



本科毕业设计（论文）

非高斯噪声动态系统的滤波方法研究与实现

学院（部、中心）： 自动化科学与工程学院

专 业： 自动化

学生姓名： 董昊宇

指导教师： 张光华

2023 年 05 月

摘要

在现代工程学中，系统状态的最优估计对于提高精确性、效率和可靠性至关重要。滤波估计技术作为最优估计的重要手段，广泛应用于信号处理、导航、控制系统等领域。经典卡尔曼滤波器凭借其递归最小二乘估计方法，在高斯噪声条件下展现出卓越的性能。然而，许多实际应用场景中的噪声特性并非完全符合高斯分布，常表现为非高斯噪声，这显著降低了经典卡尔曼滤波器的滤波效果。为了解决这一问题，本文致力于设计一种适用于非高斯噪声环境的新型卡尔曼滤波器。

本文首先详细介绍了经典卡尔曼滤波器的基本原理，包括其状态空间模型、高斯噪声假设和最小均方误差（MMSE）准则，并分析了其在非高斯噪声场景下的局限性。为了克服这些局限性，本文引入了最大相关熵准则（Maximum Correntropy Criterion, MCC）。MCC 能够捕捉信号中的高阶统计量信息，使得滤波器在处理非高斯噪声时表现出更强的鲁棒性和适应性。然后，基于 MCC 准则，本文设计了一种新型卡尔曼滤波器，并在此基础上引入加权思想，提出了一种加权 MCC 卡尔曼滤波器，以进一步提升其在高斯和非高斯噪声场景下的性能。加权 MCC 卡尔曼滤波器通过动态调整权重，能够更好地平衡估计误差，增强滤波器的稳定性和精确性。

为了验证新型滤波器的性能，本文进行了多种噪声场景的仿真实验，包括高斯噪声场景和非高斯噪声场景。实验结果表明，基于 MCC 设计的新型卡尔曼滤波器在非高斯噪声环境中表现优越，而加权 MCC 卡尔曼滤波器在高斯和非高斯噪声场景下均表现出色。

本文的研究表明，基于 MCC 设计的新型卡尔曼滤波器能够有效处理复杂的噪声环境，具有广阔的应用前景，有助于提高实际工程系统的精确性和可靠性。未来工作将进一步优化新型滤波器的算法，提高其计算效率和实时性，满足更高实时性要求的应用场景。此外，还将进一步探讨不同核函数和参数设置对滤波器性能的影响，以全面提升新型滤波器的应用能力。

关键词：滤波估计；非高斯噪声；卡尔曼滤波器；最大相关熵准则

ABSTRACT

In modern engineering, optimal estimation of system states is crucial for enhancing accuracy, efficiency, and reliability. Filtering estimation technology, as an essential means of optimal estimation, is widely used in fields such as signal processing, navigation, and control systems. Among these, the classical Kalman filter, with its recursive least squares estimation method, exhibits excellent performance under Gaussian noise conditions. However, the noise characteristics in many practical application scenarios often do not conform to the Gaussian distribution and typically present as non-Gaussian noise. This significantly reduces the filtering effectiveness of the classical Kalman filter. To address this issue, this paper aims to design a novel Kalman filter suitable for non-Gaussian noise environments.

Firstly, this thesis details the fundamental principles of the classical Kalman filter, including its state-space model, Gaussian noise assumption, and Minimum Mean Square Error (MMSE) criterion, and analyzes its limitations in non-Gaussian noise scenarios. To overcome these limitations, the paper introduces the Maximum Correntropy Criterion (MCC). MCC can capture high-order statistical information of signals, making the filter more robust and adaptable when dealing with non-Gaussian noise. Based on the MCC criterion, a novel Kalman filter is designed, and on this basis, a weighted MCC Kalman filter is proposed to further enhance its performance in both Gaussian and non-Gaussian noise scenarios. The weighted MCC Kalman filter dynamically adjusts weights, better balancing estimation errors and enhancing the filter's stability and accuracy.

To validate the performance of the novel filter, various noise scenario simulations were conducted, including both Gaussian and non-Gaussian noise scenarios. The experimental results demonstrate that the MCC-based novel Kalman filter performs excellently in non-Gaussian noise environments, while the weighted MCC Kalman filter performs outstandingly in both Gaussian and non-Gaussian noise scenarios.

The research indicates that the MCC-based novel Kalman filter can effectively handle complex noise environments, offering broad application prospects and contributing to the improved accuracy and reliability of actual engineering systems. Future work will further optimize the novel filter's algorithm to enhance its computational efficiency and real-time performance, meeting the requirements of more demanding real-time applications. Additionally, further exploration of different kernel functions and parameter settings will be conducted to fully enhance the novel filter's applicability.

KEY WORDS: Filtering estimation; Non-Gaussian noise; Kalman filter; Maximum Correntropy Criterion

目 录

摘 要.....	I
ABSTRACT.....	II
主要符号表.....	IV
1 绪论.....	1
1.1 研究背景及意义.....	1
1.2 研究现状.....	2
1.3 研究内容.....	3
1.4 行文结构.....	3
2 经典卡尔曼滤波器.....	4
2.1 状态空间模型.....	4
2.2 高斯噪声.....	5
2.3 最小均方误差.....	5
2.4 经典卡尔曼滤波器.....	6
2.5 实验仿真.....	7
2.6 本章小结.....	10
3 MCC 准则下优化卡尔曼滤波器.....	11
3.1 非高斯噪声.....	11
3.2 最大相关熵.....	12
3.2.1 熵.....	12
3.2.2 相关熵.....	12
3.2.3 最大相关熵准则.....	13
3.3 基于 MCC 准则的新型滤波器 MCF.....	14
3.4 引入加权的 MCC 准则新型滤波器 MCCKF.....	15
3.5 本章小结.....	17
4 实验验证.....	18
4.1 高斯噪声场景.....	18
4.2 非高斯噪声场景一.....	20
4.3 非高斯噪声场景二.....	22
4.4 本章小结.....	24
5 结论与展望.....	26
致 谢.....	27
参考文献.....	28

主要符号表

A	系统的状态转移矩阵
C	系统的量测矩阵
K_k	k 时刻的卡尔曼滤波器增益矩阵
$P(k)$	估计误差的协方差矩阵
$P(k k - 1)$	预测误差的协方差矩阵
Q	过程噪声的协方差矩阵
R	量测噪声的协方差矩阵
v	量测噪声
w	过程噪声
$x(k)$	k 时刻的状态值
$\hat{x}(k k)$	k 时刻的估计值
$\hat{x}(k k - 1)$	k 时刻的预测值
$y(k)$	k 时刻的量测值

1 绪论

1.1 研究背景及意义

人类的工程学一直需要对系统状态的最优估计，这一最优估计为人类带来了更精确、高效和可靠的工程解决方案。早期，人们采用观察与推断的方法直接估计直观的物理量，如天文观察与季节流转，而这些推测往往伴随较高的误差；后来，人类引入了计量工具，并通过数学方法处理检测值，得到较为准确的计量；随着现代科学的到来，各种工程学领域对计量结果的准确度有了更高的要求，同时人类也开始寻求更加复杂的估计场景；为此，人类开始研究信号处理(Signal Processing)。

面对远多于以往应用场景检测值的现代信号数据，研究者们先后提出了多种估计方法。如使观测数据和模型预测之间的残差平方和最小化的最小二乘(Ordinary Least Squares, OLS)^[1]、对时间序列数据进行平滑和预测的滑动窗口方法^[2]，以及结合先验信息和观测数据来更新对系统状态估计的贝叶斯方法^[3]。这些方法在各自的领域发挥了良好的性能，对信号处理科学的研究解决了现代工程学的诸多难题。而在军事、航空航天、工业自动化等领域，人类需要完成对动态系统的状态最优估计；为此，需要提出较上述方法更小计算复杂度、更优噪声处理的滤波估计方法，卡尔曼滤波器^[4]应运而生。

卡尔曼滤波器是一种经典的状态估计算法，被广泛应用于动态系统的状态估计和信号处理领域。它由美国数学家 Rudolf E. Kalman 于 1960 年提出，是一种递归的贝叶斯滤波器，结合了系统动态模型和观测数据，能够对系统的状态进行最优估计。其核心思想是通过将系统的动态模型与观测数据进行融合，利用先前时刻的状态估计和最新的观测数据来递归更新系统的状态估计值。相较于之前提过的方法，卡尔曼滤波器的优势在于其能够在噪声存在的情况下，通过动态调整状态估计的权重，实现对系统状态的精确估计。此外，卡尔曼滤波器还具有对计算资源的高效利用和对系统动态变化的自适应性^[5]等特点，使其在实时应用和连续跟踪问题中表现出色。

但是经典卡尔曼滤波器存在其局限性，其对线性系统与高斯噪声有着严苛的要求，并对初始条件非常敏感；当上述条件难以满足时，卡尔曼滤波器的工作性能将会下降。而实际应用中，非线性系统相当常见，工作场景的噪声也常常是非高斯的。因此，为获得良好工作的卡尔曼滤波器，我们需要对经典卡尔曼滤波器进行改良。

本文将基于上述研究背开展，致力于设计一种改良的卡尔曼滤波器，使其在非高斯噪声场景下的工作性能得到改善。

1.2 研究现状

非高斯噪声的随机特性与拖尾特性使经典卡尔曼滤波器无法胜任其场景下的滤波工作。为了提高非高斯噪声场景下卡尔曼滤波器的鲁棒性，研究者们主要进行了以下五种方向的相关研究。

第一种是基于信息论学习(Information Theory Learning, ITL)^[6]代价函数的滤波方法。通过引入 ITL 的方法，特别是最小误差熵 (Minimum Error Entropy, MEE) 准则，改进了经典卡尔曼滤波器。改进后的滤波器，如最小误差熵卡尔曼滤波器 (Minimum Error Entropy Kalman filter, MEEKF)^[7]通过修正测量噪声的协方差矩阵，适应非高斯噪声环境，从而降低冲击噪声的影响。在算法实现上，这些方法通过对预测和更新步骤中的协方差矩阵进行动态调整，增强了滤波器的稳健性和精度。但其缺点是，这些方法的计算复杂度较高，处理时间较长。

第二种主要关注为同时具有离群值和非高斯噪声的系统开发滤波器。这些过滤器考虑了多种噪声分布，例如重尾分布和 t 分布^{[8] [9]}。但由于难以多维地分析这些分布，这些过滤器的适用性被严重限制。此外，这些滤波器需要大量的计算工作量，因此相比于经典卡尔曼滤波器，这些改良滤波器无法适用于要求实时实现的系统。

第三种处理非高斯噪声的方法是多模型(MM)滤波器^[10]。在这种方法中，非高斯分布被近似为不同模态的高斯分布的有限和^[11]，概率密度函数的状态后验分布则形成高斯加权和。例如，高斯和滤波器 (Gaussian Sum Filter, GSF)^{[12] [13]}使用了一组卡尔曼滤波器。MM 滤波器的主要缺点是其计算复杂性，算法中模式的数量随着滤波器库中滤波器的数量呈指数增长^[11]。

第四种处理非高斯噪声的方法涉及顺序蒙特卡罗 (Monte Carlo, MC) 采样，这种采样可以近似任何概率分布^[14]。粒子滤波器是常用的 MC 技术，它通过一组带有权重的随机样本来近似状态的后验分布^{[11] [15]}。基于粒子滤波器的集成卡尔曼滤波 (Ensemble Kalman Filter, EnKF) 是一种递归估计器，它通过有限组随机选择的样本来近似状态估计^[16]。而另一种改良滤波器无迹卡尔曼滤波 (Unscented Kalman Filter, UKF) 也与粒子滤波类似，其使用确定性的采样技术，以最小的采样点集西格玛点 (Sigma Points) 来捕获状态估计值的均值和协方差^[17]。统计采样方法的主要问题在于其计算开销，这常常导致其在实时应用中并不理想的性能。

第五种设计了引入 Huber 函数的卡尔曼滤波器，其代表成果是鲁棒导数无迹卡尔曼滤波器 (Robust Derivative Unscented Kalman Filter, RDUKF)^[18]。RDUKF 通过引入 Huber 函数，结合最小 L1 范数和 L2 范数估计方法，修改测量协方差，使滤波器在有较大异常值和非高斯噪声的情况下仍能有效地跟踪目标并抑制噪声影响。该方法结合了 KF 和 UKF 的优点，在非高斯噪声和大异常值环境下表现更好，并通过数值仿真验证了其估计精度和效果。但由于引入了 Huber 函数和动态调整测量协方差，这一方法计算复杂度较高，可能在实时应用中处理时间较长。

值得一提的是，也有研究在现有改良滤波器的基础上进一步延伸^[19]，提高其在未

知分布噪声场景下的表现，这一研究可能会在未来进一步扩展各种改良卡尔曼滤波器的工作场景，但本文不涉及这方面工作。

1.3 研究内容

本文基于上述研究背景与研究现状展开，研究了非高斯噪声工作场景下的卡尔曼滤波问题。我们主要关注了最大相关熵准则的特性^[20]，这一准则可以更好地满足非高斯噪声场景的滤波需求，即捕捉非高斯噪声中的高阶噪声信息；我们通过引入最大相关熵准则来改良经典卡尔曼滤波器，使其与经典卡尔曼滤波器代价函数的加权思想结合，从而得到一种新型卡尔曼滤波器，我们将通过实际的工作场景验证这一新型卡尔曼滤波器的工作性能。

1.4 行文结构

本文按照如下结构行文：在第一章中，我们已经介绍了本文课题的研究背景、同行研究现状，以及本文课题将要在上述基础上的研究内容；在接下来的第二章中，本文将介绍本文的基础模型----卡尔曼滤波器的基本理论与数学推导，以及本文研究对象----非高斯噪声的基本性质；第三章中，本文将介绍数学中的最大相关熵原则，并以此推导基于最大相关熵原则的新型滤波器；这一新型滤波器的性能将在第四章设计的常规噪声与非高斯噪声工作场景中得到验证并与各种经典滤波器进行对比；在第五章中将对本文工作进行总结，并对未来的研究工作进行展望。

2 经典卡尔曼滤波器

卡尔曼滤波器作为一种经典的状态估计方法，在信号处理和控制领域扮演着重要角色。本节的目标在于深入探讨经典卡尔曼滤波器的原理，以便读者能够更全面地理解该算法。首先，我们将介绍状态空间模型，其中包括对系统状态、观测状态以及系统动态方程的定义。接着，我们将分别探讨卡尔曼滤波器的基本假设-包括高斯噪声假设和最小均方误差准则，为后续的分析奠定基础。随后，我们将详细解析卡尔曼滤波器的基本原理，特别关注于预测步骤和更新步骤。通过数学推导和理论分析，我们将揭示卡尔曼滤波器是如何通过融合预测值和测量值来估计系统状态的。

2.1 状态空间模型

状态空间模型是一种描述动态系统行为的数学框架。它由状态方程和观测方程组成，通常用于表示系统状态随时间的演变以及观测到的系统输出。状态空间模型在控制系统、信号处理、经济学、生态学等领域都有广泛的应用，为系统分析、控制和预测提供了重要的数学工具。状态空间模型在信号处理和系统控制中发挥着重要作用。在信号处理领域，状态空间模型可用于对动态系统进行建模和分析，例如在卡尔曼滤波器中，利用状态空间模型对系统状态进行递推估计，从而实现对信号的最优估计和滤波。此外，状态空间模型也被广泛用于系统辨识、信号恢复和信号分析等任务中。

状态方程和观测方程是连续时间状态空间模型的核心部分。状态方程通常表示为：

$$\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (2-1)$$

观测方程通常表示为：

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \quad (2-2)$$

其中， $\mathbf{x}(t)$ 是系统的状态向量， $\mathbf{u}(t)$ 是系统的输入向量， $\mathbf{y}(t)$ 是系统的输出向量， \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{C} 和 \mathbf{D} 是状态方程和观测方程的系数矩阵，它们描述了系统状态、输入和输出之间的关系。

本文采用了离散时间状态空间模型来完成分析，离散时间状态空间模型是连续时间状态空间模型离散化处理后的结果，本文研究中，暂不考虑外界输入，但是会加入过程噪声与观测噪声，其状态方程如下：

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k) \quad (2-3)$$

观测方程为：

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (2-4)$$

其中 k 代表系统更新的每个时间步长， $\mathbf{w}(k)$ 代表系统中的过程噪声， $\mathbf{v}(k)$ 代表系统中的观测噪声,其分布协方差矩阵分别为 \mathbf{Q} 与 \mathbf{R} 。

离散时间状态空间模型的结构可由图 2-1 表示。

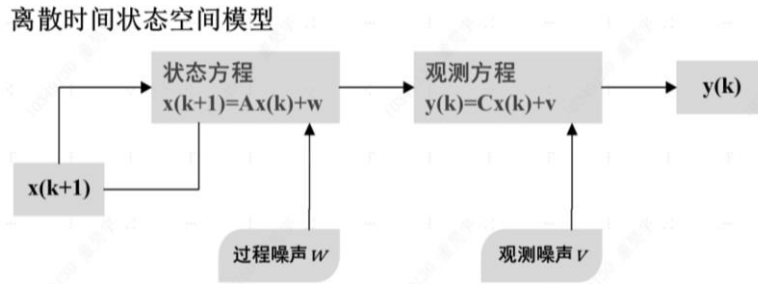


图 2-1 离散时间状态空间模型的结构

2.2 高斯噪声

高斯噪声是一种常见的随机信号，其概率密度函数服从高斯分布（也称为正态分布）。在信号处理和系统建模中，高斯噪声经常被用来模拟各种实际环境中的随机干扰，例如电子设备中的电磁干扰、通信系统中的信道噪声等。在信号与系统领域，高斯噪声的特性对于分析系统的性能、设计滤波器以及评估信号处理算法等都具有重要意义。例如，在通信系统中，高斯噪声通常被用来模拟无线信道中的噪声和干扰，从而评估接收信号的质量和系统的误码率性能。另外，在传感器信号处理中，高斯噪声也常用于模拟传感器的测量误差和环境干扰。

高斯噪声的数学特性由其概率密度函数（Probability Density Function, PDF）来描述，其形式为：

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2-5)$$

经典卡尔曼滤波器应用于高斯噪声场景，在噪声满足高斯分布的场景中，经典卡尔曼滤波器拥有优秀的性能。

2.3 最小均方误差

最小均方误差(Minimum Mean Squared Error, MMSE)准则是一种用于估计未知参数的准则，在统计推断和信号处理中有着广泛的应用。其核心思想是选择一个估计量，使得其期望与真实参数之间的均方误差最小化。MMSE 准则适用于需要估计未知参数的场合，尤其适用于贝叶斯估计和信号处理中。当我们需要估计某个参数但无法直接观测时，可以利用观测数据来估计该参数，MMSE 准则提供了一种理想的估计方法。

接下来将使用实际的状态空间系统来推导 MMSE 准则下的参数估计。对于由公式(2-3)与(2-4)所列写的离散时间状态空间模型，MMSE 准则可以让我们在已知系统特性且可获取观测值 $y(k)$ 的前提下估计系统状态 $x(k)$ ，具体过程如下：

由 MMSE 准则，我们需要估计得到一个参数值 $\hat{x}(k)$ ，使公式(2-6)所表示的期望均方误差代价函数 J 最小化；

$$J = E[(\hat{x}(k) - x(k))^2] \quad (2-6)$$

对其求一阶导后使其等于 0，求解方程即可得到 MMSE 准则下对 $x(k)$ 的最优估计量 $\hat{x}(k)$ ，如公式(2-7)所示：

$$\hat{x}(k)_{MMSE} = E[x(k)|y(k)] \quad (2-7)$$

由贝叶斯公式(2-8)可知，在得知 $p(y(k)|x(k))$ ，即观测噪声 $v(k)$ 概率分布函数之后即根据公式得到 MMSE 准则下的估计量 $\hat{x}(k)$ 。

$$p(x(k) | y(k)) = \frac{p(y(k)|x(k))p(x(k))}{p(y(k))} \quad (2-8)$$

本小节对 MMSE 准则进行了介绍与推导，经典卡尔曼滤波器正是基于上述 MMSE 准则设计的，其具体原理将在下一小节中推导。

2.4 经典卡尔曼滤波器

经典卡尔曼滤波器在信号处理和控制领域广泛应用。本节将深入介绍经典卡尔曼滤波器的原理、适用场合、公式推导和使用流程，以帮助读者更好地理解和应用该算法。

经典卡尔曼滤波器是一种递归滤波器，用于估计动态系统的状态变量，如位置、速度、姿态等。它适用于线性系统、高斯噪声和具有恒定系统动态特性的情况。卡尔曼滤波器在需要对系统状态进行实时估计的应用场景中特别有用，例如导航、目标跟踪、航天器姿态控制等。

卡尔曼滤波器的推导基于状态空间模型和最小均方误差准则。首先，我们从离散时间状态空间模型出发，表示系统状态和观测状态之间的关系。然后，利用贝叶斯定理和最小均方误差准则，推导出卡尔曼滤波器的更新规则和状态估计公式。

由公式(2-3)、(2-4)所表示的离散时间线性系统，根据状态方程，我们可以预测下一时刻 k 的系统状态：

$$x(k | k - 1) = Ax(k - 1 | k - 1) \quad (2-9)$$

同时由协方差矩阵理想情况 $\hat{P}(k)$ 的定义公式(2-10)：

$$\hat{P}(k) = E[(x(k | k) - x(k | k - 1))(x(k | k) - x(k | k - 1))^T] \quad (2-10)$$

展开并递归得到先验预测协方差矩阵 $P(k | k - 1)$ ：

$$P(k | k - 1) = AP(k - 1)A^T + Q \quad (2-11)$$

基于上述预测，假设通过如下线性组合更新可以得到时刻 k 的最优估计：

$$\begin{aligned} x(k | k) &= x(k | k - 1) + K_k(y(k) - y(k | k - 1)) \\ &= x(k | k - 1) + K_k(y(k) - Cx(k | k - 1)) \end{aligned} \quad (2-12)$$

其中 K_k 为卡尔曼增益系数，由代价函数 (2-6) 对 K_k 求导求得 K_k ：

$$K_k = P(k | k - 1)C^T(CP(k | k - 1)C^T + R)^{-1} \quad (2-13)$$

随后可根据公式(2-12) 与(2-14)完成更新：

$$P(k|k) = (I - K_k C)P(k|k-1) \quad (2-14)$$

由公式(2-9)~ (2-14)完成对经典卡尔曼滤波器算法的推导，总结得到经典卡尔曼滤波器估计流程，如表 2-1 所示：

表 2-1 经典卡尔曼滤波器

步骤	公式
初始化	$x(0)$ 与 $P(0)$
预测	$x(k k-1) = Ax(k-1 k-1)$ $P(k k-1) = AP(k-1 k-1)A^T + Q$ $K_k = P(k k-1)C^T(CP(k k-1)C^T + R)^{-1}$
更新	$x(k k) = x(k k-1) + K_k(y(k) - Cx(k k-1))$ $P(k k) = (I - K_k C)P(k k-1)(I - K_k C)^T + K_k R K_k^T$

2.5 实验仿真

上述推导得到了经典卡尔曼滤波器的原理与更新步骤，本小节中将基于上述原理、通过实验仿真直观地表现经典卡尔曼滤波器在经典场景与非高斯噪声场景下的表现。

本小节实验仿真采用如下离散时间系统：

$$\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \\ x_5(k) \\ x_6(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k-1) \\ x_2(k-1) \\ x_3(k-1) \\ x_4(k-1) \\ x_5(k-1) \\ x_6(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_1(k-1) \\ q_2(k-1) \\ q_3(k-1) \\ q_4(k-1) \\ q_5(k-1) \\ q_6(k-1) \end{bmatrix} \quad (2-15)$$

$$\begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k-1) \\ x_2(k-1) \\ x_3(k-1) \\ x_4(k-1) \\ x_5(k-1) \\ x_6(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_1(k-1) \\ r_2(k-1) \end{bmatrix} \quad (2-16)$$

该系统通常作为二维平面运动状态的建模， $x_1(k)$ 与 $x_4(k)$ 分别代表平面二维位移，而 $x_2(k)$ 与 $x_5(k)$ 代表二维速度， $x_3(k)$ 与 $x_6(k)$ 代表二维加速度，这是卡尔曼滤波器性能验证的常见模型，我们因此用它来展示经典卡尔曼滤波器的性能。

下面将利用模型分别演示卡尔曼滤波器于高斯噪声场景与非高斯噪声场景的性能，在本实验中，采样周期 T 将选为 3s。

场景一：高斯噪声场景

由公式(2-15)和公式(2-16)描述的线性系统，其过程及观测噪声均为均值为 0 的高斯噪声，即：

$$Q_n = \text{diag}(0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01) \quad (2-17)$$

$$R_n = \text{diag}(0.01, 0.01) \quad (2-18)$$

图（2-2）表现了在本场景下经典卡尔曼滤波器对系统状态六个维度 $x_1(k)$ 到 $x_6(k)$ 的滤波效果。在仿真实验中，我们模拟了系统的 100 次采样过程中六个维度在系统自身演变与噪声干预下的变化，图示展示的是各维度之间的绝对误差值构成的折线图，其中蓝色线表示状态真值，而橙色线则表示卡尔曼滤波器工作下系统根据预测-更新得到的估计值。如图所示，经典卡尔曼滤波器在高斯噪声场景下有着良好的表现，系统的估计值保持在良好水平。

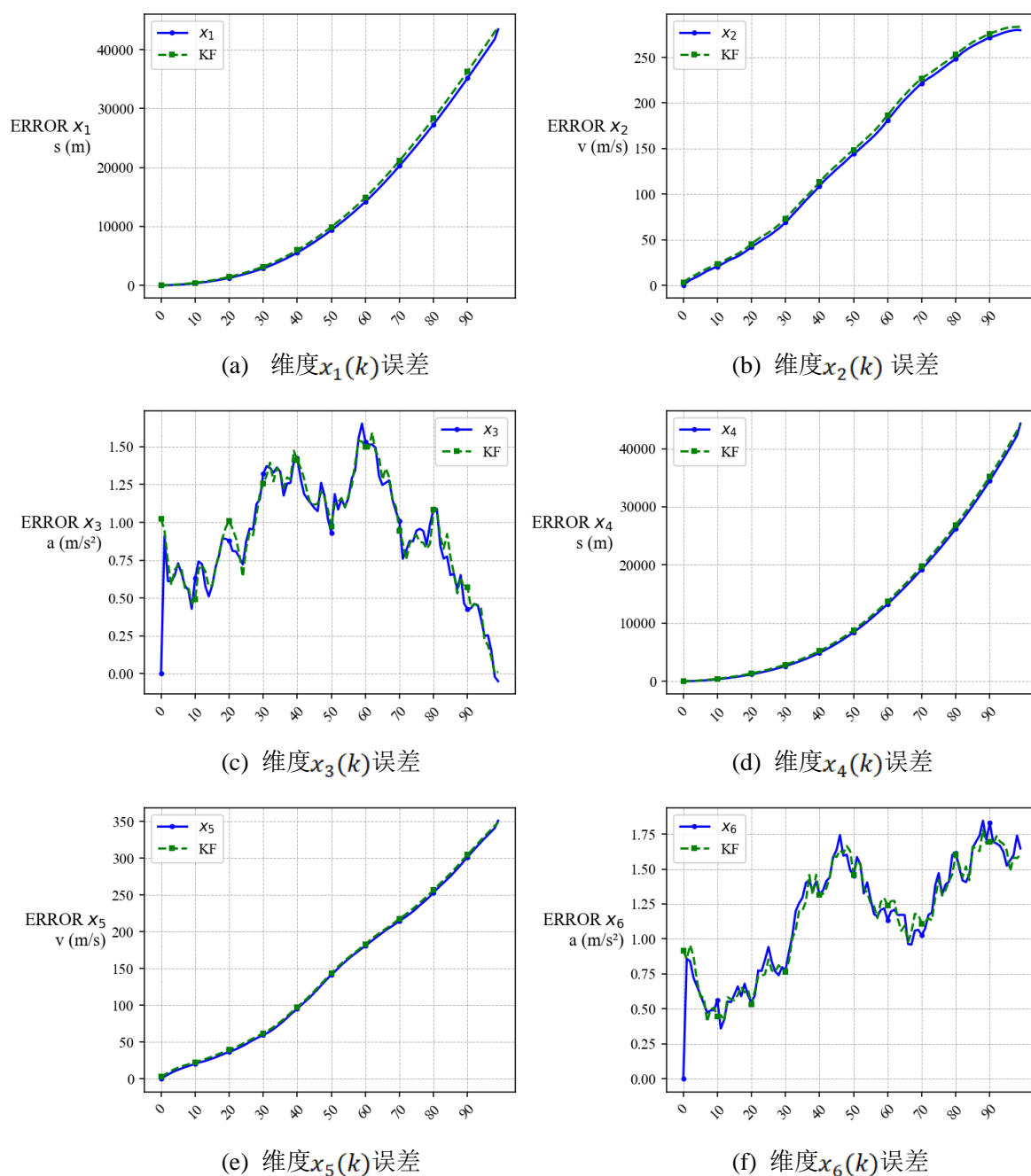


图 2-2 高斯噪声场景下经典卡尔曼滤波器效果（横坐标为采样次数）

场景二：非高斯噪声场景

由场景一，我们可以得知经典卡尔曼滤波器在高斯噪声场景下优秀的估计性能；下面，我们引入非高斯噪声，验证经典卡尔曼滤波器对非高斯噪声场景表现的不足。

同样的，我们由公式(2-15)和公式(2-16)描述的线性系统，来测试经典卡尔曼滤波器的性能；对于过程噪声 $q(k)$ ，我们仍保持场景一中的配置，即

$$Qn = \text{diag}(0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01) \quad (2-19)$$

而对于观测噪声 $r(k)$ ，我们改变其分布，使其不再为高斯噪声。我们选择让 $r(k)$ 成为高斯混合噪声，即：

$$r(k) \sim 0.9N(0, 0.01) + 0.1N(0, 100) \quad (2-20)$$

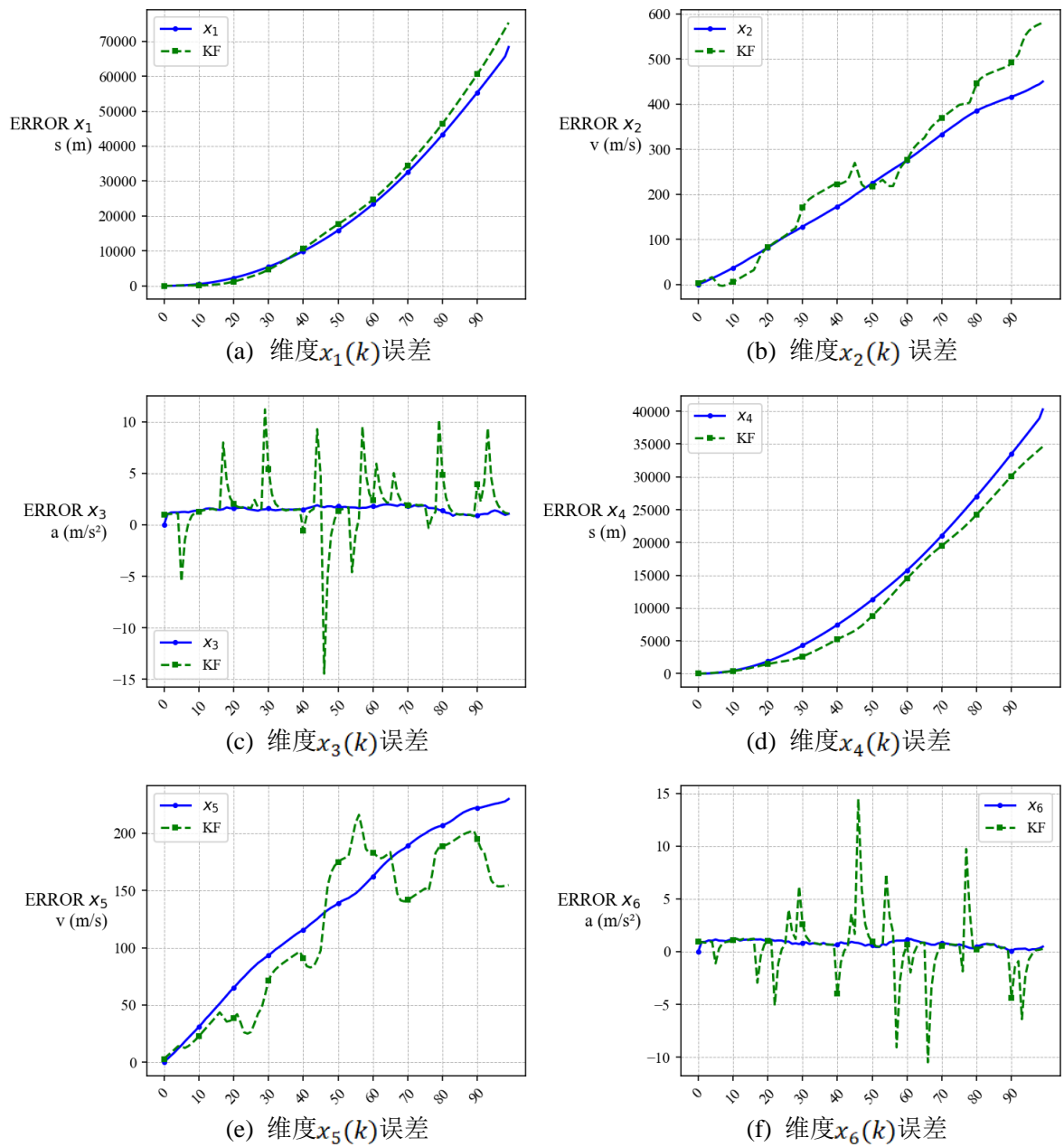


图 2-3 非高斯噪声场景下经典卡尔曼滤波器效果（横坐标为采样次数）

随后，我们采用与场景一完全相同的实验条件，完成了对系统 100 次采样过程的模拟；图（2-3）表现了在本场景下，经典卡尔曼滤波器对离散时间状态空间系统的六个子状态 $x_1(k)$ 到 $x_6(k)$ 的滤波效果，即六个维度在系统自身演变与噪声干预下的变化，图示为各维度之间的绝对误差值构成的折线图，其中蓝色线表示状态真值，而橙色线则表示卡尔曼滤波器工作下系统根据预测-更新得到的估计值。可以看出，作为非高斯噪声的高斯混合观测噪声的引入严重影响了经典卡尔曼滤波器的估计性能，所有维度的估计结果均差于场景一，且部分维度的估计近乎完全失效，造成了极大的误差。

由本场景的结果可知，经典卡尔曼滤波器不适用于非高斯噪声场景的滤波估计，在这种场景下，经典卡尔曼滤波器无法正常工作。

2.6 本章小结

本章对本文研究的基础内容----经典卡尔曼滤波器进行了推导与演示；通过对状态空间模型、高斯噪声与 MMSE 准则的推导，本章详细介绍了用于最优估计的经典卡尔曼滤波器的应用背景以及设计原理，这些框架保证了经典卡尔曼滤波器在该框架下的良好运作；同时，我们也可以观察到在非高斯噪声场景下，经典卡尔曼滤波器的不足。在接下来的章节中，本文将对经典卡尔曼滤波器进行改良，使其能够在保证经典场景良好运作的同时，在非高斯噪声场景下的运行效果得到改善。

3 MCC 准则下优化卡尔曼滤波器

3.1 非高斯噪声

经典卡尔曼滤波器是处理线性系统状态估计的一种有效工具，前提条件是噪声满足高斯分布。然而，在实际应用中，噪声往往不完全符合高斯分布的假设，即存在非高斯噪声的情况，这对卡尔曼滤波器的性能带来了显著挑战。高斯噪声的特点是其概率密度函数呈对称的钟形曲线，具有均值和方差两个参数，可以很好地描述许多自然现象中的随机误差。然而，非高斯噪声在许多实际场景中普遍存在，使得经典卡尔曼滤波器的假设前提无法满足。

例如，在传感器测量中，温度、压力、湿度等传感器可能受到环境变化、设备误差等多种因素的影响，导致测量误差不符合高斯分布。传感器的误差可能具有系统性偏差或偶发的极端值，这些都属于非高斯噪声的范畴。类似地，在金融市场中，股票价格、汇率等金融产品的波动受到市场情绪、政策变化等多种因素的影响，这些因素可能导致价格变动呈现出复杂的非高斯分布形式。例如，金融数据中常见的“胖尾”现象，即极端波动（例如股市崩盘或快速上涨）的概率比高斯分布预测的要高，这是一种典型的非高斯噪声特性。

数学上，非高斯噪声的概率密度函数可能具有长尾或偏斜的特性^[21]。长尾特性意味着在噪声较大情况下出现的概率较高，这与高斯分布的快速衰减特性不同。具体形式上，非高斯噪声的分布可能符合泊松分布、伽马分布或指数分布等^[21]。这些分布在某些应用场景中比高斯分布更能准确描述噪声特性。例如，泊松分布常用于描述稀有事件的发生次数，伽马分布适用于描述非负变量的分布，而指数分布则常用于描述事件之间的时间间隔。

此外，非高斯噪声的偏斜性意味着其 PDF 的峰值不对称，这会导致噪声的统计特性与高斯噪声有显著差异。例如，正偏斜的噪声分布其右侧尾部较长，负偏斜的噪声分布其左侧尾部较长。这种不对称性可能会引入系统性的偏差，使得使用经典卡尔曼滤波器进行状态估计时出现较大误差^[22]。此外，非高斯噪声中常见的离群值或异常值也会对滤波器性能产生不利影响。这些异常值远离平均值，可能引起系统状态估计的剧烈波动，而经典卡尔曼滤波器在面对这些极端值时表现不佳。

非高斯噪声的存在可能导致系统动态变得非线性，这对卡尔曼滤波器的线性化假设提出了挑战。经典卡尔曼滤波器基于线性系统模型和高斯噪声假设，通过递归最小二乘法进行状态估计。然而，非线性和非高斯噪声的存在使得系统模型和噪声特性更加复杂，需采用非线性滤波方法，例如扩展卡尔曼滤波器(Extended Kalman Filter, EKF)或无迹卡尔曼滤波器(Unscented Kalman Filter, UKF)，或者使用适合非高斯噪声的鲁棒滤波方法。

在实际应用中，有效处理非高斯噪声的挑战需要结合具体的应用场景和问题，选

选择合适的滤波器设计方法。可以通过数据预处理技术，如噪声滤波、离群值检测与修正^[23]，来改善噪声特性。此外，模型调整和参数估计方法也需改进，以提高系统状态估计的准确性和稳定性。例如，采用粒子滤波方法^[24]，通过蒙特卡洛模拟来^[14]处理非线性和非高斯噪声，提供更准确的状态估计。

在最优估计领域，理解非高斯噪声在实际生活中的存在及其对系统的影响至关重要。根据具体应用场景，选择合适的滤波器设计方法，结合数据预处理和模型调整技术，可以有效处理非高斯噪声，提高系统状态估计的准确性和稳定性。为了有效地对非高斯噪声系统完成卡尔曼滤波，我们需要设计新型卡尔曼滤波器，以解决经典卡尔曼滤波器无法获取噪声信号高阶项的缺陷。

3.2 最大相关熵

在信息论和统计学中，熵、相关熵和最大相关熵准则（Maximum Correntropy Criterion, MCC）是重要的概念，它们在描述信息不确定性、随机变量关联性以及参数估计等方面有着广泛的应用。本小节将从数学定义、性质及推导角度，深入介绍熵、相关熵和 MCC，并探讨其在优化问题中的优点与应用，为下面介绍新型卡尔曼滤波器原理作铺垫。

3.2.1 熵

熵(Entropy)是信息论中衡量随机变量不确定性的指标。对于一个离散随机变量 X ，其熵 $H(X)$ 定义为：

$$H(X, Y) = - \sum_{i,j} p(x_i, y_j) \log p(x_i, y_j) \quad (3-1)$$

其中， $p(x_i)$ 是随机变量 X 取值 x_i 的概率。熵的定义反映了随机变量的不确定性程度：熵越高，表示随机变量的不确定性越大，信息量越多。而熵具有以下重要的性质：

- 非负性: $H(X) \geq 0$;
- 最大值: 当且仅当所有可能的事件等概率发生时，熵达到最大值，即 $H(X) = \log n$ ，其中 n 是随机变量 X 可能取值的个数;
- 可加性: 对于独立随机变量的联合分布，其熵等于各自熵的和，即 $H(X, Y) = H(X) + H(Y)$;

基于熵的上述性质，研究者们将对熵的研究拓展到不同随机变量之间，用以研究不同随机变量的相关性，下面将对这一研究进行介绍。

3.2.2 相关熵

相关熵是描述两个随机变量之间关联程度的度量，它基于熵的定义拓展开来，在统计学中是研究多个随机变量关系时是重要的指标。对于两个随机变量 X 和 Y ，其相关熵 $C_\sigma(X, Y)$ 定义为：

$$C_\sigma(X, Y) = \iint k_\sigma(x, y) f_{XY}(x, y) dx dy \quad (3-2)$$

其中 $k_{\sigma}(x, y)$ 是一个满足 Mercer 理论的正定核函数, 可以根据研究具体需求进行选择; $f_{XY}(x, y)$ 是随机变量 X 和 Y 的联合概率分布函数。相关熵衡量了两个随机变量之间的不确定性, 并反映了它们之间的关联程度。实际应用中, 由于采样有限, 常使用公式(3-3)来计算实际变量的相关熵。

$$C_{\sigma}(X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_{\sigma}(x_i, y_i) \quad (3-3)$$

其中 N 代表实际变量的样本数量, i 代表样本序号, 公式(3-3)可以看出, 相关熵本身是对样本核函数结果求得的数学期望。

相关熵的性质与熵类似, 具有非负性、最大值和可加性等特点。其推导过程类似于熵的推导, 都是基于随机变量的联合概率分布。相关熵是对两个随机变量联合分布的度量, 通过对联合概率分布的加权求和, 可以得到整个系统的关联程度。相关熵的性质包括与熵类似的非负性和可加性, 这些性质反映了相关熵在描述关联程度时的合理性和有效性。

3.2.3 最大相关熵准则

最大相关熵准则是一种基于相关熵的参数估计方法。其核心思想是选择一个参数估计量, 使得系统输出与观测数据之间的相关熵最大化。在估计未知参数时, MCC 能够提供一种优化的估计方法, 尤其适用于需要考虑多个输入输出之间关系的情况。

在参数估计相关问题中, 为了得到最优的参数估计量, 我们可以将相关熵最大化转化为一个优化问题。具体来说, 我们要最大化系统输出与观测数据之间的相关熵, 同时满足一定的约束条件。通过这种优化过程, 我们可以得到最优的参数估计量, 从而提高参数估计的准确性和稳健性。MCC 算数式可定义如下:

$$\text{MCC}(x_i - y_i) \triangleq \max \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \kappa(x_i - y_i) \right] \quad (3-4)$$

作为一种优化准则, MCC 在参数估计和系统建模中具有重要的应用价值。其优点包括:

①信息量充分利用: MCC 能够充分利用系统输出与观测数据之间的相关性信息, 提高参数估计的准确性, 在本文所研究的场景中, MCC 可以提取到 MMSE 无法提取的信号高阶信息。

②鲁棒性强: MCC 能够在数据噪声和模型不确定性的情况下, 仍然保持良好的估计性能, 具有较强的鲁棒性。

③适用范围广: MCC 适用于各种复杂系统的参数估计和建模问题, 包括信号处理、模式识别、控制系统等领域。

最大相关熵准则的应用涵盖了多个领域, 包括模式识别、信号处理、控制系统等。通过将 MCC 应用于参数估计和系统建模问题, 可以提高系统的性能和稳定性, 为实际工程问题的解决提供有效的方法和工具。

本小节按照顺序介绍了熵、相关熵和最大相关熵准则 (MCC), 这些原理是信息

论和统计学中的重要概念，它们在描述信息不确定性、随机变量关联性以及参数估计等方面发挥着重要作用。通过深入理解和应用这些概念，我们可以更好地理解和分析复杂系统的行为，提高系统的性能和稳定性，为实际工程问题的解决提供有效的方法和工具。接下来，本文将基于 MCC 设计新型滤波器，并给出推导过程。

3.3 基于 MCC 准则的新型滤波器 MCF

在上述章节中，本文主要介绍了经典卡尔曼滤波器的局限性，以及数学概念的相关熵；基于上述知识，本小节将介绍基于最大相关熵准则设计的新型卡尔曼滤波器 MCF，这种新型滤波器可以明显改善经典卡尔曼滤波器的局限性，提高其在非高斯噪声场景下的表现。

由公式(3-3)，我们引入了相关熵的定义式，在实际应用中，我们需要选择计算相关熵的核函数 $G_{\sigma}(x, y)$ 数，在本文中将会选择高斯核函数 $G_{\sigma}(e)$ ，代入(3-3)即可得到：

$$C_{\sigma}(X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N G_{\sigma}(e_i) \quad (3-5)$$

其中 $e_i = x_i - y_i$ ，核函数 $G_{\sigma}(e) = \exp(-\frac{e^2}{2\sigma^2})$ ，由式 $G_{\sigma}(e)$ 性质，泰勒展开得到：

$$C_{\sigma}(X, Y) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n \sigma^{2n}} E[(X - Y)^{2n}] \quad (3-6)$$

由式(3-6)可知，相关熵 $C_{\sigma}(X, Y)$ 用到了变量 X 与 Y 的偶数阶矩的加权和。相较于经典卡尔曼滤波器所基于的 MMSE 准则，MCC 准则使用了变量的高阶信息，这使得 MCC 准则更适用于非高斯噪声工作场景，去充分利用噪声信息完成滤波估计。

我们参照经典卡尔曼滤波器的代价函数，列写如下新型代价函数：

$$J = G_{\sigma}(\|y(k) - Cx(k|k)\|) + G_{\sigma}(\|x(k|k) - Ax(k-1|k-1)\|) \quad (3-7)$$

将上述代价函数对 $x(k|k)$ 求导，得到如下算式：

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sigma^2} G_{\sigma}(\|y(k) - Cx(k|k)\|) C^T (y(k) - Cx(k|k)) \\ & - \frac{1}{\sigma^2} G_{\sigma}(\|x(k|k) - Ax(k-1|k-1)\|) (x(k|k) - Ax(k-1|k-1)) = 0 \end{aligned} \quad (3-8)$$

整理得到：

$$\begin{aligned} x(k|k) &= Ax(k-1|k-1) \\ &+ \frac{G_{\sigma}(\|y(k) - Cx(k|k)\|)}{G_{\sigma}(\|x(k|k) - Ax(k-1|k-1)\|)} C^T (y(k) - Cx(k|k)) \end{aligned} \quad (3-9)$$

在上述式中，我们将高斯核函数中的状态估计值取近似，即 $x(k|k) = x(k|k-1)$ ，即 $G_{\sigma}(\|x(k|k) - Ax(k-1|k-1)\|) = 0$ ，得到：

$$x(k|k) = Ax(k-1|k-1) + G_{\sigma}(\|y(k) - Cx(k|k-1)\|) C^T (y(k) - Cx(k|k-1)) \quad (3-10)$$

即：

$$\begin{aligned} & (I + G_{\sigma}(\|y(k) - Cx(k | k - 1)\|) C^T C)x(k | k) \\ & = Ax(k - 1 | k - 1) + G_{\sigma}(\|y(k) - Cx(k | k - 1)\|) C^T y(k) \end{aligned} \quad (3-11)$$

为了将算式配为经典卡尔曼滤波器算法的更新式格式，我们为式(3-11)右边配一个 $G_{\sigma}(\|y(k) - Cx(k | k - 1)\|) C^T Cx(k | k - 1)$ 得到：

$$\begin{aligned} & (I + G_{\sigma}(\|y(k) - Cx(k | k - 1)\|) C^T C)x(k | k) \\ & = Ax(k - 1 | k - 1) + G_{\sigma}(\|y(k) - Cx(k | k - 1)\|) C^T y(k) \\ & \quad - G_{\sigma}(\|y(k) - Cx(k | k - 1)\|) C^T Cx(k | k - 1) \\ & \quad + G_{\sigma}(\|y(k) - Cx(k | k - 1)\|) C^T Cx(k | k - 1) \end{aligned} \quad (3-12)$$

整理得到：

$$\begin{aligned} & (I + G_{\sigma}(\|y(k) - Cx(k | k - 1)\|) C^T C)x(k | k) \\ & = (I + G_{\sigma}(\|y(k) - Cx(k | k - 1)\|) C^T C)x(k | k - 1) \\ & \quad + G_{\sigma}(\|y(k) - Cx(k | k - 1)\|) C^T (y(k) - Cx(k | k - 1)) \end{aligned} \quad (3-13)$$

两边同时乘以 $(I + G_{\sigma}(\|y(k) - Cx(k | k - 1)\|) C^T C)^{-1}$ 得到：

$$x(k | k) = x(k | k - 1) + K_k(y(k) - Cx(k | k - 1)) \quad (3-14)$$

以上即是经典卡尔曼滤波器算法的更新步骤格式，其中：

$$K_k = (I + G_{\sigma}(\|y(k) - Cx(k | k - 1)\|) C^T C)^{-1} \times G_{\sigma}(\|y(k) - Cx(k | k - 1)\|) C^T \quad (3-15)$$

至此完成对于利用 MCC 准则的新型卡尔曼滤波器 MCF 的推导过程。整理其估计过程如下，见表 3-1：

表 3-1 基于 MCC 准则的新型卡尔曼滤波器

步骤	公式
初始化	$x(0)$ 与 $P(0)$
预测	$x(k k - 1) = Ax(k - 1 k - 1)$ $P(k k - 1) = AP(k - 1 k - 1)A^T + Q$
更新	$K_k = (I + G_{\sigma}(\ y(k) - Cx(k k - 1)\) C^T C)^{-1} \times G_{\sigma}(\ y(k) - Cx(k k - 1)\) C^T$ $x(k k) = x(k k - 1) + K_k(y(k) - Cx(k k - 1))$ $P(k k) = (I - K_k C)P(k k - 1)(I - K_k C)^T + K_k R K_k^T$

3.4 引入加权的 MCC 准则新型滤波器 MCCKF

在上述小节中，我们初步设计了基于 MCC 准则的新型卡尔曼滤波器，从章节 3.2 的推导中我们可以指导，上述新型卡尔曼滤波器可以有效提取系统非高斯噪声的高阶信息，使得滤波估计的场景更加广泛；本小节中，我们将结合上述新型卡尔曼滤波器的推导，引入加权思想，使新型卡尔曼滤波器达成加权最小的二乘估计。

我们为代价函数引入加权：

$$J = G_{\sigma}(\|y(k) - Cx(k | k)\|_{R^{-1}}) + G_{\sigma}(\|x(k | k) - Ax(k - 1 | k - 1)\|_{P(k|k-1)^{-1}}) \quad (3-16)$$

为使上述代价函数最小化，我们使其对 $x(k|k)$ 求导，得到：

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{\sigma^2} G_{\sigma}(\|y(k) - Cx(k|k)\|_{R^{-1}}) C^T R^{-1} (y(k) - Cx(k|k)) \\
 & + \frac{1}{\sigma^2} G_{\sigma}(\|x(k|k) - Ax(k-1|k-1)\|_{P(k|k-1)^{-1}}) P(k|k-1)^{-1} (x(k|k) - Ax(k-1|k-1)) = 0
 \end{aligned} \tag{3-17}$$

简化得到：

$$\begin{aligned}
 & P(k|k-1)^{-1} x(k|k) - P(k|k-1)^{-1} A x(k-1|k-1) \\
 & = \frac{G_{\sigma}(\|y(k) - Cx(k|k)\|_{R^{-1}})}{G_{\sigma}(\|x(k|k) - Ax(k-1|k-1)\|_{P(k|k-1)^{-1}})} C^T R^{-1} (y(k) - Cx(k|k))
 \end{aligned} \tag{3-18}$$

令 $L_k = \frac{G_{\sigma}(\|y(k) - Cx(k|k)\|_{R^{-1}})}{G_{\sigma}(\|x(k|k) - Ax(k-1|k-1)\|_{P(k|k-1)^{-1}})}$ ，则：

$$\begin{aligned}
 & P(k|k-1)^{-1} x(k|k) - P(k|k-1)^{-1} A x(k-1|k-1) \\
 & = L_k C^T R^{-1} (y(k) - Cx(k|k))
 \end{aligned} \tag{3-19}$$

即：

$$(P(k|k-1)^{-1} + L_k C^T R^{-1} C) x(k|k) = P(k|k-1)^{-1} x(k|k-1) + L_k C^T R^{-1} y(k) \tag{3-20}$$

为了将算式配为经典卡尔曼滤波器算法的更新式格式，我们为式(3-19)右边配一个 $L_k C^T R^{-1} Cx(k|k-1)$ ，得到：

$$\begin{aligned}
 & (P(k|k-1)^{-1} + L_k C^T R^{-1} C) x(k|k) \\
 & = (P(k|k-1)^{-1} + L_k C^T R^{-1} C) x(k|k-1) + L_k C^T R^{-1} (y(k) - Cx(k|k-1))
 \end{aligned} \tag{3-21}$$

对上述式两边同时乘 $(P(k|k-1)^{-1} + L_k C^T R^{-1} C)^{-1}$ 得到：

$$x(k|k) = x(k|k-1) + K_k (y(k) - Cx(k|k-1)) \tag{3-22}$$

表 3-2 加权最大相关熵卡尔曼滤波器

步骤	公式
初始化	$x(0)$ 与 $P(0)$
预测	$x(k k-1) = Ax(k-1 k-1)$ $P(k k-1) = AP(k-1 k-1)A^T + Q$ $L_k = \frac{G_{\sigma}(\ y(k) - Cx(k k)\ _{R^{-1}})}{G_{\sigma}(\ x(k k) - Ax(k-1 k-1)\ _{P(k k-1)^{-1}})},$
更新	$K_k = (P(k k-1)^{-1} + L_k C^T R^{-1} C)^{-1} L_k C^T R^{-1}$ $x(k k) = x(k k-1) + K_k (y(k) - Cx(k k-1))$ $P(k k) = (I - K_k C) P(k k-1) (I - K_k C)^T + K_k R K_k^T$

以上即是经典卡尔曼滤波器算法的更新步骤格式，其中：

$$K_k = (P(k | k - 1)^{-1} + L_k C^T R^{-1} C)^{-1} L_k C^T R^{-1} \quad (3-23)$$

至此完成对引入加权的 MCC 新型卡尔曼滤波器 MCCKF 的推导。这种滤波器结合了 MCC 准则以及经典卡尔曼滤波器的加权思想，可以在非高斯噪声场景下完成最优估计。整理其估计过程如下，见表 3-2。

3.5 本章小结

本节介绍了 MCC 准则以及基于 MCC 准则设计推导的新型卡尔曼滤波器 MCF，然后我们引入了加权项对新型卡尔曼滤波器进行改造，得到一种对非高斯噪声鲁棒的最优估计新型卡尔曼滤波器 MCCKF，这种新型滤波器可以利用系统变量的高阶统计量，使其能更好地处理噪声。在下面的章节中，本文将在实验中引入多种噪声场景来验证这种新型滤波器的优秀性能。

4 实验验证

本章将引入三种噪声估计场景，并通过与多种常见改良卡尔曼滤波器滤波估计性能的对比试验，验证新型卡尔曼滤波器 MCCKF 的滤波性能。

4.1 高斯噪声场景

本小节将验证高斯噪声场景下新型滤波器 MCCKF 的估计性能。使用如下离散时间线性系统：

$$\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k-1) \\ x_2(k-1) \\ x_3(k-1) \\ x_4(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_1(k-1) \\ q_2(k-1) \\ q_3(k-1) \\ q_4(k-1) \end{bmatrix} \quad (4-1)$$

$$\begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k-1) \\ x_2(k-1) \\ x_3(k-1) \\ x_4(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_1(k-1) \\ r_2(k-1) \end{bmatrix} \quad (4-2)$$

这里用到的系统反映了二维平面运动的位移与速度关系，也是常常用来检测噪声滤波性能的经典场景，其中表示 $x_1(k)$ 与 $x_2(k)$ 二维平面运动两个正交方向的位移，而 $x_3(k)$ 与 $x_4(k)$ 则表示了两个正交方向上的速度。在本实验中，采样周期 T 将选为 3s。

我们像经典的离散时间线性系统一样，引入过程噪声 $q(k)$ 与观测噪声 $r(k)$ ，在本场景中，二者均满足高斯分布，如下：

$$Q_n = \text{diag}(0.1, 0.1, 0.1, 0.1) \quad (4-3)$$

$$R_n = \text{diag}(0.1, 0.1) \quad (4-4)$$

图（4-1）展示了在本场景下系统状态四个维度 $x_1(k)$ 到 $x_4(k)$ 的滤波效果。跟小节 2.5 一样，我们在仿真实验中模拟了系统的 100 次采样过程中四个维度在受系统演变及外部噪声作用下的变化，图（4-1）展示的是经典卡尔曼滤波器及新型卡尔曼滤波器 MCCKF 作用下各维度之间的预测值构成的折线图；如图所示，MCCKF 在高斯噪声场景下有着良好的表现，系统的估计值保持在良好水平，其效果逼近经典卡尔曼滤波器。

而图（4-2）则对包括 MCCKF 在内的多种改良滤波器在实验中的均方根误差(root mean square error, RMSE)值进行了对比。可以看到，基于 MCC 准则与加权项设计的新型卡尔曼滤波器 MCCKF 有效地规避了不含加权项的新型卡尔曼滤波器 MCF 的缺陷，其 RMSE 维持在与各种改良滤波器相当的效果，这说明 MCCKF 可以完成在高斯噪声场景下不劣于经典卡尔曼滤波器的估计效果。

表 4-1 则直观展示了上述滤波器在 100 次采样中为四个状态维度带来的 RMSE 均值。

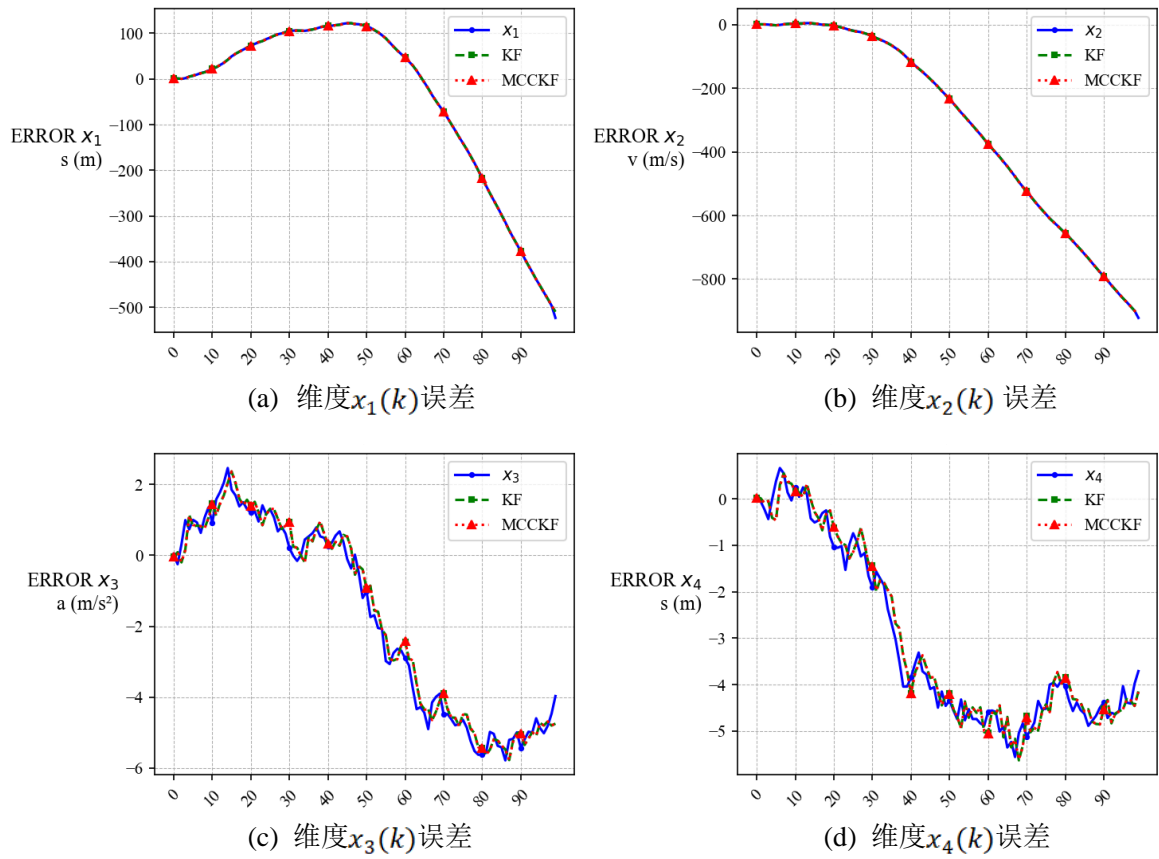


图 4-1 高斯噪声场景下新型卡尔曼滤波器预测值（横坐标为采样次数）

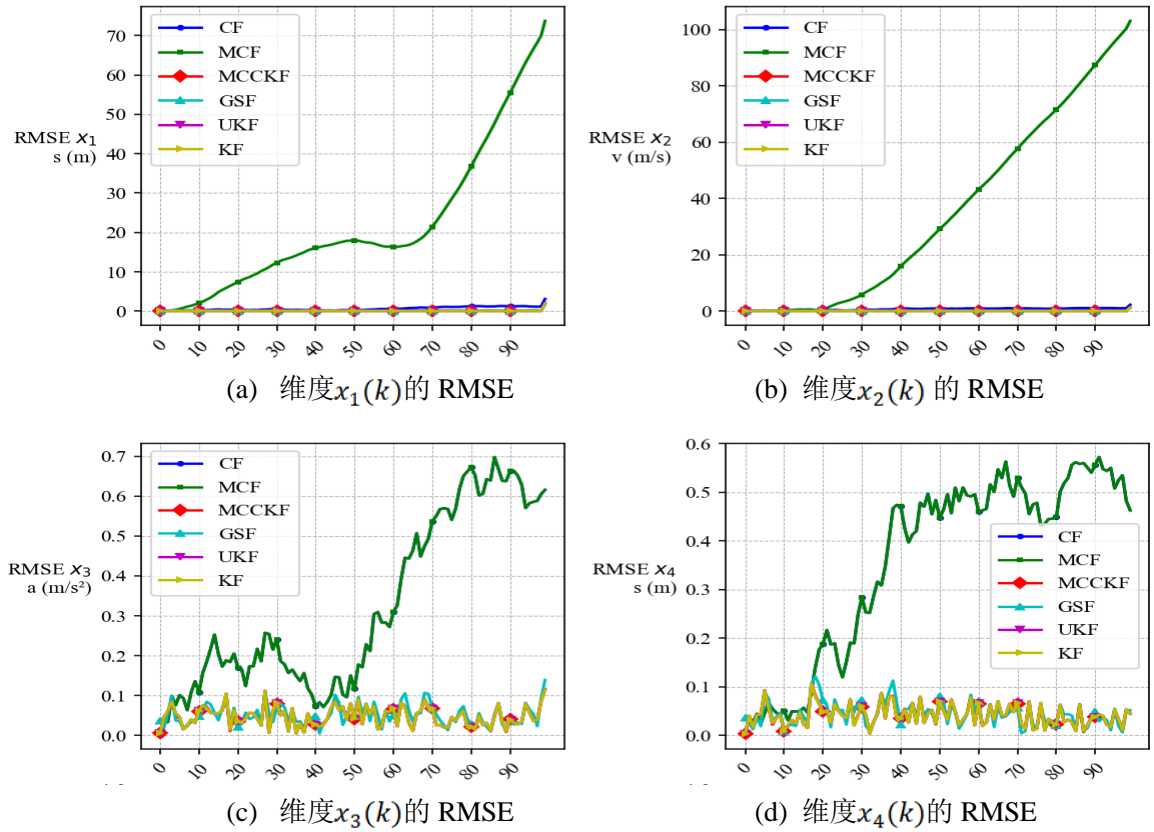


图 4-2 高斯噪声场景下新型卡尔曼滤波器 RMSE（横坐标为采样次数）

表 4-1 多种改良卡尔曼滤波器 100 次采样后 RMSE 均值

滤波器	维度			
	$x_1(k)$	$x_2(k)$	$x_3(k)$	$x_4(k)$
UKF	0.0615	0.0614	0.0417	0.0472
GSF	0.1653	0.1764	0.0458	0.0526
CF	0.5406	1.0951	0.2787	0.5682
KF	0.0615	0.0614	0.0417	0.0472
MCF	1.2846	2.7088	0.2787	0.5682
MCC_KF	0.0623	0.0622	0.0417	0.0473

4.2 非高斯噪声场景一

在上面小节验证了新型卡尔曼滤波器 MCCKF 在高斯噪声场景下不输经典卡尔曼滤波器的优秀性能后，本小节将验证非高斯噪声场景下 MCCKF 的估计性能。使用如下离散时间线性系统：

$$\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k-1) \\ x_2(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_1(k-1) \\ q_2(k-1) \end{bmatrix} \quad (4-5)$$

$$y(k) = [1 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1(k-1) \\ x_2(k-1) \end{bmatrix} + r(k-1) \quad (4-6)$$

上述系统是一个二维平面运动的旋转系统，在本实验中，超参数 θ 将选为 $\pi/18$ 。

与之前的实验相似，我们引入过程噪声 $q(k)$ 与观测噪声 $r(k)$ ，在本场景中，过程噪声仍满足高斯分布，如下：

$$Q_n = \text{diag}(0.1, 0.1, 0.1, 0.1) \quad (4-7)$$

但我们改变观测噪声分布，使其不再满足高斯分布，如下：

$$r(k) \sim 0.9N(0, 0.01) + 0.1N(0, 1000) \quad (4-8)$$

图（4-3）展示了在本场景下系统状态两个维度 $x_1(k)$ 与 $x_2(k)$ 的滤波效果；依然是模拟了系统的 100 次采样过程中所有系统状态维度在受系统演变及外部噪声作用下的变化，我们可以在图（4-3）里观察到经典卡尔曼滤波器及新型卡尔曼滤波器 MCCKF 作用下各维度之间的预测值构成的折线图；如图所示，MCCKF 在非高斯噪声场景下依然有着良好的表现，系统的估计值保持在良好水平，与真值之间误差远小于经典卡尔曼滤波器。

同 4.1 中高斯噪声场景，图（4-4）对包括 MCCKF 在内的多种改良滤波器在实验中的 RMSE 值进行了对比。

可以看到，基于 MCC 准则的两种新型卡尔曼滤波器都将 RMSE 维持在与各种改良滤波器相当的效果，并远优于缺陷下无法良好工作的经典卡尔曼滤波器。这个结果说明基于 MCC 准则的新型滤波器 MCCKF 可以有效完成非高斯噪声场景下的滤波估计任务。

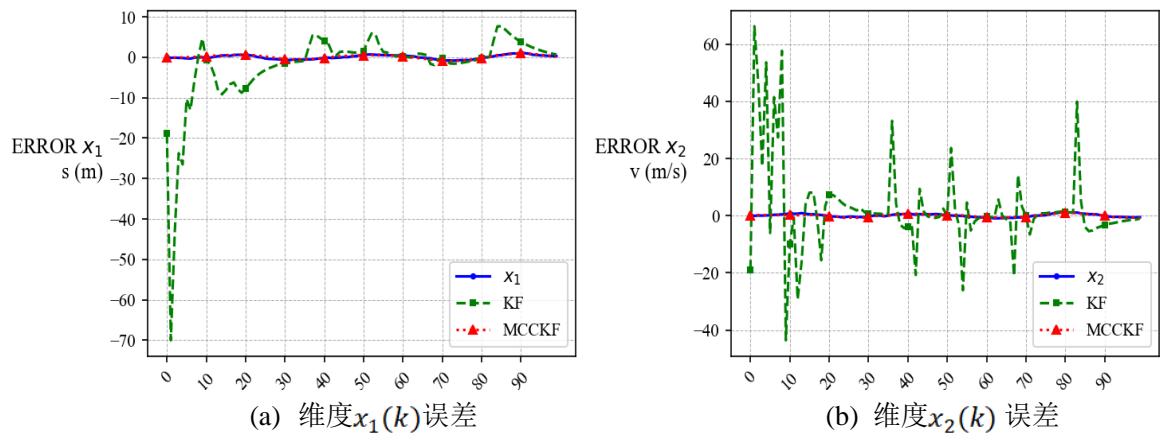


图 4-3 非高斯噪声场景一下 MCCKF 预测值（横坐标为采样次数）

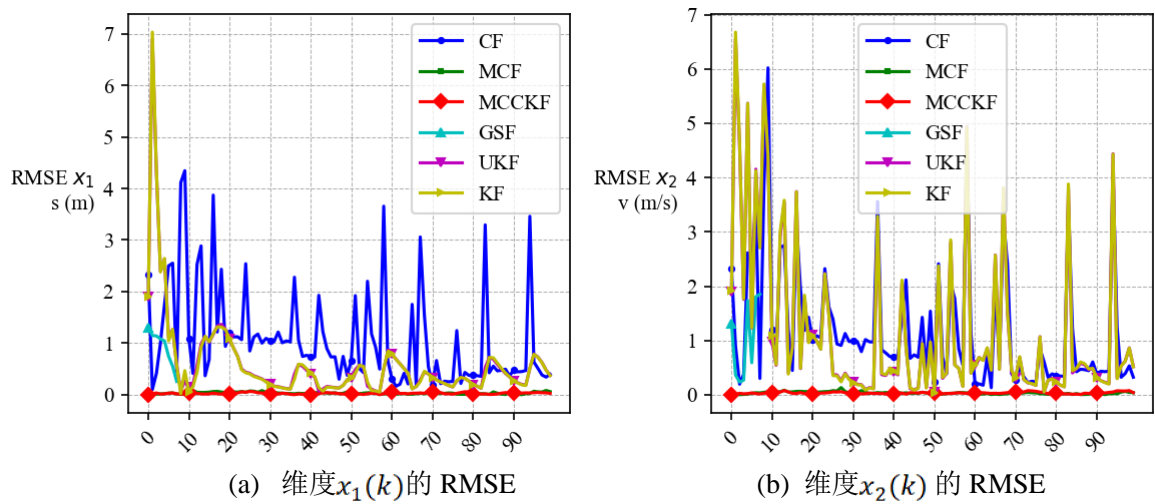


图 4-4 非高斯噪声场景一下 MCCKF 的 RMSE（横坐标为采样次数）

而通过表 4-2 直观展示的上述滤波器在 100 次采样中为四个状态维度带来的 RMSE 均值，我们可以看出，基于 MCC 准则与加权项设计的新型卡尔曼滤波器的 RMSE 均值小于其他所有对照组滤波器，这验证了这种 MCCKF 在非高斯噪声场景下优越的性能和能够完成多次采样的鲁棒性。

表 4-2 多种改良卡尔曼滤波器 100 次采样后 RMSE 均值

滤波器	维度	
	$x_1(k)$	$x_2(k)$
UKF	0.2739	0.5555
GSF	0.4141	0.5737
CF	1.0377	1.0099
KF	0.2754	0.5525
MCF	0.0251	0.0297
MCC_KF	0.0207	0.0243

上述非高斯噪声场景一的实验结果初步验证了新型卡尔曼滤波器的滤波估计性能，接下来，我们将对照小节 2.5 用到的六维系统拓展实验组，进一步验证新型卡尔曼滤波器在多种场景下的鲁棒性。

4.3 非高斯噪声场景二

本小节中，我们选择使用小节 2.5 中的二维平面坐标系运动系统继续探讨新型卡尔曼滤波器的滤波估计性能，本小节中，系统观测量为二维加速度，即 $x_3(k)$ 与 $x_6(k)$ ，系统状态空间方程如下：

$$\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \\ x_5(k) \\ x_6(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k-1) \\ x_2(k-1) \\ x_3(k-1) \\ x_4(k-1) \\ x_5(k-1) \\ x_6(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_1(k-1) \\ q_2(k-1) \\ q_3(k-1) \\ q_4(k-1) \\ q_5(k-1) \\ q_6(k-1) \end{bmatrix} \quad (4-9)$$

$$\begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k-1) \\ x_2(k-1) \\ x_3(k-1) \\ x_4(k-1) \\ x_5(k-1) \\ x_6(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_1(k-1) \\ r_2(k-1) \end{bmatrix} \quad (4-10)$$

利用本系统中不同维度量之间积分项的关系，以及两个空间维度之间的对照，我们可以在上一小节场景的实验结果前提下更好地观察新型卡尔曼滤波器的性能鲁棒性。

而噪声也沿用小节 2.5 中的设置，我们令过程噪声呈现高斯分布，而观测噪声为混合高斯噪声。

$$Qn = \text{diag}(0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01) \quad (2-19)$$

$$r(k) \sim 0.9N(0, 0.01) + 0.1N(0, 100) \quad (2-20)$$

同样经过 100 次采样，我们可以通过将新型滤波器 MCCKF 滤波对系统六个状态维度的估计结果与经典卡尔曼滤波器进行对比得到结果，如图（4-5）所示，可以看出，经典卡尔曼滤波器受非高斯噪声影响，估计值大幅偏离真值，而 MCCKF 在多次采样中展现出了良好的估计性能，其在多次采样中拥有较强的追踪性能。

表 4-3 直观展示的上述滤波器在 100 次采样中对于不同状态维度的 RMSE 均值。拥有加权项的 MCCKF 同样表现出了优越的性能。图（4-6）则展示了本场景下包括 MCCKF 在内的多种改良滤波器的 RMSE 指标，从图中可知，由 MCC 准则设计的两种新型卡尔曼滤波器的 RMSE 均远优于其他改良滤波器的表现。这个结果说明基于 MCC 准则的改良滤波器适用于多种非高斯噪声场景，其消除离群噪声的性能较各种主流改良卡尔曼滤波器更优。

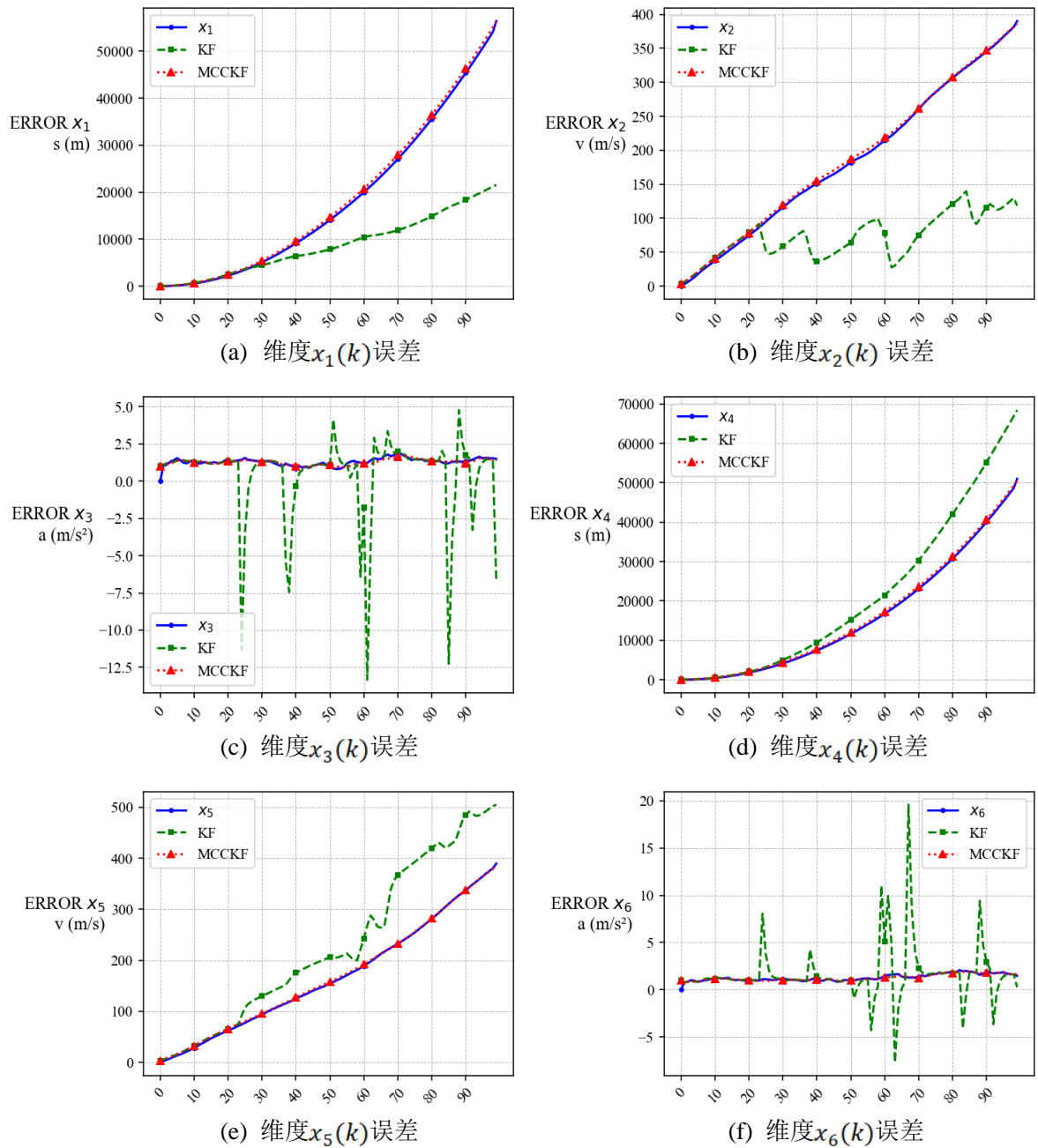


图 4-5 非高斯噪声场景二下 MCCKF 效果（横坐标为采样次数）

表 4-3 多种改良卡尔曼滤波器 100 次采样后 RMSE 均值

滤波器	维度					
	$x_1(k)$	$x_2(k)$	$x_3(k)$	$x_4(k)$	$x_5(k)$	$x_6(k)$
UKF	2185.52	22.372	0.2306	3297.16	35.970	0.3216
GSF	1696.81	18.523	0.1369	1607.24	17.592	0.1316
CF	1300.13	14.813	0.2483	1029.53	8.060	0.2490
KF	1327.84	14.982	0.2476	1071.00	8.253	0.2513
MCF	84.05	0.696	0.0120	152.10	1.064	0.0169
MCC_KF	42.23	0.421	0.0142	36.33	0.277	0.0169

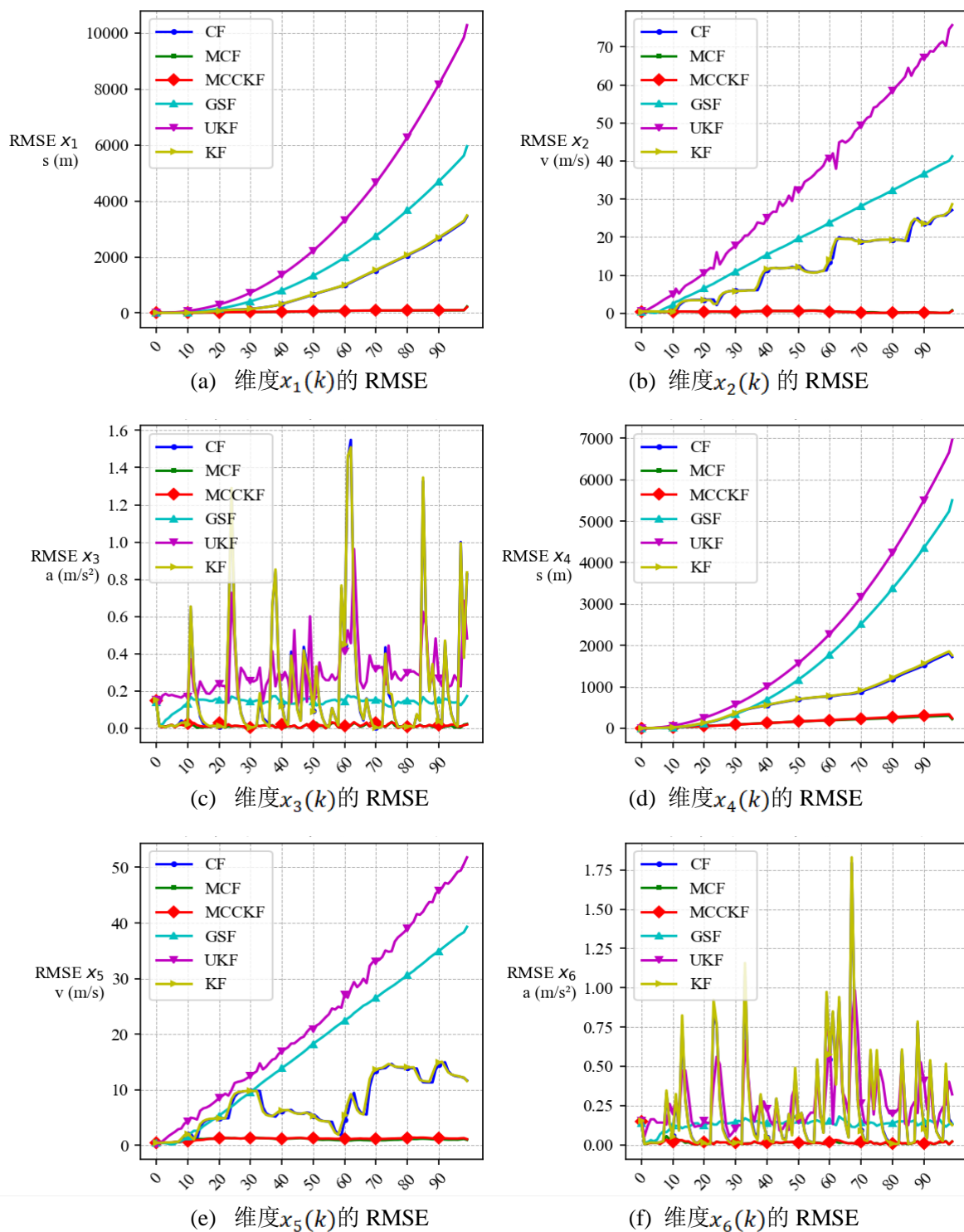


图 4-6 非高斯噪声场景二下 MCCKF 的 RMSE（横坐标为采样次数）

4.4 本章小结

本章通过多种高斯噪声及非高斯噪声场景对第三章提出的两种基于 MCC 准则设计的新型卡尔曼滤波器 MCCKF 的滤波性能进行了验证；通过本章与小节 2.5 的实验

结果，我们可以发现，MCC 准则设计的代价函数可以提取非高斯噪声中的高阶统计量，使基于其设计的卡尔曼滤波器可以在非高斯噪声场景下优秀地工作；而引入加权项的新型 MCC 卡尔曼滤波器 MCCKF 同时在高斯噪声场景与非高斯噪声场景表现良好，符合本文的研究目的。

5 结论与展望

系统状态的最优估计在工程学领域至关重要。经典卡尔曼滤波器在高斯噪声条件下表现优秀，但在实际应用中，非高斯噪声更为常见，导致其性能下降。本文围绕卡尔曼滤波器在非高斯噪声场景下的改良展开，旨在设计一种适用于非高斯噪声的新型卡尔曼滤波器，解决经典卡尔曼滤波器在此类场景下性能下降的问题。为此，本文引入最大相关熵准则（MCC），利用其对非高斯噪声高阶统计量的捕捉能力，设计了一种在非高斯噪声场景下表现优越的新型卡尔曼滤波器 MCCKF。

本文的研究方法包括理论推导、算法改进和实验验证。首先，本文详细介绍了经典卡尔曼滤波器的基本原理和局限，并引入 MCC 准则，设计了基于 MCC 的新型卡尔曼滤波器 MCF。在此基础上，本文引入加权项，形成加权 MCC 卡尔曼滤波器 MCCKF，使其在高斯和非高斯噪声场景下均能表现优越。通过多种噪声场景的仿真实验，验证了 MCCKF 的滤波性能。

研究结果表明，经典卡尔曼滤波器在高斯噪声条件下表现良好，但在非高斯噪声场景下，其估计性能显著下降。而 MCC 准则能够有效利用系统变量的高阶统计量，提升滤波器在非高斯噪声场景下的性能。基于 MCC 设计的新卡尔曼滤波器在非高斯噪声环境中表现优越。引入加权项的新型 MCC 卡尔曼滤波器 MCCKF 在高斯和非高斯噪声场景下均表现良好，具有较强的鲁棒性和广泛的适用性。这表明新型滤波器能够在实际应用中更好地处理复杂的噪声环境，具有广阔的应用前景，有助于提高实际工程系统的精确性和可靠性。

未来工作中可以进一步优化 MCCKF 的算法，提高其计算效率和实时性，满足更高实时性要求的应用场景。此外，可以在更多实际应用场景中验证 MCCKF 的性能，确保其不同复杂环境下的鲁棒性和稳定性。结合其他滤波方法和优化技术，进一步提升 MCCKF 的性能，拓宽其应用范围，推动新型滤波器在实际工程中的应用。此外，MCCKF 引入了高斯核函数，其函数式中超参数 σ 的设置还有很大的优化空间，未来的研究可以关注如何寻找最优的 σ 值，从而使得 MCCKF 的性能进一步得到优化。

致 谢

本文成文共历时数月，在研究进行的过程中，作者得到了诸多支持，特在此致谢。

首先需要感谢我的导师张光华老师，从研究选题到完成论文创作，他一直对我悉心指导，对我不明白的初期理论知识答疑解惑，为我的研究方向提出宝贵的建议；也是张光华老师的选题，让我首次接触控制科学领域的研究课题，第一次作为一名自动化人感受这门专业的不可思议；在论文的创作过程中，张光华老师也为我的论述结构与行文格式进行指导，细致入微；在他的帮助下，我得以完成此文，因此，在此再次由衷地表示感谢。

然后，我需要感谢我的室友们对我论文研究的帮助，虽然与我并非同一专业，他们视角的研究也拓展了我对科研的认识，使我在有限的本项目知识之外，对不同领域的研究内容与研究方法兼收并蓄。除此之外，也感谢与诸多同龄人的交际，与他们的交流使我收益颇丰，包括且不限于恰饭群、西交棋协游戏王部、现视研动漫社、湖北老乡群等，以及同级的自动化同学们。只有强大的社群才能构成属于自我的世界，这是每一位患者完成人生旅程的第一步，我很庆幸能与这些友人相识，未来一定也会与他们一起进步。

除了与各位师生的交际，我也希望感谢在我完成项目期间陪我一起走过时间的诸多可圈可点的虚拟作品，如《女神异闻录 3 重制版》《尼尔：机械纪元》与《尼尔：人工生命 v1.22》等 JRPG 游戏，《混沌之子》《人狼村之谜》《十三机兵防卫圈》等视觉小说，以及以虹咲为代表的优秀二偶作品；这些作品为我提供休闲的同时，也拓展了我各方面的学识，对我的研究不无启发；它们一些精巧的构思正如卡尔曼滤波器的更新步骤一样，为我过往似状态空间预测方程一样墨守成规的思维带来代表创新的卡尔曼增益。未来，我希望能接触更多时代与国别、更多形式的优秀作品，它们将极大地拓展我所能触碰的世界的边缘。

完成本文的过程，是由无数细节组成的，他人的帮助、自己的探寻以及各式各样的偶然；它们或许正是“大四学年第二学期”这个状态空间系统中的过程噪声，一同作用着将我引向这段旅程的终点。感谢经历的一切，也是时候去探索下一段旅程了。

参考文献

- [1] Craven B D, Islam S M N. Ordinary least-squares regression[J]. The SAGE dictionary of quantitative management research, 2011: 224-228.
- [2] Schmit J, Creath K. Window function influence on phase error in phase-shifting algorithms[J]. Applied optics, 1996, 35(28): 5642-5649.
- [3] van de Schoot R, Depaoli S, King R, et al. Bayesian statistics and modelling[J]. Nature Reviews Methods Primers, 2021, 1(1): 1-26
- [4] Welch G F. Kalman filter[M]. computer vision: a reference guide. Cham: Springer International Publishing, 2021: 721-723.
- [5] Song M, Astroza R, Ebrahimian H, et al. Adaptive Kalman filters for nonlinear finite element model updating[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 143: 106837.
- [6] Yu S, Wickstrøm K, Jenssen R, et al. Understanding convolutional neural networks with information theory: An initial exploration[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2020, 32(1): 435-442.
- [7] Fan X, Wang G, Han J, et al. A background-impulse Kalman filter with non-Gaussian measurement noises[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2022, 53(4): 2434-2443.
- [8] Sorenson H W, Alspach D L. Recursive Bayesian estimation using Gaussian sums[J]. Automatica, 1971, 7(4): 465-479.
- [9] Harvey A, Luati A. Filtering with heavy tails[J]. Journal of the American Statistical Association, 2014, 109(507): 1112-1122.
- [10] Magill D. Optimal adaptive estimation of sampled stochastic processes[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1965, 10(4): 434-439.
- [11] Bilik I, Tabrikian J. MMSE-based filtering in presence of non-Gaussian system and measurement noise[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2010, 46(3): 1153-1170.
- [12] Alspach D, Sorenson H. Nonlinear Bayesian estimation using Gaussian sum approximations[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1972, 17(4): 439-448.
- [13] Kotecha J H, Djuric P M. Gaussian sum particle filtering[J]. IEEE Transactions on signal processing, 2003, 51(10): 2602-2612.
- [14] Doucet A, De Freitas N, Gordon N. An introduction to sequential Monte Carlo methods[J]. Sequential Monte Carlo methods in practice, 2001: 3-14.
- [15] 15 Djuric P M, Kotecha J H, Zhang J, et al. Particle filtering[J]. IEEE signal processing magazine, 2003, 20(5): 19-38.
- [16] Čurn J, Marinescu D, Lacey G, et al. Estimation with non-white Gaussian observation noise using a generalised ensemble Kalman filter[C]//2012 IEEE International Symposium on Robotic and Sensors Environments Proceedings. IEEE, 2012: 85-90.
- [17] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented filtering and nonlinear estimation[J]. Proceedings of the IEEE, 2004, 92(3): 401-422.
- [18] Yin L, Deng Z, Huo B, et al. Robust derivative unscented Kalman filter under non-Gaussian noise[J]. IEEE Access, 2018, 6: 33129-33136.
- [19] Fakoorian S, Mohammadi A, Azimi V, et al. Robust Kalman-type filter for non-Gaussian noise: Performance analysis with unknown noise covariances[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2019, 141(9): 091011.
- [20] Izanloo R, Fakoorian S A, Yazdi H S, et al. Kalman filtering based on the maximum correntropy

- criterion in the presence of non-Gaussian noise[C]. 2016 Annual Conference on Information Science and Systems (CISS). IEEE, 2016: 500-505.
- [21] Zhang Q, Zhou Y. Recent advances in non-Gaussian stochastic systems control theory and its applications[J]. International Journal of Network Dynamics and Intelligence, 2022: 111-119.
- [22] Fan X, Wang G, Han J, et al. A background-impulse Kalman filter with non-Gaussian measurement noises[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2022, 53(4): 2434-2443.
- [23] Song W, Wang Z, Li Z, et al. Protocol-based particle filtering for nonlinear complex networks: Handling non-Gaussian noises and measurement censoring[J]. IEEE Transactions on Network Science and Engineering, 2022, 10(1): 128-139.
- [24] Song W, Wang Z, Wang J, et al. Particle filtering for nonlinear/non-Gaussian systems with energy harvesting sensors subject to randomly occurring sensor saturations[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2020, 69: 15-27.

西 安 交 通 大 学

系（专业） 0504 自动化
系(专业)主任 张爱民
批准日期 2023 年 11 月 22 日

毕业设计(论文)任务书

电子与信息学部 0504 自动化专业 自动化 006 班 学生 董昊宇

毕业设计(论文)课题 非高斯噪声动态系统的滤波方法研究与实现

毕业设计(论文)工作自 2023 年 10 月 10 日起至 2024 年 6 月 7 日止

课题的背景、意义及培养目标

卡尔曼滤波器因其结构简单在导航、目标跟踪和推理等工程应用中被广泛使用。但实际应用中，系统有时会受到脉冲噪声干扰，导致卡尔曼滤波器的估计性能变差而不能满足实际需求。因此，设计鲁棒卡尔曼滤波器以减小非高斯噪声的影响是一个重要的研究内容，具有重要的学术价值和应用前景。通过该课题使学生掌握滤波估计的基本理论知识，培养学生运用基础理论解决实际问题的能力，使学生对解决实际问题中的各个环节有系统性的认识，增强学生独立思考的能力，提高学生的编程技巧，为学生后续的学习和工作打下良好的基础。

设计(论文)的原始数据与资料

课题中应用场景的各种数据均由 Matlab 仿真产生。教材及论文资料由导师提供。

课题的主要任务

1.阅读相关教材及文献，熟悉并掌握有关本课题的研究成果。2.学习并掌握 Matlab 编程软件。3.编制软件，利用 Matlab 软件实现相关算法，并对其性能进行分析。4.撰写毕业论文。5.翻译一篇关于非高斯噪声动态系统的滤波方法的英文文献的主要理论部分。

课题的基本要求(工程设计类题应有技术经济分析要求)

1.学习动态系统的状态空间描述，并掌握经典卡尔曼滤波方法。2.掌握一种处理非高斯噪声的动态系统滤波方法。3.利用 Matlab 软件实现上述滤波算法。4.撰写论文要规范合理，内容详实。

完成任务后提交的书面材料要求(图纸规格、数量，论文字数，外文翻译字数等)

1.完成毕业论文，字数不少于 15000 字。2.翻译一篇英文文献的主要理论部分，要求语言流畅，用语准确，字数不少于 3000 字。

主要参考文献

- [1] Izanloo R, Fakoorian S A, Yazdi H S, et al. Kalman Filtering Based on the Maximum Correntropy Criterion in the Presence of Non-Gaussian Noise[C]. 2016 Annual Conference on Information Science and Systems(CISS). IEEE, 2016:500-505.
- [2] Chen B, Liu X, Zhao H, et al. Maximum Correntropy Kalman Filter[J]. AUTOMATICA, 2017,76:70-77.
- [3] 韩崇昭, 朱洪艳, 段战胜. 多源信息融合(第二版)[M]. 北京: 清华大学出版社, 2010.

指导教师

张光华

接受设计(论文)任务日期

2023 年 11 月 22 日

(注: 由指导教师填写)

学生签名

董昊宇

毕业设计(论文)答辩结果

电子与信息学部 学院

0504 自动化 专业

毕业设计(论文)答辩组对学生董昊宇所完成的课题为非高斯噪声动态系统的滤波方法研究与实现的毕业设计(论文)经过答辩，其意见为毕业设计工作量较大，完成质量较高；论文写作认真规范，结构严谨，层次清晰；答辩时表述清晰，回答问题正确。经答辩组讨论，一致通过其答辩。
并确定成绩为84分

毕业设计(论文)答辩组负责人 朱洪艳

答辩组成员 连峰 张乐

张光华 高永新

2024 年 06 月 05 日