Ранг матрицы r(A), ранг ранга методом элементарных преобразований

1) Нахождение ранга методом элементарных преобразований.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{III + I(-2)} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -6 & -3 \end{pmatrix}_{III + 3II} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Кол-во ненуле-вах строк = 2
$\Rightarrow rang(A) = 2.$

2) Нахождение ранга матрицы методом окаймляющих миноров.

1. Найдём $A = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{matrix}} & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

1. Найдём минор $\neq 0$ второго порядка

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = ((-1) \cdot 2 - 0) = -2 \neq 0$$

2. Найдём минор $\neq 0$ третьего порядка

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 4 & 5 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 8 + 0 + 12 - 0 - 20 = 0 = 0$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 4 & 5 & 1 \end{vmatrix} = -2 + 4 + 8 - 10 = 0$$

Т.к. других окаймля-ющих миноров треть-го порядка не существует
$\Rightarrow rang(A) = 2.$