Ма́трица — математический объект, записываемый в виде прямоугольной таблицы элементов кольца или поля (например, целых, действительных или комплексных чисел), которая представляет собой совокупность строк и столбцов, на пересечении которых находятся её элементы. Количество строк и столбцов задает размер матрицы. Хотя исторически рассматривались, например, треугольные матрицы, в настоящее время говорят исключительно о матрицах прямоугольной формы, так как они являются наиболее удобными и общими.Матрицы широко применяются в математике для компактной записи систем линейных алгебраических или дифференциальных уравнений. В этом случае количество строк матрицы соответствует числу уравнений, а количество столбцов — количеству неизвестных. В результате решение систем линейных уравнений сводится к операциям над матрицами.

КОНТАКТЫ

+79002026184
kozyrkov.i@yandex.ru
kozyrkov.ig@gamil.com

БУКЛЕТ ПОДГОТОВИЛ КОЗЫРЬКОВ ИГОРЬ

СЛОЖЕНИЕ МАТРИЦ

Пусть матрицы A и B состоят из одинакового числа строк и одинакового числа столбцов, т.е. имеют одинаковые размеры. Тогда для того, чтобы сложить матрицы A и B нужно к элементам матрицы A прибавить элементы матрицы B, стоящие на тех же местах. Таким образом, суммой двух матриц A и B называется матрица C, которая определяется по правилу, например,

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} \end{pmatrix}$$

УМНОЖЕНИЕ МАТРИЦ

Умножение матрицы на число. Для того чтобы умножить матрицу A на число k нужно каждый элемент матрицы A умножить на это число. Таким образом, произведение матрицы A на число k есть новая матрица, которая

$$kA=k\cdot\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ ka_{21} & ka_{22} \\ ka_{31} & ka_{32} \end{pmatrix} \text{ или } (c_{ij})=(ka_{ij}).$$

УМНОЖЕНИЕ МАТРИЦ

Умножение матриц. Эта операция осуществляется по своеобразному закону. Прежде всего, заметим, что размеры матриц-сомножителей должны быть согласованы. Перемножать можно только те матрицы, у которых число столбцов первой матрицы совпадает с числом строк второй матрицы (т.е. длина строки первой равна высоте столбца второй). Произведением матрицы A не матрицу B называется новая матрица C=AB, элементы которой составляются следующим образом:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23} \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23} \end{pmatrix}.$$

Таким образом, например, чтобы получить у произведения (т.е. в матрице C) элемент, стоящий в 1-ой строке и 3-м столбце c13, нужно в 1-ой матрице взять 1-ую строку, во 2-ой – 3-й столбец, и затем элементы строки умножить на соответствующие элементы столбца и полученные произведения сложить. И другие элементы матрицы-произведения получаются с помощью аналогичного произведения строк первой матрицы на столбцы второй матрицы.

В общем случае, если мы умножаем матрицу A = (aij) размера m×n на матрицу B = (bij) размера n×p, то получим матрицу C размера m×p, элементы которой вычисляются следующим образом: элемент cij получается в результате произведения элементов i-ой строки матрицы A на соответствующие элементы j-го столбца матрицы B и их сложения.Из этого правила следует, что всегда можно перемножать две квадратные матрицы одного порядка, в результате получим квадратную матрицу того же порядка. В частности, квадратную матрицу всегда можно умножить саму на себя, т.е. возвести в квадрат.Другим важным случаем является умножение матрицы-строки на матрицу-столбец, причём ширина первой должна быть равна высоте второй, в результате получим матрицу первого порядка (т.е. один элемент). Действительно,

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3 \end{pmatrix}$$