



Софийски университет „Св. Кл. Охридски”

Факултет по математика и информатика

Специалност

„Софтуерно инженерство”

Курсов проект

Компютърно геометрично моделиране

Зимен семестър, 2023/2024 год.

Тема: Сплайн на Catmull-Rom

Автор: Надежда Койкова

Факултетен номер: 8MI0600112

Общ преглед

Проектът за сплайн на Catmull-Rom е уеб-базирано приложение, което позволява на потребителите да създават и визуализират плавни криви, използвайки алгоритъма за интерполация с криви от тип Catmull-Rom. Този проект предлага потребителски интерфейс, където потребителите могат да добавят контролни точки, премахнат точки и изчистят платното, за да създадат нови криви.

Описание и употреба на алгоритъма

Сплайнът е кръстен на Edwin Catmull и Raphael Rom. Основното предимство на тази техника е, че точките по протежение на оригиналния набор от точки също съставят контролните точки на сплайн кривата. Необходими са две допълнителни точки в двата края на кривата. В компютърната графика сплайните на Catmull-Rom често се използват за получаване на плавно интерполирано движение между ключови кадри. Например, повечето анимации по пътя към камерата, произведени от отделни кадри, се обработват с помощта на този вид сплайн.

Сплайнът на Catmull-Rom представлява кубичен полином, интерполиращ сплайн, при който трябва да се посочи последователност от контролни точки и съответните допирателни се изчисляват автоматично от дадените точки. За да се изчислят стойностите на сплайн между две контролни точки, предходната и следващата точки също са необходими. Допирателният вектор във всяка дадена контролна точка може да бъде изчислен от тази контролна точка, нейния предшественик и нейния наследник.

Функционалности

1. Добавяне на контролни точки: Потребителите могат да щракнат навсякъде върху платното, за да добавят контролни точки. Тези точки служат като основи за кривата на сплайна.
2. Премахване на контролни точки: Потребителите могат да премахнат последната добавена контролна точка, като кликнат бутона "Премахни точка".
3. Изчистване на платното: Потребителите могат да изчистят всички контролни точки и кривата на сплайна от платното, като кликнат бутона "Изчисти полето".
4. Интерактивно редактиране: Потребителите могат да щракнат и плъзнат контролните точки, за да ги пренаредят, като по този начин позволяват реално време редактиране на кривата на сплайна.

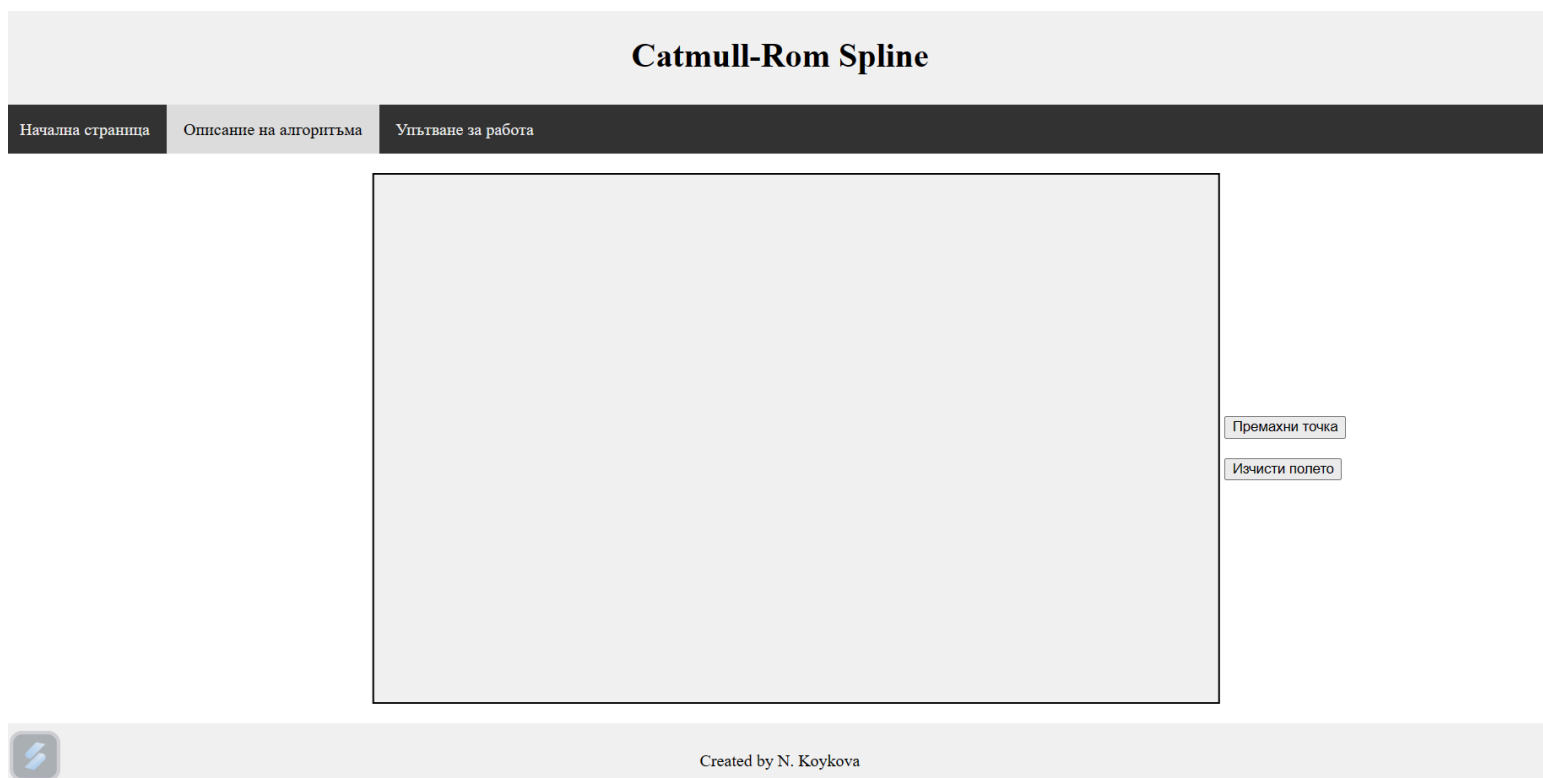
Упътване за работа

1. Добавяне на контролни точки: Щракнете навсякъде върху платното, за да добавите контролна точка. Всяко щракване добавя нова контролна точка на платното.
2. Премахване на контролни точки: Щракнете върху бутона "Премахни точка", за да премахнете последно добавената контролна точка от платното.
3. Изчистване на платното: Щракнете върху бутона "Изчисти полето", за да изчистите всички контролни точки и кривата на сплайна от платното.
4. Преместване на контролни точки: Щракнете и плъзнете всяка контролна точка, за да я преместите. Кривата на сплайна се актуализира в реално време, докато контролните точки се преместват.

Описание на файловете

- Catmull-RomSpline.html: Този файл съдържа HTML структурата на уеб приложението, включително елемента canvas, бутоните за премахване на точки и изчистване на платното, и таговете за скрипт за JavaScript функционалност.
- styles/Catmull-RomSpline.css: Този файл съдържа CSS стиловете за оформлението и външния вид на уеб приложението.
- UserGuide.html: Този файл предоставя подробни инструкции за използване на приложението за интерполация с криви от тип Catmull-Rom.
- Explanation.html: Този файл представя общ преглед на алгоритъма за интерполация с криви от тип Catmull-Rom с обяснение и извеждане на алгоритъма.

Интерфейс



фиг. 1. Начална страница

- В секцията начална страница се намира функционалността на алгоритъма. (фиг. 1.)
- В полето, оградено с черна рамка, се въвеждат и визуализират точките.
- Бутоните отдясно на полето служат за премахване на последно въведената точка и за изчистване на полето.
- Секцията описание на алгоритъма представя общ преглед на алгоритъма на Catmull-Rom. (фиг. 2.)
- Секцията упътване за работа съдържа информация как се очаква да бъде използвана системата. (фиг. 3.)

Catmull-Rom Spline

[Начална страница](#) [Описание на алгоритъма](#) [Упътване за работа](#)

Сплайн на Catmull-Rom (Catmull-Rom Spline)

Сплайновете на Catmull-Rom са семейство от кубични интерполиращи сплайнове, формулирани така, че допирателната при всяка точка \mathbf{P}_i се изчислява с помощта на предишната и следващата точка на сплайна, $\tau(\mathbf{P}_{i+1} - \mathbf{P}_{i-1})$. Геометричната матрица се дава от:

$$\mathbf{p}(s) = \begin{bmatrix} 1 & u & u^2 & u^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\tau & 0 & \tau & 0 \\ 2\tau & \tau - 3 & 3 - 2\tau & -\tau \\ -\tau & 2 - \tau & \tau - 2 & \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{i-2} \\ \mathbf{p}_{i-1} \\ \mathbf{p}_i \\ \mathbf{p}_{i+1} \end{bmatrix}$$

Сплайновете на Catmull-Rom имат C^1 непрекъснатост, локален контрол и интерполация, но не лежат в конвекса корпус на техните контролни точки. Обърнете внимание, че допирателната в точка \mathbf{P}_0 не е ясно дефинирана; често задаваме това на $\tau(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_0)$, въпреки че това не е необходимо за присвояването (можем просто да приемем, че кривата не интерполира своите крайни точки). Параметърът τ е известен като „напрежение“ и влияе върху това колко рязко се огъва кривата при (интерполираните) контролните точки (фигура 2). Често се задава на $1/2$, но може да се използва всяка разумна стойност за това присвояване.

фиг. 2. Описание на алгоритъма

Catmull-Rom Spline

[Начална страница](#) [Описание на алгоритъма](#) [Упътване за работа](#)

Сплайн на Catmull-Rom (Catmull-Rom Spline) - упътване за работа с програмата

Добавяне на точка:

- Когато кликнете в полето за работа се добавя нова точка.

Преместване на точка:

- Когато искате да преместите точка трябва да кликнете и задържите левия бутон на мишката върху желаната точка и да я плъзнете до желаното от вас място в полето за работа.

Премахване на точка:

- Когато желаете да премахнете точка може да достъпите бутон "Премахни точка", който може да премахне единствено последната добавена точка.

Изчистване на полето за работа:

- За да изчистите полето за работа, трябва да натиснете бутон „Изчисти полето“.

фиг. 3. Упътване за работа

Заключение

Проектът за Catmull-Rom spline представлява инструмент за създаване на плавни криви в уеб среда. Чрез използването на алгоритъма, потребителите могат лесно да добавят, премахнат и преместят контролни точки, за да създадат криви, които се адаптират към техните изисквания и предпочитания. Със тези свои функционалности приложението за сплайн на Catmull-Rom предоставя интуитивен и лесен за използване интерфейс. Потребителите могат бързо и лесно да създават сложни криви, като експериментират с различни настройки и позиции на контролните точки.

Источници:

<https://www.cs.cmu.edu/~fp/courses/graphics/asst5/catmullRom.pdf>

[Cubic Hermite spline - Wikipedia](#)

[catmullrom.pdf \(cemyuksel.com\)](#)