В ДАННОМ БУКЛЕТЕ СОДЕРЖИТСЯ СПИСОК ОСНОВНЫХ ФОРМУЛ, НЕОБХОДИМЫХ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ "ПРОИЗВОДНЫЕ"

Козырьков Игорь Викторович
РГПУ им. Герцена
ИИТиТО, ИВТ(1)
email:kozyrkov.i@yandex.ru

Производные

БУЛКЕТ ПОДГОТОВИЛ СТУДЕНТ 1 КУРСА КОЗЫРЬКОВ ИГОРЬ ВИКТОРОВИЧ

Производные

Произво́дная функции — понятие дифференциального исчисления, характеризующее скорость изменения функции в данной точке. Определяется как предел отношения приращения функции к приращению её аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю, если такой предел существует. Функцию, имеющую конечную производную (в некоторой точке), называют дифференцируемой (в данной точке).

Правила дифференцирования [править | править код]

Операция нахождения производной называется дифференцированием. При выполнении этой операции часто приходится работать с частными, суммами, произведениями функций, а также с «функциями функций», то есть сложными функциями. Исходя из определения производной, можно вывести правила дифференцирования, облегчающие эту работу. Если C — постоянное число и $f = f(x), g = g(x)$ — некоторые дифференцируемые функции, то справедливы следующие *правила дифференцирования:*

- $C' = 0$
- $x' = 1$
- $(f+g)' = f' + g'$[3]

Следующие свойства производной служат дополнением к правилам дифференцирования:

- если функция дифференцируема на интервале (a, b), то она непрерывна на интервале (a, b). Обратное, вообще говоря, неверно (например, функция $y(x) = |x|$ на $[-1, 1]$);
- если функция имеет локальный максимум/минимум при значении аргумента, равном x, то $f'(x) = 0$ (это так называемая лемма Ферма);
- производная данной функции единственна, но у разных функций могут быть одинаковые производные.
- $(f(x)^{g(x)})' = f(x)^{g(x)}\left(g'(x)\ln f(x) + \frac{g(x)f'(x)}{f(x)}\right) (\forall x \in D_f : f(x) > 0)$

- $(fg)' = f'g + fg'$[4]

- $(Cf)' = Cf'$
- $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$ …(g ≠ 0)

- $\left(\frac{C}{g}\right)' = -\frac{Cg'}{g^2}$ (g ≠ 0)
- Если функция задана параметрически:

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \end{cases} \quad t \in [T_1; T_2], \text{ то } y'_x = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = y'_t \cdot t'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$$

Чтобы найти производную, надо выражение под знаком штриха разобрать на составляющие простые функции и определить, какими действиями (произведение, сумма, частное) связаны эти функции. Далее производные элементарных функций находим в таблице производных, а формулы производных произведения, суммы и частного - в правилах дифференцирования. Таблица производных и правила дифференцирования даны после первых двух примеров.