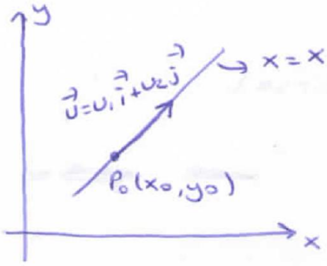
Yönlü Türev



$\rightarrow x=x_0+u_1 s\ ,\ y=y_0+u_2 s$ doğrusu

$P_0(x_0,y_0)$ noktasında, $\vec{u}=u_1\vec{i}+u_2\vec{j}$ birim vektörü yönünde $f(x,y)$ fonksiyonunun türevi, limitin mevcut olması halinde

$$\left(\frac{df}{ds}\right)_{u,P_0}=(D_uf)_{P_0}=\lim_{s\to 0}\frac{f(x_0+su_1,\ y_0+su_2)-f(x_0,y_0)}{s}$$ dır.

$f_x(x_0,y_0)\rightarrow f$ in $\vec{i}$ yönündeki
$f_y(x_0,y_0)\rightarrow f$ in $\vec{j}$ " } yönlü türevleridir.

Ⓧ Yönlü türev tanımı ile $P_0(1,2)$ noktasında $f(x,y)=x^2+yx$ fonksiyonunun $\vec{u}=\frac{1}{\sqrt2}\vec{i}+\frac{1}{\sqrt2}\vec{j}$ vektörü yönündeki türevini hesaplayın.

$$(D_uf)_{P_0}=\lim_{s\to 0}\frac{f\left(1+\frac{1}{\sqrt2}s,\ 2+\frac{1}{\sqrt2}s\right)-f(1,2)}{s}$$

$$=\lim_{s\to 0}\frac{\left(1+\frac{1}{\sqrt2}s\right)^2+\left(2+\frac{1}{\sqrt2}s\right)\cdot\left(1+\frac{1}{\sqrt2}s\right)-3}{s}$$

$$=\lim_{s\to 0}\frac{\frac{5}{\sqrt2}s+s^2}{s}=\lim_{s\to 0}\left(\frac{5}{\sqrt2}+s\right)=\frac{5}{\sqrt2}$$

Gradyent Vektör

f(x,y) fonksiyonunun gradyent vektörü:

$\text{Grad} f = \nabla f = \frac{\partial f}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{j}$ dür.

Yönlü Türev: Eğer $f(x,y)$, $P_0(x_0,y_0)$ içeren bir bölgede türevlenebilir ise; f'in P_0 daki $\vec{u}$ birim vektörü yönündeki türevi

$(D_u f)_{P_0} = (\nabla f)_{P_0} \cdot \vec{u}$ formülü ile hesaplanır. $x = x_0 + su_1$, $y = y_0 + su_2$

$f \to x,y \to s$ $\left(\frac{df}{ds}\right)_{P_0} = \frac{\partial f}{\partial x}\cdot\frac{dx}{ds} + \frac{\partial f}{\partial y}\cdot\frac{dy}{ds} = f_x \cdot u_1 + f_y \cdot u_2 = \nabla f \cdot \vec{u}$

⊛ $f(x,y) = xe^y + \cos xy$ nin $(2,0)$ noktasındaki $\vec{v} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ yönündeki türevi?

$\vec{u} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{3}{5}\vec{i} - \frac{4}{5}\vec{j}$

$\nabla f = (e^y - y\sin xy)\vec{i} + (xe^y - x\sin xy)\vec{j}$

$\nabla f\Big|_{(2,0)} = \vec{i} + 2\vec{j}$

$(D_u f)_{(2,0)} = \left(\frac{3}{5}\vec{i} - \frac{4}{5}\vec{j}\right)(\vec{i} + 2\vec{j})$

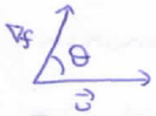
$= \frac{3}{5} - \frac{8}{5} = -1$

NOT: $z = f(x,y)$ nin $(D_u f)_{P_0}$ türevi:

1. $\vec{u}$ yönünde P_0 daki yönlü türev
2. " " " artış hızı / oranı
3. " " " azalış hızı / oranı
4. " " " değişim oranı anlamlarına gelir.

Yönlü Türevin Özellikleri

$D_u f = \nabla f \cdot \vec{u} = |\nabla f| \cdot |\vec{u}| \cdot \cos\theta = |\nabla f| \cdot \cos\theta$



① $\cos\theta = 1$ yani $\theta = 0$ olduğunda f fonksiyonu en hızlı şekilde artar (en büyük yönlü türev değerine ulaşır). $\vec{u}$ ile ∇f aynı yöndedir. Yani, f en çok P'deki gradyent vektörü yönünde artar. Bu yöndeki türev:

$D_u f = |\nabla f| \cdot (\cos 0) = |\nabla f|$

② Benzer şekilde, f fonksiyonu en fazla $-\nabla f$ yönünde azalır. ($\theta = 180°$). Bu yöndeki türev:

$D_u f = |\nabla f| \cdot \cos(\pi) = -|\nabla f|$

③ $\nabla f \neq 0$ gradyenine dik olan herhangi bir $\vec{u}$ yönü f'deki sıfır değişimin yönüdür. Çünkü $\theta = \frac{\pi}{2}$ dir ve

$D_u f = |\nabla f| \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ dır.

---

④ $f(x,y) = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2}$ nin aşağıdaki durumlarda yönünü bulun.

a) (1,1) de en çok artan

b) (1,1) " " " azalan

c) " f'deki sıfır değişimin yönleri nedir?

$\nabla f = x\vec{i} + y\vec{j}$ $\quad \nabla f\big|_{(1,1)} = \vec{i} + \vec{j}$

a) $\vec{u}$ ile ∇f aynı yöndedir. $\vec{u} = \frac{\vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}$

b) $\vec{u}$ ile ∇f ters yönlü. $\vec{u} = -\frac{\vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}$

c) $\vec{u} \perp \nabla f \Rightarrow \vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j}$ $\quad \nabla f = \vec{i} + \vec{j} \Rightarrow \vec{u} \cdot \nabla f = 0$

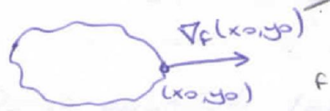
$a + b = 0 \Rightarrow a = -b$ $\quad a = 1 \Rightarrow b = -1$

$a = -1 \Rightarrow b = 1$

$u_1 = \frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} - \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}}$ $\quad \vec{u}_2 = -\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} + \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}}$

✱ $f(x,y)$ türevlenebilir fonksiyonunun tanım kümesinin her (x_0,y_0) noktasında, f in gradyent vektörü ∇f, (x_0,y_0) da seviye eğrisine normaldir.

ispat: $f(x,y)$ fonksiyonu $\vec{r}=g(t)\vec{i}+h(t)\vec{j}$ eğrisi boyunca sabit değer alıyorsa $f(g(t),h(t))=c$ dir. t'ye göre türev:



$f \to x,y \to t$ $\quad \frac{\partial f}{\partial x}\cdot\underbrace{\frac{dx}{dt}}_{g'(t)}+\frac{\partial f}{\partial y}\cdot\underbrace{\frac{dy}{dt}}_{h'(t)}=0$ $\quad \underbrace{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial f}{\partial y}\vec{j}\right)}\left(g'(t)\vec{i}+h'(t)\vec{j}\right)=0$

$\nabla f\cdot\vec{r}'(t)=0 \rightarrow$ Teğet $\perp \nabla f$

$\nabla f \rightarrow$ eğriye normal

Gradyenler için Cebirsel Kurallar

① $\nabla(f \mp g)=\nabla f \mp \nabla g$

② $\nabla(f.g)=g.\nabla f+f.\nabla g$

③ $\nabla\left(\frac{f}{g}\right)=\frac{g.\nabla f-f.\nabla g}{g^2}$

3 Değişkenli Fonksiyonlar

Türevlenebilir bir $f(x,y,z)$ fonksiyonu ve $\vec{u}=u_1\vec{i}+u_2\vec{j}+u_3\vec{k}$ birim vektörü için:

$$\nabla f=\frac{\partial f}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial f}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial f}{\partial z}\vec{k}$$

$$D_u f=\nabla f.\vec{u}=\frac{\partial f}{\partial x}.u_1+\frac{\partial f}{\partial y}u_2+\frac{\partial f}{\partial z}u_3$$

✱ Daha önce iki değişkenli fonksiyonlar için belirttiğimiz kurallar 3 değişkenli fonksiyonlar için de geçerlidir.

✱ $f(x,y,z)=x^3-xy^2-z$ in $P_0(1,1,0)$ noktasında $\vec{v}=2\vec{i}-3\vec{j}+6\vec{k}$ yönündeki türevi bulunuz. f en hızlı olarak P_0 da hangi yönde değişir? Bu yöndeki değişim oranı nedir?

$\vec{u}=\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}=\frac{2}{7}\vec{i}-\frac{3}{7}\vec{j}+\frac{6}{7}\vec{k}$ $\quad \nabla f=(3x^2-y^2)\vec{i}-2xy\vec{j}-\vec{k}$ $\quad \nabla f\Big|_{(1,1,0)}=2\vec{i}-2\vec{j}-\vec{k}$

$(D_u f)_{P_0}=\vec{u}.\nabla f\big|_{P_0}=\frac{4}{7}$

Fonksiyon en hızlı $\nabla f=2\vec{i}-2\vec{j}-\vec{k}$ yönünde artar, $-\nabla f$ yönünde azalır. Bu yönlerde değişim oranları:

$|\nabla f|=3 \qquad -|\nabla f|=-3$

Teğet Düzlem / Normal Doğru

$f(x,y,z)=c$ fonksiyonu için;

$\nabla f|_{P_0}$ vektörü $\Rightarrow P_0(x_0,y_0,z_0)$ dan geçen teğet düzleme dik

$\nabla f|_{P_0}$ vektörü $\Rightarrow P_0(x_0,y_0,z_0)$ dan geçen normal doğruya paraleldir

$\nabla f|_{P_0} = \frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{P_0} \vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\Big|_{P_0} \vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z}\Big|_{P_0} \vec{k}$ olduğundan;

① $f(x,y,z)=c$ nin $P_0(x_0,y_0,z_0)$ daki teğet düzlemi;

$f_x(P_0).(x-x_0)+f_y(P_0).(y-y_0)+f_z(P_0)(z-z_0)=0$ dır.

② $f(x,y,z)=c$ nin $P_0(x_0,y_0,z_0)$ daki normal doğrusu:

$$\left.\begin{aligned} x &= x_0 + f_x(P_0).t \\ y &= y_0 + f_y(P_0).t \\ z &= z_0 + f_z(P_0).t \end{aligned}\right\} \text{ dir.}$$

⊛ $z=9-x^2-y^2$ yüzeyinin $P_0(1,2,4)$ deki teğet düzlemi ve normal doğrusu?

$F: z+x^2+y^2-9=0 \qquad f_x=2x \quad f_y=2y \quad f_z=1$

$\nabla F = 2x\vec{i}+2y\vec{j}+\vec{k} \qquad \nabla F(P_0) = 2\vec{i}+4\vec{j}+\vec{k} = \langle \overset{a}{\underset{A}{2}}, \overset{b}{\underset{B}{4}}, \overset{c}{\underset{C}{1}} \rangle$ → Teğete dik düzleme → Normale doğruya paralel

$2.(x-1)+4(y-2)+1.(z-4)=0 \rightarrow 2x+4y+z=14$ → Teğet düzlem

$$\left.\begin{aligned} x &= 1+2t \\ y &= 2+4t \\ z &= 4+t \end{aligned}\right\} \text{ Normal doğru}$$

(*) (0,0,0) noktasında $z = x\cos y - ye^x$ yüzeyine teğet olan düzlem?

$F: z - x\cos y + ye^x = 0$ $\quad F_x = (-\cos y + ye^x)$ $\quad F_x(0,0,0) = -1$

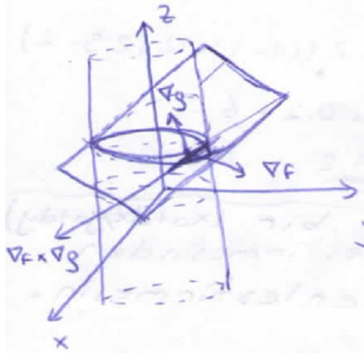
$F_y = (x\sin y + e^x)$ $\quad F_y(0,0,0) = 1$

$F_z = 1$

$\nabla F = -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} = \langle \overset{A}{-1}, \overset{B}{1}, \overset{C}{1} \rangle \quad \Rightarrow \quad -1.(x-0) + 1.(y-0) + 1.(z-0) = 0$

$$\boxed{-x + y + z = 0}$$

(*) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 - 2 = 0$ silindiri ve $g(x,y,z) = x + z - 4 = 0$ düzlemi bir E elipsi boyunca kesişirler. $P_0(1,1,3)$ noktasında E'ye teğet olan doğrunun parametrik denklemini bulunuz.



Teğet doğru P_0 da hem ∇f'e hem de ∇g'ye diktir. Yani $\nabla f \times \nabla g$ ye paraleldir.

$\nabla f = 2x\vec{i} + 2y\vec{j} \quad \nabla f\Big|_{P_0} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$

$\nabla g = \vec{i} + \vec{k}$

$$\vec{v} = \nabla f \times \nabla g = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 2\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k} = \langle \underset{a}{2}, \underset{b}{-2}, \underset{c}{-2} \rangle$$

(-1)

$$\boxed{x = 1 + 2t \qquad y = 1 - 2t \qquad z = 3 - 2t}$$

Lineerleştirme: Bir $f(x,y)$ fonksiyonunun (x_0, y_0) daki lineerleştirmesi:

$$L(x,y) = f(x_0,y_0) + f_x(x_0,y_0).(x - x_0) + f_y(x_0,y_0).(y - y_0) \text{ dır.}$$

$f(x,y) \approx L(x,y)$ dır. $L(x,y)$ yaklaşımı f in (x_0, y_0) daki lineer yaklaşımıdır.

3 değişkenli $f(x,y,z)$ fonksiyonunun $P_0(x_0, y_0, z_0)$ daki lineerleştirmesi:

$$L(x,y,z) = f(x_0,y_0,z_0) + f_x(x_0,y_0,z_0).(x - x_0) + f_y(x_0,y_0,z_0)(y - y_0) + f_z(x_0,y_0,z_0).(z - z_0)$$

$f(x,y,z) \approx L(x,y,z)$

C.0.26

(*) $f(x,y) = x^2 - xy + \frac{1}{2}y^2 + 3$ fonksiyonunun (3,2) deki lineerleştirmesini bulun.

$$L(x,y) = f(3,2) + f_x(3,2).(x-3) + f_y(3,2).(y-2)$$

$f_x = 2x - y$ $\quad f_x(3,2) = 4$

$f_y = -x + y$ $\quad f_y(3,2) = -1$ $\quad L(x,y) = 8 + 4(x-3) - (y-2) = 4x - y - 2$

$f(3,2) = 8$

(*) $(1,1)^2 + (2,5)^3$ sayısı için bir yaklaşık değer bulunuz.

$f(x,y) = x^2 + y^3$ $\quad x_0 = 1$ $\quad y_0 = 2$

$f_x = 2x$ $\quad f_y = 3x^2$ $\quad f_x(1,2) = 2$ $\quad f_y(1,2) = 12$ $\quad f(1,2) = 9$

$$L(x,y) = 9 + 2.(x-1) + 12(y-2)$$

$f(x,y) \approx L(x,y)$ $\Rightarrow f(1,1,\ 2,5) \approx L(1.1,\ 2.5) = 9 + 2.(1.1-1) + 12(2.5-2)$

$= 9 + 0.2 + 6$

$= \underline{15,2}$

Diferansiyel: Eğer (x_0, y_0) dan yakınındaki bir (x_0+dx, y_0+dy) noktasına hareket edersek, f in lineerleştirmesinden elde edilen değişim:

$$\boxed{df = f_x(x_0,y_0).dx + f_y(x_0,y_0)dy}$$

f'in tam (toplam) diferansiyeli olarak adlandırılır. $\left(\begin{array}{l} dx \cong \Delta x, \quad dy \cong \Delta y \\ \Delta f \approx df \end{array}\right)$

(*) Silindirik bir konserve kutusunun 3 cm yarıçap ve 12 cm yüksekliğe sahip olacak şekilde tasarlandığını ancak yarıçap ve yüksekliğin sırasıyla $dr = 0,08$, $dh = -0,3$ miktarında değiştiğini varsayalım. Konserve kutusunun hacmindeki değişim?

$V = \pi r^2 h$ $\qquad V_r = 2\pi r h$ $\quad dr = 0,08$

$\Delta V \approx dv = V_r(r_0,h_0)dr + V_h(r_0,h_0)dh$ $\qquad V_h = \pi r^2$ $\quad dh = -0,3$

$r_0 = 3$ $\quad h_0 = 12$

$= 72\pi.(0,08) + 9\pi.(-0,3)$ $\qquad V_r(3,12) = 72\pi$

$= 5,76\pi - 2,7\pi$ $\qquad V_h(3,12) = 9\pi$

$= \underline{3,06\pi}$

(*) $(2,05).e^{(2.05)^2-3,9}$ değerini a) lineerizasyon b) Diferansiyel hesap } ile yaklaşık olarak hesaplayın.

$f(x,y) = x e^{x^2-y}$

$f_x = e^{x^2-y} + 2x^2 e^{x^2-y} = (1+2x^2)e^{x^2-y}$

$f_y = -x e^{x^2-y}$

a) $x_0 = 2 \quad y_0 = 4$ olsun.

$L(x,y) = f(2,4) + f_x(2,4)(x-2) + f_y(2,4)(y-4)$

$f_x(2,4) = 9 \quad f_y(2,4) = -2 \quad f(2,4) = 2$

$f(x,y) \approx L(x,y) = 2 + 9(x-2) - 2(y-4)$

$f(2,05,\ 3,9) \approx 2 + 9(2,05-2) - 2(3,9-4) = 2 + 0,45 + 0,2 = \underline{\underline{2,65}}$

---

b) $dz = f_x(2,4)dx + f_y(2,4)dy \qquad x = 2,05 \quad x_0 = 2 \qquad y = 3,9 \quad y_0 = 4$

$dx \approx \Delta x = x - x_0 = 2,05 - 2 = 0,05$

$dy \approx \Delta y = y - y_0 = 3,9 - 4 = -0,1$

$dz \approx \Delta z = f(2,05,\ 3,9) - f(2,4) = f(2,05,\ 3,9) - 2$

$f(2,05,\ 3,9) - 2 \approx 9.(0,05) - 2.(-0,1)$

$f(2,05,\ 3,9) \approx 2 + 0,45 + 0,2 = \underline{\underline{2,65}}$

Maksimum- Minimum Değerler

Ekstrem Değerler:

$f(x,y)$ bir $D\subset\mathbb{R}^2$ de tanımlı bir fonksiyon, $(a,b)\in D$ olsun. Eğer (a,b) nin uygun bir komşuluğundaki tüm (x,y) ler için;

$f(x,y)\leq f(a,b)$ ise $f(x,y)$, (a,b) de yerel maksimuma

$f(x,y)\geq f(a,b)$ " " " " minimuma

sahiptir.

Eğer $f(x,y)$ bir noktada yerel max. veya yerel min. sahip ise $f(x,y)$ nin o noktada bir extremuma sahip olduğunu söyleriz.

Teorem: Bir $f(x,y)$ fonksiyonu tanım kümesindeki bir (a,b) noktasında aşağıdakilerden birini sağlıyorsa (a,b) bir kritik noktadır:

a) $f_x(a,b)=0$ ve $f_y(a,b)=0$

b) $f_x(a,b)$ veya $f_y(a,b)$ mevcut değildir.

Yerel Ekstremum İçin Gerekli Şartlar:

$f(x,y)$, bir (a,b) noktasında yerel ekstremuma sahipse ve aynı noktada 1. mertebe kısmi türevleri mevcutsa $f_x(a,b)=0$ ve $f_y(a,b)=0$ dır.

Eyer noktası: $f(x,y)$ bir (a,b) kritik noktasında yerel ekstremuma sahip değilse bu noktaya eyer (semer) noktası denir.

★ Bir (a,b) kritik noktası ve yeterince küçük her h,k sayısı için;

$f(a+h,b+k)-f(a,b)\geq 0 \Rightarrow f$, (a,b) de bir yerel minimuma

$f(a+h,b+k)-f(a,b)\leq 0 \Rightarrow$ " " " " max.

sahiptir.

⊛ $f(x,y)=x^2+y^2$ fonksiyonunun kritik noktalarını bulup sınıflandırın.

$f_x=2x \quad f_y=2y \qquad \left.\begin{array}{l} f_x=2x=0 \\ f_y=2y=0 \end{array}\right\} x=y=0 \rightarrow (0,0)$ K.N.

$f(0+h,0+k)-f(0,0)=h^2+k^2 \geq 0 \Rightarrow (0,0)$ yerel min noktası

⊛ $f(x,y)=(x+y)^2+y^4$

$\left.\begin{array}{l} f_x=2x+2y=0 \quad (1) \\ f_y=2x+2y+4y^3=0 \quad (2) \end{array}\right\} 2x+2y=0 \xrightarrow{(2)} 4y^3=0 \rightarrow y=0 \Rightarrow x=0$

$(0,0)$ K.N.

$f(0+h,0+k)-f(0,0)=(h+k)^2+k^4 \geq 0 \Rightarrow (0,0)$ yerel min

---

⊛ $f(x,y)=x^2-y^2$

$\left.\begin{array}{l} f_x=2x=0 \\ f_y=-2y=0 \end{array}\right\} x=y=0 \Rightarrow (0,0)$ K.N.

$f(0+h,0+k)-f(0,0)=h^2-k^2$

$h^2-k^2 \Rightarrow \geq 0$ veya ≤ 0 olabilir. Eyer noktası

---

2. Türev Testi

$f(x,y)$ nin bir $(a,b)\in D(f)$ noktasında bir kritik noktaya sahip olduğunu kabul edelim. $f(x,y)$ ile onun 1. ve 2. mertebe türevleri sürekli ve $f_x(a,b)=0$, $f_y(a,b)=0$ olsun.

$A=f_{xx}(a,b) \qquad B=f_{xy}(a,b)=f_{yx}(a,b) \qquad C=f_{yy}(a,b)$ olmak üzere

a) $B^2-AC<0$ ve $A>0$ ise f, (a,b) de yerel min. sahiptir

b) $B^2-AC<0$ " $A<0$ " " " " " max. "

c) $B^2-AC>0$ ise f, (a,b) de bir eyer noktasına sahiptir.

d) $B^2-AC=0$ ise test sonuç vermez. f, (a,b) de bir max/min değere veya bir eyer noktasına sahip olabilir.

(*) $f(x,y)=2x^3-6xy+3y^2$ fonksiyonunun kritik nokta- (C.0.29) larını bulup sınıflandırın.

$f_x=6x^2-6y=0$ ①   ② $\rightarrow x=y \xrightarrow{①} 6x^2-6x=0$ $x=0$, $x=1$

$f_y=-6x+6y=0$ ②

$x=0 \Rightarrow y=0 \rightarrow (0,0)$
$x=1 \Rightarrow y=1 \rightarrow (1,1)$ K.N.

$A=f_{xx}=12x$
$B=f_{xy}=-6$
$C=6$

	$A=12x$	$B=-6$	$C=6$	B^2-AC	
$(0,0)$	0	-6	6	$36-0=36>0$	$(0,0)$ Eyer noktası
$(1,1)$	12	-6	6	$36-12.6<0$	$A=12>0$ $(1,1)$ yerel min.

(*) $f(x,y)=x^3-3x^2+3xy^2-3y^2$

$f_x=3x^2-6x+3y^2=0$ ①
$f_y=6xy-6y=0$ ②

② $\rightarrow 6y(x-1)=0 \rightarrow y=0$ $x=1$

$x=1 \xrightarrow{①} y^2=1 \rightarrow y=\mp 1 \rightarrow (1,1)$ $(1,-1)$

$y=0 \xrightarrow{①} 3x^2-6x=0 \rightarrow x=0$, $x=2$ $\rightarrow (0,0)$ $(2,0)$ K.N.

$A=f_{xx}=6x-6$ $B=f_{xy}=6y$ $C=f_{yy}=6x-6$

	$A=6x-6$	$B=6y$	$C=6x-6$	B^2-AC	
$(0,0)$	-6	0	-6	$0-36<0$	$A=-6<0$ yerel max
$(1,1)$	0	6	0	$36>0$	Eyer nok.
$(1,-1)$	0	-6	0	$36>0$	Eyer nok.
$(2,0)$	6	0	6	$-36<0$	$A=6>0$ yerel min.