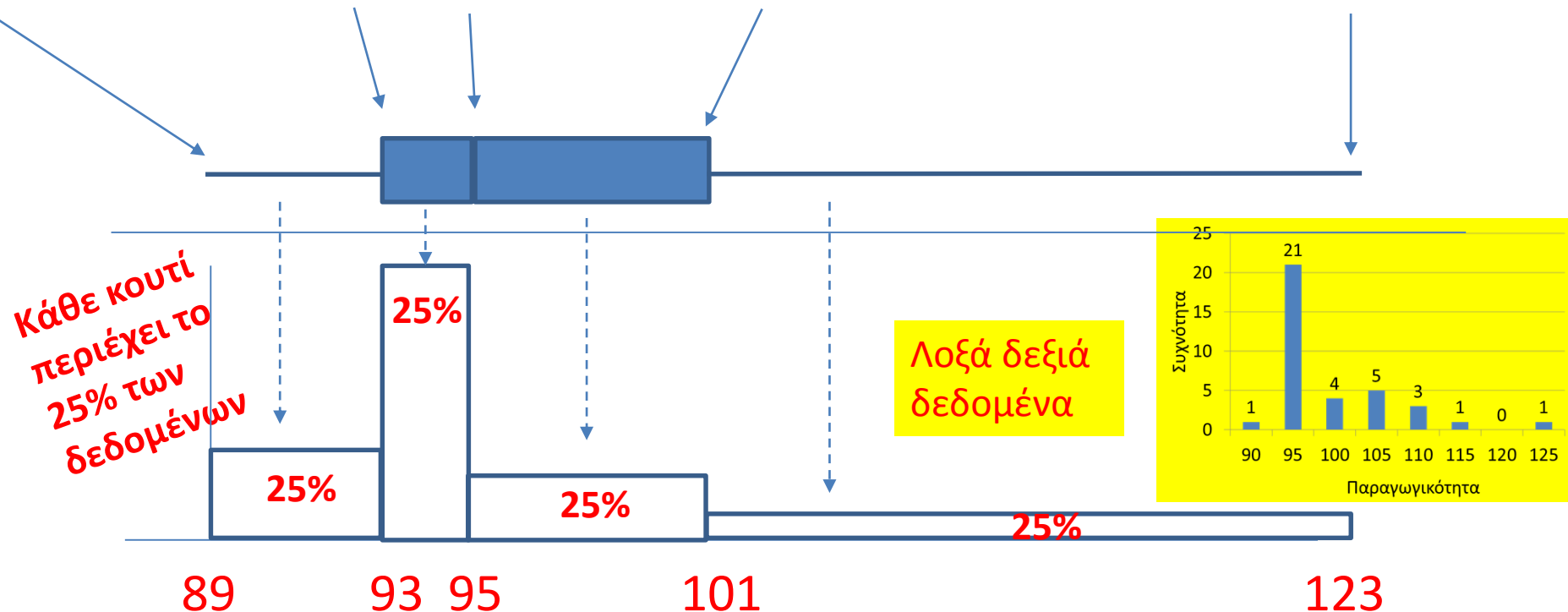
Μια χρήσιμη ιδέα για τη γενική αναπαράσταση των δεδομένων
→

box-and-whisker plot φύλλο και Μίσχος

(απαιτούνται 5 αριθμοί για την αναπαράσταση όλου του συνόλου δεδομένων)

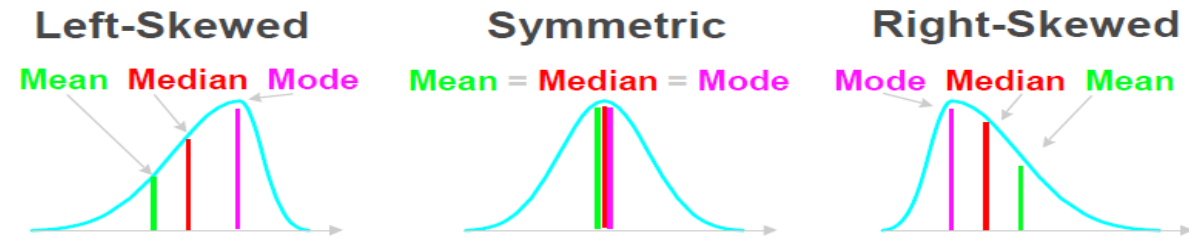
Αν και το Excel (<16) δεν τα παρέχει, γίνονται εύκολα με το Quartile: Να βρεις τα

x_{\min} 89 Q1 93 median 95 Q3 101 και x_{\max} 123



Περιγραφές ιστογραμμάτων, σχήμα

Συμμετρικό
Ομοιόμορφο
Μονοκόρυφο



Λοξό (σχήμα ιστογράμματος)

$Skew < -1$

λοξή αριστερά (αριστερή ουρά)

$-1 < Skew < 1$

περίπου συμμετρική

$Skew > 1$

λοξή δεξιά (δεξιά ουρά)

Κυρτό

$Kurt < 3$

πλατύκυρτη

$Kurt = 3$

μεσόκυρτη

$Kurt > 3$

λεπτόκυρτη

Κωδωνοειδές (ένδειξη: $-1 < Skew < 1$ και $-1 < Kurt < 1$)

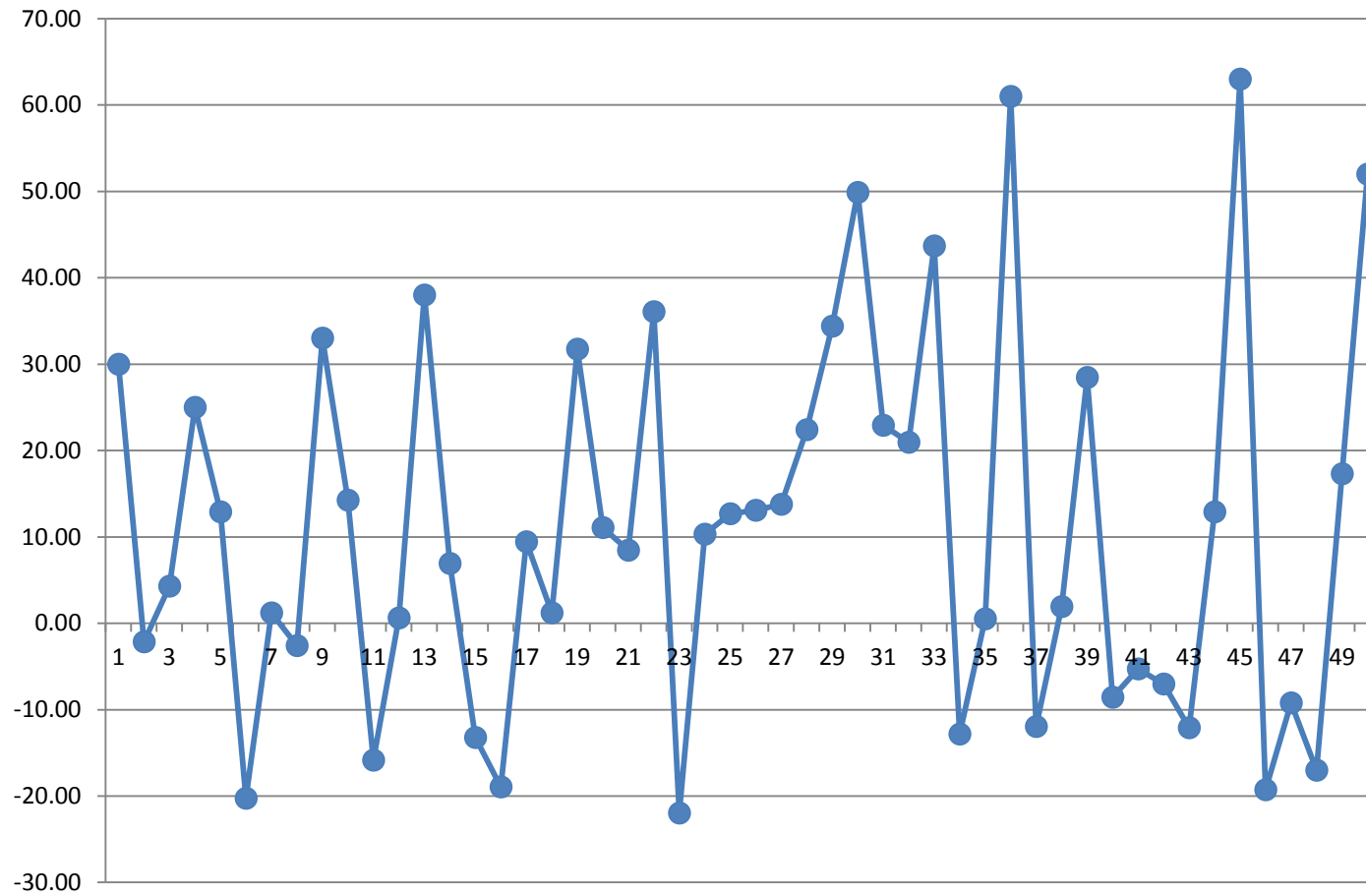
Δικόρυφο

Έκτοπα Σημεία (από **λάθος**, έως **μεταβολή**, έως ευκαιρία. Ως έκτοπο σημείο, ενίοτε έκτροπο, ορίζεται το δεδομένο όπου $1.5 * IQR < Q1$ ή $> \text{του } Q3$)

3. Displaying Time-Ordered Data

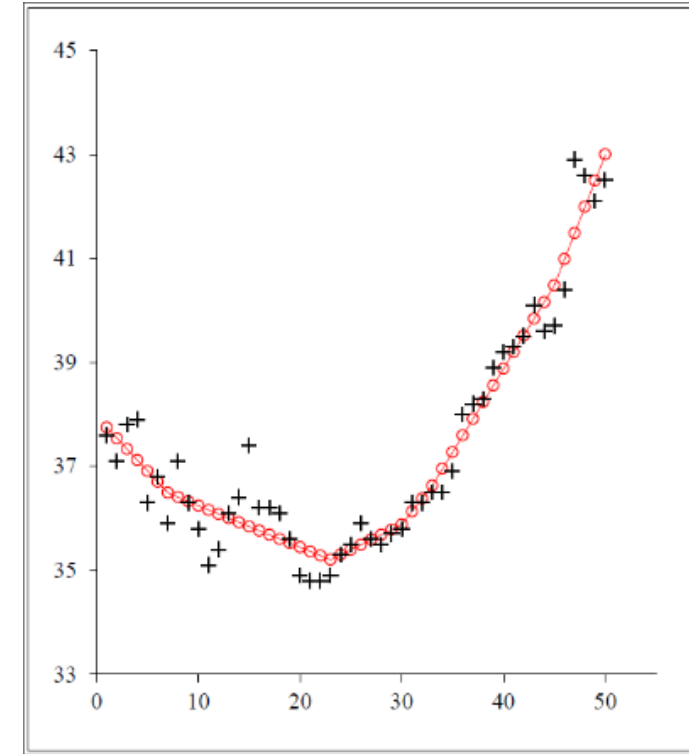
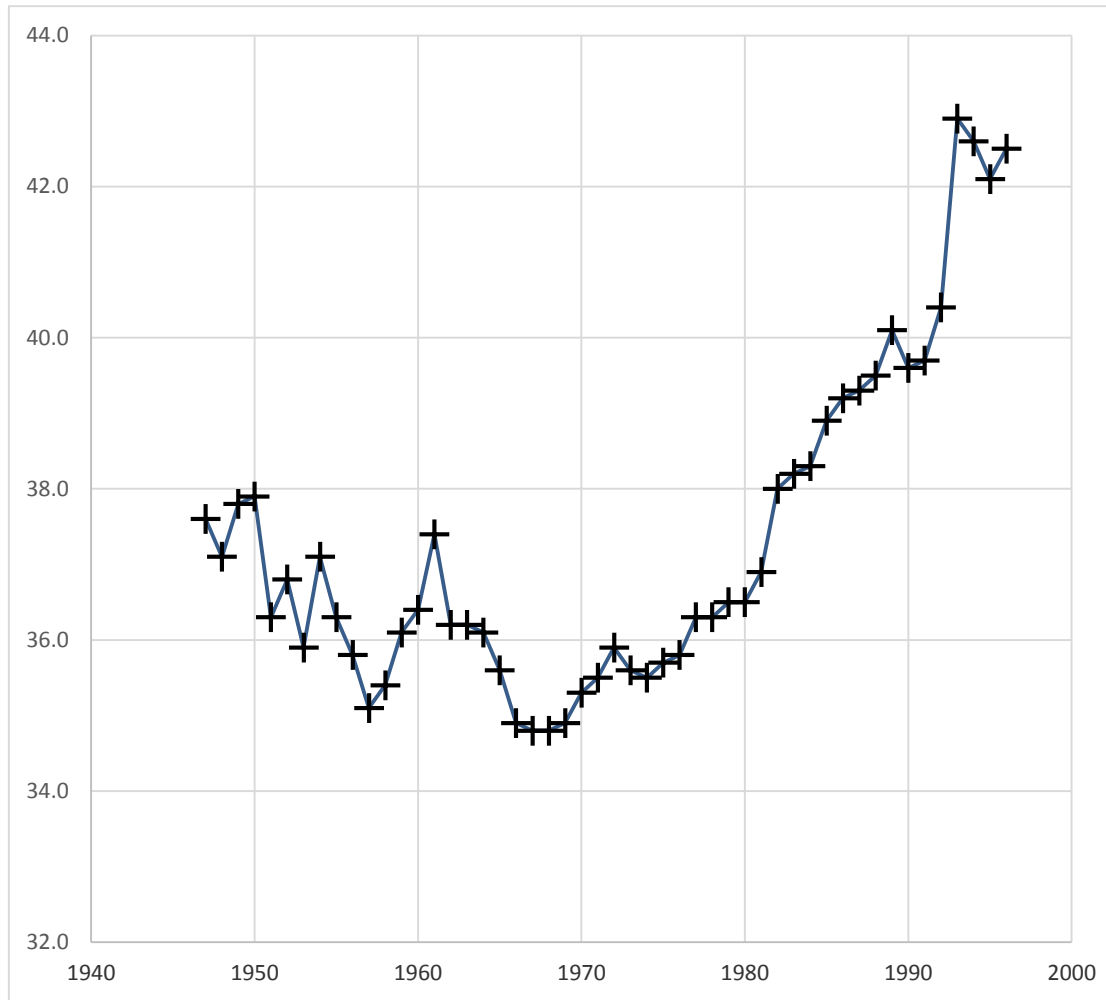
Next **two** slides show line graphs that display time-ordered data →

Stationary data (contain only common cause variation),
NO SYSTEMATIC PATTERN



Nonstationary data (contain assignable-cause variation).

Assignable cause produce the trend or **pattern**)



- Data trend allows an appropriate fit (○)

Summarizing Time-Ordered Data

After the line graph, we summarize the time-ordered data:

- How do they do on average, **over time**?
- Is there any pattern **over time**?

Treat stationary data as cross-sectional data.

You should **not** use mean, standard deviation or the median to summarize **nonstationary** time-ordered data

Instead, use a single **moving average (MA)** →

COUNT						
✕ ✓ f_x						
$=(E23+E24+E25)/3$						
	A	B	C	D	E	F
1	1 50					MA(3)
2	1	1947	37.6	1972	35.9	
3	2	1948	37.1	1973	35.6	35.67
4	3	1949	37.8	1974	35.5	35.60
5	4	1950	37.9	1975	35.7	35.67
6	5	1951	36.3	1976	35.8	35.93
7	6	1952	36.8	1977	36.3	36.13
8	7	1953	35.9	1978	36.3	36.37
9	8	1954	37.1	1979	36.5	36.43
10	9	1955	36.3	1980	36.5	36.63
11	10	1956	35.8	1981	36.9	37.13
12	11	1957	35.1	1982	38.0	37.70
13	12	1958	35.4	1983	38.2	38.17
14	13	1959	36.1	1984	38.3	38.47
15	14	1960	36.4	1985	38.9	38.80
16	15	1961	37.4	1986	39.2	39.13
17	16	1962	36.2	1987	39.3	39.33
18	17	1963	36.2	1988	39.5	39.63
19	18	1964	36.1	1989	40.1	39.73
20	19	1965	35.6	1990	39.6	39.80
21	20	1966	34.9	1991	39.7	39.90
22	21	1967	34.8	1992	40.4	41.00
23	22	1968	34.8	1993	42.9	41.97
24	23	1969	34.9	1994	42.6	$=(E23+E24+E25)/3$
25	24	1970	35.3	1995	42.1	42.40
26	25	1971	35.5	1996	42.5	

Calculating the
Moving Average
In Excel

Moving Averages (3 points)

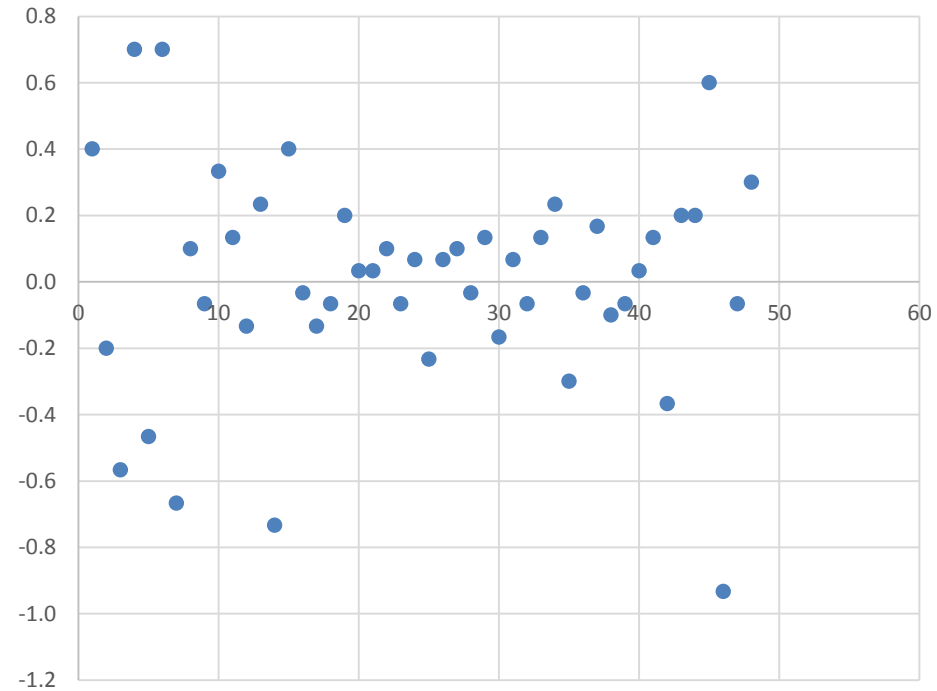
Also, by

Excel Tools /
Data Analysis
Moving Average

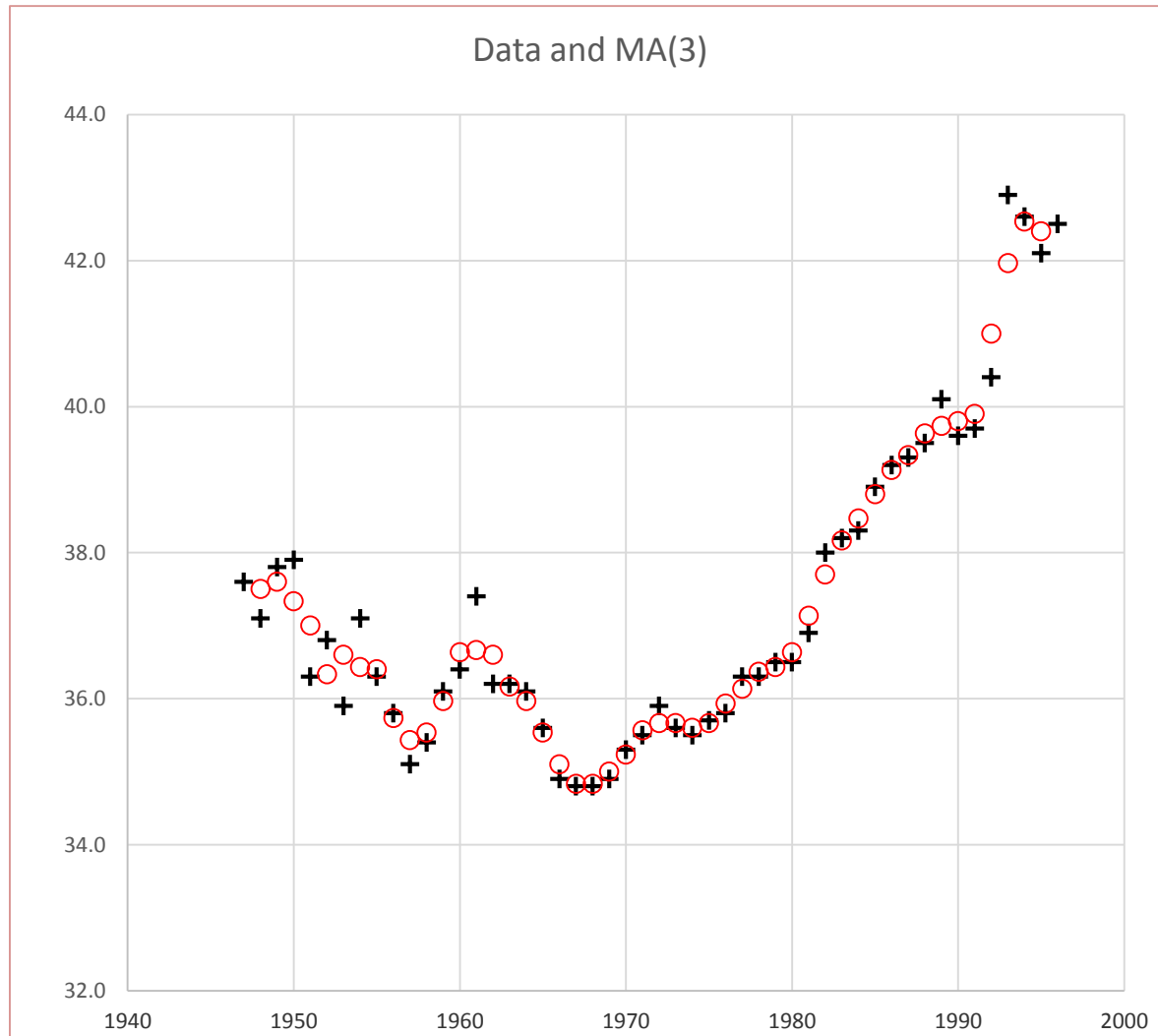
Analogously we may
apply **moving medians**

1	50			MA(3)	residual
	1	1947	37.6		
	2	1948	37.1	37.5	0.4
	3	1949	37.8	37.6	-0.2
	4	1950	37.9	37.3	-0.6
	5	1951	36.3	37.0	0.7
	6	1952	36.8	36.3	-0.5
	7	1953	35.9	36.6	0.7
	8	1954	37.1	36.4	-0.7
	9	1955	36.3	36.4	0.1
	10	1956	35.8	35.7	-0.1
	11	1957	35.1	35.4	0.3
	12	1958	35.4	35.5	0.1
	13	1959	36.1	36.0	-0.1
	14	1960	36.4	36.6	0.2
	15	1961	37.4	36.7	-0.7
	16	1962	36.2	36.6	0.4
	17	1963	36.2	36.2	0.0
	18	1964	36.1	36.0	-0.1
	19	1965	35.6	35.5	-0.1
	20	1966	34.9	35.1	0.2
	21	1967	34.8	34.8	0.0
	22	1968	34.8	34.8	0.0
	23	1969	34.9	35.0	0.1
	24	1970	35.3	35.2	-0.1
	25	1971	35.5	35.6	0.1
	26	1972	35.9	35.7	-0.2
	27	1973	35.6	35.7	0.1
	28	1974	35.5	35.6	0.1
	29	1975	35.7	35.7	0.0
	30	1976	35.8	35.9	0.1
	31	1977	36.3	36.1	-0.2
	32	1978	36.3	36.4	0.1
	33	1979	36.5	36.4	-0.1
	34	1980	36.5	36.6	0.1
	35	1981	36.9	37.1	0.2
	36	1982	38.0	37.7	-0.3
	37	1983	38.2	38.2	0.0
	38	1984	38.3	38.5	0.2
	39	1985	38.9	38.8	-0.1
	40	1986	39.2	39.1	-0.1
	41	1987	39.3	39.3	0.0
	42	1988	39.5	39.6	0.1
	43	1989	40.1	39.7	-0.4
	44	1990	39.6	39.8	0.2
	45	1991	39.7	39.9	0.2
	46	1992	40.4	41.0	0.6
	47	1993	42.9	42.0	-0.9
	48	1994	42.6	42.5	-0.1
	49	1995	42.1	42.4	0.3
	50	1996	42.5		

Residual = original data - smoothed data



Κατάλοιπα = αρχικά δεδομένα – λεία δεδομένα

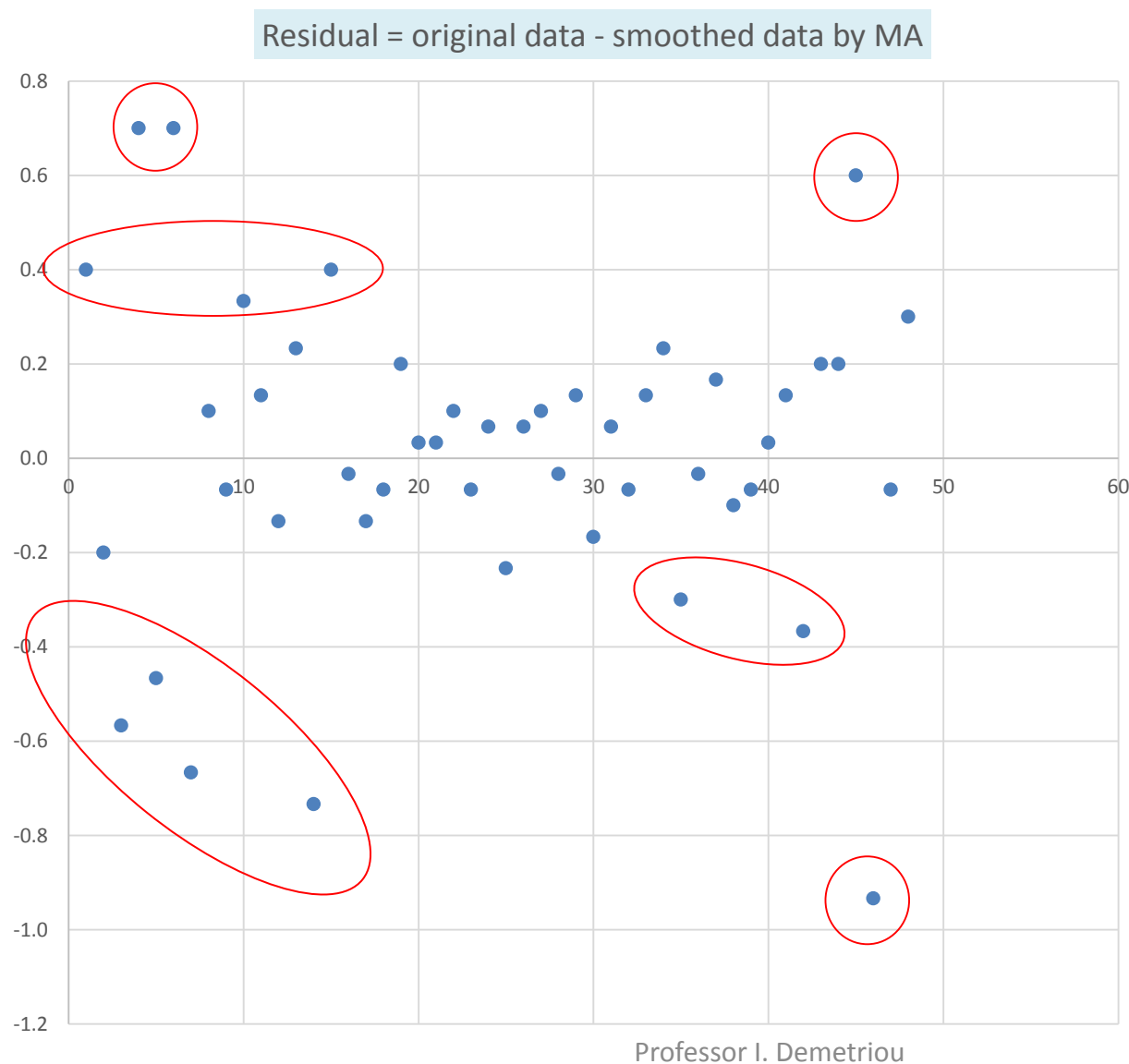


Underlying pattern from the rough data (+) is hidden and more difficult to see

The data pattern is more obvious in the moving average data (o)

- MA explores underlying trends that tell whether the data increase or decrease over time
- However, MA has many disadvantages ...
- Therefore, there are far many approaches for exploring patterns in data

Residual graphs, an excellent tool for detecting underlying structure



Consider
Moving Averages

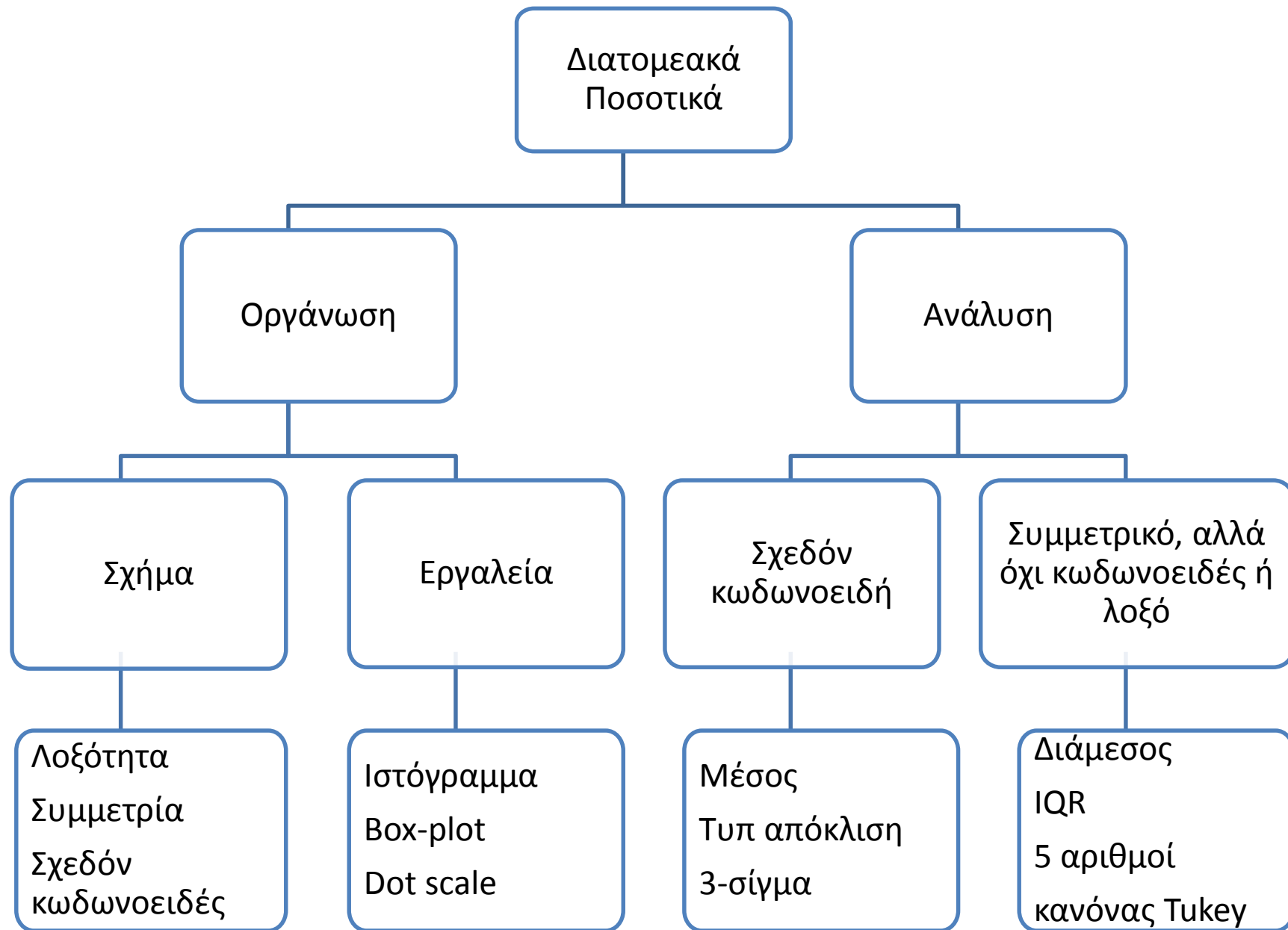
Residuals reveal patterns

- There are some large residuals (+ or -)
- A crucial question is when do residuals occur?

Before or after the wage cut?
Was there a flu epidemic?
Questions like these.

Residuals detect outliers

Residual graphs help detect outliers that are due to assignable-causes.



Τύποι Έρευνας

- Differentiate among exploratory, descriptive, and explanatory research studies
- Διαφοροποίηση μεταξύ διερευνητικών, περιγραφικών και επεξηγηματικών ερευνητικών μελετών

<https://pressbooks.pub/scientificinquiryinsocialwork/chapter/7-1-types-of-research/>

- Exploratory research is usually conducted when a researcher has just begun an investigation and wishes to understand the topic generally.
 - Descriptive research aims to describe or define the topic at hand.
 - Explanatory research aims to explain why particular phenomena work in the way that they do.
-
- Η **διερευνητική έρευνα** διεξάγεται συνήθως όταν ένας ερευνητής έχει μόλις ξεκινήσει μια έρευνα και επιθυμεί να κατανοήσει το θέμα γενικά.
 - Η **περιγραφική έρευνα** στοχεύει στην περιγραφή ή τον ορισμό του θέματος.
 - Η **επεξηγηματική έρευνα** έχει ως στόχο να εξηγήσει γιατί συγκεκριμένα φαινόμενα λειτουργούν με τον τρόπο που λειτουργούν.

Εργασία κατανόησης

Οι ασκήσεις από τις διαφάνειες παρέχουν ένα καλό πρότυπο εξάσκησης.

Να τις διαβάσετε και να τις λύσετε.

Δίνονται ως άσκηση (assignment)

//