



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н. Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

---

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления (ИУ)»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии (ИУ7)»

## ОТЧЕТ

### Лабораторная работа №4

по курсу «Методы вычислений»

на тему: «Метод Ньютона»

Вариант № 6

Студент ИУ7-22М  
(Группа)

\_\_\_\_\_  
(Подпись, дата)

К.Э. Ковалец  
(И. О. Фамилия)

Преподаватель

\_\_\_\_\_  
(Подпись, дата)

П.А. Власов  
(И. О. Фамилия)

2024 г.

# 1 Теоретическая часть

**Цель работы:** изучение метода Ньютона для решения задачи одномерной минимизации.

**Задание:**

1. Реализовать модифицированный метод Ньютона с конечно-разностной аппроксимацией производных в виде программы на ЭВМ.
2. Провести решение задачи:

$$\begin{cases} f(x) \rightarrow \min, \\ x \in [a, b] \end{cases} \quad (1.1)$$

для данных индивидуального варианта;

3. организовать вывод на экран графика целевой функции, найденной точки минимума  $(x^*, f(x^*))$  и последовательности точек  $(x_i, f(x_i))$ , приближающих точку искомого минимума (для последовательности точек следует предусмотреть возможность «отключения» вывода ее на экран);
4. провести решение задачи с использованием стандартной функции `fminbnd` пакета *MatLAB*.

Таблица 1.1 – Данные индивидуального варианта

№ вар.	Целевая функция $f(x)$	[a, b]
6	$\text{ch} \left( \frac{3x^3 + 2x^2 - 4x + 5}{3} \right) + \text{th} \left( \frac{x^3 - 3\sqrt{2}x - 2}{2x + \sqrt{2}} \right) - 2.5$	[0, 1]

## 1.1 Краткое описание метода Ньютона

Для приближения корня  $x^*$  используется точка  $\bar{x}$  пересечения касательной к графику  $g(x)$  в точке текущего приближения с осью  $Ox$ .

Пусть  $\bar{x}$  — текущее приближение точки  $x^*$ . Уравнение касательной к графику функции  $g$  в точке  $(\bar{x}, g(\bar{x}))$ :

$$y - \bar{y} = g'(\bar{x})(x - \bar{x}). \quad (1.2)$$

Пересечение с  $OX$ :

$$\bar{x} = \bar{x}' - \frac{g(\bar{x}')}{g'(\bar{x}')}, \quad (1.3)$$

где  $\bar{x}'$  — приближение  $x^*$  с предыдущего шага,  $\bar{x}$  — приближение  $x^*$  с текущего шага.

Условие окончания итераций:

$$|\bar{x} - \bar{x}'| < \varepsilon \text{ или } |g(\bar{x})| < \varepsilon. \quad (1.4)$$

### Замечание

1. Метод Ньютона обладает высокой точностью и скоростью сходимости, если начальное приближение выбрано удачно. Если нет — метод может разойтись. Тогда стоит выполнить несколько итераций другого метода, например, золотого сечения.

## 2. Модифицированный метод Ньютона.

Расчетная схема метода:

$$\bar{x} = \bar{x}' - \frac{g(\bar{x}')}{g'(x_0)}, \quad (1.5)$$

где  $x_0$  — начальное приближение корня.

В качестве очередного приближения для корня  $x^*$  используется точка пересечения прямой, проходящей через  $x_n$  и параллельной касательной, с осью  $Ox$  в точке  $x_0$ .

В данном методе меньше вычислений в рамках одной итерации, но самих итераций больше.

### 3. О вычислении производных.

Конечно-разностная аппроксимация производных:

$$f'(\bar{x}) \approx \frac{f(\bar{x} + \delta) - f(\bar{x} - \delta)}{2\delta}, \delta > 0; \quad (1.6)$$

$$f''(\bar{x}) \approx \frac{f(\bar{x} - \delta) - 2f(\bar{x}) + f(\bar{x} + \delta)}{\delta^2}, \delta > 0. \quad (1.7)$$

Схема рассматриваемого метода представлена на рисунке 1.1.

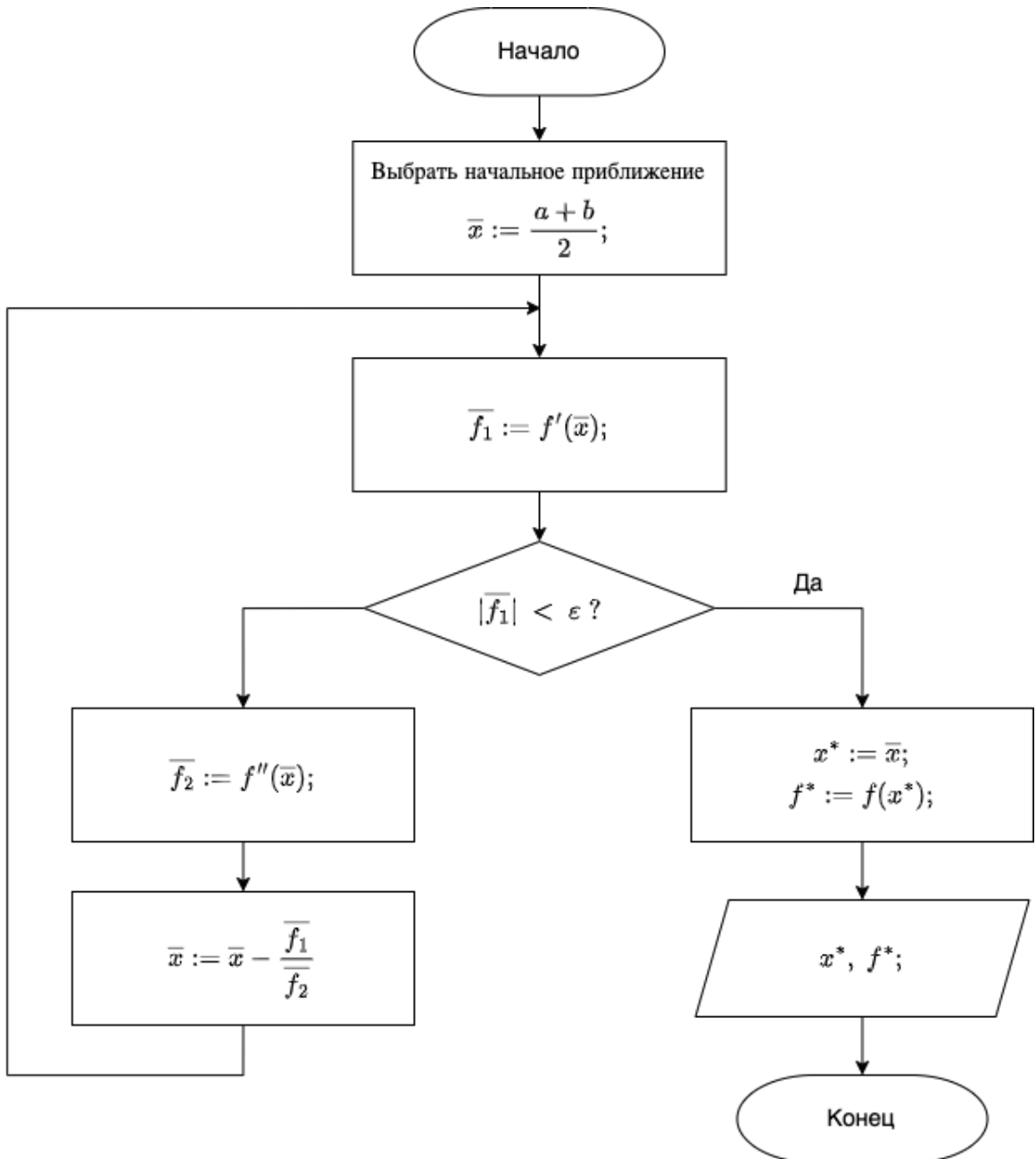


Рисунок 1.1 – Схема алгоритма метода Ньютона

## 2 Практическая часть

Таблица 2.1 – Результаты расчетов для задачи из индивидуального варианта

№ п/п	$\varepsilon$	$N$	$x^*$	$f(x^*)$
1	0.01	8	0.4826521305	-1.4738930849
2	0.0001	10	0.4824240968	-1.4738932842
3	0.000001	14	0.4824180859	-1.4738932844

Таблица 2.2 – Обобщающая таблица (для  $\varepsilon = 1e - 6$ )

№ п/п	Метод	$N$	$x^*$	$f(x^*)$
1	Поразрядного поиска	50	0.4824180603	-1.4738932844
2	Золотого сечения	31	0.4824184653	-1.4738932844
3	Парабол	11	0.4824179876	-1.4738932844
4	Ньютона модифицированный	14	0.4824180859	-1.4738932844
5	Функция fminbnd	9	0.4824181903	-1.4738932844

В листинге 2.1 представлен код программы.

Листинг 2.1 — Код программы

```
1  function lab_04()
2      clc();
3
4      a = 0;
5      b = 1;
6      delta = 1e-3;
7      eps = 1e-6;
8
9      debugFlag = true;
10     delay = 1;
11
12     fplot(@f, [a, b]);
13     hold on;
14
15     x = (a + b) / 2;
16     f2_x0 = (f(x - delta) - 2 * f(x) + f(x + delta)) / power(delta, 2);
17     N = 3;
18
19     while true
20         f1 = (f(x + delta) - f(x - delta)) / (2 * delta);
```

## Продолжение листинга 2.1

```

21         N = N + 2;
22
23         if debugFlag
24             fprintf('N = %2d:   x = %.10f;   f1 = %.10f;\n\n', N, x, f1);
25             plot(x, f(x), 'xk');
26             pause(delay);
27         end
28
29         if abs(f1) < eps
30             break;
31         else
32             x = x - f1 / f2_x0;
33         end
34     end
35
36     x_star = x;
37     f_star = f(x);
38     N = N + 1;
39     scatter(x_star, f_star, 'filled');
40     fprintf('Ответ:   N = %2d;   x* = %.10f;   f(x*) = %.10f;\n\n', N, x_star,
↪ f_star);
41
42     options = optimset('TolX', eps);
43     if debugFlag
44         options = optimset(options, 'Display', 'iter');
45     end
46     [x_star, f_star] = fminbnd(@f, a, b, options);
47     fprintf('fminbnd:   x = %.10f;   f(x) = %.10f.\n\n', x_star, f_star);
48 end
49
50 function y = f(x)
51     y = cosh((3 .* power(x, 3) + 2 .* power(x, 2) - 4 .* x + 5) ./ 3) +
↪ tanh((power(x, 3) - 3 .* power(2, 1/2) .* x - 2) ./ (2 .* x + power(2, 1/2))) -
↪ 2.5;
52 end

```