

Продолжение к координату от 13.05.2020 (1.3.15, 1.3.16)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & -2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} I \\ II - 3I \\ III - 2I \\ IV - I \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -7 & 5 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ III \cdot (-1) \\ \\ \end{matrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -7 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ IV + 7II \\ IV + 3II \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ V \cdot IV - III \end{matrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2\lambda - 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} 1) \text{ Если } 2\lambda - 2 = 0, \text{ то IV строка ну-} \\ \text{левой} \Rightarrow r(A) = 3 \\ 2) \text{ Если } 2\lambda - 2 \neq 0, \text{ то IV не будет} \\ \text{нулевой} \Rightarrow r(A) = 4. \end{matrix}$$

$$1) 2\lambda - 2 = 0$$

$$2\lambda = 2$$

$$\lambda = \frac{2}{2}$$

$$2) 2\lambda - 2 \neq 0$$

$$\lambda \neq \frac{2}{2}$$

Ответ: при $\lambda = \frac{2}{2}$, $r(A) = 3$ при $\lambda \neq \frac{2}{2}$, $r(A) = 4$.

1.3.16

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2 \\ 2 & -1 & \lambda & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ II - 2I \\ III - I \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2 \\ 0 & -1-2\lambda & \lambda+2 & 1 \\ 0 & 10-\lambda & -5 & -1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ III \cdot (-1-2\lambda) - II(10-\lambda) \end{matrix}$$

Тогда

$$a_{31} = 0 \cdot (-1-2\lambda) - 0 \cdot (10-\lambda) = 0$$

$$a_{32} = (10-\lambda)(-1-2\lambda) - (-1-2\lambda)(10-\lambda) = 0$$

$$a_{33} = -5(-1-2\lambda) - (\lambda+2)(10-\lambda) = 5+10\lambda - (10\lambda+20-\lambda^2-2\lambda) = 5+10\lambda-10\lambda-20+\lambda^2+2\lambda = \lambda^2+2\lambda-15 = (\lambda+5)(\lambda-3)$$

$$a_{34} = 1(-1-2\lambda) - 1 \cdot (10-\lambda) = -1-2\lambda-10+\lambda = -3\lambda-11 = -3(\lambda+3)$$

$$\text{где } a_{33}: \lambda^2+2\lambda-15 = 0$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = -2$$

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 = -15 \Rightarrow \lambda_1 = -5, \lambda_2 = 3 \Rightarrow \lambda^2+2\lambda-15 = (\lambda+5)(\lambda-3)$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2 \\ 0 & -1-2\lambda & \lambda+2 & 1 \\ 0 & 0 & (\lambda+5)(\lambda-3) & -3(\lambda+3) \end{pmatrix} \quad 1) \begin{cases} a_{33} = 0 \\ a_{34} = 0 \end{cases} \Rightarrow r(A) = 2 \quad \begin{matrix} \text{если одна} \\ \text{строка будет} \\ \text{нулевой} \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (\lambda+5)(\lambda-3) = 0 \\ \lambda = 3 \end{cases}$$

$$\text{где: } \lambda = 3 \quad r(A) = 2$$

$$\lambda \neq 3 \quad r(A) = 3$$

$$2) \text{ Если } \lambda \neq 3 \text{ будет 3 нену-} \\ \text{левые строки} \\ \Rightarrow r(A) = 3$$