МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ КІБЕРБЕЗПЕКИ, КОМП’ЮТЕРНОЇ ТА ПРОГРАМНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

Курсова робота

з дисципліни «Теорія масового обслуговування»

на тему: «Дослідження випадкових процесів в системах масового обслуговування»

Варіант 15

Студента ІV курсу

денної форми навчання

напряму підготовки 6.040301 Прикладна математика

Ковдря Владислав Юрійович

Науковий керівник:

Доктор технічних наук, завідувач кафедри прикладної математики Приставка Пилип Олександрович

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Національна шкала \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Кількість балів \_\_\_\_Оцінка: ECTS \_\_\_

Члени комісії \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(підпис) (прізвище та ініціали)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(підпис) (прізвище та ініціали)

Київ 2019

**ЗМІСТ**

[Постановка задачі 3](#_Toc6955707)

[Вступ 4](#_Toc6955708)

[Теоретичні відомості 5](#_Toc6955709)

[Розрахункова частина 7](#_Toc6955710)

[Система диференціальних рівнянь Колмогорова-Чепмена 7](#_Toc6955711)

[Метод Рунге — Кутти для системи диференціальних рівнянь 7](#_Toc6955712)

[Дослідження стаціонарності 8](#_Toc6955713)

[Практична частина 9](#_Toc6955714)

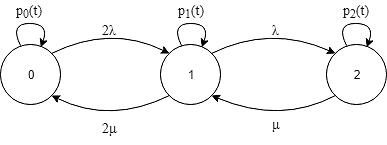
[Діаграма класів 9](#_Toc6955715)

[Опис програмного забезпечення 10](#_Toc6955716)

[Висновки 11](#_Toc6955717)

Постановка задачі

Нехай задано систему *S*, граф якої виглядає наступним чином:





Початкові умови:



Числові значення параметрів:



Необхідно виконати наступні обчислювальні процедури:

1. Скласти систему диференціальних рівнянь Колмогорова-Чепмена;
2. Знайти аналітичний та наближений розв’язки даної системи для динамічного режиму системи
3. Визначити імовірності станів у стаціонарному режимі;
4. Провести імітаційне моделювання роботи системи.

Результати роботи подати у вигляді відповідних графіків та оформити звіт.

Вступ

**Мета:** Дослідити процес роботи фізичної системи в динамічному та стаціонарному режимах.

**Об’єкт дослідження**: фізичні системи.

**Предмет дослідження**: фізична система *S з* наступним процесом роботи: дискретні стани та неперервний час переходу зі стану в стан під впливом простіших потоків подій.

**Актуальність.** Дослідження систем є актуальною на наш час задачею. Адже маючи інформацію про бажану систему, можна ефективно спланувати процес її функціонування. Іноді, розв’язати складену математичну модель бажаної системи є складною задачею. У таких випадках можна використовувати імітаційне моделювання. Під терміном "імітаційне моделювання" зазвичай мають на увазі обчислення значень певних характеристик процесу, що розвивається в часі, шляхом відтворення течії цього процесу на комп'ютері за допомогою його математичної моделі, причому отримати необхідні результати іншими способами або неможливо, або вкрай складно.

Широке використання імітаційного моделювання стало можливим на певному етапі розвитку інформаційних технологій, тобто засобів і інструментів збору передачі, обробки, зберігання інформації.

Теоретичні відомості

Нехай задана система *S* може знаходитись у станах *S1, S2, … Sn* , при цьому переходи з одного стану в інший відбуваються під впливом деяких потоків подій.

*Потік подій* – послідовність однорідних подій, що слідує одна за одною в деяку моменти часу.

Потік замовлень описується розподілом ймовірностей проміжків часу між моментами надходження двох сусідніх замовлень. Найпростішим є пуасонівський потік. Основними властивостями простішого потоку є: стаціонарність, відсутність післядії, ординарність.

Потік подій називається *стаціонарним*, якщо ймовірність потрапляння певної кількості подій на відрізок залежить лише від довжини відрізку та не залежить від його розташування на відрізку часу.

Якщо для будь-яких відрізків часу, що не перетинаються, кількість подій, що потрапили на один з них не залежить від кількості подій, що потрапили на інший, то потік називається *потоком без післядії***.**

Потік називається *ординарним*, якщо ймовірність надходження двох або більше вимог одночасно (ймовірність потрапляння двох чи більше подій на елементарний відрізок часу) прямує до 0.

Переходи зі стану в стан відбуваються з деякими інтенсивностями. Вони визначаються так .

Якщо інтенсивність не залежить від часу, то марківський процес в системі називають однорідним.

Припустимо, що вони не залежать від часу, за певних умов існують граничні значення імовірностейпри .

У випадку однорідного процесу визначення  здійснюється за допомогою систем диференціальних рівнянь Колмогорова-Чепмена.

Вони складаються наступним чином: в лівій частині кожного з рівнянь стоїть похідна імовірності го стану. В правій частині сума добутків імовірностей всіх станів, з яких ідуть стрілки в даний стан на інтенсивність відповідних потоків, мінус сумарна інтенсивність всіх потоків, що виводить систему з даного стану помножена на імовірність даного стану. Також додають нормуюче рівняння, сума імовірностей дорівнює одиниці та початкові умови.

У разі стаціонарного режиму, маємо системі лінійних алгебраїчних рівнянь.

Якщо кількість станів системи є скінченною та із будь-якого стану можна перейти в будь-який інший, то стаціонарні імовірності існують та не залежать від початкового стану системи.

Стаціонарний режим встановлюється в системі з часом, при якому імовірність знаходження в тому чи іншому стані не залежить від часу. . Кожна з  при стаціонарному режимі являє собою відносний час перебування системи у відповідному стані.

Розрахункова частина

Система диференціальних рівнянь Колмогорова-Чепмена

****

(1)

Метод Рунге — Кутти для системи диференціальних рівнянь

****

Дослідження стаціонарності

Для визначення, чи можливе досягнення системою стаціонарного режиму необхідне виконання 2-х умов:

1. Система повинна мати скінченну кількість станів;
2. З довільного стану повинна бути можливість перейти у будь-який інший стан.

Для заданої системи обидві умови виконуються, а отже система з часом перейде у стаціонарний режим.

В стаціонарному режимі функції ймовірностей станів стають незмінними, а отже відповідні похідні в системі Колмогорова-Чепмена прирівнюються до нуля.

Розглянемо стаціонарний режим для системи (1). Розв’язавши СЛАР маємо:  
 P0 =

P1 =

P2 =

Практична частина

У ході виконання курсової роботи було розроблено програмне забезпечення на мові програмування C# у середовищі розробки Visual Studio.

Діаграма класів

На рис.1 наведено діаграму класів розробленого додатку.

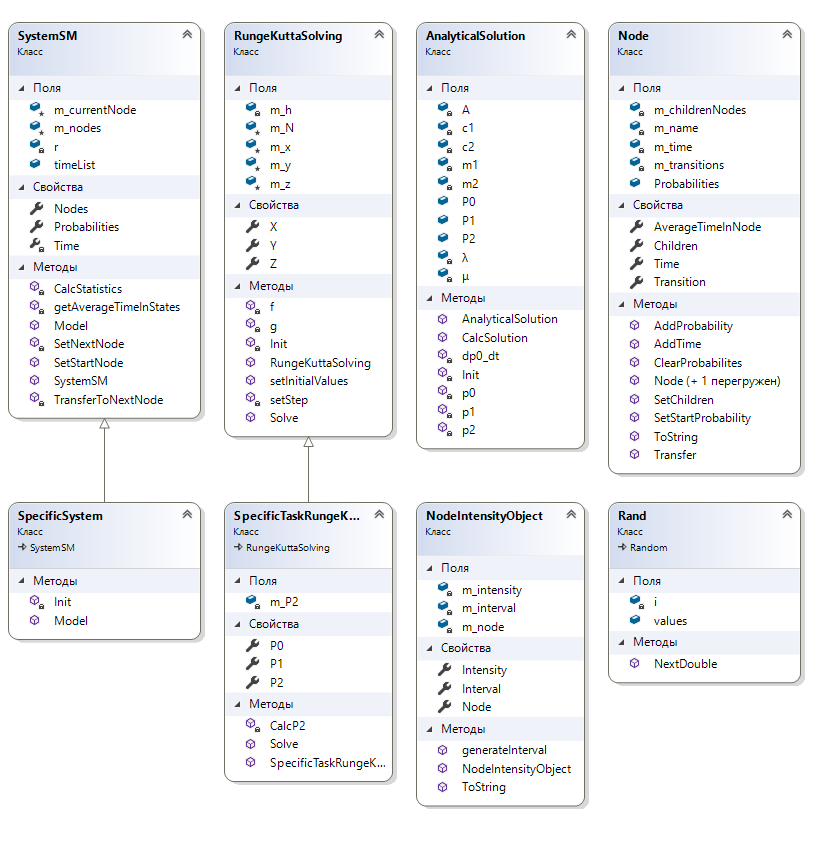


Рис 1. Діаграма класів.

Опис програмного забезпечення

Реалізований наступний функціонал: розв’язання систем диференціальних рівнянь методом Рунге-Кутти 4 порядку для знаходження імовірностей перебування у станах для динамічного режиму роботи системи, проведення імітаційного моделювання для відшукання відповідних імовірностей

Для роботи з програмою необхідно ввести необхідні параметри у відповідні поля та натиснути кнопку «Розв'язати». Після цього результати будуть виведені на графік (рис.2).

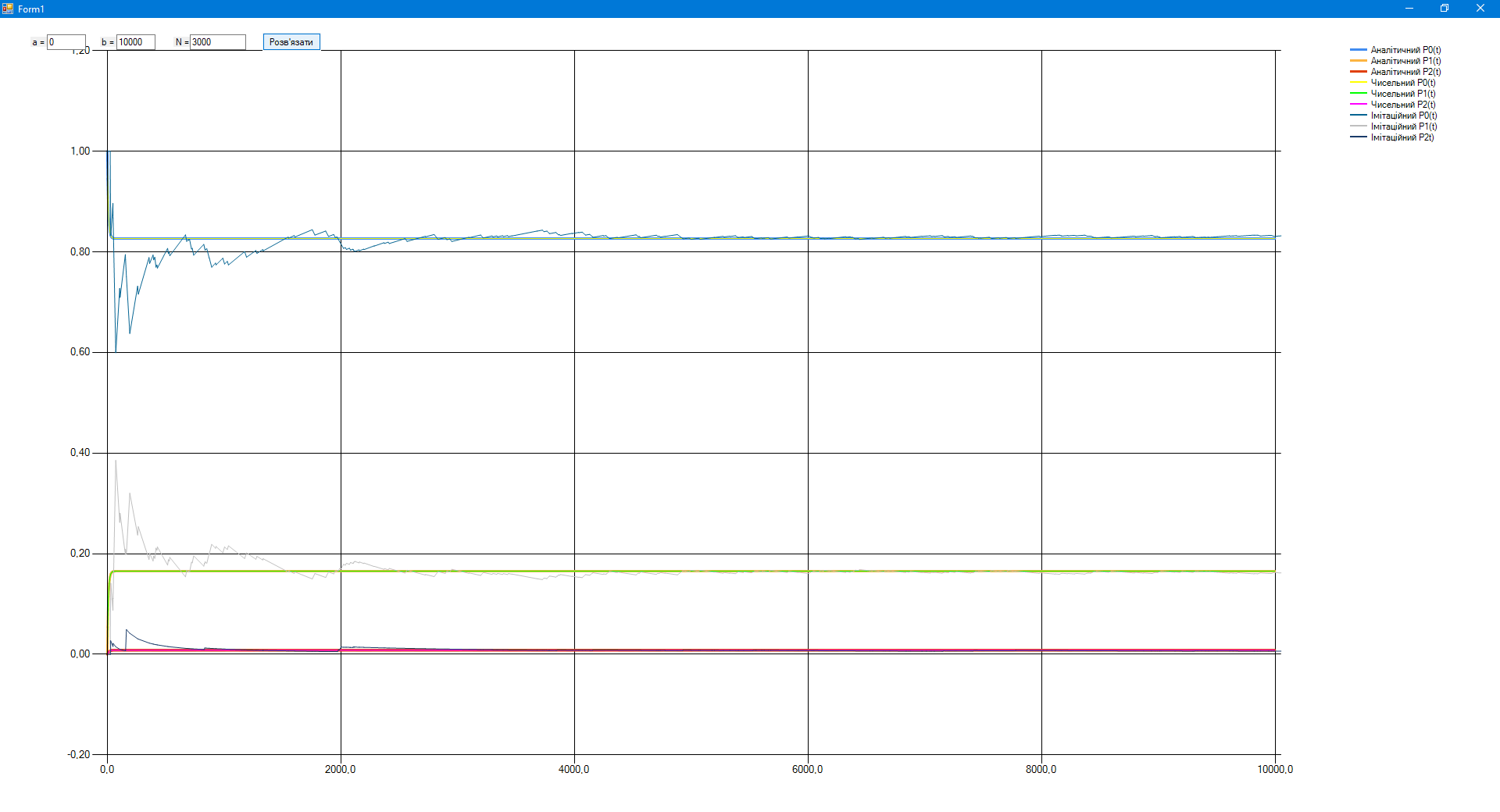


Рис.2. Результати роботи програми

Перші три графіки – аналітичний розв’язок. Наступні три - чисельний розв’язок. Видно, що вони ці два розв’язки збігаються. Третя група графіків – результати імітаційного моделювання.

Бачимо, що імовірність перебування в другому стані є дуже малою, підтвердити це можна на основі структури графу системи та його вхідних параметрів.

Висновки

У ході виконання курсової роботи було досліджено систему в динамічному та стаціонарному режимах. Тобто, знайдено аналітичний та наближений розв’язки системи Колмогорова-Чепмена, знайдено значення імовірностей станів у стаціонарному режимі та проведено імітаційне моделювання.

Список використаної літератури

1. Вентцель Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология.— 2-е изд., стер.— М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988,— 208 с.
2. «Runge-Kutta for a system of differential equations» – Інтернер ресурс. Режим доступу: <https://www.nsc.liu.se/~boein/f77to90/rk.html>
3. «Как решить неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка» - Інтернер ресурс. Режим доступу: <http://mathprofi.ru/kak_reshit_neodnorodnoe_uravnenie_vtorogo_poryadka.html>