

**UNIVERZITA KARLOVA
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA**



ALGORITMY POČÍTAČOVÉ KARTOGRAFIE

Energy spline

Daniela DANČEJOVÁ,
Anna KOŽÍŠKOVÁ,
Praha 2023

Zadání

S využitím generalizačního operátoru Partial Modification realizujte odsun a částečnou změnu tvaru jednoho blízkého prvku vůči blízkému pevnému prvku (bariéře) tak, aby v generalizované mapě nedošlo k jejich grafickému konfliktu. Hodnotu minimální vzdálenosti prvků d volte v závislosti na měřítkovém čísle mapy (např. 1 mm v mapě). Pro implementaci použijte metodu energetických splinů.

Jako vstupní data použijte existující kartografická data (např. silniční či železniční síť, vodstvo), která budou načítána ze dvou textových souborů ve vámi zvoleném formátu.

Grafické rozhraní realizujte s využitím frameworku QT, výsledky generalizačních operací vizualizujte. Porovnejte dosažené výsledky s ruční generalizací prováděnou kartografickým expertem.

Hodnocení:

Krok	Hodnocení
Partial Modification: 1 prvek a překážka.	20b
<i>Partial Modification: 2 blízké prvky.</i>	+10b
<i>Partial Modification: 2 prvky a překážka.</i>	+15b
<i>Partial Modification: 3 prvky.</i>	+15b
<i>Variabilní počet iterací, polohová chyba menší než grafická přesnost mapy.</i>	+5b
Max celkem:	55b

Popis a rozbor problému

Každé kartografické dílo představuje určitou abstrakci skutečnosti. Aby bylo kartografické dílo čitelné, názorné a přehledné, musí se omezit množství vstupních dat pro jeho tvorbu (Bayer 2008), což je proces, který se označuje jako kartografická generalizace. V oblasti počítačové grafiky má také význam pro zrychlení procesu vizualizace dat.

Každá generalizace by měla zachovat topologické vztahy mezi generalizovanými a sousedními prvky. Pro tyto účely vzniká v oblasti počítačové kartografie množství generalizačních algoritmů, které se liší především složitostí implementace, efektivitou a výstupem. V této úloze bude představen a aplikován generalizační operátor *Partial Modification* na dvou liniových prvcích, který realizuje odsun a částečnou změnu tvaru jednoho liniového prvku vůči druhému.

Energetické spliny

Energetický spline (v angličtině i jako *snake*) je často využívanou technikou v oblasti počítačové grafiky a zpracování obrazu. Jedná se o křivku, která upravuje svůj tvar na základě určitých energetických nebo nákladových funkcí (Bayer 2023). Cílem této metody je minimalizovat celkovou energii určité křivky tak, aby zaujala rovnovážnou polohu zohledňující jak vnitřní energii, tak i působení vnějších sil. Energetický model pro takovou křivku L s délkou l má tvar

$$E(d) = \int_l E_i(s)ds + \int_l E_e(s)ds,$$

kde d představuje vstupní parametrickou křivku, s je parametr ($s \in \langle 0, 1 \rangle$), E_i je vnitřní energie splinu a E_e je vnější energie splinu. Parametrická křivka d je daná vztahem

$$d(s) = (x(s) - x_0(s), y(s) - y_{(0)}(s)),$$

kde x_0 a y_0 představují souřadnice vstupního prvku a x, y pak souřadnice výsledného prvku, který byl generalizován.

Vnitřní energie ovlivňuje průběh křivky a její tvar. Celkovou vnitřní energii ovlivňuje trojice parametrů $\alpha(s), \beta(s), \gamma(s) \in \mathbb{R}^+$, které představují váhy vnitřních vlastností křivky: vzdálenost od původního elementu, elasticita a tuhost.

Vnější energie zabezpečuje deformaci splinu způsobenou vnějšími silami. Její přidružená energetická funkce, která má zrealizovat generalizační operaci *Partial Modification*, je navržena tak, aby se generalizovaný prvek nepřiblížil k jinému prvku na vzdálenost menší než \underline{d} .

Minimalizace celkové energie splinu, která je daná vztahem

$$E(d(s)) = \int_l F(s, d(s), d'(s), d''(s))ds,$$

umožňuje aplikovat Eulerovu-Lagrangeovu rovnici na $E(d)$, čímž obdržíme vztah

$$\alpha(s)d(s) + \beta(s)\frac{\partial d^2(s)}{\partial s^2} - \gamma(s)\frac{\partial d^4(s)}{\partial s^4} + \nabla E_e(x(s), y(s)) = 0$$

Pokud budeme hodnoty $\alpha(s), \beta(s), \gamma(s)$ považovat za konstantní vzhledem k ekvidistantnímu kroku h , získáme Eulerovy rovnice ve tvaru

$$\alpha(x) + \beta\frac{\partial^2 x}{\partial s^2} - \gamma\frac{\partial^4 x}{\partial s^4} + \frac{\partial}{\partial x}E_e(x(s), y(s)) = 0,$$

$$\alpha(y) + \beta\frac{\partial^2 y}{\partial s^2} - \gamma\frac{\partial^4 y}{\partial s^4} + \frac{\partial}{\partial y}E_e(x(s), y(s)) = 0.$$

Pokud je spline vzorkován s konstantním krokem h , lze pro praktičtější výpočty využít jeho diskrétní aproximaci, a tedy nahrazením parciálních derivací centrálními diferencemi:

$$\begin{aligned}\alpha x_i + \beta(x_{i-1} - 2x_i + x_{i+1}) + \gamma(x_{i-2} - 4x_{i-1} + 6x_i - 4x_{i+1} + x_{i+2}) + E_{e,x} &= 0, \\ \alpha y_i + \beta(y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}) + \gamma(y_{i-2} - 4y_{i-1} + 6y_i - 4y_{i+1} + y_{i+2}) + E_{e,y} &= 0,\end{aligned}$$

kde hodnoty $E_{e,x}, E_{e,y}$ představují parciální derivace vnější energie podle proměnných x_i, y_i . Ze vztahů vyplývá, že spline musí být vzorkován alespoň pěti body $p_{i-2}, p_{i-1}, p_i, p_{i+1}, p_{i+2}$. Příslušná maticová reprezentace má pak tvar

$$\begin{aligned}A\Delta X + E_{e,x} &= 0, \\ A\Delta Y + E_{e,y} &= 0,\end{aligned}$$

kde A je pentadiagonální matice, jejíž prvky spočteme ze vztahů

$$a = \alpha + \frac{2\beta}{h^2} + \frac{6\gamma}{h^4}, \quad b = -\frac{\beta}{h^2} - \frac{4\gamma}{h^4}, \quad c = \frac{\gamma}{h^4}.$$

Protože je matice A singulární, nelze hodnoty $\Delta X_{(i)}$ a $\Delta Y_{(i)}$ určit přímo; je tedy potřebné uvedenou soustavu řešit iterací

$$\begin{aligned}\Delta X_{(i)} &= (A + \lambda I)^{-1}(\lambda \Delta X_{(i-1)} - E_{e,x}), \\ \Delta Y_{(i)} &= (A + \lambda I)^{-1}(\lambda \Delta Y_{(i-1)} - E_{e,y}),\end{aligned}$$

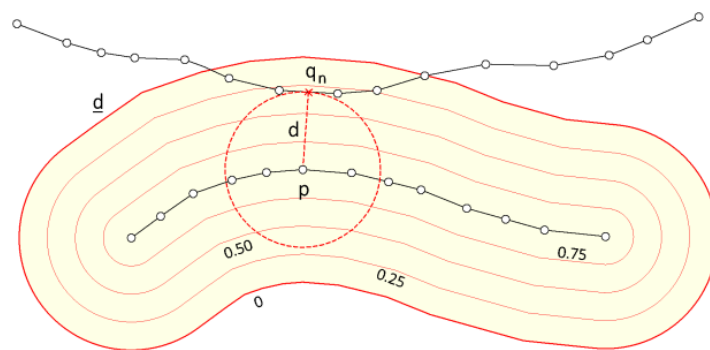
kde $\Delta X_{(i)} = X_{(i)} - X_{(0)}$ a $\Delta Y_{(i)} = Y_{(i)} - Y_{(0)}$ představují souřadnicové rozdíly vrcholů splinu v i -té iteraci a počáteční aproximace, kterou představuje lomená čára. Parametr λ ovlivňuje rychlost konvergence iteračního procesu, kde vyšší hodnoty λ urychlují posun $\Delta X_{(i)}, \Delta Y_{(i)}$ vrcholů splinu. Matice A je konstantní v průběhu celého iteračního procesu.

Operace Partial Modification

Tato generalizační operace zahrnuje posun a změnu tvaru takových částí prvku, které se přiblíží k jinému prvku na vzdálenost menší než \underline{d} (obr. 1). Řeší situace, kde se prvky v generalizované mapě ocitnou příliš blízko u sebe a mohou vzájemně splynout, hodnotu \underline{d} tedy můžeme chápat jako minimální vzdálenost prvků, při které nedojde ke grafickému slití v daném měřítku generalizované mapy. Existuje několik variant této operace podle toho, u kolika prvků bude proveden odsun:

- *Částečná modifikace jednoho prvku.* Jeden prvek je pevný a představuje bariéru (překážku), druhý prvek je modifikovatelný.
- *Částečná modifikace obou prvků.* Žádný prvek není pevný, oba prvky mohou měnit svoji polohu a tvar.
- *Kombinace obou případů.* Jeden prvek představuje bariéru, poloha a tvar ostatních prvků se vůči bariéře mohou měnit.

V této úloze bude řešena první varianta.



Obrázek 1: Energetická funkce $E_e(x, y)$ se znázorněnými vrstevnicemi (převzato z Bayer 2023).

Energetická funkce pro tuto operaci má tvar

$$E_e(x, y) = \begin{cases} c(1 - \frac{d}{\underline{d}}), & d < \underline{d} \\ 0, & \text{jinak,} \end{cases}$$

kde c je konstanta, $c \in \mathbb{R}^+$, a ovlivňuje míru, jakou tento člen upravuje tvar splinu. V diskrétní podobě využívá řešení parciálních derivací E_e podle x, y :

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_e(x, y)}{\partial x} &= -c \frac{x - x_n}{d\underline{d}}, \\ \frac{\partial E_e(x, y)}{\partial y} &= -c \frac{y - y_n}{d\underline{d}}, \end{aligned}$$

kde $q_n = [x_n, y_n]$ je nejbližší vrchol k vrcholu $p = [x, y]$. Výsledné posuny vrcholů vycházejí z požadavku vyrovnaného stavu mezi vnitřní a vnější energií.

Částečná modifikace jednoho prvku

Tato varianta se v kartografii využívá v případě, kdy chceme, aby svůj tvar a polohu modifikoval pouze generalizovaný prvek. Tento případ může nastat například ve vztahu silniční sítě a vodstva, kde by vodní tok měl představovat nehybný prvek a neměl by být generalizací dotčen.

Algoritmus pro tuto variantu operace Partial Modification je složen z následujících kroků:

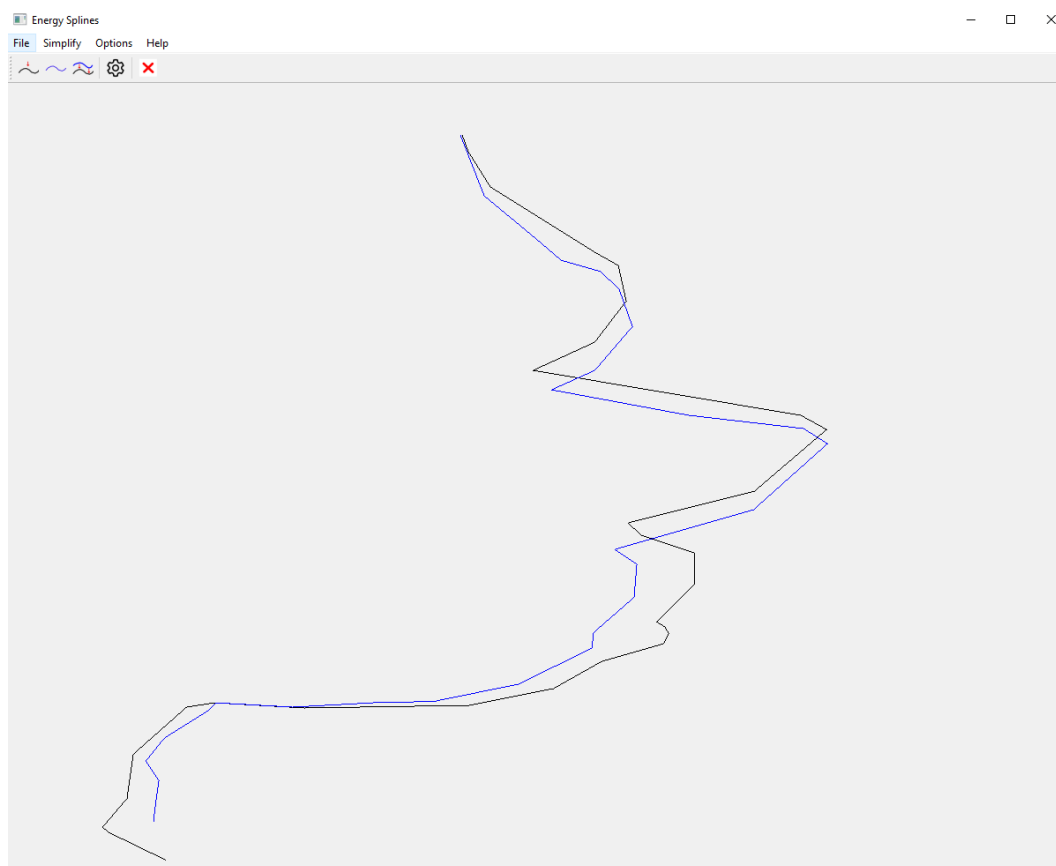
1. Předzpracování: konverze spojové reprezentace polylinie na maticovou reprezentaci.
2. Výpočet kroku h .
3. Určení prvků matice A ze zadaných hodnot α, β, γ a h .
4. Iterační proces: postupné realizování posunu pro předem zadaný počet iterací, výpočet nových souřadnic vrcholů splinu.
5. Konverze maticové reprezentace X, Y na spojový seznam vrcholů generalizované polylinie.

Implementace

V rámci této úlohy bylo ve frameworku QT vytvořené uživatelské prostředí pro načítání dvou lini-
ových prvků. Jeden z prvků představuje objekt, který se má být zgeneralizovat vůči druhému linio-
vému prvku, představující bariéru.

Vstupní data

K aplikaci jsou přidána zkušební data, na kterých lze aplikaci otestovat. Testovací data představují
dva soubory typu .csv. V jednom případě se jedná o silniční liniový prvek a v druhém případě o vodní
tok. Data se nachází ve složce /input_files pod názvy silnice.csv a vodni_tok.csv. Jejich grafické
znázornění je vidět na Obrázku 2.

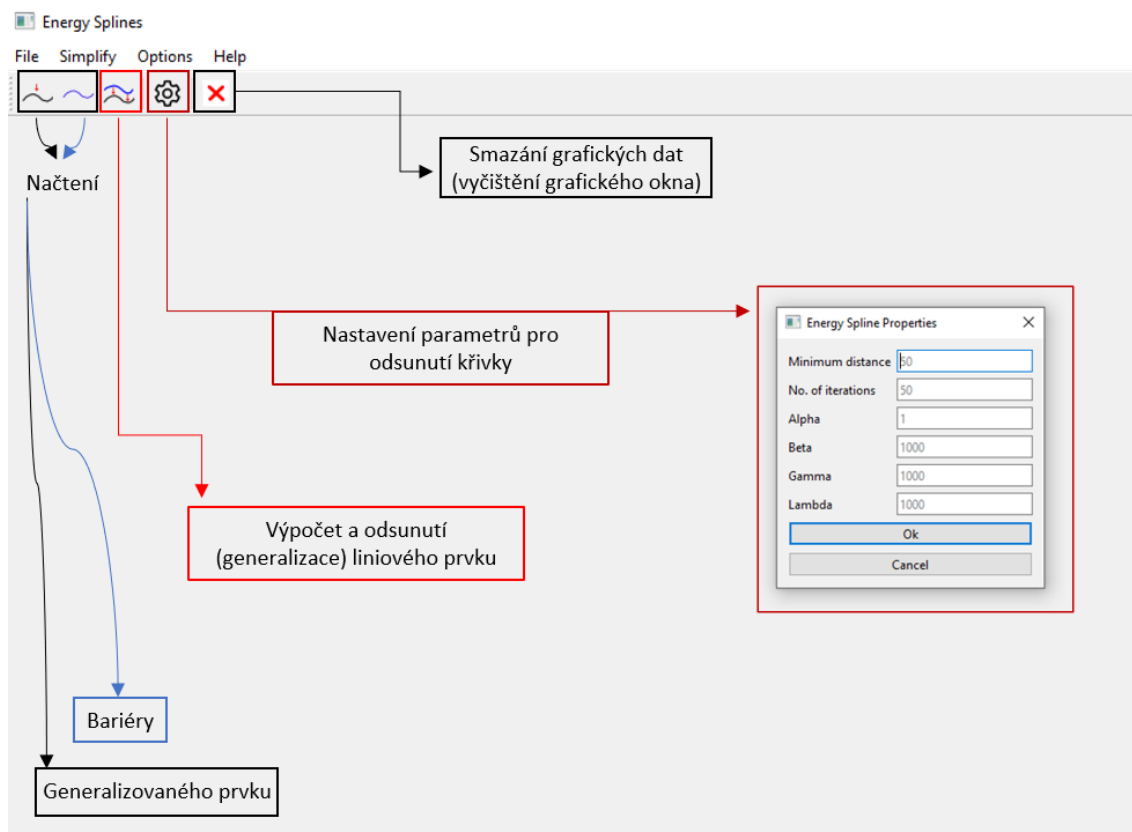


Obrázek 2: Načtení liniových prvků silnice (černě) a vodního toku (modře) (vlastní zpracování).

Aplikace

Grafické uživatelské prostředí bylo navrženo a vygenerováno v rozhraní Qt Creator 9.0.1. Sa-
motné výpočetní a doprovodné algoritmy včetně vykreslování dat byly realizovány pomocí pro-

gramovacího jazyka Python 3.11. Obrázek 3 pak názorně ilustruje možnosti grafického prostředí a funkčnost celé aplikace.



Obrázek 3: Ukázka grafického okna aplikace s popisem funkcí (vlastní zpracování).

Uživatel si může skrze aplikaci nahrát vstupní data (bariéru a odsunující linii) v podobě .csv souboru. Pomocí tlačítka nebo ikony nastavení (options/settings) je možné upravit parametry pro odsun dle vlastní potřeby. Tyto parametry jsou výchoze nastaveny tak, jak je vidět na Obrázku 3. Vizualizovaná data i grafické výsledky odsunuté křivky je možné smazat pomocí červeného křížku.

Třídy a metody

Pro zdárné spuštění aplikace je potřeba následující tři skripty `mainform.py`, `algorithms.py` a `draw.py`, které obsahují třídy `Ui_MainWindow`, `Algorithms` a `Draw`, ve kterých jsou níže popsány jejich jednotlivé algoritmy včetně jejich funkčnosti.

Třída `Ui_MainWindow`

Třída `Ui_MainWindow` ze souboru `mainform.py` zabezpečuje inicializaci okna aplikace, vrchní lišty, panelu nástrojů, ikon a tlačítek. Zároveň propojuje jednotlivé interaktivní položky okna s metodami, které vykonají specifické akce. Týkají se především otevření souboru, spouštění konkrétních algoritmů apod. Část této třídy byla vygenerována v prostředí Qt Creator 9.0.1 (metody `setupUi()` a `translateUi()`). Níže jsou vyjmenovány nově implementované metody:

- `__init__()`

Inicializuje výchozí parametry pro výpočet energetického splinu.

- `set SplineSettings()`

Nastavuje vstupní parametry energetického splinu .

- `setSplineDefaultSettings()`

Nastavuje výchozí parametry splinu

- `splineInvalidInput()`

Upozorní na nevalidní vstupní parametry splinu.

- `displaceClick()`

Provede výpočet energetického splinu, respektive odsune potřebný liniový prvek vůči zadané bariéře.

- `loadLineClick()`

Načítá vstupní soubor pro liniový prvek, který se bude generalizovat.

- `loadBarrierClick()`

Načítá vstupní soubor pro liniový prvek, který představuje bariéru.

- `clearClick()`

Vymaže veškeré grafické výsledky.

- `openFile()`

Otevře CSV soubor a načte ho do proměnné.

- `processFile()`

Zabezpečuje otevření souboru. Samotný soubor načte do proměnné pomocí metody `openFile()` a následně zavolá metodu `clearCanvas()` pro vyprázdnění okna. Pokud je vstupní CSV nečitelný, uživatele na to upozorní vyskakovacím oknem.

- `aboutClick()`

Otevře se Github repozitář s řešeným úkolem, informacemi a dokumentací k této úloze.

- `exitClick()`

Ukončí chod aplikace.

Třída **Algorithms**

V této třídě jsou obsaženy algoritmy pro výpočet energetického splinu a odsunutí zadaného liniového prvku vůči nějaké bariéře. Třída obsahuje následující metody:

- `getEuclidDistance(self, x1, y1, x2, y2)`

Vypočte euklidovskou vzdálenost mezi dvěma body.

- `getPointLineDistance(self, xa, ya, x1, y1, x2, y2)`

Vypočte vzdálenost mezi bodem a linií.

- `getPointLineSegmentDistance(self, xa, ya, x1, y1, x2, y2)`

Vrátí vzdálenost mezi bodem a liniovým segmentem

- `getNearestLineSegmentPoint(self, xa: float, ya: float, X: matrix, Y: matrix)`

Vrátí průsečík (bod) na bariéře. Jedná se o kolmý průmět bodu p na bariéru.

- `createA(self, alpha, beta, gamma, h, m)`

Vytvoří matici A pro účel výpočtu odsunutí liniového prvku.

- `getEx(self, xi, yi, xn, yn, d, dmin)`

Vrátí parciální derivaci pro vnější energii podle x.

- `getEy(self, xi, yi, xn, yn, d, dmin)`

Vrátí parciální derivaci pro vnější energii podle y.

- `minEnergySpline()`

Vytvoří novou odsunutou linii.

Třída Draw

Třída Draw ze souboru `draw.py` slouží pro inicializaci proměnných nesoucí prostorovou informaci, načítání a vykreslování geoprostorové informace. Tato třída má 3 list atributů, 4 int atributy a 3 bool atributy pro manipulaci se vstupními daty.

Třída Draw pak obsahuje následující metody:

- `paintEvent(self)`

Zodpovídá za veškeré grafické vykreslování na plátno (Canvas).

- `getL(self)`

Vrací liniový prvek, který se bude generalizovat.

- `getB(self)`

Vrací liniový prvek bariéry.

- `setLD(self, LD_)`

Nastaví vytvořenou odsunutou linii.

- `setSource(self, status)`

Přepíná mezi vstupní linií a bariérou. Nese informaci, zda se aktuálně zpracovává generalizovaná linie, nebo bariéra.

- `clearAll(self)`

Smaže všechny objekty na plátně (Canvas).

- `loadData(data)`

Prochází vstupní CSV soubor a načte geoprostorovou informaci.

- `findBoundingPoints(p,, xmin, ymin, xmax, ymax)`

Nalezne minimální a maximální souřadnice pro vykreslování vstupních dat.

- `resizeContent(xmin, ymin, xmax, ymax)`

Roztáhne vstupní data na plátno podle velikosti okna aplikace.

Výsledky

Pro účely demonstrace implementovaného algoritmu *Partial Modification* pro modifikaci jednoho prvku byly z databáze ArcČR 500 3.3 obdrženy dvě linie – silnice (černá barva) a vodní tok (modrá barva) v blízkosti Špindlerova Mlýnu (viz. Obrázek 2). Při zachování výchozích parametrů:

$$\underline{d} = 100 \text{ m,}$$

počet iterací 50,

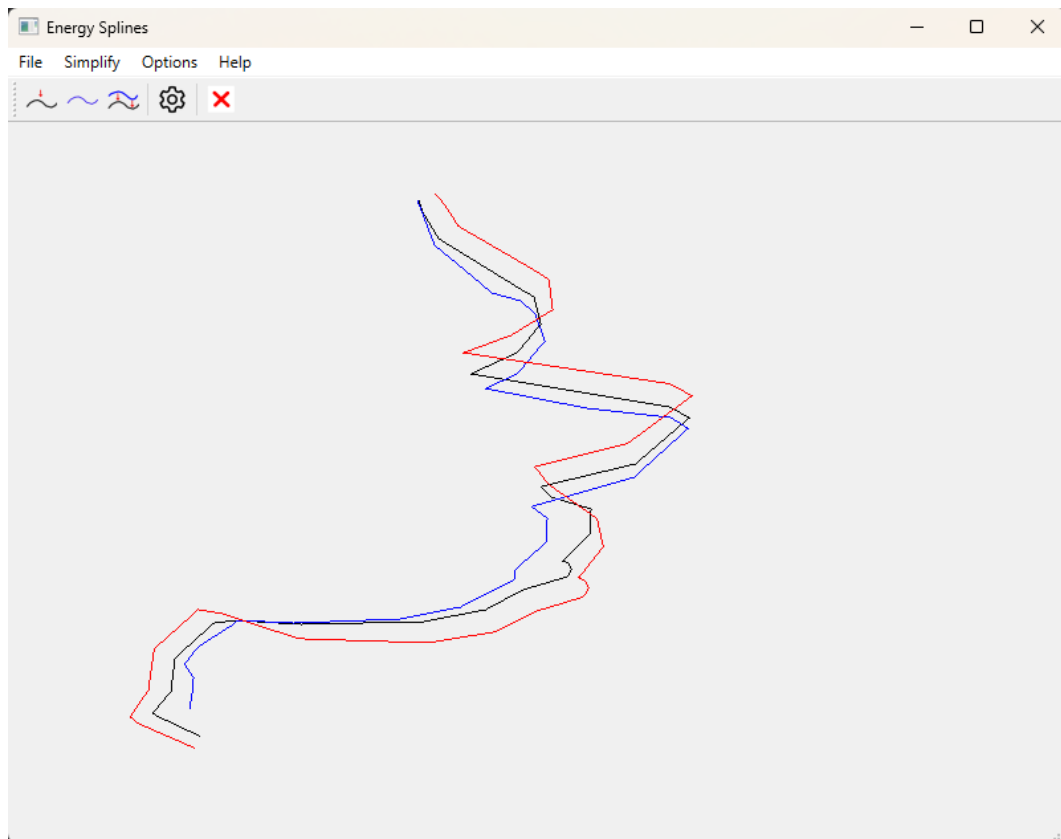
$$\alpha = 1,$$

$$\beta = 1000,$$

$$\gamma = 10,$$

$$\lambda = 10$$

byl proveden odsun silnice (červená barva) na místech, kde do sebe obě linie splývají, což je znázorněno na Obrázku 4. S tímto nastavením zachovává nová linie původní tvar silnice.



Obrázek 4: Odsun liniového prvku s výchozím nastavením.

Závěr

Cílem této úlohy bylo vytvořit aplikaci, která dokáže zadanou vstupní linii odsunout vzhledem k zadané bariéře pomocí metody energetického splinu. Ačkoliv může výstup této úlohy působit velmi prostě a jednoduše, jedná se o celkem pokročilou metodu generalizace, která v dnešní době představuje jedno z řešených témat v moderní digitální kartografii. Vzhledem k vzniklým výsledkům lze prohlásit, že aplikovaný algoritmus provedl odsun linie správně.

Implementovaný algoritmus by bylo vhodné vylepšit o schopnost provádět odsuny více prvků v kombinacích s různým počtem bariér.

Literatura

- [1] ARCDATA Praha (2016): ArcČR 500, verze 3.3, dostupné *zde* (cit. 1. 6. 2023).
- [2] BAYER, T. (2023a): Kartografické generalizační algoritmy. Simplification. Smoothing. Displacement. Partial Modification. Typification. Collapse. Merge. Dissolve. Přednáška pro předmět Algoritmy počítačové kartografie, Katedra aplikované geoinformatiky a kartografie. Přírodovědecká fakulta UK, dostupné *zde* (cit. 1. 6. 2023).
- [3] BAYER, T. (2023b): Partial displacement, energetické spliny. Výukový materiál pro předmět Algoritmy počítačové kartografie, Katedra aplikované geoinformatiky a kartografie. Přírodovědecká fakulta UK, dostupné *zde* (cit. 1. 6. 2023).