

Алгебра с. 14 Тегран Кронкерн 03.06.2020

- Канонич. Матрица Гаусса.

- 1) Если  $r(A) < r(A|B)$ , то система несовместна.
- 2) Если  $r(A) = r(A|B) = n$  (где  $n$  - кол-во неизвестных) - совместна
- 3) Если  $r(A) = r(A|B) < n$ , то система и неопределенна

2.1.1

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = -1 \\ 2x_1 + x_2 = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + (-1) \cdot x_2 = -1 \\ 2 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 = 7 \end{cases}$$

$$(A|B) = \left( \begin{array}{cc|c} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 7 \end{array} \right) \xrightarrow{-2I} \sim \left( \begin{array}{cc|c} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & 9 \end{array} \right)$$

$$r(A) = 2$$

$$r(A|B) = 2$$

$$\Rightarrow r(A) = r(A|B) = 2$$

$n = 2$  - кол-во  
неизвестных  
( $x$ )

$\Rightarrow$  система совместна и  
определима.

тогда

$$\begin{cases} 1 \cdot x_1 + (-1) \cdot x_2 = -1 \\ 0 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - x_2 = -1 \\ 3x_2 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow (2; 3) \text{ - решение}$$

Одн. система определена и определена

одн. решение (2; 3)

частное решение (2; 3)

2.1.2.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -4 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ -2x_1 - 2x_3 = 16 \end{cases}$$

$$(A|B) = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -4 \\ 1 & 2 & -3 & 0 \\ -2 & 0 & -2 & 16 \end{array} \right) \xrightarrow{II - I, III + 2I} \sim$$

$$\sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -4 \\ 0 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 8 \end{array} \right) \xrightarrow{III - 2II} \sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -4 \\ 0 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \end{array} \right)$$

$$\sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -4 \\ 0 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \end{array} \right)$$

$$r(A) = 3$$

$$r(A|B) = 3 \Rightarrow r(A) = r(A|B) < n$$

$n = 3 \Rightarrow$  система совместна и  
неопределима.



совместна

определи

дополн (решени  
 $r(A) = 2 \Rightarrow$  будет  
(конне-ро  $2 \times 1$  будут совпадем)  
 $n - r(A) = 3 - 2 = 1 \Rightarrow$  будет одна " свободная пере-  
менная (то есть какой-то один " x " свободной  
переменной). Выберем  $x_3$  минор Второе уравне ( $r(A) = 2$ ), кото-  
 $r(A) \neq 0$

$x_1$  и  $x_2$  - новые переменные

$x_3$  - свободная переменная

$$b) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -4 \\ x_2 - 2x_3 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = x_3 - 4 \\ x_2 = 4 + 2x_3 \end{cases}$$

$$4) \text{ пусть } x_3 = t$$

тогда

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = t - 4 \\ x_2 = 2t + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + (2t + 4) = t - 4 \\ x_2 = 2t + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = t - 4 - 2t - 4 \\ x_2 = 2t + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -t - 8 \\ x_2 = 2t + 4 \end{cases}$$

(выразим через свободную переменную)

$(-t - 8; 2t + 4; t)$  - общее решение

5) Вместо "t" берем  $\lambda$  число и подставляем в общее решение

$$\text{При } t=0 \quad (-8; 4; 0)$$

Ответ: Система совместна и неопределенна

$(-t - 8; 2t + 4; t)$  - общее решение  
 $(-8; 4; 0)$