06.05.2020 Ранг матрицы

1.3.1.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & -5 & 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{matrix} 2\cdot II - 1\cdot I \\ 2\cdot III - 1\cdot I \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 6 \\ 0 & +3 & 1 & 4 \\ 0 & -9 & -3 & -12 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ III + 3\,II \end{matrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 6 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow rang = 2 \quad (\text{кол-во нулевых строк})$$

1.3.2

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} I - III \\ \\ \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} I + II \\ \\ \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow rang = 2.$$

1.3.3.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & -3 \\ 3 & -1 & 1 & 6 & 11 \\ 1 & -1 & -1 & 4 & -3 \end{pmatrix} \begin{matrix} II - 3I \\ III - I \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & -3 \\ 0 & -7 & 4 & 3 & 20 \\ 0 & -3 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ 7\,III - 3\,II \end{matrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & -3 \\ 0 & -7 & 4 & 3 & 20 \\ 0 & 0 & -12 & 12 & 60 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ :3 \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & -3 \\ 0 & -7 & 4 & 3 & 20 \\ 0 & 0 & -4 & 4 & 20 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow rang = 3$$

1.3.4.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & -7 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 6 & -4 \\ -1 & 2 & -1 & -10 & 5 \end{pmatrix} \begin{matrix} II - 2I \\ III + I \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & -7 & 1 \\ 0 & -3 & -5 & -8 & -6 \\ 0 & 3 & 2 & -17 & 6 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ III + II \end{matrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & -7 & 1 \\ 0 & -3 & -5 & -8 & -6 \\ 0 & 0 & -3 & -25 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow rang = 3$$

35.

Выч

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & -7 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 6 & -4 \\ -1 & 2 & -1 & -10 & 5 \\ 2 & -1 & 2 & 5 & -4 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ III + I \\ IV - II \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & -7 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 6 & -4 \\ 0 & 3 & 2 & -17 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ II - II \\ 2 \\ \end{matrix}$$

$$2 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & -7 & 1 \\ 0 & -3 & -5 & -8 & -6 \\ 0 & 3 & 2 & -17 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ III - II \\ \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & -7 & 1 \\ 0 & -3 & -5 & -8 & -6 \\ 0 & 0 & 7 & -9 & 12 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow IV - III$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & -7 & 1 \\ 0 & -3 & -5 & -8 & -6 \\ 0 & 0 & 7 & -9 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & \frac{-12}{минн} \end{pmatrix}$$

1.3.8.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 6 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad ① \ r(A) = 1 ? \ - \text{ нет, т.к есть нулевые элементы.}$$

$$r(A) \geq 1$$

② $|\boxed{a_{11}}| = |1| = 1 \neq 0$

$$\begin{vmatrix} \boxed{a_{11}} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - 3 \cdot 0 = 0$$

$$\begin{vmatrix} \boxed{a_{11}} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 0 = 1 \neq 0 \Rightarrow r(A) \geq 2$$

③ v●v .   v · v ◯
   v●v .   v · v ◯
   ⊂●⊃ .   ◯ · ◯ ◯

$$2 \times 2 \rightarrow 3 \times 3 \qquad 2 \times 2 \rightarrow 3 \times 3$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 6 & 1 \end{vmatrix} = \; 0 + 3 \cdot 1 \cdot 2 + 0 \cdot 6 \cdot 3 - 3 \cdot 2 \cdot 0 - 0 - 6 =$$

$$= 6 + 0 - 0 - 0 - 6 = 0$$

2 спр

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix} = -2 + 12 + 0 - 8 - 0 - 2 =$$

$$= 2 - 2 = 0$$

Т.к. другий минорь 3×3 нельзя составить $\Rightarrow$

$r(A) < 3$ (т.к нет минора 3×3, который $\neq 0$)

Базисні минор: 1) $\neq 0$

2) порядок $= r(A)$ $\quad \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$

$$2 \times 2 = r(A)$$

13.05.2020

1.3.9.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$
① Есть ненулевой элемент $\Rightarrow r(A) \geq 1$.

$|1| = 1 \Rightarrow r(A) \geq 1.$

② $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 0$