

Возмужев Уахк УВТ 12/2 (1 курс)

~ 36  $3A - 2B$   $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

$3 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 9 & 12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 14 \end{pmatrix}$

~ 37  $2B - 5A$   $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ -6 & 4 & 0 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 10 \\ -30 & 20 & 0 \end{pmatrix}$

$2 \begin{pmatrix} 0 & 5 & 10 \\ -15 & 10 & 0 \end{pmatrix} - 5 \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ -6 & 4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 20 \\ -30 & 20 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 10 & 20 \\ -30 & 20 & 0 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

~ 38

$A - \lambda \cdot E$   $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-\lambda & 3 \\ 3 & (-2)-\lambda \end{pmatrix}$

~ 39

$4A - 7B$   $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 & 3 \\ 2 & 0 & -3 & 1 \\ 5 & -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 7 & -5 \\ -8 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}$

$4 \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 & 3 \\ 2 & 0 & -3 & 1 \\ 5 & -1 & 0 & 4 \end{pmatrix} - 7 \begin{pmatrix} 0 & 2 & 7 & -5 \\ -8 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -8 & 20 & 12 \\ 8 & 0 & -12 & 4 \\ 20 & -4 & 0 & 16 \end{pmatrix} -$

$\begin{pmatrix} 0 & 14 & 49 & -35 \\ -56 & 7 & 21 & 0 \\ 28 & 14 & -14 & 35 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -22 & -29 & 47 \\ 64 & -7 & -33 & 4 \\ -8 & -18 & 14 & -19 \end{pmatrix}$

~ 40

$5A - 3B + 2C$   $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ -3 & 2 & 7 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}$   $C = \begin{pmatrix} -5 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 5 \\ 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

$5 \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ -3 & 2 & 7 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -5 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 5 \\ 6 & 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -10 & 0 \\ 15 & 25 & 5 \\ -5 & 10 & 20 \end{pmatrix} -$

$\begin{pmatrix} 15 & 3 & -6 \\ -9 & 6 & 21 \\ 12 & 0 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -10 & 6 & 2 \\ 4 & 0 & 10 \\ 12 & 8 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 & -13 & 6 \\ 24 & 12 & -16 \\ 17 & 10 & 23 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -10 & 6 & 2 \\ 4 & 0 & 10 \\ 12 & 8 & 4 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} -20 & -7 & 8 \\ 28 & 12 & -6 \\ -5 & 18 & 27 \end{pmatrix}$

~ 41

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

$A_{2 \times 2} \cdot B_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 & 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 2 \\ 3 \cdot 0 + 4 \cdot 1 & 3 \cdot (-1) + 4 \cdot 2 \end{pmatrix} =$

$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$B_{2 \times 2} \cdot A_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \cdot 1 + (-1) \cdot 3 & 0 \cdot 2 + (-1) \cdot 4 \\ 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 & 1 \cdot 2 + 2 \cdot 4 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 7 & 10 \end{pmatrix}$$

$$42) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$A_{1 \times 4} \cdot B_{4 \times 1} =$$

$$= (1 \cdot 5 + (-2) \cdot (-3) + 3 \cdot (-4) + 0 \cdot 1) = (5 + 6 - 12 + 0) =$$

$$= (-1)$$

$$B_{4 \times 1} \cdot A_{1 \times 4} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 5 \cdot 1 & 5 \cdot (-2) & 5 \cdot 3 & 5 \cdot 0 \\ (-3) \cdot 1 & (-3) \cdot (-2) & (-3) \cdot 3 & (-3) \cdot 0 \\ (-4) \cdot 1 & (-4) \cdot (-2) & (-4) \cdot 3 & (-4) \cdot 0 \\ 1 \cdot 1 & 1 \cdot (-2) & 1 \cdot 3 & 1 \cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -10 & 15 & 0 \\ -3 & 6 & -9 & 0 \\ -4 & 8 & -12 & 0 \\ 1 & -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$43) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 + 0 + 15 \\ 4 + (-6) + 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \cdot 2 + (-4) \cdot 1 & -4 \cdot 0 + (-4) \cdot 2 & -4 \cdot 3 + (-4) \cdot 1 \\ -3 \cdot 2 + (-3) \cdot (-1) & -3 \cdot 0 + (-3) \cdot 2 & -3 \cdot 3 + (-3) \cdot 1 \\ 5 \cdot 2 + 5 \cdot (-1) & 5 \cdot 0 + 5 \cdot 2 & 5 \cdot 3 + 5 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 & -8 & -16 \\ -6 & -6 & -12 \\ 5 & 10 & 20 \end{pmatrix}$$

не существует, т.к.  $1 \neq 2$

$$44) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 2 + 5 \cdot (-3) + (-1) \cdot 5 & 3 \cdot 4 + 5 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 \\ 2 \cdot 2 + (-2) \cdot (-3) + 0 \cdot 5 & 2 \cdot 4 + (-2) \cdot 0 + 0 \cdot 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 6 + (-15) - 5 & 12 - 1 \\ 4 + 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14 & 11 \\ 10 & 8 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 3 + 4 \cdot 2 & 2 \cdot 5 + 4 \cdot (-2) & 2 \cdot (-1) + 4 \cdot 0 \\ (-3) \cdot 3 + 0 \cdot 2 & (-3) \cdot 5 + 0 \cdot (-2) & (-3) \cdot (-1) + 0 \cdot 0 \\ 5 \cdot 3 + 1 \cdot 2 & 5 \cdot 5 + 1 \cdot (-2) & 5 \cdot (-1) + 1 \cdot 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 14 & -2 & -2 \\ -9 & -15 & 3 \\ 17 & 23 & -5 \end{pmatrix}$$



1 2 -3 4 1

$$\sim 45. \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & -5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & -3 & 1 \\ 4 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A_{3 \times 3} \cdot B_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & -3 & 1 \\ 4 & -4 & 5 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} (-2) \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 1 \cdot 4 & (-2) \cdot (-2) + 3 \cdot (-3) + 1 \cdot (-4) & (-2) \cdot (-3) + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 5 \\ 5 \cdot 1 + 4 \cdot 0 + 0 \cdot 4 & 5 \cdot (-2) + 4 \cdot (-3) + 0 \cdot (-4) & 5 \cdot (-3) + 4 \cdot 1 + 0 \cdot 5 \\ 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 0 + (-5) \cdot 4 & 2 \cdot (-2) + (-1) \cdot (-3) + (-5) \cdot (-4) & 2 \cdot (-3) + (-1) \cdot 1 + (-5) \cdot 5 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -2+4 & 4-9-4 & 6+3+5 \\ 5 & -10-12 & -15-11 \\ 2-20 & -4+3+20 & -6-1-25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -9 & 14 \\ 5 & -22 & -11 \\ -18 & 19 & -32 \end{pmatrix}$$

$$\sim 46. \quad (AB)C \quad A \cdot (BC)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\left( \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 2 + (-1) \cdot (-3) & 1 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 \\ (-1) \cdot 2 + 1 \cdot (-3) & (-1) \cdot 0 + 1 \cdot 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -5 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \cdot 3 + (-1) \cdot 2 & 5 \cdot (-1) + (-1) \cdot 3 \\ (-5) \cdot 3 + 1 \cdot 2 & (-5) \cdot (-1) + 1 \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & -8 \\ -13 & 8 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot (BC) \quad AB = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad A \cdot (BC) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 3 + (-1) \cdot 2 & 1 \cdot (-1) + (-1) \cdot 3 \\ (-1) \cdot 3 + 1 \cdot 2 & (-1) \cdot (-1) + 1 \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \cdot 3 + 0 \cdot 2 & 2 \cdot (-1) + 0 \cdot 3 \\ -3 \cdot 3 + 1 \cdot 2 & (-3) \cdot (-1) + 1 \cdot 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -7 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 6 + (-1) \cdot (-7) & 1 \cdot (-2) + (-1) \cdot 6 \\ (-1) \cdot 6 + 1 \cdot (-7) & (-1) \cdot (-2) + 1 \cdot 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & -8 \\ -13 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\sim 47. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$(AB)C = \left( \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot (-5) + 3 \cdot 2 & 1 \cdot 3 + 3 \cdot (-1) \\ 2 \cdot (-5) + 5 \cdot 2 & 2 \cdot 3 + 5 \cdot (-1) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 0 \cdot 2 & 1 \cdot 3 + 0 \cdot 5 \\ 0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 & 0 \cdot 3 + 1 \cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$(BC)A = \left( \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \cdot 1 + 3 \cdot 2 & -5 \cdot 3 + 3 \cdot 5 \\ 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 & 2 \cdot 3 + (-1) \cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3 Grp

$$\cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 0 \cdot 2 & 1 \cdot 3 + 0 \cdot 5 \\ 0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 & 0 \cdot 3 + 1 \cdot 5 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{248 } A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(AB) \cdot C = \left( \begin{pmatrix} 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} -2 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= \left( \begin{pmatrix} 1 \cdot (-3) + (-3) \cdot (-2) & 1 \cdot 2 + (-3) \cdot 5 & 1 \cdot 0 + (-3) \cdot (-1) \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} -2 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & -13 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot (-2) + (-13) \cdot 0 + 3 \cdot 3 & 3 \cdot 4 + (-13) \cdot 2 + 3 \cdot (-1) \\ 3 \cdot (-1) + (-13) \cdot 5 + 3 \cdot 2 & 3 \cdot 0 + (-13) \cdot (-2) + 3 \cdot 4 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -17 & -68 & -14 \end{pmatrix}$$

$$A(BC) \cdot A = \left( \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -3 \cdot (-2) + 2 \cdot 0 + 0 \cdot 3 & -3 \cdot 4 + 2 \cdot 2 + 0 \cdot (-1) & -3 \cdot (-3) + 2 \cdot 5 + 0 \cdot 2 & -3 \cdot 0 + 2 \cdot (-2) + 0 \cdot 4 \\ -2 \cdot (-2) + 5 \cdot 0 + (-1) \cdot 3 & -2 \cdot 4 + 5 \cdot 2 + (-1) \cdot (-1) & (-2) \cdot (-3) + 5 \cdot 5 + (-1) \cdot 2 & -2 \cdot 0 + 5 \cdot (-2) + (-1) \cdot 4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6 & -8 & 13 & -4 \\ 1 & 3 & 29 & -14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -25 & -8 & 13 & -4 \\ 1 & 3 & 29 & -14 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & -8 & 13 & -4 \\ 1 & 3 & 29 & -14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 6 - 3 & -8 - 3 & 13 - 3 \cdot 29 & -4 + 3 \cdot 14 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & -17 & -68 & -14 \end{pmatrix}$$

249

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$(AB)C = \left( \begin{pmatrix} -5 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} =$$



$$= \begin{pmatrix} -15+0+12 & 0+0+9 \\ 12-2-4 & 0+1-3 \\ 6+6+8 & 0+1-3+6 \\ 3-10+12 & 0+5+9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 9 \\ 6 & -2 \\ 20 & 3 \\ 5 & 14 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 6+27 \\ -12-6 \\ -40+9 \\ -10+42 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 33 \\ -18 \\ -31 \\ 32 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot BC = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = 10 + \begin{pmatrix} -5 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -5 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot 6 =$$

$$A \cdot (BC) = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 30 \\ -21 \\ 43 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot$$

$$\begin{pmatrix} -6+0 \\ 4+3 \\ -2+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -6 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30+0+3 \\ -24+7-1 \\ -12-21+2 \\ -6+35+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 33 \\ -18 \\ -31 \\ 32 \end{pmatrix}$$

~ 50.

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0 & 1+1 \\ 0+0 & 0+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0 & 1+2 \\ 0+0 & 0+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^n = \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\sim 51 \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0+0 & 1+0+0 & 1+0+0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^n = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sim 52 \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0+0 & 1+0+0 & 0+1+0 \\ 0+0+0 & 0+0+0 & 0+0+0 \\ 0+0+0 & 0+0+0 & 0+0+0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^3 = A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1+0+0 & 1+0+0 & 0+1+0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^n = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\sim 53$

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 1 \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + 1 = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1+0 & 0+0 \\ 0+0 & 0+1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$+ 1 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-3 & 0-0 \\ 0-0 & 2+3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$$

$\sim 54$

$$f(x) = 3x^2 + 4x + 5 \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$3 \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} + 5 = 3 \cdot \begin{pmatrix} 4+0 & -6-12 \\ 0+0 & 0+16 \end{pmatrix} +$$

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & -54 \\ 0 & 48 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 21 & -60 \\ 0 & 61 \end{pmatrix}$$

$\sim 55$

$$f(x) = 2x^3 - x^2 + 3 \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$



$$2 \cdot \begin{pmatrix} 1-6 & -2+2 \\ 3-3 & -6+1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -10 & 0 \\ 0 & -10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 10+0 & -20+0 \\ 0+30 & 0+(-10) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & -20 \\ 30 & -10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & -20 \\ 30 & -2 \end{pmatrix}$$

~ 56

$$F(x) = 4x^3 - 2x^2 + 3x - 2 \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$4 \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} -$$

$$2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 4 \cdot \begin{pmatrix} 4+3 & -6 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 7 & -6 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & 9 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= 4 \cdot \begin{pmatrix} -14 & -6 & 21 \\ 4 & 3 & -6 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 14 & -12 \\ -4 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & 9 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= 4 \cdot \begin{pmatrix} -20 & 21 \\ 7 & -6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 14 & -12 \\ -4 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & 9 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -80 & 84 \\ 28 & -24 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 14 & -12 \\ -4 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & 9 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -80-14-6-2 & 84+12+9 \\ 28+4+3 & -24-6-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -102 & 105 \\ 35 & -32 \end{pmatrix}$$

~ 37

$$F(x) = x^2 - 3x + 2 \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1+0+0 & -3-6+0 & 0-3+0 \\ 0+0+3 & 0+4-3 & 0+2+2 \\ 3+0+6 & -9-6-6 & 0-3+4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -9 & 0 \\ 0 & 6 & 3 \\ 9 & -9 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} =$$



$$2 \begin{pmatrix} 1 & -9 & -3 \\ 3 & 1 & 4 \\ 9 & -21 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & -9 & 0 \\ 0 & 6 & 3 \\ 9 & -9 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$2 \begin{pmatrix} 1-3+2 & -9+9+0 & -3+0+0 \\ 3-0-0 & 1-6+2 & 4-3+0 \\ 9-9+0 & -21+9+0 & 1-6+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -3 \\ 3 & -3 & 1 \\ 0 & -12 & -3 \end{pmatrix}$$

~ 57

$$f(x) = 3x^2 - 5x - 2 \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix} + 5 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= 3 \cdot \begin{pmatrix} 4-0-15 & 6+3+6 & -6+12-3 \\ 0+0+20 & 0-1-8 & 0+4+4 \\ 10+0+5 & 15-2-2 & -15-8+1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 & 15 & -15 \\ 0 & 5 & 20 \\ 25 & -10 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= 3 \begin{pmatrix} -11 & 15 & 3 \\ 20 & -7 & 8 \\ 15 & 11 & -22 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & 15 & -15 \\ 0 & 3 & 20 \\ 25 & -10 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -33 & 45 & 9 \\ 60 & -21 & 24 \\ 45 & 33 & -66 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & 15 & -15 \\ 0 & 3 & 20 \\ 25 & -10 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -33+8 & 45+15 & 9-15 \\ 60 & -21+3 & 24+20 \\ 45+25 & 33-10 & -66+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -25 & 60 & -6 \\ 60 & -18 & 44 \\ 70 & 23 & -63 \end{pmatrix}$$

~ 59

$$f(x) = x^3 - x^2 + 5 \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1+0+0 & 0-0+0 & 1+0+2 \\ 3+1-3 & 0+1+0 & 3+0+0 \\ 0+0+0 & 0+0+0 & 0+0+4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1+0+0 & 0+0+0 & 1+0+6 \\ 0+3+0 & 0-1+0 & 0+0+6 \\ 0+0+0 & 0+0+0 & 0+0+8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 3 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-1+5 & 0 & 7-1 \\ 3-3 & -1+1+5 & 6 \\ 0 & 0 & 8-2+5 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 5 & 0 & 6 \\ 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$$



$$160 \quad F(x) = 2x^3 - x^2 + 3x - 2 \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$- 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 4+0-8 & -6-15-4 & 8+3+12 \\ 0+0+2 & 0+25+1 & 0-5+9 \\ -4+0+2 & 6-5-3 & -2+1+9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 & -25 & 23 \\ 2 & 26 & 4 \\ -2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} 6 & -9 & 12 \\ 0 & 15 & -3 \\ -6 & -3 & 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -50 & 46 \\ 4 & 52 & 8 \\ -4 & -4 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 & -25 & 23 \\ 2 & 26 & 4 \\ -2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} 6 & -9 & 12 \\ 0 & 15 & -3 \\ -6 & -3 & 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16+0-32 & 24-250-46 & -32+50+132 \\ 8+0-16 & -12+260-8 & 16-52+24 \\ -8+0-8 & 12-20-4 & -16+4+12 \end{pmatrix}$$

$$- \begin{pmatrix} -4 & -25 & 23 \\ 2 & 26 & 4 \\ -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & -9 & 12 \\ 0 & 15 & -3 \\ -6 & -3 & 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 102 & -272 & 156 \\ -8 & 240 & -12 \\ -16 & -12 & 0 \end{pmatrix}$$

$$- \begin{pmatrix} -4 & -25 & 23 \\ 2 & 26 & 4 \\ -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & -9 & 12 \\ 0 & 15 & -3 \\ -6 & -3 & 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 116 & -256 & 145 \\ -10 & 227 & -13 \\ -20 & -13 & 5 \end{pmatrix}$$

161

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$AB \neq BA$ , *неперестановочны*  
*не коммутативны*

$$A_{1 \times 3} \cdot B_{3 \times 1} = (4+10+18) = (32)$$

$$B_{3 \times 1} \cdot A_{1 \times 3} = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 5 & 10 & 15 \\ 6 & 12 & 18 \end{pmatrix}$$

$$162 \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A_{2 \times 2} \cdot B_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} -5+4 & 3-2 \\ -15+10 & 2-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -5 & -3 \end{pmatrix} \quad AB \neq BA, \text{ неперестановочны}$$

$$B_{2 \times 2} \cdot A_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} -5+3 & -10+15 \\ 2-3 & 9-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{не коммутативны}$$

$$163 \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A_{2 \times 2} \cdot B_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 0+12 & -4-9 \\ 0+0 & -8+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & -13 \\ 0 & -8 \end{pmatrix} \quad AB \neq BA, \text{ неперестановочны}$$

$$B_{2 \times 2} \cdot A_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 0-8 & 0+0 \\ -8+12 & 12+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 0 \\ 4 & 12 \end{pmatrix}$$



$$164. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 5 \\ 4 & -2 & 7 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -3 & -2 & 5 \\ -4 & 2 & -7 \end{pmatrix}$$

$$A_{3 \times 3} \cdot B_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} -4+3+0 & 2+2+0 & 0-5+0 \\ -6-6-40 & 3-4+10 & 0+10-35 \\ -8-6-28 & 4+4+14 & 0-10-49 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -5 \\ -32 & 9 & -25 \\ -30 & 22 & -59 \end{pmatrix}$$

$$B_{3 \times 3} \cdot A_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} -4+3+0 & 2+2+0 & 0+5+0 \\ -6-6-40 & 3-4+10 & 0+10-35 \\ -8-6-28 & 4+4+14 & 0+10-49 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 5 \\ 20 & -11 & 15 \\ -30 & 22 & -39 \end{pmatrix}$$

$A \neq B$ , следовательно матрицы не коммутируют.

$$165. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$AB$  коммутирует с  $BA$  т.к. элементы стоят на диагонали

166

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ -4 & 5 & -6 \\ -7 & 8 & -9 \end{pmatrix}$$

$$A_{3 \times 3} \cdot B_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} -1-8-21 & 2+10+24 & -3-12-27 \\ -4-20-42 & 8+25+42 & -12-30-54 \\ -7-32-63 & 14+40+72 & -21-46-81 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -30 & 36 & -42 \\ -66 & 81 & -96 \\ -102 & 126 & -150 \end{pmatrix}$$

$$B_{3 \times 3} \cdot A_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} -1+8-21 & -2+10-24 & -3+12-27 \\ -4+20-42 & -8+25-48 & -12+30-54 \\ -7+32-63 & -14+30-72 & -21+46-81 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14 & -16 & -18 \\ -26 & -31 & -36 \\ -38 & -46 & -54 \end{pmatrix}$$

$AB \neq BA$ , следовательно матрицы не коммутируют.

167

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 5 & -6 & 7 & 2 \\ -9 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & -6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -6 & 5 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & -9 \\ 8 & 7 & -6 & 5 \\ 4 & -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} -6+4-24+16 & 5+2-21-12 & 4+0+12+6 & 3-12-15+4 \\ -30-12+56+32 & 25-6+40-24 & 20+0-42+16 & 15+54-35+2 \\ 52+0+8+2 & -45+0+7-6 & -36+0-6-4 & -27+0+5+2 \\ -18+12+40-24 & 15+4+35+12 & 12+0-30-12 & 9-36+25-6 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -10 & -26 & 30 & -26 \\ 46 & 44 & -6 & 12 \\ 70 & -44 & -6 & -20 \\ 6 & 72 & -30 & -2 \end{pmatrix}$$



$$B \cdot A = \begin{pmatrix} -6+25-26+3 & -12-30+0+12 & 12+35+4+15 & -24+40+8-12 \\ 2+5+0-27 & 4-6+0-36 & -6+7+0-45 & 8+8+0+54 \\ 8+35-54+15 & 16-42+0+20 & -24+40-6+15 & 16-24-12-30 \\ 4-15-18+3 & 8+18+0+7 & -12+21+18+6 & 16-24+4-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -30 & 72 & 6 \\ -20 & -38 & -45 & 70 \\ 112 & -6 & 44 & -50 \\ -26 & 26 & -10 & -6 \end{pmatrix}$$

$AB \neq BA$ , следовательно матрицы не коммутируют.

№ 68

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -6 & 1 \\ -5 & 3 & 1 \\ 6 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 14-35+18 & -12+21-9 & 2+7-9 \\ 21-45+24 & -18+27-12 & 3+0-12 \\ 7-25+18 & -6+15-9 & 1-5-9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 14-18+1 & 42-54+5 & 21-24+3 \\ -10+0+1 & -55+27+5 & -18+12+3 \\ 12-9-3 & 42-27-15 & 18-12-9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$AB = BA$ , следовательно матрицы коммутативны.

№ 69

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

№ 70

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & -7 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ -2 & 5 & 1 \\ 0 & -7 & 2 \end{pmatrix}$$

№ 71

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

№ 72

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot A^T = \begin{pmatrix} 1+4 & 3+8 \\ 3+8 & 9+16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}$$

$$A^T \cdot A = \begin{pmatrix} 1+9 & 2+12 \\ 2+12 & 4+16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 14 \\ 14 & 20 \end{pmatrix}$$

$$\sim 73 \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot A^T = (30)$$

$$A^T \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \\ 4 & 8 & 12 & 16 \end{pmatrix}$$

$$\sim 74 \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & -7 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ -2 & 5 & 1 \\ 0 & -7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot A^T = \begin{pmatrix} 1+4+0 & 3-10+0 & -4+2+0 \\ 3-10+0 & 9+25+49 & -12+5-14 \\ -4-2+0 & -12+5-14 & 16+1+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -7 & -6 \\ -7 & 83 & -21 \\ -6 & -21 & 21 \end{pmatrix}$$

$$A^T \cdot A = \begin{pmatrix} 1+9+16 & -2+15-4 & 0-21-8 \\ -2+15-4 & 4+25+1 & 0-35+2 \\ 0-21-8 & 0-35+2 & 0+49+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 & 9 & -29 \\ 9 & 30 & -33 \\ -29 & -33 & 53 \end{pmatrix}$$

$\sim 75$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad A = A^T, \text{symmetric}$$

$$A^T \cdot A = A \cdot A^T = \begin{pmatrix} 4+0+0 & 0+0+0 & 0+0+0 \\ 0+0+0 & 0+9+0 & 0+0+0 \\ 0+0+0 & 0+0+0 & 0+0+25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 25 \end{pmatrix}$$

$\sim 76$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot A^T = \begin{pmatrix} 0+0+9 & 0+0+0 & 0+0+0 \\ 0+0+0 & 0+4+0 & 0+0+0 \\ 0+0+0 & 0+0+0 & 0+0+25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 25 \end{pmatrix}$$

$$A^T \cdot A = \begin{pmatrix} 0+0+25 & 0+0+0 & 0+0+0 \\ 0+0+0 & 0+4+0 & 0+0+0 \\ 0+0+0 & 0+0+0 & 9+0+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\sim 77 \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot A^T = \begin{pmatrix} 1+4+9 & 4+10+18 & 7+16+27 \\ 4+10+18 & 16+25+36 & 28+40+54 \\ 7+16+27 & 28+40+54 & 49+64+81 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 32 & 50 \\ 32 & 77 & 122 \\ 50 & 122 & 194 \end{pmatrix}$$

$$A^T \cdot A = \begin{pmatrix} 1+16+49 & 2+20+56 & 3+24+63 \\ 2+20+56 & 4+25+64 & 6+30+72 \\ 3+24+63 & 6+30+72 & 9+36+81 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 66 & 78 & 96 \\ 78 & 83 & 108 \\ 96 & 108 & 126 \end{pmatrix}$$



$$n 78 \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{R-4I} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

n 79

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & -5 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{I \leftrightarrow II} \sim \begin{pmatrix} 1 & -5 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{II-I, III-2I} \sim \begin{pmatrix} 1 & -5 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 0 & 3 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{II \cdot 3, III-II} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -5 & 1 \\ 0 & 18 & 6 \\ 0 & 18 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{III-II} \sim \begin{pmatrix} 1 & -5 & 1 \\ 0 & 18 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

n 80

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -4 & 2 \\ 5 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{II-3I, III-5I} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 8 & -13 & -1 \\ 0 & 8 & -13 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{III-II} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 8 & -13 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

n 81

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 & 8 \\ 2 & -1 & -4 & 3 & 1 \\ 4 & -7 & -18 & 11 & -13 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{II-2I, III-4I, IV-3I} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 & 8 \\ 0 & -5 & -10 & 5 & -15 \\ 0 & -15 & -30 & 15 & -45 \\ 0 & -5 & -10 & 5 & -15 \end{pmatrix} \xrightarrow{IV-II} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 & 8 \\ 0 & -5 & -10 & 5 & -15 \\ 0 & -15 & -30 & 15 & -45 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{II \cdot 3} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 & 8 \\ 0 & -15 & -30 & 15 & -45 \\ 0 & -15 & -30 & 15 & -45 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{III-II} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 & 8 \\ 0 & -15 & -30 & 15 & -45 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

n 82

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & -7 & 0 & 7 \\ 2 & -1 & 2 & 3 & -11 \\ 1 & 0 & 1 & -2 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{II-I, III-2I, IV-I} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 & -3 & 4 \\ 0 & 3 & -12 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & -8 & 3 & -19 \\ 0 & 1 & -4 & -1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{II \leftrightarrow III} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & -3 & 4 \\ 0 & 3 & -12 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & -4 & 2 & -20 \\ 0 & 1 & -4 & -1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{II \cdot 3} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & -3 & 4 \\ 0 & 3 & -12 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & -4 & 2 & -20 \\ 0 & 3 & -12 & 3 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{IV-II} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & -3 & 4 \\ 0 & 3 & -12 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & -4 & 2 & -20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

n 83

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 4 \\ 3 & -1 & -2 & -4 & 7 \\ 2 & -1 & -15 & -8 & -11 \\ 1 & -1 & -3 & -2 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{II-3I, III-2I, IV-I} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 4 \\ 0 & -4 & -4 & -4 & -5 \\ 0 & -8 & -8 & -8 & -39 \\ 0 & -2 & -2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{III-2II} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 4 \\ 0 & -4 & -4 & -4 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -22 \\ 0 & -2 & -2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \text{II} - 2\text{IV} \\ \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -22 \\ 0 & -2 & -2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \uparrow \\ \\ \end{matrix} \sim$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 4 \\ 0 & -2 & -2 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -22 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -7 \end{pmatrix}$$

84

$$A_2 \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & -10 \\ 3 & -1 & 1 & 10 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 7 & 10 & 6 & -10 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \text{II} - 3\text{I} \\ \text{III} - 2\text{I} \\ \text{IV} - 7\text{I} \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & -10 \\ 0 & -18 & -8 & 40 \\ 0 & -9 & -7 & 20 \\ 0 & -25 & -15 & 60 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \cdot 2 \\ \end{matrix} \sim$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & -10 \\ 0 & -122 & -56 & 280 \\ 0 & -112 & -80 & 240 \\ 0 & 17 & -1 & 20 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \text{II} - \text{III} \\ \\ \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & -10 \\ 0 & 0 & 29 & 40 \\ 0 & -112 & -80 & 240 \\ 0 & 17 & -1 & 20 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \cdot 8 \\ \cdot 14 \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & -10 \\ 0 & 0 & 29 & 40 \\ 0 & -14 & -10 & 30 \\ 0 & 238 & -14 & 280 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \cdot 17 \\ \end{matrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & -10 \\ 0 & 0 & 29 & 40 \\ 0 & -232 & -170 & 510 \\ 0 & 232 & -14 & 280 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \text{III} + \text{IV} \\ \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & -10 \\ 0 & 0 & 29 & 40 \\ 0 & 0 & -184 & 720 \\ 0 & 232 & -14 & 280 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \cdot 14 \\ \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & -10 \\ 0 & 0 & 29 & 40 \\ 0 & 0 & -184 & 720 \\ 0 & 17 & -1 & 20 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ \uparrow \end{matrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & -10 \\ 0 & 17 & -1 & 20 \\ 0 & 0 & -184 & 720 \\ 0 & 0 & 29 & 40 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \text{IV} + 8\text{III} \\ \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & -10 \\ 0 & 17 & -1 & 20 \\ 0 & 0 & 8 & 1110 \\ 0 & 0 & 29 & 40 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ \text{IV} - 3\text{III} \end{matrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & -10 \\ 0 & 17 & -1 & 20 \\ 0 & 0 & 8 & 1110 \\ 0 & 0 & 0 & 3220 \end{pmatrix}$$

85

$$A_1 \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -6 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \text{II} + 2\text{I} \\ \text{III} + 4\text{I} \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \text{III} + 4\text{I} \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot 3$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \text{II} - \text{III} \\ \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \uparrow \\ \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

86

$$A_2 \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \text{II} - 3\text{I} \\ \text{III} - 2\text{I} \\ \text{IV} - \text{I} \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -7 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \text{II} + 7\text{III} \\ \text{IV} + 3\text{III} \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \cdot 2 \\ \\ \end{matrix}$$

[14 LSP]



$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{II} \leftrightarrow \text{III}} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{II} \leftrightarrow \text{III}} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{II} \leftrightarrow \text{III}} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & 0 & -4 & 7 \\ 2 & 2 & 10 & -1 & 8 \\ 1 & -2 & -4 & 5 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} \text{II} - 3\text{I} \\ \text{III} - 2\text{I} \\ \text{IV} - \text{I} \end{matrix}} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -2 & -6 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 6 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -6 & 6 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{II} + \text{III}} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 6 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -6 & 6 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{IV} + \text{II}} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 6 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{II} \leftrightarrow \text{IV}} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 6 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{II} \leftrightarrow \text{IV}} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 6 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$