⊛ $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{n}{(n-1)\ln n}$ serisinin karakteri?

① Mutlak Yakınsak mı?

$$\sum_{n=2}^{\infty} \left| (-1)^{n-1} \cdot \frac{n}{(n-1)\ln n} \right| = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{(n-1)\ln n}$$ yakınsak mı? $\forall n \geq 2$ için $\ln n < n$ dir.

$$\frac{n}{(n-1)\ln n} > \frac{n}{(n-1).n} = \frac{1}{n-1} > \frac{1}{n} \Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{(n-1)\ln n} > \underbrace{\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n}}$$

Harmonik Seri Iraksak

Mukayese testine göre

$\sum \frac{n}{(n-1)\ln n}$ de ıraksak.

Dolayısıyla $\sum (-1)^n \frac{n}{(n-1)\ln n}$ mutlak yak. değil.

② Şartlı Yakınsak mı? $a_n = \frac{n}{(n-1)\ln n}$

a) $a_n > 0$ ✓

b) $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(n^2-1)\ln n}{n^2 \ln(n+1)} < 1 \Rightarrow a_{n+1} < a_n$ ✓

c) $\lim_{n\to\infty} \frac{n}{(n-1)\ln n} = 0$ ✓

} Alterne Seri Testine göre seri şartlı yakınsaktır.

⊛ $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{1+\sin n}{n} a_n$ olarak verilen $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ serisinin yakınsaklığını inceleyin.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n} = 0 < 1$$ Oran Testine göre Seri yakınsaktır.

http://avesis.yildiz.edu.tr/pkanar/dokumanlar

(*) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \dfrac{2n-1}{\sqrt{n}(n-1)}$ serisinin karakteri?

1)

$|a_n| = \dfrac{2n-1}{\sqrt{n}.(n-1)} \Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} \dfrac{2n-1}{\sqrt{n}(n-1)}$ yakınsak mı?

$\sum_{n=2}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{n}}$ seçelim. $p = \frac{1}{2} < 1$ ıraksak

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{2n-1}{\sqrt{n}(n-1)}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = 2 \neq 0, \infty$$

Limit Testine göre iki seri aynı karakterli. $\sum \dfrac{2n-1}{\sqrt{n}(n-1)}$ yakınsak değil.

Dolayısıyla $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \dfrac{2n-1}{\sqrt{n}(n-1)}$ mutlak yak. değil.

2) Şartlı Yakınsak mı?

a) $a_n = \dfrac{2n-1}{\sqrt{n}(n-1)} > 0$

b) $\dfrac{a_{n+1}}{a_n} = \dfrac{\frac{2n+1}{\sqrt{n+1}.n}}{\frac{2n-1}{\sqrt{n}.(n-1)}} = \dfrac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}} \cdot \dfrac{2n^2-n-1}{2n^2-n} < 1$

$a_{n+1} < a_n$ ✓

c) $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \dfrac{2n-1}{\sqrt{n}(n-1)} = 0$

olduğundan Alterne Seri Testine göre $\sum (-1)^n . \dfrac{2n-1}{\sqrt{n}(n-1)}$ şartlı yakınsaktır.

(*) $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2n} \cdot \left(\dfrac{3x+2}{-5}\right)^n$ yakınsaklık Aralığı? mutlak yak., şartlı yak., ıraksak olduğu x değerleri?

$$\lim_{n\to\infty} \left| \frac{1}{2n+2} \cdot \left(\frac{3x+2}{-5}\right)^{n+1} \cdot 2n \cdot \left(\frac{-5}{3x+2}\right)^n \right| = \lim_{n\to\infty} \underbrace{\frac{2n}{2n+2}}_{1} \cdot \frac{|3x+2|}{5} < 1$$

$|3x+2| < 5 \Rightarrow -5 < 3x+2 < 5 \Rightarrow \boxed{-\frac{7}{3} < x < 1}$ Mutlak Yakınsak

$\underline{x=1 \text{ ise}}$: $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{2n} \Rightarrow$ Alterne Harmonik Seri şartlı yak. $\boxed{x=1}$ ✓

$\underline{x = -\frac{7}{3} \text{ ise}}$: $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2n} \Rightarrow$ Harmonik Seri ıraksak

Seri:
- $-\frac{7}{3} < x < 1$ için M. Yak.
- $x = 1$ için Ş. Yak.
- $x \in \mathbb{R} - \left(-\frac{7}{3}, 1\right]$ için ıraksak

$\left(-\frac{7}{3}, 1\right]$: Yak. Aralığı

Pınar Albayrak

YTÜ - Fen-Edebiyat Fakültesi, 1. Vize Sınav Soru ve Cevap Kağıdı			NOT TABLOSU						
			1. S	2. S	3. S	4. S			TOPLAM
Adı Soyadı									
Öğrenci Numarası		Grup No							
Bölümü				Sınav Tarihi			02/04/2016		
Dersin Adı	MAT1072 MATEMATİK II		Sınav Süresi	100 dk	Sınav Yeri				
Dersi veren Öğretim Üyesinin Adı Soyadı				İmza					

YÖK nun 2547 sayılı Kanunun ***Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin*** 9. Maddesi olan ***"Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek"*** fiili işleyenler **bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma** cezası alırlar.

Soru 1. a) Ardışık olarak, $a_1 = \frac{1}{2}$ ve $n \geq 1$ doğal sayısı için $a_{n+1} = \sqrt{3+a_n} - 1$ ile verilen $\{a_n\}$ dizisi için $\lim_{n\to\infty} a_n = 1$ olduğu bilindiğine göre $\left\{\frac{a_{n+1}-1}{a_n-1}\right\}$ dizisinin limitini bulunuz. *(7puan)*

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}-1}{a_n-1} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{3+a_n}-2}{a_n-1}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(\sqrt{3+a_n}-2)(\sqrt{3+a_n}+2)}{(a_n-1)(\sqrt{3+a_n}+2)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\cancel{(a_n-1)}}{\cancel{(a_n-1)}(\sqrt{3+a_n}+2)} = \frac{1}{4}$$

$\lim_{n\to 0} (1+\frac{a}{n})^{n} = e^{a}$

b) Aşağıdaki serilerin yakınsak veya ıraksak olup olmadıklarını belirleyiniz. *(9+9 puan)*

i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$ ii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$

i) $$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}} = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n} = \lim_{n\to\infty} \left(1-\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)^{-1}$$

$$= e^{-1}\cdot 1 = \frac{1}{e} < 1$$ old. YAK. (Kök Testine göre)

ii) $b_n = \frac{1}{n}$ olmak üzere $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ harmonik seri ıraksak

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin(\frac{1}{n})}{\frac{1}{n}} = 1$$

Limit karşılaştırma testinden $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ıraksaktır. (her iki seri aynı karakterde)

Başarılar dilerim.

15

Pinar Albayrak

(*) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{\sqrt[4]{n^3+1}}$ serisi hangi x değerleri için mutlak yakınsak, şartlı yakınsak, ıraksaktır. Yakınsaklık aralığı?

$$\lim_{n\to\infty} \left| \frac{(x-1)^{n+1}}{\sqrt[4]{(n+1)^3+1}} \cdot \frac{\sqrt[4]{n^3+1}}{(x-1)^n} \right| = \lim_{n\to\infty} \underbrace{\frac{\sqrt[4]{n^3+1}}{\sqrt[4]{(n+1)^3+1}}}_{1} \cdot |x-1| = |x-1| < 1 \Rightarrow \boxed{0<x<2}$$

Mutlak Yak.

x=2 için

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n^3+1}}$ serisi $\Rightarrow$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n^3}}$ seçelim. $p=\frac{3}{4}<1$ ıraksaktır

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt[4]{n^3+1}}}{\frac{1}{\sqrt[4]{n^3}}} = 1 \neq 0, \infty$$

iki seri aynı karakterli.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n^3+1}}$ de ıraksak

x=0 için

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^3+1}}$ $\Rightarrow$ Seri mutlak yakınsak değildir.

① $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n^3+1}} = 0$ ✓ ② $\frac{1}{\sqrt[4]{n^3+1}} > \frac{1}{\sqrt[4]{(n+1)^3+1}}$ $(a_{n+1} < a_n)$ ✓

③ $a_n = \frac{1}{\sqrt[4]{n^3+1}} > 0$ ①, ② ve ③'den seri şartlı yakınsak

Seri:

$$\left.\begin{array}{l} 0<x<2 \text{ için } \text{mutlak yakınsak} \\ x=0 \text{ " şartlı yakınsak} \end{array}\right\} [0,2) \rightarrow \text{yakınsaklık aralığı}$$

$x \in \mathbb{R}-[0,2)$ için ıraksaktır.

(*) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n!}$ serisinin yakınsaklık aralığı?

$$\lim_{n\to\infty} \left| \frac{x^{(2n+2)}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{x^{2n}} \right| = \lim_{n\to\infty} \frac{x^2}{n+1} = 0 < 1 \Rightarrow \text{Yakınsaklık Aralığı } (-\infty,\infty) = \mathbb{R}$$

(*) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k\sqrt{k^2+1}} \cdot (2x-3)^k$ serisi hangi x değerleri için mutlak yakınsak, şartlı yakınsak, ıraksaktır? Yakınsaklık Aralığı?

$$\lim_{k\to\infty} \left|\frac{a_{k+1}}{a_k}\right| = \lim_{k\to\infty} \left| \frac{(2x-3)^{k+1}}{(k+1)\sqrt{(k+1)^2+1}} \cdot \frac{k.\sqrt{k^2+1}}{(2x-3)^k} \right|$$

$$= \underbrace{\lim_{k\to\infty} \frac{k.\sqrt{k^2+1}}{(k+1)\sqrt{(k+1)^2+1}}}_{1} \cdot |2x-3| = |2x-3| < 1 \Rightarrow -1 < 2x-3 < 1$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{1 < x < 2}$$

Mutlak Yak.

x = 1 için

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k\sqrt{k^2+1}} \Rightarrow \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$$ seçelim. $p = 2 > 1$ yakınsak

$$\Rightarrow \lim_{k\to\infty} \frac{\frac{1}{k\sqrt{k^2+1}}}{\frac{1}{k^2}} = 1 \neq 0, \infty$$

Limit Testine göre iki seri aynı karakterli.

$\sum \frac{1}{k\sqrt{k^2+1}}$ de yakınsak.

$$\Downarrow$$

$\boxed{x=1}$ ✓ (Mutlak Yak.

x = 2 için

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k\sqrt{k^2+1}} \Rightarrow \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k\sqrt{k^2+1}}$$ yakınsak olduğundan

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k\sqrt{k^2+1}}$$ mutlak yakınsaktır.

$\boxed{x=2}$ ✓ (Mutlak Yak.)

Seri ;

$1 \le x \le 2$ için mutlak yakınsaktır.

Şartlı yakınsak olduğu bir x değeri yoktur.

} $[1,2]$ yakınsaklık aralığı

$x \in \mathbb{R} - [1,2]$ için ıraksaktır.

http://avesis.yildiz.edu.tr/pkanar/dokumanlar

(*) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n\ln n}$ serisinin yakınsaklık aralığı, mutlak / şartlı yak. olduğu x'değerleri?

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{(x-2)^{n+1}}{(n+1).\ln(n+1)}\cdot\frac{n.\ln n}{(x-2)^n}\right| = \lim_{n\to\infty}\frac{n\ln n}{(n+1)\ln(n+1)}\cdot|x-2|$$

$$= \lim_{n\to\infty}\underbrace{\frac{n}{n+1}}_{1}\cdot\underbrace{\frac{\ln n}{\ln(n+1)}}_{1}\cdot|x-2|<1 \Rightarrow \boxed{1<x<3}$$

Mutlak Y.

x = 3 için

$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln n} \Rightarrow$

① $f(x)=\frac{1}{x\ln x}>0$ ($x\in[2,\infty)$ için)

② $f'(x)=-\frac{1+\ln x}{x^2\ln^2 x}<0 \Rightarrow f(x)$ azalan

③ $f(x)=\frac{1}{x\ln x}$ $[2,\infty)$ da sürekli

integral testi uygulanabilir ✓

$$\int_2^{\infty}\frac{dx}{x\ln x}=\lim_{R\to\infty}\int_2^R\frac{dx}{x\ln x}=\lim_{R\to\infty}\ln(\ln x)\Big|_2^R=\lim_{R\to\infty}\underbrace{\ln(\ln R)-\ln(\ln 2)}_{\infty}=\infty$$

⇓ integral ıraksak ⇓ Seri ıraksak

x = 1 için

$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\ln n} \Rightarrow$ Mutlak Yak. değildir.

① $a_n=\frac{1}{n\ln n}>0$ ② $a_{n+1}<a_n$? $\frac{1}{(1+n)\ln(n+1)}<\frac{1}{n\ln n}$ ✓ ③ $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n\ln n}=0$ ✓

Alterne Seri Testine göre seri şartlı yakınsaktır.

Seri:

1<x<3 için Mutlak Yak.
x=1 için Şartlı Yak.

$[1,3)$ için yakınsak (Yak. Aralığı)

$x\in\mathbb{R}-[1,3)$ için ıraksaktır.

http://avesis.yildiz.edu.tr/pkanar/dokumanlar

(*) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(3-2x)^k}{k^2 \ln k}$ serisinin yakınsaklık aralığı?

$$\lim_{k\to\infty} \left| \frac{(3-2x)^{k+1}}{(k+1)^2 \ln(k+1)} \cdot \frac{k^2 \cdot \ln k}{(3-2x)^k} \right| = \lim_{k\to\infty} \underbrace{\frac{k^2}{(k+1)^2} \cdot \frac{\ln k}{\ln(k+1)}}_{\to 1} \cdot |3-2x| = |3-2x| < 1$$

$\Downarrow$

$\boxed{1 < x < 2}$ M. Yak.

$$\left(\lim_{k\to\infty} \frac{\ln k}{\ln(k+1)} = \lim_{k\to\infty} \frac{\frac{1}{k}}{\frac{1}{k+1}} = 1 \right)$$

x=1 için

$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k^2 \ln k} \Rightarrow \sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k^2}$ seçelim. $p=2>1$ yakınsak

$\lim_{k\to\infty} \frac{\frac{1}{k^2 \ln k}}{\frac{1}{k^2}} = \lim_{k\to\infty} \frac{1}{\ln k} = 0 \Rightarrow$ Limit Testine göre; $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k^2}$ yak. olduğundan $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k^2 \ln k}$ de yakınsak

x=2 için

$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^2 \ln k} \Rightarrow \sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k^2 \ln k}$ yakınsak olduğundan $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^2 \ln k}$ mutlak yak.

$1 \le x \le 2$ için mutlak yak.

Serinin şartlı yak. olduğu x değeri yok $\Big\}$ $[1,2]$ yak. aralığı

$x \in \mathbb{R} - [1,2]$ için ıraksak

(*) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n!}{(n+1)!}$ karakteri?

$$\frac{1+n!}{(n+1)!} > \frac{n!}{(n+1)!} = \frac{1}{n+1} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n!}{(n+1)!} > \underbrace{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1}}$$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ seçelim. H. Seri ıraksak

Limit T. göre

$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n+1}}{\frac{1}{n}} = 1 \neq 0, \infty \Rightarrow \sum \frac{1}{n+1}$ de ıraksak

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n!}{(n+1)!} > \underbrace{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1}}_{\text{ıraksak}} \Rightarrow$$ Mukayese testine göre $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n!}{(n+1)!}$ de ıraksak

(*) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{3+2^n}$ serisinin mutlak / şartlı yakınsak, ıraksak olduğu x değerleri?

$$\lim_{n\to\infty} \left| \frac{x^{n+1}}{3+2^{n+1}} \cdot \frac{3+2^n}{x^n} \right| = \lim_{n\to\infty} \frac{3+2^n}{3+2^{n+1}} \cdot |x| = \lim_{n\to\infty} \frac{\cancel{2^n}\left(\overset{0}{\frac{3}{2^n}}+1\right)}{\cancel{2^n}\left(\underset{0}{\frac{3}{2^n}}+2\right)} \cdot |x|$$

$$= \frac{|x|}{2} < 1 \Rightarrow \boxed{-2<x<2}$$

M.Y.

x=2 için

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{3+2^n}$ serisi elde edilir.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2^n}{3+2^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\cancel{2^n}^{1}}{\cancel{2^n}\left(\underset{0}{\frac{3}{2^n}}+1\right)} = 1 \neq 0 \Rightarrow$$ n. Terim Testine göre seri ıraksak

x=-2 için

$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2^n}{3+2^n}$ serisi elde edilir.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2^n}{3+2^n} = 1 \neq 0 \Rightarrow$$ Alterne seri testine göre seri ıraksaktır.

Mutlak yakınsak: $-2<x<2$
Şartlı " : yok

$(-2,2) \to$ yakınsaklık aralığı

Iraksak: $\mathbb{R}-(-2,2)$

http://avesis.yildiz.edu.tr/pkanar/dokumanlar

(*) $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})(x-3)^n$ serisi hangi x değerleri için mutlak veya şartlı yakınsar?

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{n} = \frac{(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$$

$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})(x-3)^n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} (x-3)^n$ şeklinde düzenleyelim

$\lim_{n\to\infty} \left| \frac{(x-3)^{n+1}}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}} \cdot \frac{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}{(x-3)^n} \right| = |x-3| < 1 \Rightarrow \boxed{2 < x < 4}$ M.Yakınsak

x = 4 için

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ serisi elde edilir. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ $(p = \frac{1}{2} < 1$ ıraksak$)$ seçelim.

$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \frac{1}{2} \neq 0, \infty \Rightarrow$ Limit Testine göre iki seri aynı karakterli; $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ ıraksak

x = 2 için

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ mutlak yakınsak değil. Şartlı yakınsak mı?

$a_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ → $a_n > 0$ ✓, $a_{n+1} < a_n$ ✓, $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ ✓ } Alterne seri testine göre seri şartlı yakınsaktır.

M.Yakınsak : $x \in (2,4)$
Ş.Yakınsak : $x = 2$
} Yakınsaklık Aralığı $= [2,4)$

Iraksak : $\mathbb{R} - [2,4)$

http://avesis.yildiz.edu.tr/pkanar/dokumanlar

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ 1. Yılİçi Sınavı Soru ve Cevap Kağıdı		NOT TABLOSU				
		1. S	2. S	3. S	4. S	TOPLAM
Adı Soyadı						
Öğrenci Numarası	Grup No					
Bölümü					Sınav Tarihi	31.03.2018
Dersin Adı	MAT1072 MATEMATİK 2	Sınav Süresi	110 dk.		Sınav Yeri	
Dersi veren Öğretim Üyesinin Adı Soyadı					İmza	

YÖK nun 2547 sayılı Kanunun *Öğrenci Disiplin Yönetmeliğinin* 9. Maddesi olan *"Sınavlarda kopya yapmak ve yaptırmak veya buna teşebbüs etmek"* fiili işleyenler bir veya iki yarıyıl uzaklaştırma cezası alırlar.

1-) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{(x-3)^n}{2^n \sqrt[3]{n^2+5}}$ kuvvet serisi hangi $x \in \mathbb{R}$ değerleri için

i) mutlak yakınsak **ii)** şartlı yakınsak **iii)** ıraksak olur? **(20P)**

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{U_{n+1}}{U_n}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{(-1)^{n+1}(x-3)^{n+1}}{2^{n+1}\sqrt[3]{(n+1)^2+5}} \cdot (-1)^n \frac{2^n\sqrt[3]{n^2+5}}{(x-3)^n}\right|$$

$$= \underbrace{\lim_{n\to\infty} \frac{1}{2}\frac{\sqrt[3]{n^2+5}}{\sqrt[3]{(n+1)^2+5}}}_{\frac{1}{2}} |x-3| = \frac{1}{2}|x-3| < 1$$

$$|x-3| < 2 \longrightarrow -2 < x-3 < 2 \rightarrow 1 < x < 5$$

$x=1$ için, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n^2+5}}$ $\left\{ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{2/3}} \quad p=\frac{2}{3}<1 \text{ ıraksak} \right.$

$\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{\sqrt[3]{n^2+5}}}{\frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}} = 1 \neq 0, \infty$

Aynı karakterde

$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n^2+5}}$ ıraksak

$x=5$ için, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2+5}}$ Mutlak Yakınsak değil

$a_n = \frac{1}{\sqrt[3]{n^2+5}} > 0$, $a_{n+1} < a_n$, $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ Şartlı Yakınsak

i) $1 < x < 5$ aralığında Mutlak Yakınsak

ii) $x=5$ de Şartlı Yakınsak

iii) $\mathbb{R} \setminus (1,5]$ de Iraksak

2-a) Aşağıdaki iki serinin yakınsak veya ıraksak olup olmadığını sebepleriyle belirleyiniz.

i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \sin\frac{1}{n}}{\sqrt{n^2+n+1}}$ **(10P)**

$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \sin\frac{1}{n}}{\sqrt{n^2+n+1}}$ $\qquad$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ Harmonik Seri seçelim.

$$\lim_{n\to\infty} \underbrace{\frac{n^2}{\sqrt{n^2+n+1}}}_{\infty} \underbrace{\frac{\sin\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}}}_{1} = \infty \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$ ıraksak olduğundan

verilen seri ıraksaktır.

ii) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(1+\ln n)}$ **(10P)**

$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(1+\ln n)}$ $\qquad$ $f(x) = \dfrac{1}{x(1+\ln x)}$, $[1,\infty)$ da pozitif, sürekli, azalan

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x(1+\ln x)} = \lim_{R\to\infty} \int_1^{R} \frac{dx}{x(1+\ln x)} = \lim_{R\to\infty} \int_1^{1+\ln R} \frac{du}{u} = \lim_{R\to\infty} \ln u \Big|_1^{1+\ln R}$$

$1+\ln x = u$

$\dfrac{dx}{x} = du$

$$= \lim_{R\to\infty} \Big[\underbrace{\ln(1+\ln R)}_{\infty} - \ln 1\Big]$$

$= \infty \rightarrow$ Iraksak

integral testine göre seri ıraksaktır.

2-b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{2^n} = ?$ **(10P)**

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{2^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n-1}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \Big(\underbrace{\tfrac{1}{2}}_{r}\Big)^{n-1} + \sum_{n=1}^{\infty} \Big(\underbrace{-\tfrac{1}{2}}_{a}\Big)\cdot\Big(\underbrace{-\tfrac{1}{2}}_{r}\Big)^{n-1}$$

$$= \frac{1}{1-\frac{1}{2}} + \frac{-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$