

# カオス理論【Chaos theory】

## ・カオス理論とは

「決定論的な方程式に従う系であり、初期条件の誤差から極めて不規則であり予測困難な挙動を示すこと」をカオスと呼ぶ

複雑に記載しましたが、簡単に言うと、  
「複雑過ぎたら予測できません」ということです。

## ・カオス理論の根幹

「初期条件と時間の経過に伴う方程式があればt時間後の事は予測できる」

よくある「線分AB上を秒速1cmでAからBまで動く点P」には、

$$X=1t \quad (\text{進んだ距離を}X、\text{経過時間を}t\text{とおく})$$

という方程式が成り立ちます。

また、「初項a、公差dの等差数列の一般項An」には、

$$A_n = a + (n-1)d$$

という方程式が成り立ちます。

つまり、「初期条件(上の例では $t=0$ 、 $n=1$ )」と「何かしらの方程式」が整っており、その結果「t秒・n項先のことが予測できる」ということに繋がります。

では、人間は未来を予測することが出来るのでしょうか。

完璧な天気予報システムがあるとします。ある土地の気温を入力すれば、一ヶ月後の気温を自動で計算し、正確に算出してくれます。一例ですが、「30℃」と入力すれば、「28℃」と算出されました。では、「30.000001℃」と入力するとどうなるのでしょうか？

算出される結果は、「28℃」とはかけ離れたものになってしまいます。

1961年、ローレンツという学者が天気予報システムを構築し、三回気温を測って入力したところ、三回とも全く異なった結果が出ました。初期条件の僅かな違いは、全くかけ離れた結果を導きます(初期値敏感性)。これがカオス理論の根幹となる条件です。

物理的に、「初期条件を全く一緒にすれば全く同じ結果が出る」というのは自明です。しかし、人間は気温をぴったり正確に測ることは出来ません。人間の目では、「3cm」と、「3.0000005cm」の区別は付きません。

人間は、「初期条件を正確に求める」ことは出来ません。これはカオス理論の成り立つ条件の一つです。

また、先ほどの例のように、単純な方程式ではカオス理論は成立しません。**ある程度複雑な式である事**が必要です。

以上のことから、人間は初期条件を正確に導き出すことが出来ないのも、**ある程度複雑な方程式であるときにカオス理論が成り立つ**ということになります。

## ・ローレンツカオス

ローレンツは大気の運動の解析のため、3元連立常微分方程式を導きました。

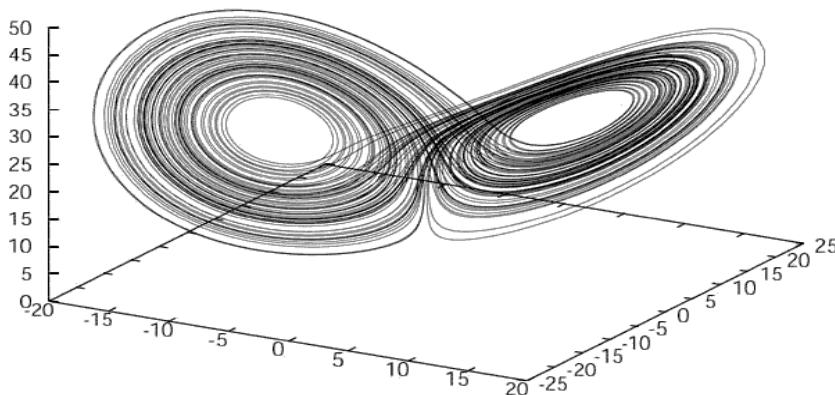
$$dx/dt = -ax + ay$$

$$dy/dt = bx - y - xz$$

$$dz/dt = xy - cz$$

ローレンツは、 $a=10$ 、 $b=28$ 、 $c=8/3$ のとき、複雑な運動をすることを発見しました。それを描いたものが以下のグラフです。

'../lorenz/lorenz\_attractor' ———



のちにローレンツはこのグラフ(ローレンツ・アトラクタ)についての論文を発表しました。1972年のローレンツの講演のタイトルは、初期値鋭敏性と、グラフの形にちなんで、『予測可能性-ブラジルでの蝶の羽ばたきはテキサスでトルネードを引き起こすか』という題名となりました。これが「**バタフライ効果**」として名を馳せています。

## ・二重振り子のカオス

振り子の先端にもうひとつの振り子を付け、力を加えると、カオス性を持った運動を行います。一般解は割愛させていただきますが、複雑な式になります。

エネルギー保存則より、空気抵抗や摩擦が無ければ永遠に回り続けます。シミュレーションでは、急に高速回転を始めたり、かと思えば一瞬で回転しなくなったりと、まさにカオス機関と呼ぶことが出来るでしょう。

また、初期値鋭敏性も大きいので、回転を始める場所によって全く異なる動きをします。是非試してみてください。