

# Programování pro matematiky

## 10. cvičení - Grafy

Peter Kovács

---

Doporučuje si promyslet řešení každého z úkolů, pro vaše vlastní ujasnění učiva. Navíc pokud některé z úvah sepíšete můžete získat body

Každý úkol obsahuje za názvem maximální počet bodů, které lze za úkol získat. Vaším úkolem je si vybrat úkoly, které chcete řešit. Klidně všechny. Úkoly, které jste si vybrali sepíšete do jednoho souboru a odvezdíte do recodexu. Za celý úkol můžete získat maximálně **3 body**. Po odvezdání ohodnotím každou odevzdanou úlohu. Body sečtu a přidělím vám  $\min(\text{body}, 3)$ . Úkoly řešte sami. Pokud spolupracujete v skupině dostanete své body podělené počtem lidí v skupině.

**Za úkoly je možné udělit pouze celočíselné body. Pokud získáte neceločíselný výsledek, bude zaokrouhlen nadol.**

### Zrychlení DFU s polem (1bod):

Datová struktura pro Disjoint-Find-Union s polem se dá zrychlit tím, že bychom pokaždé přechíslovali tu menší z komponent. Dokažte, že pak je během života struktury každý vrchol přechíslován nejvýše  $(\log n)$ -krát. Nezapomeňte, že je potřeba efektivně zjistit, která z komponent je menší, a vyjmenovat její vrcholy.

### Nejkratší cesta v orientovaném acyklickém grafu (1bod):

Vymyslete, jak najít v lineárním čase (vzhledem k počtu hran + počtu vrcholů) délku nejkratší cesty mezi vrcholy  $u$  a  $v$  v orientovaném acyklickém grafu s ohodnocenými hranami.

### Nejdelší cesta v orientovaném acyklickém grafu (1bod):

Vymyslete, jak najít v lineárním čase (vzhledem k počtu hran + počtu vrcholů) délku **nejdelší** cesty mezi vrcholy  $u$  a  $v$  v orientovaném acyklickém grafu s ohodnocenými hranami. Pro zajímavost: toto je problém, který v obecných grafech zatím neumíme řešit v polynomiálním čase.