6.4.6 A и B — независимы

Д-ть, что события $\bar{A}$ и B так же независимы.

$P(A|B) = P(A)$, а так как $P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$,

то $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - P(A) = P(\bar{A})$. Итак, $P(\bar{A}|B) = P(\bar{A})$ т.е. события $\bar{A}$ и B — независимы

6.4.7 4 шара:

К — красный, С — синий, Ч — черный, КСЧ — разноц.
Исследовать зависимость событий

$\Omega = \{К; С; Ч; КСЧ\}$

$P(К) = \frac{2}{4} = P(С) = P(Ч) = \frac{1}{2}$

$К\cdot С$, $К\cdot Ч$, $С\cdot Ч$ $\quad P(К\cdot С) = \frac{1}{4} = P(К)\cdot P(С)$

$P(К\cdot Ч) = \frac{1}{4} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = P(К)\cdot P(Ч)$ и $P(С\cdot Ч) = \frac{1}{4} = P(С)\cdot P(Ч)$ $\Rightarrow$ К и С, Ч, С и Ч независимы. Тем не менее события К, С и Ч не являются независимыми в совокупности.

6.4.12

В урне 4 бел и 3 черн шара. Вынимают 2 шара. Найти вероятность, что оба шара белые

а) без возвращения.

$A = A_1\cdot A_2$ (оба белые)

A_1 и A_2 — зависимы $P(A) = P(A_1\cdot A_2) = P(A_1)\cdot P(A_2|A_1)$
$= \frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6} = \frac{2}{7}$.

б) $P(A) = P(A_1\cdot A_2) = P(A_1)\cdot P(A_2) = \frac{4}{7}\cdot\frac{4}{7} = \frac{16}{49}$

(одинаков вероятность, т.к. шар возвращается обратно в урну)

6.4.13

$A = \{АНАНАС\}$ $\quad A_1 = \{$первая будет А$\}$

$A_2 = \{$вторая Н$\}$ $\quad A_3 - \{$третья А$\}$ $\quad A_4 - \{$четвертая Н$\}$

$A_5 - \{$пятая А$\}$ $\quad A_6 - \{$шестая С$\}$

$P(A) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{60}$

6.4.18.

9 белых, 6 черных, 5 зелен.

Найти вероятность, что шар либо черный, либо зеленый.

$C = A + B$

$P(C) = P(A+B) = P(A) + P(B) = \frac{6}{20} + \frac{5}{20} = \frac{11}{20} = 0{,}55$

6.4.19.

первый попадает с 0,7, второй – 0,8

A_i – {попадание первым при i-выстрел}

B_i – {попадание вторым}

C – мишень поражена

$P(A_1) = P(A_2) = 0{,}7$

$P(B_1) = P(B_2) = 0{,}8$

$C = A_1 + B_1$

Т.к. A_1, B_1 – совместны, то

$P(C) = P(A_1 + B_1) = P(A_1) + P(B_1) - P(A_1 \cdot B_1)$

События A_1 и B_1 – независимы, поэтому $P(A_1 \cdot B_1) =$
$= P(A_1) \cdot P(B_1)$

$P(C) = P(A_1) + P(B_1) - P(A_1) \cdot P(B_1) = 0{,}7 + 0{,}8 - 0{,}7 \cdot 0{,}8 = 0{,}94$