

Определитель (или детерминант)

— одно из основных понятий линейной алгебры.

Определитель квадратной матрицы **A** размеров **m*n**, заданной над коммутативным кольцом **R**, является элементом кольца **R**, вычисляемым по формуле, приведённой ниже.

Он «определяет» свойства матрицы **A**. В частности, матрица **A** обратима тогда и только тогда, когда её определитель является обратимым элементом кольца **R**.

В случае, когда **R** — поле, определитель матрицы **A** равен нулю тогда и только тогда, когда ранг матрицы **A** меньше **n** или когда системы строк и столбцов матрицы **A** являются линейно зависимыми.

Определитель матрицы **A** обозначается как **det(A)**



КОНТАКТЫ

kozyrkov.ig@gmail.com

kozyrkov.ieyandex.ru

БУКЛЕТ СОСТАВИЛ
КОЗЫРЬКОВ
ИГОРЬ



ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ВТОРОГО ПОРЯДКА

ПУСТЬ ЗАДАНА КВАДРАТНАЯ МАТРИЦА ВТОРОГО ПОРЯДКА

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}.$$

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ЭТОЙ МАТРИЦЫ ВЫЧИСЛЯЕТСЯ ПО СЛЕДУЮЩЕЙ ФОРМУЛЕ:

$$\Delta A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

Определитель третьего порядка

Далее, пусть задана квадратная матрица третьего порядка

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}.$$

Определитель этой матрицы вычисляется

$$\text{так: } \Delta A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} - a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33} - a_{23} \cdot a_{32} \cdot a_{11}$$

С помощью метода треугольника находится определитель матрицы третьего порядка. Матрица третьего порядка - это матрица **3x3**. Что бы найти ее определитель, нужно воспользоваться формулой:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} - a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} - a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Пример:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot 5 \cdot 9 + 2 \cdot 6 \cdot 7 + 3 \cdot 4 \cdot 8 - 1 \cdot 6 \cdot 8 - 2 \cdot 4 \cdot 9 - 3 \cdot 5 \cdot 7 = 0$$

Разложение строки по элементам определителя или столбца

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \\ = a_{11} (a_{22} a_{33} - a_{23} a_{32}) - a_{12} (a_{21} a_{33} - a_{23} a_{31}) + a_{13} (a_{21} a_{32} - a_{22} a_{31}) \\ = a_{11} a_{22} a_{33} + a_{12} a_{23} a_{31} + a_{13} a_{21} a_{32} - a_{11} a_{23} a_{32} - a_{12} a_{21} a_{33} - a_{13} a_{22} a_{31}$$

ПРИВЕДЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ К ТРЕУГОЛЬНОМУ ВИДУ

Определитель, где все элементы, лежащие по одну сторону одной из диагоналей, равны нулю, называется треугольным. Случай побочной диагонали путём изменения порядка строк или столбцов на обратный сводится к случаю главной диагонали. Такой определитель равен произведению элементов главной диагонали.

Для приведения к треугольному виду используется свойство определителя n-го порядка: если к элементам какой-либо строки или столбца прибавить произведение соответствующих элементов другой строки или столбца на постоянный множитель, то значение определителя не изменится.

$$= - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & -13 & 5 \\ 0 & 0 & 13 & 10 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & -13 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 15 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 \cdot (-13) \cdot 15 = 195$$