2018年度

卒 業 論 文

ティルトロータ型UAVにおける
低速飛行特性の解析

神戸大学工学部情報知能工学科

弓場 洋輝

指導教員　玉置 久 教授，浦久保 孝光 准教授

2019年2月5日

ティルトロータ型UAVにおける低速飛行特性の解析

弓場 洋輝

要 旨

目 次

第1章　序論

地震や津波などの自然現象による災害発生時，大規模で広範囲に及ぶ被災地での救助活動において，正確な情報収集を迅速かつ安全に行なうことが必要とされる．被災地では，建物の崩壊や地盤沈下などの理由による交通網の混乱で，地上における情報収集活動は困難となる．同時に，緊急を要する救援物資の運搬も難しくなる．

これらの課題に対し，地上状態の影響を受けない空の利用が有効であり，特に，無人航空機 (Unmanned Aerial Veheicle, UAV) は有用である．UAV は，その名前のとおり操縦者を機体に搭乗しない航空機であり，大規模災害時に有人操縦者が行なうには危険な任務を遂行することが可能である．災害調査や空撮を行ない，荷物の積載能力や離着陸能力によっては，運搬利用も可能である．ただし物資運搬で利用する場合は，救助者の近くを飛行するため対人安全性も考慮しなければならない．

UAV は，飛行機のような形状の固定翼機と，ヘリコプタのようなロータ (回転翼) を持つ回転翼機に大きく分けられ，それぞれ異なる特徴を持つ．固定翼機は，速い巡航速度で飛行でき，推進効率も良いため長距離の飛行が可能であるが，一方で離着陸に滑走路が必要である．回転翼機は，垂直離着陸で，ホバリングも可能であるが，一方で固定翼機に比べて巡航速度が遅く，推進効率が悪い．

現在，災害発生時に UAV が利用される場合，それぞれの長所と短所を考慮し，災害状況や用途によって使い分けられている．しかし，大規模災害発生時においては，従来の UAV では任務を効率的に遂行することができないため，より高い性能を持つ UAV の開発が望まれる．

そこで我々は，固定翼機と回転翼機のそれぞれの長所をあわせ持つ，ティルトロータ機に着目した．ティルトロータ機とは，推力を発生させるメインロータを機体に対して鉛直方向から水平方向まで可動させることで，固定翼機モードと回転翼機モードを切り替えることができる航空機である．このようなティルトロータを有した UAV は，大規模災害発生時の情報収集に適した機体であると考えられる．本研究で使用する UAV(以下開発機体と表記) は，エアロセンス株式会社と共同で開発を行なったものである．軽量かつ剛性の高い，対人安全性を考慮した独自形状機構を持つ，ティルトロータを有した小型 UAV である．

本研究では，開発機体を対象とし，特に回転翼機モード時の飛行特性解析を行なう．第2章では〜・・・

第2章　実験機体

本章では，実験を行なった開発機体の開発コンセプトと，設計や搭載システムの概要を述べる．機体は，災害発生時，回転翼機モードで離陸し，上空で固定翼機モードへと遷移して被災地へ向かう．そして被災地上空へ到着した後，回転翼機モードへと遷移し，ホバリング飛行しながら，情報収集や着陸可能地点の検出を行なう．

2.1　実験機の概要

本研究グループの目的である，大規模災害発生時の任務遂行には，狭隘地への進入が必要な場合がある．また救援物資の運搬に利用する場合，救助者に近い距離で着陸を行なう可能性もあり，対人安全性の強化が必要である．さらに，空撮や着陸可能地点の検出には，安定した飛行とホバリングを行なう必要がある．

以上を踏まえて，機体製作にあたり以下の 3 点

1. 機体サイズの小型化
2. 対人安全性を考慮
3. ヘリコプタと同等のホバリング性能

をコンセプトとしている．2015 年に，エアロセンス株式会社と共同開発を行なったが，本研究では Fig. 2.1 に示す後継機を用いている．

Figure 2.1: Tilt rotor UAV

2.2　搭載システム

第3章　力学モデル

本章では，機体を単一の剛体とみなしたときの 6 自由度 (3 軸方向，3 軸まわり回転) 非線形運動方程式，および 3 つの姿勢角 (オイラー角) の微分方程式による，計 9 次の非線形微分方程式を記述し，特に縦運動 (前後，上下，機首の上下回転運動) にのみ着目し，飛行モデルを設定する．さらに，機体まわりに働く空気力のモデルの設定について述べる．最後に，微小擾乱運動を仮定し，非線形モデルの線形化を行なう．

3.1　座標系の導入

Fig. 3.1 に示すように，機体に固定した回転座標系 $a^{(B)} - x_B, y_B, z_B$(機体座標系) を導入する．また，機体の姿勢を定義するため，Fig. 3.2 に示すように，地球に固定した $a^{(E)} - x_E, y_E, z_E$(NED 座標系) を導入する．

機体姿勢は，姿勢角 ψ, θ, ϕ によって表し，それぞれヨー角，ピッチ角，ロール角である．これらはオイラー角とよばれ，この順序で機体を回転させることにより，座標系の変換を行なう．

Figure 3.1: Body coordinate system

Figure 3.2: NED coordinate system

3.1.1　座標系の変換

例えば，$a^{(E)}$ から $a^{(B)}$ への座標変換行列を $A^{(B,E)}$ と書くとすると

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_B = A^{(B,E)} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_E \tag{3.1}$$

となり

$$
\begin{aligned}
A^{(B,E)} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & s\phi \\ 0 & -s\phi & c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta & 0 & -s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\psi & s\psi & 0 \\ -s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & s\phi c\theta \\ c\theta s\theta c\psi + s\phi s\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi & c\phi c\theta \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.2}
$$

のように表される．簡略のため，$\sin * = s*$，$\cos * = c*$ と表記している．

また，$A^{(B,E)}$ は直交行列であり，逆行列は転置行列に等しいため

$$
A^{(E,B)} = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & c\theta s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ c\theta s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix} \tag{3.3}
$$

となる．

3.1.2 オイラー角の微分方程式

オイラー角と機体角速度の関係は

$$
\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi\tan\theta & \cos\phi\tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \frac{\sin\phi}{\cos\theta} & \frac{\cos\phi}{\cos\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \tag{3.4}
$$

where

$$
\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} : \text{機体の角速度}
$$

となり，これはオイラー角のキネマティクス方程式とよばれる．$\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ はそれぞれ姿勢角の時間微分である．

3.2 非線形モデル

並進運動と回転運動について，それぞれ運動方程式を記述する．その後，回転翼機モードでの低速飛行における縦運動の運動方程式についてまとめ，機体の非線形モデルとして設定する．

3.2.1　非線形並進運動方程式

機体座標系で表した並進運動方程式は，機体重量を m として

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & r & -q \\ -r & 0 & p \\ q & -p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + \frac{1}{m} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

where

$$\boldsymbol{V_g} = \begin{bmatrix} u & v & w \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} : \text{機体の対地速度}$$

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} F_x & F_y & F_z \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} : \text{機体に働く力}$$

となる．式 (3.5) の右辺第 2 項の力は，重力，空気力，ロータ推力に分けて

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F_g} + \boldsymbol{F_a} + \boldsymbol{F_t} \tag{3.6}$$

where

$$\boldsymbol{F_g} = \begin{bmatrix} X_g & Y_g & Z_g \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{F_a} = \begin{bmatrix} X_a & Y_a & Z_a \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{F_t} = \begin{bmatrix} X_t & Y_t & Z_t \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

と書ける．ここで重力について

$$\boldsymbol{F_g} \triangleq \begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix} = A^{(B,E)} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} = mg \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ \sin\phi\cos\theta \\ \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

である．またロータ推力について，y 軸方向の力 $Y_t = 0$ であるから，ティルト角を γ，メインロータ推力を T_m，右左サブロータ推力を T_r，機首サブロータ推力を T_f とすれば次のようになる．

$$\boldsymbol{F_t} \triangleq \begin{bmatrix} X_t \\ Y_t \\ Z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\gamma & 0 & \sin\gamma \\ 0 & 0 & 0 \\ -\sin\gamma & 0 & -\cos\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T_m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T_r + T_f \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

空気力項については，3.3 節で詳しく述べる．

3.2.2　非線形回転運動方程式

次に，回転の運動について考える．本研究で開発した機体は，機体座標系における x 軸と z 軸で張られる面に対し面対称であるため，慣性乗積を 0 とすると，慣性

行列は次のようになる．

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

ただし，回転翼機モードにおいて，慣性モーメント I_{xz} は，値が微小である場合か，機体軸として慣性主軸を選んだ場合を考え 0 とする．

このとき，機体の回転運動方程式は

$$I \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & r & -q \\ -r & 0 & p \\ q & -p & 0 \end{bmatrix} I \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

where

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} L & M & N \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} : \text{各機体軸まわりのモーメント}$$

となる．式 (3.10) の右辺第 2 項のモーメントは，重力，空気力，ロータ推力それぞれによるモーメントに分けて

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{M_g} + \boldsymbol{M_a} + \boldsymbol{M_t} \tag{3.11}$$

where

$$\boldsymbol{M_g} = \begin{bmatrix} L_g & M_g & N_g \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{M_a} = \begin{bmatrix} L_a & M_a & N_a \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{M_t} = \begin{bmatrix} L_t & M_t & N_t \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

と書ける．ここで重力について，機体軸原点から重心までの距離ベクトルを $\boldsymbol{R_G}$ とすれば

$$\begin{aligned} \boldsymbol{M_g} \triangleq \begin{bmatrix} L_g \\ M_g \\ N_g \end{bmatrix} = \boldsymbol{R_G} \times m\boldsymbol{g} &= \begin{bmatrix} R_{G_x} \\ 0 \\ R_{G_z} \end{bmatrix} \times A^{(B,E)} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \\ &= mg \begin{bmatrix} R_{G_z} \cos\theta \sin\phi \\ -R_{G_z} \sin\theta - R_{G_x} \cos\theta \cos\phi \\ R_{G_x} \cos\theta \sin\phi \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3.12}$$

である．また，ロータ推力によるモーメントは，[] によるとまだ未解明な点も多いため，本研究で扱う縦運動に関係するピッチングモーメント M_t のみ記載することにする．機体軸原点から各ロータまでの距離を Fig. **??**のように定めると

$$M_t = -l_m T_m \cos\gamma + l_f T_f - l_{r_y} T_r \tag{3.13}$$

空気力によるモーメントの項については，3.3 節で詳しく述べる．

3.2.3 縦運動の非線形モデル

ここでは，Fig. **??**に示すような縦運動を考える．そこで横・方向系の運動状態変数と入力変数を，$v = p = r = \delta_a = \phi = 0$ とすれば，縦運動における低速飛行の非線形モデルは式 (3.5), 式 (3.7) および式 (3.10), 式 (3.12) より，次のようになる．

$$\dot{u} = -qw - g\sin\theta + \frac{1}{m}(X_a + X_t) \tag{3.14}$$

$$\dot{w} = qu + g\cos\theta + \frac{1}{m}(Z_a + Z_t) \tag{3.15}$$

$$\dot{q} = \frac{1}{I_{yy}}\{-mg(R_{G_z}\sin\theta + R_{G_x}\cos\theta\cos\phi) + M_a + M_t\} \tag{3.16}$$

加えて，式 (3.4) より

$$\dot{\theta} = q\cos\phi - r\sin\phi = q \tag{3.17}$$

である．

3.3 空気力モデル

本研究では，風が吹いている環境での回転翼機モードにおける低速飛行を想定する．そこで，まず機体の対気速度の設定を述べ，その後空気力モデルについてまとめ，3.2 節の空気力項について詳しく述べる．

3.3.1 一定風下での対気速度

機体の対気速度 $\boldsymbol{V_a}$，対地速度 $\boldsymbol{V_g}$，風速 $\boldsymbol{V_w}$ の関係を Fig. 3.3 に示す．

Figure 3.3: The wind triangle

$\boldsymbol{V_a}$ は，$\boldsymbol{V_g}, \boldsymbol{V_w}$ を用いて次のように表される．

$$\boldsymbol{V_a} = \boldsymbol{V_g} - \boldsymbol{V_w} \tag{3.18}$$

したがって，機体座標系における対気速度は

$$\boldsymbol{V_a} \triangleq \begin{bmatrix} u_a \\ v_a \\ w_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u_w \\ v_w \\ w_w \end{bmatrix} \tag{3.19}$$

となる．よって，対気速度 $\boldsymbol{V_a}$ の大きさを V_a とすると次のようになる．

$$V_a = \sqrt{{u_a}^2 + {v_a}^2 + {w_a}^2} \tag{3.20}$$

また，α は迎角であり

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{w_a}{u_a}\right) \tag{3.21}$$

で計算される．

3.3.2 対気速度により発生する空気力

ここで，Fig. ??の場合を想定する．まず，エレベータ舵角 δ_e とエルロン舵角 δ_a は，左右エレボン舵角 $\delta_{e_l}, \delta_{e_r}$ を用いて次のように表される．

$$\begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{e_r} \\ \delta_{e_l} \end{bmatrix} \tag{3.22}$$

対気速度 V_a により発生する，速度と垂直方向に働く揚力 L，水平方向に働く抗力 D，およびピッチモーメント M_a は一般に

$$L = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S \underbrace{\left[C_{L_0} + C_{L_\alpha}\alpha + C_{L_q}\frac{\bar{c}}{2V_a}q + C_{L_{\delta_e}}\delta_e\right]}_{C_L} \tag{3.23}$$

$$D = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S \underbrace{\left[C_{D_0} + \kappa {C_L}^2\right]}_{C_D} \tag{3.24}$$

$$M_a = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S\bar{c} \underbrace{\left[C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha + C_{m_q}\frac{\bar{c}}{2V_a}q + C_{m_{\delta_e}}\delta_e\right]}_{C_m} \tag{3.25}$$

と表される．ただし，ρ は大気密度，S は全機面積，$\bar{c}$ は平均空力翼弦であり，C_L, C_D はそれぞれ揚力係数，抗力係数である．例えば C_{L_α} は，迎角 α が増加したときにどれくらい C_L が増えるかを表したもので，このような空力係数は安定微係数とよばれる．

以上は一般的な空気力モデルであるが，ロータの吸い込みによって発生する，対気速度に比例する抗力 [] と同様に対気速度に比例した揚力が発生するとして，本研

究ではモデル式を次のように変更している [].

$$L = \frac{1}{2}\rho {V_a}^2 S C_L + k_L V_a \tag{3.26}$$

$$D = \frac{1}{2}\rho {V_a}^2 S C_D + k_D V_a \tag{3.27}$$

$$M_a = \frac{1}{2}\rho {V_a}^2 S \bar{c} C_m + k_m V_a \tag{3.28}$$

また安定微係数について，影響が小さいとして省略されていた項を考慮し

$$C_L = C_{L_0} + C_{L_\alpha}\alpha + C_{L_{\dot\alpha}}\frac{\bar{c}}{2V_a}\dot\alpha + C_{L_q}\frac{\bar{c}}{2V_a}q + C_{L_{\delta_e}}\delta_e \tag{3.29}$$

$$C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha + C_{m_{\dot\alpha}}\frac{\bar{c}}{2V_a}\dot\alpha + C_{m_q}\frac{\bar{c}}{2V_a}q + C_{m_{\delta_e}}\delta_e \tag{3.30}$$

とした．最後に，3.2 節の空気力項について

$$\begin{bmatrix} X_a \\ Z_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\alpha & -\cos\alpha \\ -\cos\alpha & -\sin\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L \\ D \end{bmatrix} \tag{3.31}$$

と書ける．Y_a は揚力や抗力と同様に

$$Y_a = \frac{1}{2}\rho {V_a}^2 S C_Y + k_Y V_a \tag{3.32}$$

と仮定する．

3.4 縦運動の線形モデル

本節では，縦運動を解析的に検討するために，機体の運動を定常状態からの微小擾乱運動と仮定して近似を行なう．これにより，3.2 節の非線形モデルを線形化する．

3.4.1 定常状態

まず，回転翼機モードにおける定常状態の定義について述べる．定常状態での状態変数を，添字 0 を付けて表し，以下を仮定する．

(1) 機体加速度は $\dot{u}_0 = 0$，$\dot{w}_0 = 0$ である．

(2) 角速度は $q_0 = 0$ である．

(3) w_0 および α_0 は微小である．

釣り合い条件として，運動方程式の加速度，モーメント，および外力の総和が 0 であるから

$$\begin{cases} X_{a0} + X_{t0} - mg\sin\theta_0 = 0 \\ Z_{a0} + Z_{t0} + mg\cos\theta_0 = 0 \\ M_{a0} + M_{t0} - mg(R_{G_z}\sin\theta_0 + R_{G_x}\cos\theta_0) = 0 \end{cases} \tag{3.33}$$

以下では，この定常状態からの微小変化を考える．また，定常状態が乱れたときの状態変数の変化を Δ を付して書き

$$\begin{cases} u = u_0 + \Delta u \\ w = w_0 + \Delta w \\ V = V_0 + \Delta V \end{cases} \tag{3.34}$$

$$\begin{cases} \alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha = \tan^{-1}\left(\dfrac{w_0 + \Delta w}{u_0 + \Delta u}\right), \\ \quad \therefore \alpha_0 \fallingdotseq \tan^{-1}\left(\dfrac{w_0}{u_0}\right), \quad \Delta\alpha \fallingdotseq \dfrac{\Delta w}{u_0} \end{cases} \tag{3.35}$$

$$\begin{cases} q \fallingdotseq \Delta q \\ \theta = \theta_0 + \Delta\theta, \\ \quad \therefore \sin\theta \fallingdotseq \sin\theta_0 + \Delta\theta\cos\theta_0, \quad \cos\theta \fallingdotseq \cos\theta_0 - \Delta\theta\sin\theta_0 \end{cases} \tag{3.36}$$

$$\begin{cases} X_a = X_{a0} + \Delta X_a, \quad X_t = X_{t0} + \Delta X_t \\ Z_a = Z_{a0} + \Delta Z_a, \quad Z_t = Z_{t0} + \Delta Z_t \\ M_a = M_{a0} + \Delta M_a, \quad M_t = M_{t0} + \Delta M_t \end{cases} \tag{3.37}$$

$$\delta_e = \delta_{e0} + \Delta\delta_e \tag{3.38}$$

と近似する．これらを式 (**??**)～式 (**??**) に代入する．その後，式 (3.33) を用いて変形し，速度と加速度の変化分が積で現れる項は微小であるとして無視すれば

$$\Delta\dot{u} = -qw_0 - (g\cos\theta_0)\Delta\theta + \frac{1}{m}(\Delta X_a + \Delta X_t) \tag{3.39}$$

$$\Delta\dot{w} = qu_0 - (g\sin\theta_0)\Delta\theta + \frac{1}{m}(\Delta Z_a + \Delta Z_t) \tag{3.40}$$

$$\Delta\dot{q} = \frac{1}{I_{yy}}\left\{mg(R_{G_x}\sin\theta_0 - R_{G_z}\cos\theta_0)\Delta\theta + \Delta M_a + \Delta M_t\right\} \tag{3.41}$$

となる．

3.4.2 空気力項の線形化

空気力項 (X_a, Z_a, M_a) のうちの 1 つを A で代表して表す．ティルト角 γ は一定であるという条件下で，A は機体の速度，角速度，舵角，およびロータ推力の関数であると仮定できる．いまそれらの釣り合い位置からの変化分を，$\Delta u, \Delta w, \Delta q, \Delta\delta_e$ とし，これらはいずれも微小量とする．このとき，A を上記 4 変数についてテイラー級数に展開し，それぞれの第 1 項のみ用いると

$$A \fallingdotseq A_0 + \frac{\partial A}{\partial \Delta u}\Delta u + \frac{\partial A}{\partial \Delta w}\Delta w + \frac{\partial A}{\partial \Delta q}\Delta q + \frac{\partial A}{\partial \Delta \delta e}\Delta \delta e \tag{3.42}$$

と近似できる．ここで A_0 は釣り合い時の値で，力に関しては X_{a0}, Z_{a0}，モーメントに関しては $M_a 0 = 0$ である．また右辺に現れる微係数は，すべて釣り合い状態で定義される．

また，Z_a, M_a については，$\dfrac{\partial Z_a}{\partial \Delta \dot{w}}\Delta \dot{w}, \dfrac{\partial M_a}{\partial \Delta \dot{w}}\Delta \dot{w}$ あるいは $\dfrac{\partial Z_a}{\partial \Delta \dot{\alpha}}\Delta \dot{\alpha}, \dfrac{\partial M_a}{\partial \Delta \dot{\alpha}}\Delta \dot{\alpha}$ の項を含める．

以上より，機体に作用する力とモーメントは次のように線形化される．

$$\Delta X_a = \frac{\partial X_a}{\partial \Delta u}\Delta u + \frac{\partial X_a}{\partial \Delta w}\Delta w + \frac{\partial X_a}{\partial \Delta q}\Delta q + \frac{\partial X_a}{\partial \Delta \delta_e}\Delta \delta_e \tag{3.43}$$

$$\Delta Z_a = \frac{\partial Z_a}{\partial \Delta u}\Delta u + \frac{\partial Z_a}{\partial \Delta w}\Delta w + \frac{\partial Z_a}{\partial \Delta \dot{w}}\Delta \dot{w} + \frac{\partial Z_a}{\partial \Delta q}\Delta q + \frac{\partial Z_a}{\partial \Delta \delta_e}\Delta \delta_e \tag{3.44}$$

$$\Delta M_a = \frac{\partial M_a}{\partial \Delta u}\Delta u + \frac{\partial M_a}{\partial \Delta w}\Delta w + \frac{\partial M_a}{\partial \Delta \dot{w}}\Delta \dot{w} + \frac{\partial M_a}{\partial \Delta q}\Delta q + \frac{\partial M_a}{\partial \Delta \delta_e}\Delta \delta_e \tag{3.45}$$

さらに式 (3.35) より

$$\begin{cases} \Delta \dot{w} = u_0 \Delta \dot{\alpha} \\ \dfrac{\partial A}{\partial \Delta w} = \dfrac{1}{u_0}\left(\dfrac{\partial A}{\partial \Delta \alpha}\right) \\ \dfrac{\partial A}{\partial \Delta \dot{w}} = \dfrac{1}{u_0}\left(\dfrac{\partial A}{\partial \Delta \dot{\alpha}}\right) \end{cases} \tag{3.46}$$

であるから，まとめて

$$\begin{cases} \dfrac{\partial A}{\partial \Delta w}\Delta w = \dfrac{\partial A}{\partial \Delta \alpha}\Delta \alpha \\ \dfrac{\partial A}{\partial \Delta \dot{w}}\Delta \dot{w} = \dfrac{\partial A}{\partial \Delta \dot{\alpha}}\Delta \dot{\alpha} \end{cases} \tag{3.47}$$

3.4.3 線形化された縦運動モデル

3.4.1 小節と 3.4.2 小節の内容をふまえ，式 (3.8) と式 (3.13) も考慮して，線形化した縦の運動方程式をまとめると次のようになる．ただし，式 (3.47) を用いて，w に

関する式を α に関する式に変換した上で，表??にまとめたとおり各項の係数を略記している．

$$
\begin{cases}
\Delta\dot{u} = X_u\Delta u + X_\alpha\Delta\alpha + X_q\Delta q + X_\theta\Delta\theta + X_{\delta_e}\Delta\delta_e + X_{T_m}\Delta T_m \\
\Delta\dot{\alpha} = \overline{Z_u}\Delta u + \overline{Z_\alpha}\Delta\alpha + \overline{Z_q}\Delta q + \overline{Z_\theta}\Delta\theta \\
\qquad + \overline{Z_{\delta_e}}\Delta\delta_e + \overline{Z_{T_m}}\Delta T_m + \overline{Z_{T_r}}\Delta T_r + \overline{Z_{T_f}}\Delta T_f \\
\Delta\dot{q} = M_u\Delta u + M_\alpha\Delta\alpha + M_{\dot{\alpha}}\Delta\dot{\alpha} + M_q\Delta q + M_\theta\Delta\theta \\
\qquad + M_{\delta_e}\Delta\delta_e + M_{T_m}\Delta T_m + M_{T_r}\Delta T_r + M_{T_f}\Delta T_f \\
\Delta\dot{\theta} = \Delta q
\end{cases}
\tag{3.48}
$$

式 (3.48) において，$\Delta\dot{\alpha}$ を用いて $\Delta\dot{q}$ 内の $\dot{\alpha}$ を消去し，改めて線形化した縦運動モデルのまとめを次に示す．

$$
\begin{cases}
\Delta\dot{u} = X_u\Delta u + X_\alpha\Delta\alpha + X_q\Delta q + X_\theta\Delta\theta + X_{\delta_e}\Delta\delta_e + X_{T_m}\Delta T_m \\
\Delta\dot{\alpha} = \overline{Z_u}\Delta u + \overline{Z_\alpha}\Delta\alpha + \overline{Z_q}\Delta q + \overline{Z_\theta}\Delta\theta \\
\qquad + \overline{Z_{\delta_e}}\Delta\delta_e + \overline{Z_{T_m}}\Delta T_m + \overline{Z_{T_r}}\Delta T_r + \overline{Z_{T_f}}\Delta T_f \\
\Delta\dot{q} = \overline{M_u}\Delta u + \overline{M_\alpha}\Delta\alpha + \overline{M_q}\Delta q + \overline{M_\theta}\Delta\theta \\
\qquad + \overline{M_{\delta_e}}\Delta\delta_e + \overline{M_{T_m}}\Delta T_m + \overline{M_{T_r}}\Delta T_r + \overline{M_{T_f}}\Delta T_f \\
\Delta\dot{\theta} = \Delta q
\end{cases}
\tag{3.49}
$$

第4章　パラメータ同定

本章では，開発機体を用いた実験で得た飛行データをもとに，モデル内の未知パラメータを同定する手順および手法について述べる．高次元モデルを用いて正確なパラメータ推定を行なうことは困難であるため，ここまでに記述した低次元モデル，中でも縦運動にのみ注目しさらに低次元化したモデルを用いて推定を行なう．ただし，縦運動と横運動に分ける際に，それぞれの干渉を無視した条件を与えることになる．そのため，単純に低次元化しただけでは欲しい実験データ取得の困難性が残る．そこで，プロの操縦者に協力してもらい，できる限り各運動に限定したデータ取得を行なっている．

4.1　データの前処理

本節では，IMU から取得した飛行ログデータの前処理について述べる．前処理としては，そのまま扱うことができないものについての補正と，データのフィルタリングに大きく分けられる．

4.1.1　センサ取り付け位置の補正

各運動モデルは機体座標系の原点を基準として構成されているが，原点位置にセンサを取り付けることができない構造であるため，その分の補正が必要である．取り付け位置によって変化するものは速度だけである．

4.1.2　風の影響の補正

実験は，屋外で風外乱の環境下にて，回転翼機モードにおいて行なった．対気速度の測定のために，機首先端にピトー管が取り付けられているが，回転翼機モードでの飛行時は測定誤差が大きいことが分かっている．そこで，風速計を機体の進行方向と同じ向きに設置し，風速を測定した．データ処理時には，風速計による計測

ログと機体の対地速度，および機体姿勢ログを用いて，3.3.1 の通り対気速度を計算する．

4.1.3　機体の加速度の算出

計算に必要な機体の加速度 $\dot{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{g}}$，角加速度 $\dot{\boldsymbol{\omega}}$，および迎角速度 $\dot{\alpha}$ は，ログデータからも直接得られるが，誤差が大きいため計算により求める．機体の速度 $\boldsymbol{V}_{\boldsymbol{g}}$，角速度 $\boldsymbol{\omega}$，および迎角 α はログデータから得られるため，これらの差分から計算する．時間遅れを考慮し中心差分法を用いて，加速度を代表して $\dot{u}$ について表記すると

$$\dot{u}_{[k]} = \frac{u_{[k+1]} - u_{[k-1]}}{2\Delta t} \tag{4.1}$$

のように計算できる．Δt はログデータのサンプリング間隔であり，$k = 1, 2, 3 \ldots, n$ はログデータのステップ数を表す．ただし，計算することができない左右境界の値は，ログデータから直接取得した値を採用する．

4.1.4　各ロータ出力の評価

メインロータおよびサブロータは，ログデータから得られる指令値 (PWM 値) を変換することによって推力値を得られる．この変換は，実験室内での予備実験により得られた測定結果から，計算結果と実際の推力との差が小さくなるように工夫して概算している．[]

4.1.5　データのフィルタリング

センサで取得したログデータには，ノイズが含まれているためそのままでは使えず，必要な信号成分を取り出す必要がある．そこで，後に 5.1 で述べる解析結果から，おおよその機体の固有振動数を算出し，入力や制御の周波数も考慮して，ログデータに対して $10[Hz]$ をカットオフ周波数としたローパスフィルタをかけた．サンプリング間隔は $0.02[s]$ であるから，サンプリング周波数は $50[Hz]$ である．フィルタの実現には高速フーリエ変換を用いた．フィルタ前後でどれだけノイズが除去されているかは，Fig. ??に示す．

4.2　パラメータの推定手法

まず，モデル内の未知パラメータについて述べる．3.2.3 に示したモデルにおいて，空気力項に未知パラメータが含まれる．ただし，3.3.2 の空気力モデル式については，計算の際に式を変形して

$$
\begin{cases}
L = \dfrac{1}{2}\rho {V_a}^2 S C'_L, \quad C'_L = \dfrac{L}{\frac{1}{2}\rho {V_a}^2 S} \\[2ex]
D = \dfrac{1}{2}\rho {V_a}^2 S C'_D, \quad C'_D = \dfrac{D}{\frac{1}{2}\rho {V_a}^2 S} \\[2ex]
M_a = \dfrac{1}{2}\rho {V_a}^2 S\bar{c} C'_m, \quad C'_m = \dfrac{Ma}{\frac{1}{2}\rho {V_a}^2 S\bar{c}}
\end{cases}
\tag{4.2}
$$

$$
\begin{cases}
C'_L = C_{L_0} + C_{L_\alpha}\alpha + C_{L_{\dot{\alpha}}}\dfrac{\bar{c}}{2V_a}\dot{\alpha} + C_{L_q}\dfrac{\bar{c}}{2V_a}q + C_{L_{\delta_e}}\delta_e + C_{L_k}\dfrac{1}{V_a} \\[2ex]
C'_D = C_{D_0} + \kappa C_L^2 + C_{D_k}\dfrac{1}{V_a} \\[2ex]
C'_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha + C_{m_{\dot{\alpha}}}\dfrac{\bar{c}}{2V_a}\dot{\alpha} + C_{m_q}\dfrac{\bar{c}}{2V_a}q + C_{m_{\delta_e}}\delta_e + C_{m_k}\dfrac{1}{V_a}
\end{cases}
\tag{4.3}
$$

とする．以上より推定対象となるパラメータ ξ は

$$
\xi = [C_{L_0}, C_{L_\alpha}, C_{L_{\dot{\alpha}}}, C_{L_q}, C_{L_{\delta_e}}, C_{L_k}, C_{D_0}, \kappa, C_{D_k}, C_{m_0}, C_{m_\alpha}, C_{m_{\dot{\alpha}}}, C_{m_q}, C_{m_{\delta_e}}, C_{m_k}]
\tag{4.4}
$$

となり，合計 15 個である．ξ に含まれていない変数は，実機実験からログデータとして直接取得可能か，あるいは計算が可能なものであり，パラメータ推定はすべてオフライン処理となる．3.2.3 のモデル式より，X_a, Z_a, M_a はそれぞれ計算で求められ，式 (3.31) より

$$
\begin{bmatrix} L \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\alpha & -\cos\alpha \\ -\cos\alpha & -\sin\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_a \\ Z_a \end{bmatrix}
\tag{4.5}
$$

とかけて，L, D も計算で求められる．このようにログデータから算出した L, D, M_a は，添字を付けて $L_{log}, D_{log}, M_{a_{log}}$ と表すことにする．

次に，推定手法について述べる．推定には最小二乗法を用いる．例えば，式 (4.3) を用いた揚力係数 C_L についての最小二乗問題は，次のように策定される．

$$\boldsymbol{z} = \boldsymbol{X\theta} + \boldsymbol{\nu} \tag{4.6}$$

where

$$\boldsymbol{z} = \begin{bmatrix} C'_L(1) & C'_L(2) & \dots & C'_L(N) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} : \text{式 (4.2) から計算される } N \times 1 \text{ ベクトル}$$

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} C_{L_0} & C_{L_\alpha} & C_{L_{\dot{\alpha}}} & C_{L_q} & C_{L_{\delta_e}} & C_{L_k} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} : \text{未知パラメータの } 6 \times 1 \text{ ベクトル}$$

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{1} & \boldsymbol{\alpha} & \frac{\bar{c}}{2\boldsymbol{V_a}}\dot{\boldsymbol{\alpha}} & \frac{\bar{c}}{2\boldsymbol{V_a}}\boldsymbol{q} & \boldsymbol{\delta_e} & \frac{1}{\boldsymbol{V_a}} \end{bmatrix} : \text{ログデータから得られる } N \times 6 \text{ 行列}$$

$$\boldsymbol{\nu} = \begin{bmatrix} \nu(1) & \nu(2) & \dots & \nu(N) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} : \text{誤差の } N \times 1 \text{ ベクトル}$$

このとき推定したい $\boldsymbol{\theta}$ は，モデルから想定される理論値と実際の測定値との差の二乗和である

$$\boldsymbol{J(\theta)} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{z} - \boldsymbol{X\theta})^T(\boldsymbol{z} - \boldsymbol{X\theta}) \tag{4.7}$$

を最小にするように定めればよい．したがって，最小二乗法 [] により推定値は

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{z} \tag{4.8}$$

と計算できる．

同様の手順で，抗力係数 C_D とピッチモーメント係数 C_m についても計算すれば，未知パラメータ群 ξ はすべて求めることができる．実際の推定結果とそれに対する考察は，**??**で行なう．

第5章　低速飛行特性

本章では，実験で得られたデータから，これまでに述べた力学モデルを用いてパラメータ同定を行ない，低速飛行時の飛行特性について検証する．まず機体が持つ固有振動をとらえるために，線形モデルによる固有値解析を行なう．次に，同定を行なった結果から，設定した空気力モデルの妥当性を検討する．最後に，同定結果をCFD解析の結果と比較し，考察を行なう．

5.1　線形モデルによる固有値解析

本節では，線形化された機体の飛行モデルを用いて，固有値解析を行なう．まず機体の状態方程式を導出する．次に，実際に計算で得られた機体の固有振動数を示し，考察を行なう．

5.1.1　機体の状態方程式

式(3.49)より，Δを省略して微分方程式をまとめると

$$\frac{d}{dt}\underbrace{\begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix}}_{\underline{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \overline{X_u} & \overline{X_\alpha} & \overline{X_q} & \overline{X_\theta} \\ \overline{Z_u} & \overline{Z_\alpha} & \overline{Z_q} & \overline{Z_\theta} \\ \overline{M_u} & \overline{M_\alpha} & \overline{M_q} & \overline{M_\theta} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix}}_{\underline{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \overline{X_{\delta_e}} & \overline{X_{T_m}} & 0 & 0 \\ \overline{Z_{\delta_e}} & \overline{Z_{T_m}} & \overline{Z_{T_r}} & \overline{Z_{T_f}} \\ \overline{M_{\delta_e}} & \overline{M_{T_m}} & \overline{M_{T_r}} & \overline{M_{T_f}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ T_m \\ T_r \\ T_f \end{bmatrix}}_{\underline{u}} \tag{5.1}$$

となる．プロセスノイズを省略すれば，[]を参考に，この状態方程式は行列Aと状態量$\underline{x}(u, \alpha, q, \theta)$，入力$\underline{u}(\delta_e, T_m, T_r, T_f)$を用いることによって

$$\frac{d\underline{x}}{dt} = A\underline{x} + \underline{u} \tag{5.2}$$

と表すことができる．ここで入力$\underline{u}$が，振動や減衰を表す関数

$$\underline{u} = \sum \underline{f} e^{\omega t} \tag{5.3}$$

であるとする．ただし ω は複素数 ($\omega \in \mathbb{C}$) である．これにより，状態量 $\underline{x}$ は解析的に解くことができ

$$\underline{x} = \left(\sum_i C_i x_i e^{\lambda_i t} \right) + \sum (\omega I - A)^{-1} \underline{f} e^{\omega t} \tag{5.4}$$

となる．ここで右辺第 1 項は，ある係数 C_i，行列 A の固有値 λ_i，固有ベクトル x_i で表された一般解で，状態に固有な振動や発散，減衰などを表している．右辺第 2 項は特殊解であり，入力と同じ周波数成分を持つ．つまり，外乱がない限り，状態量は周波数成分として固有振動数や入力に存在する周波数成分に相関するということである．

そこで，4.1.5 でも述べたように，固有振動数を計算することで機体の運動が持つおおよその周波数帯をつかみ，データのフィルタリングに利用する．実際に式 (5.2) の行列 A について，固有値を計算してプロットしたものが Fig. **??**である．

5.2　空気力モデルの検証

5.3　CFD の解析結果との比較

第6章　結論

本研究では,

謝辞

参考文献

[1] 加藤寛一郎：“航空機力学入門,” , no. , pp. ()

付録

付録です.